

COMMISSION INTER-IREM
HISTOIRE ET EPISTÉMOLOGIE DES MATHÉMATIQUES

LA FIGURE ET L'ESPACE

ACTES DU 8ème COLLOQUE INTER-IREM
EPISTÉMOLOGIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Lyon 31 Mai - 1er Juin 1991

PUBLICATIONS récentes

- Mathématiques au fil des âges , 1987 (ED. Gauthier-Villars)
- Actes des Universités d'été :
 - Université d'été du Mans 1984 (Ed. de l'Université du Maine)
 - Université d'été de Toulouse 1986 (Ed. IREM de Toulouse)
 - Université d'été de la Rochelle 1988 (Ed. IREM de Poitiers)
- Actes des colloques :
 - Colloque de Montpellier 1985 (Ed. IREM de Montpellier)
 - Colloque de Strasbourg 1987 (Ed. IREM de Strasbourg)
- Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques (Bulletin Inter-IREM, 334 pages, Ed. IREM de Lyon, 1988).
- La Démonstration mathématique dans l'histoire (Bulletin Inter-IREM, 496 pages, Ed. IREM de Besançon, 1989)

Photo : L'annonciation, vers 1490 (bois 0,73 x 1,60) - Bartolommeo della Gatta - Musée du petit Palais - Avignon.

Reproduction autorisée par Photo Edityions Gaud.

Edition et diffusion : IREM de Lyon, Université Claude Bernard, 43 Bd du 11 Novembre 1918, 69622 VILLEURBANNE cedex).

SOMMAIRE

PREFACE	page a
PRESENTATION	page b
LA FIGURE GEOMETRIQUE Mouvement et géométrie dans l'antiquité Joëlle DELATTRE	page 1
Méthode cartésienne et figure géométrique dans les <i>éléments de géométrie</i> de Lamy Evelyne BARBIN	page 17
De la géométrie sans figures. Rudolf BKOUCHE	page 33
Triangle circonscrit à un cercle en classe de 4ème. Brigitte POULAIN	page 47
LA GEOMETRIE PROJECTIVE : FIGURE ET ESPACE Quelques aspects de la vie et de l'œuvre de Girard Desargues, précurseur de la géométrie projective. Jean-Pierre LE GOFF	page 53
La taille des pierres et la géométrie descriptive Joël SAKAROVITCH	page 117
La représentation en perspective comme obstacle épistémologique Philippe LOMBARD	page 139
Jeux d'ombre à la lumière de Dürer GEM - Groupe de géométrie	page 171
L'ESPACE La dialectique de l'espace selon Ferdinand Gonseth Hourya SINACEUR	page 187
L'ESPACE : contenant de toutes choses ou structure idéale à "géométrie variable" ? Jaqueline GUICHARD	page 207

GEOMETRIE ET POESIE

Isodore DUCASSE - Géomètre de la Poésie
Norbert MEUSNIER page 235

LA GEOMETRIE ET LE CALCUL

Puzzle et casse-tête
Martine BÜHLER et Michèle GREGOIRE page 263

Quadratures avec calculs... mais sans intégrales
Maryvonne HALLEZ et Marie-Françoise JOZEAU page 303

La "géométrie calculante" de Pascal, dans le traité des sinus
du quart de cercle et dans le traité des trilignes rectangles.
Claude MERKER page 327

LA COURBE

De l'angle de contingence au rayon de courbure :
comment penser, comparer, mesurer le courbe.
J.-P. FRIEDELMEYER page 365

La classification des courbes du troisième ordre. Aspects algébriques et
aspects projectifs : l'Abbe de Gua de Malves et Patrick Murdoch
Denis LANIER et Jean-Pierre LE GOFF page 397

Introduction à la modélisation géométrique. Modèles de courbes pour la
C.A.O. Les courbes de Bézier
Didier TROTOUX page 459

Structures géométriques, niveaux d'analyse et théorèmes de comparaison
Gilles FERREOL page 473

ADRESSE DES AUTEURS page 481

PREFACE

L'année 1991 a été l'occasion pour l'académie de Lyon de commémorer par deux manifestations le quadricentenaire de la naissance de Girard DESARGUES, ingénieur et architecte lyonnais (1591-1661) : d'abord par ce colloque inter-IREM consacré à la figure de l'espace, ensuite par un colloque spécifique se déroulant à Paris et Lyon, à l'initiative de toute l'équipe qui fait vivre le séminaire sur la perspective.

Ces deux colloques ont été l'occasion de rappeler un instant aux lyonnais que leur ville était celle de Girard DESARGUES. Qu'en reste-t'il au moment où vous lirez ces lignes ? Pour les lyonnais la petite plaque, rue du Bœuf dans le quartier Saint-Jean où a vécu G. DESARGUES, et le nom d'un jardin. Pour nous, il reste déjà ces actes !

Ils ont été aussi l'occasion de poser de manière plus rationnelle et sereine les problèmes posés par les rapports entre la géométrie, la figure et l'espace. Et mettent ainsi fin à des périodes de prises de positions dogmatiques qui occultaient des pans entiers de la géométrie.

Les travaux exemplaires de la commission inter-IREM "Histoire et Epistémologie des mathématique" ont largement contribué à ces évolutions et à donner à l'enseignement des mathématiques sa juste place dans la formation des élèves.

PRESENTATION

"Ce que nous voyons est dans l'espace, mais nous ne voyons pas l'espace. Le lieu de toute intuition n'est nullement objet d'intuition. l'espace a sa racine dans l'expérience; il a son achèvement dans la raison".

Léon BRUNSCHVICG, *Les étapes de la philosophie mathématique*, p.514.

Le thème du 8ème Colloque inter-IREM "Epistémologie et Histoire des Mathématiques" a été choisi en l'honneur du quatrième centenaire du géomètre Desargues, né à Lyon en 1591. Le lieu du Colloque nous y invitait également, puisque le Colloque était organisé par l'IREM de l'Académie de Lyon.

Les travaux de Desargues ont joué un rôle décisif dans la définition de l'objet de la géométrie. En effet, dans la géométrie grecque classique de l'Antiquité, le géomètre travaille sur des figures sans référence à leur contenant, alors que les méthodes projectives conduisent le géomètre à situer les figures dans l'espace. Ceci permet à Pascal, initié aux méthodes de Desargues, d'écrire dans son *Introduction à la géométrie* : "L'objet de la pure géométrie est l'espace". En fait, ce n'est qu'au 19ème siècle que l'espace devient, en tant que tel, l'objet d'une pratique géométrique. Les méthodes projectives concernent des transformations opérant sur des figures. Tandis que, après la naissance des géométries non euclidiennes et le développement des géométries projectives, Félix Klein, dans son *Programme d'Erlangen* de 1872, fait opérer les transformations sur l'espace lui-même.

La longue histoire de ce passage de la figure à l'espace, en passant par la figure dans l'espace, peut nous permettre de comprendre pourquoi Léon Brunschvicg a écrit, au début de ce siècle, que "la constitution intellectuelle de l'espace marque le plus haut degré de la puissance créatrice que l'homme soit capable de concevoir et d'exercer". Si l'espace est construction intellectuelle et non simple objet de sensation, alors l'enseignant de mathématiques a tout intérêt à se plonger dans l'histoire de cette construction. Plusieurs articles de ces *Actes* présentent une étude historique et épistémologique de certaines étapes de cette histoire, à laquelle étaient consacrées, en particulier, les conférences de Jean-Pierre Legoff et de Joël Sakarovitch.

Quand nous disons aujourd'hui que la géométrie est la science de l'espace, il faut bien se demander : mais de quel espace s'agit-il? Gonseth répond dans *Les fondements des mathématiques* de 1925 : "La géométrie est la science de l'espace géométrique". Pour lui, cette identité verbale prouve que la géométrie n'est définissable que par construction. Avec sa dialectique de l'espace, Gonseth nous propose toute une réflexion sur les rôles respectifs de l'intuition, de l'expérience et de la théorie dans la construction de la géométrie. Hourya Benis-Sinaceur présente dans ces *Actes* la dialectique de cet épistémologue, que l'enseignant découvrira avec profit puisque pour ses élèves, aussi, tout est à construire.

Les enjeux philosophiques du "problème de l'espace" sont présents chez Gonseth. Dans son article, Jacqueline Guichard expose d'autres aspects de ces enjeux en évoquant Descartes, Leibniz, Kant et Bachelard.

Le thème du Colloque de Lyon invitait à une réflexion sur d'autres aspects de l'histoire de la géométrie et de leur enseignement : le rôle de la figure dans la pratique géométrique ou dans la démonstration, la place du mouvement dans la géométrie, et l'apport de la méthode cartésienne.

Deux grands sujets ont également été abordés pendant ces deux journées et figurent au sommaire de ces *Actes* : la géométrie et le calcul, et l'étude des courbes. Alors que les méthodes projectives intéressent initialement la géométrie du peintre et celle de l'architecte, les rapports entre la géométrie et le calcul concernent à l'origine la géométrie de l'arpenteur. Les trois articles sur ce sujet nous conduisent de la géométrie à l'analyse. Le dernier chapitre de ces *Actes* est consacré à ces figures complexes, elles aussi à la limite des méthodes de la géométrie et de l'analyse, que sont les courbes.

L'hymne à la géométrie est au centre d'un des chants de Lautréamont : Norbert Meusnier nous explique ce qu'ont été les mathématiques pour ce théoricien de la poésie et nous rappelle ainsi que l'espace peut être poésie.

Ces *Actes* témoignent de la richesse des interventions et des échanges lors de ces deux journées à Eveux. La Commission inter-IREM remercie chaleureusement Gilles Bonnefoy, Marc Fort, Bernadette Duclot et Olivier Keller qui ont tout fait pour que le Colloque se déroule de manière aussi parfaite qu'agréable.

Evelyne BARBIN
Responsable de la Commission inter-IREM
Epistémologie et Histoire des mathématiques

**COMMISSION INTER-IREM
HISTOIRE ET EPISTEMOLOGIE DES MATHEMATIQUES**

LA FIGURE GEOMETRIQUE

**ACTES DU 8ÈME COLLOQUE INTER-IREM
EPISTEMOLOGIE ET HISTOIRE DES MATHEMATIQUES**