**PARADOXE DE CONDORCET ET
PROCEDURES D'AGREGATION**

Gilles FERREOL

Appliquée à la théorie du contrat social ou des comportements électoraux, la problématique de l'agrégation soulève certains paradoxes. Les plus célèbres ont été mis en évidence par de nombreux auteurs au premier rang desquels Borda (1770), Condorcet (1785) et Arrow (1951).

Au centre des débats, plusieurs interrogations : signification du "principe majoritaire", construction d'"échelles de préférence", logique de la "décision collective"... La démonstration des "théorèmes d'impossibilité" habituellement recensés s'inscrit en réalité dans une perspective beaucoup plus générale, d'ordre sémantique. La confrontation de ces différentes approches ne peut être dissociée d'une réflexion sur les rapports entre formalisme et sens.

Après avoir rappelé les principales caractéristiques du modèle de l'homo suffragans, nous tenterons de faire le point sur des résultats apparemment très "décevants" (sophismes de composition, effets contre-intuitifs).

LE MODELE DE L'HOMO SUFFRAGANS

La tradition Borda-Condorcet-Arrow a donné naissance à la théorie classique de l'agrégation (passage de l'individuel au collectif, du singulier à l'universel, de la partie au Tout...). Deux idées-forces sont à retenir :

- L'attachement au schéma des "élections particulières" (décomposer tout problème complexe soumis aux voix en une série de questions élémentaires, appelant chacune des réponses simples - oui ou non, par exemple) ;

- L'importance du principe majoritaire (selon diverses modalités : relative ou absolue).

Dès lors, peut-on - en toutes circonstances - à partir de volontés particulières, déboucher (démocratiquement) sur une préférence collective ? Les "théorèmes d'impossibilité" nous incitent malheureusement à répondre par la négative.

Dans son Mémoire sur les élections au scrutin (présenté à l'Académie des Sciences le 16 juin 1770 et publié quatorze ans plus tard, en 1784)(8)*, J.C. de Borda (1733 - 1799) attirait déjà notre attention sur les limites et les insuffisances de certains types de consultation. Pour qu'une forme d'élection soit bonne, disait-il, il importe de donner aux citoyens "le moyen de se prononcer sur le mérite de chaque sujet, comparé successivement aux mérites de chacun de ses concurrents". La solution préconisée prend appui sur la "méthode des rangs" : dans chaque classement individuel, tout candidat reçoit une note, proportionnelle à la place qu'il occupe.

Avec Condorcet (1743 - 1794), l'interprétation décisionnelle de la probabilité connaît une extension sans précédent (nets progrès par rapport à Montmort ou Bernouilli). Les suffrages sont des tentatives pour exprimer non une volonté ou un

*Les chiffres entre parenthèses renvoient aux références bibliographiques in fine.

intérêt, mais un jugement de vérité. L'Essai (1785) considère tout d'abord que le corps électoral est strictement additif, formé d'éléments indiscernables et indépendants. D'autres conceptualisations sont cependant envisageables : on peut ainsi intégrer des différences de sagacité ou de justesse d'esprit, des phénomènes d'influence et de distorsion. Quel que soit le cadre d'analyse (modèle du premier ou du second genre), certaines contradictions ne sont pas à écarter (9). A l'appui de cette thèse, trois textes :

Texte I : J.A. de Condorcet, Oeuvres, t.VIII, pp. 571-572 (éd. F. Arago, Paris, 1847-1849). Cf. également (15), pp. 188-189.

Supposons, en effet, toujours trois candidats, et que les électeurs soient au nombre de soixante; qu'il y ait vingt-trois voix pour l'ordre Pierre, Paul, Jacques; aucune pour l'ordre Pierre, Jacques, Paul; deux pour l'ordre Paul, Pierre, Jacques; dix-sept pour l'ordre Paul, Jacques, Pierre; dix pour l'ordre Jacques, Pierre, Paul, et huit pour l'ordre Jacques, Paul, Pierre; la proposition, Pierre est préférable à Paul, aura une pluralité de trente-trois contre vingt-sept. La proposition, Jacques est préférable à Pierre, trente-cinq contre vingt-cinq; la proposition, Paul est préférable à Jacques, quarante-deux contre dix-huit. Les trois propositions adoptées par la pluralité seraient donc :

Pierre est préférable à Paul;
Jacques est préférable à Pierre;
Paul est préférable à Jacques.

Et il est évident que ces trois propositions ne peuvent être vraies en même temps, puisque des deux premières, et en général de deux quelconques, admises ensemble, résulte nécessairement une conséquence contradictoire avec la troisième. On verra de plus que, si on adopte les deux premières, on en doit conclure que Jacques mérite la préférence sur les deux autres; que si on adopte la première et la troisième, on en conclut nécessairement que Pierre est préférable aux deux autres; qu'enfin, de la seconde et de la troisième réunies, il en résulte la préférence en faveur de Paul.

Ainsi, sous ce premier point de vue, l'élection donne un résultat absurde, ou plutôt elle n'en donne aucun, tandis que, suivant la méthode ordinaire, Pierre ayant vingt-trois, Paul dix-neuf et Jacques dix-huit, l'élection décide en faveur de Pierre.

Texte II : G.G. Granger, La mathématique sociale du marquis de Condorcet (11, pp. 121-122).

L'exemple choisi par Condorcet n'est autre que celui de Borda, dont il poursuit l'examen. Soient trois candidats A, B, C, qu'on demande de ranger selon un ordre de préférence collective. L'analyse du vote fournit dans ce cas trois propositions exprimant les comparaisons des candidats pris deux à deux :

- a) $A > B$;
- b) $A > C$;
- c) $B > C$.

Comme dans l'exemple précédent, ces propositions élémentaires ne sont pas indépendantes. Leur liaison est telle que leur conjonction doit exprimer un ordre *linéaire*, d'ailleurs quelconque, à l'exclusion de tout ordre *circulaire*, dépourvu de sens dans le cas présent. Une réponse comme :

- a) Oui;
- b) Non;
- c) Oui

qui correspond à : $A > B$; $B > C$; $C > A$ est donc incohérente. Admettant que toute réponse de ce genre est exclue des votes individuels, en résulte-t-il que la réponse collective formée des propositions majoritaires soit également libre de contradictions ? Il n'en est rien.

Supposons dit Condorcet que sur 60 votants, 23 aient voté *oui-oui-oui* (ordre A-B-C), 17 aient voté *non-non-oui* (ordre B-C-A), 2 aient voté *non-oui-oui* (ordre B-A-C), 8 aient voté *non-non-non* (ordre C-B-A), 10 aient voté *oui-non-non* (ordre C-A-B). Le scrutin donne alors la majorité aux propositions a et c, la minorité à la proposition b, soit la réponse *oui-non-oui*, qui correspond à l'ordre cyclique : $A > B$; $B > C$; $C > A$. Tel est l'effet paradoxal exposé page LXI de l'Essai.

Texte III : M. Barbut, Quelques aspects mathématiques de la décision rationnelle ((6), pp. 727-729).

Supposons par exemple qu'un jury ait à classer trois candidats A, B et C. Chaque membre du jury traduira son opinion par un classement du type : A est préférable à B qui est préférable à C, ce qui pourra s'écrire en abrégé :

A B C

Si nous écartons la possibilité (sur laquelle nous reviendrons) qu'un membre du jury se déclare incapable de comparer certains candidats entre eux, ou qu'il y ait des *ex æquo* dans les classements individuels, il y aura ainsi six ordres de préférence possibles :

ABC, BCA, CAB, ACB, CBA, BAC.

Chaque membre du jury exprime son opinion, et les voix se répartiront en six catégories. Supposons qu'il y ait soixante votants, le résultat du scrutin sera par exemple donné par le tableau :

ABC	BCA	CAB	ACB	CBA	BAC
(1) 20	18	1	1	15	5

Que va-t-on faire de ce résultat ? Adopter l'avis de la majorité relative, c'est-à-dire le classement A B C ? Mais ainsi A sera placé en tête, alors que 33 votants, la majorité absolue, le mettent au dernier rang ; il n'est mis au premier rang que par 21 votants, alors que 23 d'entre eux y placent B. Pour tâcher d'en sortir, procédons à un second tour de scrutin ; voici son résultat :

ABC	BCA	CAB	ACB	CBA	BAC
(2) 20	0	1	1	15	23

Il n'y a toujours qu'une majorité relative ; l'adoption de celle-ci au second tour consiste à choisir le classement B A C. Or, regardons bien ce qui s'est passé : toutes choses restant égales par ailleurs, 18 voix se sont portées de l'ordre B C A à l'ordre B A C. Pour ces huit votants, A s'est élevé dans l'échelle de leurs préférences, et il est resté au même rang pour tous les autres ; et pourtant, il est descendu du premier au second rang dans le classement collectif !

Il n'y a, dira-t-on, qu'à faire voter les gens jusqu'à ce que se dégage une majorité absolue. Suivons ce conseil ; nous y voici enfin :

ABC	BCA	CAB	ACB	CBA	BAC
(3) 22	0	1	1	31	5

C B A est adopté à la majorité absolue; comparons ce résultat avec le tableau (1). Ici, c'est l'ordre relatif entre A et B qui s'est modifié: pour deux des votants, passant de B A à A B, alors qu'il est resté le même pour tous les autres. La préférence de A à B a donc gagné des suffrages; en dépit de cela, la collectivité cesse de préférer A à B, et exprime la préférence inverse!

Décidément, la règle de la majorité, relative ou absolue, telle qu'elle a été appliquée, présente trop de contradictions; il faut la modifier de façon à les éliminer. Il y a un moyen simple d'y parvenir, que propose Condorcet: totalisons les voix pour lesquelles A est préféré à B; puisque entre A et B il n'y a que deux ordres relatifs possibles, A B et B A, l'un d'entre eux aura nécessairement la majorité absolue: c'est celui-ci qu'adoptera le jury.

Procédons de même pour les deux autres couples, B C et C A; connaissant les trois ordres de préférence par couple qui ont la majorité absolue, nous en déduisons le classement collectif. De cette façon, nous obtenons pour le tableau (1): B C a 43 suffrages, C A en a 34 et B A en a 33; de sorte que le classement collectif est:

B C A

B est bien en tête, A au dernier rang, comme il se devait. De la même manière, le second scrutin fournit le classement:

B A C

Le paradoxe que nous y avions vu est éliminé. Enfin le tableau (2) nous donne, évidemment:

C B A

puisque cet ordre a la majorité absolue, ce qui n'est plus contradictoire avec le résultat du premier scrutin.

Serions-nous au bout de nos peines? Cette seconde règle qui élimine si bien les incohérences de la première, ne recèle-t-elle pas quelque piège? Fabriquons d'autres exemples, afin d'en explorer les possibilités:

A B C	B C A	C A B	A C B	C B A	B A C
(*) 20	17	10	3	8	2

A est préféré à B par:

$$20 + 10 + 3 = 33 \text{ votants}$$

B à C par:

$$20 + 17 + 2 = 39 \text{ votants}$$

donc la collectivité, qui préfère A à B et B à C adopte l'ordre:

A B C

Ce qui implique qu'elle préfère A à C. Or C est préféré à A par:

$$17 + 10 + 8 = 35 \text{ votants}$$

c'est-à-dire la majorité! Voici le piège découvert par Condorcet et qu'on a nommé pour cela « Effet Condorcet ». Ce n'est plus un classement des candidats qui nous est fourni, mais un arrangement circulaire:

A est préféré à B qui est préféré à C qui est préféré à A.

Il n'est donc plus possible de départager les candidats (ni même d'opérer un choix); tous peuvent prétendre à la première place... La difficulté est de taille car "gouverner, c'est choisir". La fréquence d'apparition du paradoxe de Condorcet est loin d'être négligeable (un cas sur onze lorsque chacun des votants est capable d'opérer un classement).

Résumons: la règle majoritaire ne garantit pas le respect des contraintes de transitivité. Le tableau suivant en fournit une excellente illustration (2, p.3):

		A > B ?	B > C ?	C > A ?
Préférences				
Electeur 1	A > B > C	<i>oui</i>	<i>oui</i>	<i>non</i>
Electeur 2	B > C > A	<i>non</i>	<i>oui</i>	<i>oui</i>
Electeur 3	C > A > B	<i>oui</i>	<i>non</i>	<i>oui</i>
Issue du scrutin		<i>oui</i>	<i>oui</i>	<i>oui</i>

Le paradoxe est manifeste : collectivement, A est préféré à B, B à C, et C à A, alors qu'il serait logique que A soit strictement préféré à C. Problème : existe-t-il un "bon" scrutin ("démocratique", pour faire image) qui n'encourre pas de tels reproches ? Les travaux de K.J. Arrow nous sont, à cet égard, très précieux et rejoignent certaines intuitions jadis exprimées par Galton, Nanson ou C.L. Dogson (Lewis Carroll) (7). Cinq conditions sont proposées :

1^{re} condition : tous les ordres de préférence individuels sont admissibles. La fonction recherchée doit permettre de dégager un ordre de préférence collectif quel que soit l'état de l'opinion.

2^e condition : il existe une liaison positive entre les préférences individuelles et les choix collectifs. Si le classement d'une décision s'améliore dans l'ordre des préférences d'un individu, et reste inchangé pour tous les autres, cette décision doit s'élever, ou au moins ne pas baisser, dans l'échelle des préférences collectives.

3^e condition : les choix collectifs sont indépendants du classement des décisions auxquels ils ne s'appliquent pas. Ainsi le choix fait entre deux décisions a et b n'est pas modifié par l'introduction d'une nouvelle possibilité c.

4^e condition : les choix collectifs ne sont pas imposés de l'extérieur. Pour tout choix entre a et b, il existe au moins un état de l'opinion tel que la collectivité préfère a à b. Cette propriété élimine le système « platonicien » dans lequel toutes les décisions de la collectivité seraient fixées a priori indépendamment des états de l'opinion.

5^e condition : il n'y a pas de dictateur, c'est-à-dire d'individu tel que ses préférences soient automatiquement celles de la collectivité, quelles que soient les opinions des autres.

Cette axiomatique "convenable, honnête et sage" est développée dans Social choice and individual values (5). Autre présentation (11, p.126) :

1) La fonction de choix social doit pouvoir définir une échelle collective cohérente, quelles que soient les échelles individuelles de préférence. On exclut donc *a priori* tout procédé pouvant conduire, par exemple, à un ordre cyclique ;

2) Si, à un ensemble donné d'échelles individuelles correspond un certain ordre collectif, l'élévation d'un élément dans l'une des préférences individuelles ne saurait se traduire par son abaissement dans la nouvelle échelle collective. La fonction de choix social présente donc une sorte de monotonie relativement à l'estimation du rang de chaque élément ;

3) Le choix social entre deux éléments doit dépendre des choix individuels entre ces deux éléments, et d'eux seulement ;

4) Le choix social ne saurait coïncider constamment avec celui d'un même individu ;

5) Le choix social ne saurait être une constante indépendante des choix des individus.

Les deux derniers axiomes ont pour objet, comme on voit, d'exclure deux solutions triviales, l'une par dictature d'un votant, l'autre par détermination *a priori* de l'échelle collective.

Traduisons mathématiquement les hypothèses précédentes. Utilisons, dans cette optique, les notations suggérées par Sen et Pattanaik (16, pp. 270-271) :

Soit X l'ensemble des options à choisir de cardinal $m \geq 3$ et N , l'ensemble des individus $i = 1, \dots, n$ de cardinal n (m et n sont supposés finis).

Un ordre de préférence sur X est une relation binaire réflexive (pour tout $x \in X$, $x R x$), transitive (quels que soient $x, y, z \in X$, $x R y$ et $y R z \Rightarrow x R z$) et complète (quels que soient x et $y \in X$, $x R y$ ou $y R x$). A partir de R , on peut définir P , relation de préférence stricte, par : pour tout x et tout $y \in X$, $x P y \Leftrightarrow x R y$ et $\sim y R x$ (3) ; et I , relation d'indifférence, par : pour tout x et tout $y \in X$, $x I y \Leftrightarrow x R y$ et $y R x$. Nous noterons R_i l'ordre de préférence individuel de l'individu i et R la relation collective de préférence.

Condition U (universalité de l'ensemble de définition). Les fonctions ont pour ensemble de définition, l'ensemble de n -tuples d'ordres de préférence individuels.

Condition B (caractère binaire de f). Soit $(R_1, \dots, R_n)$ et $(R'_1, \dots, R'_n)$ deux n -tuples d'ordres de préférence individuels définis sur X et R et R' les valeurs respectives de f . Si quels que soient x et $y \in X$, pour tout i , $x R_i y \Rightarrow x R'_i y$, alors $x R y \Rightarrow x R' y$.

Condition P (critère de Pareto). Pour tout n -tuple $(R_1, \dots, R_n)$ quels que soient x et $y \in X$, si, pour tout i , $x P_i y$, alors $x P y$.

Condition D (absence de dictateur). Il n'existe pas d'individu i tel que, quel que soit $(R_1, \dots, R_n)$, $x P y$ toutes les fois que $x P_i y$ pour n'importe quels x et $y \in X$.

Une fois encore, nous retrouvons le Voting Paradox, lequel implique - à son tour - d'autres contradictions (celles du "ju-meau" ou du "no show", par exemple) (14). D'où une dérive possible vers des configurations arbitraires ou anomiques. (Arrow parlera d'"équilibre instable" et d'"intégration insuffisante") : veut-on "une démocratie véritable, mais non anthropomorphe, ou bien une démocratie anthropomorphe, mais dictatoriale ou théocratique" ? (4, p. 255).

QUELQUES TENTATIVES DE RESOLUTION

Pour remédier à ces difficultés, différentes procédures ont été suggérées (cf. (12) et (17)) :

- relâchement de certaines hypothèses (celle, notamment, relative à l'"indépendance des alternatives non pertinentes").
- introduction de nouveaux axiomes : absence de droit de veto individuel, monotonie, symétrie, régularité...
- prise en compte du nombre d'individus prenant part à la décision.

- meilleure articulation entre analyse des choix collectifs et théorie des jeux (présence de l'aléatoire, vote stratégique, structure des coalitions)...(10).

La règle habituelle "un homme, une voix" présente en fait un inconvénient majeur : celui de ne pas se référer à l'intensité des préférences individuelles. L'information collectée étant insuffisante, il peut en résulter un non respect des conditions parétiennes d'optimalité. On n'est donc pas totalement sûr que les critères d'équité et de cohérence soient simultanément satisfaits (sauf naturellement si les préférences exprimées sont suffisamment homogènes). Récemment, certains auteurs ont pourtant prétendu qu'il était possible d'obtenir une évaluation à la fois "sincère et correcte" de l'importance attachée par chaque individu aux différentes options collectives, à condition toutefois de mettre en place des incitations fiscales appropriées. Ce processus de révélation de la demande (Demand Revealing Process) vaut la peine d'être détaillé.

Soient deux propositions x et y , et trois individus A, B et C. Chacun d'entre eux indique le prix qu'il est prêt à payer pour que le projet de son choix soit retenu. A et C privilégient l'alternative x (pour, respectivement, 30 et 20F), B souhaitant de son côté consacrer 40F à la variante y . L'incitation à dévoiler correctement ses préférences est obtenue par un mécanisme d'imposition : chaque individu est contraint de régler le coût d'opportunité qu'occasionne pour les autres sa participation au vote. Les ajustements réalisés s'opèrent ainsi (13, p. 47) :

	x	y	Impôt individuel	Gain net individuel
A	30		20	+ 10
B		40	0	
C	20		10	+ 10
Total	50	40		

A acquitte un impôt de 20F : sans son vote, l'autre solution aurait été retenue. Mais le fait de préférer x à y représente pour ses collègues une perte de 20F (40F - 20F). B, pour sa part, n'est pas imposé car son opinion n'est pas susceptible de modifier le résultat final. C, enfin, se voit prélever 10F (40F - 30F). L'honnêteté apparaît ici comme la stratégie dominante. Si A décide de surestimer le prix indiqué, la charge fiscale qu'il sera amené à supporter pourra être d'autant plus lourde. S'il minore à présent ses pondérations, le projet qui lui tient à coeur risque de ne jamais voir le jour.

On peut alors montrer que la multiplication des options et des individus tend à garantir la transitivité des choix collectifs. Bon nombre de difficultés subsistent néanmoins. L'anonymat du vote ne pouvant être respecté (la connaissance

des choix de chacun est, en effet, nécessaire pour personnaliser la base d'imposition), toute application s'avère délicate. N'oublions pas par ailleurs que, pour certains, des risques de faillite ne sont pas à exclure (même si l'on peut toujours imaginer des mécanismes de compensation adéquats). La complexité de la procédure peut en outre conduire à des taux d'abstention très élevés. On s'aperçoit ainsi que toutes les conditions d'agrégation ne peuvent être en même temps satisfaites. Par suite, chaque processus de révélation des préférences ne produit "aucun amalgame équitable et cohérent". Ajoutons encore que, contrairement à l'approche rousseauiste du contrat social, aucun système de vote (et vraisemblablement aucun système tout court) ne semble en mesure de révéler correctement ce qu'est la "volonté générale", à supposer même que celle-ci puisse exister..

Avant d'approfondir ces premiers résultats, nous devons brièvement revenir sur les justificatifs apportés au principe majoritaire. Les arguments avancés sont des plus variés. Hobbes et Locke font appel à une inspiration mécaniste et évoquent une "composition de forces divergentes dont la résultante nette donne la direction du mouvement que va prendre le corps social". Chez Rousseau, l'explication est plus "technique" : la volonté générale n'"existe" que si la distribution des volontés particulières reste "unimodale" et "centrée". Pour Condorcet, il s'agit là d'une "donnée de fait", c'est-à-dire d'un "moyen pragmatique, destiné à faire accepter par tous la décision du plus grand nombre". Si l'exécutif doit être dirigé conformément aux impératifs de la raison, les modalités retenues peuvent prendre plusieurs formes (l'"intransitivité" n'est qu'une éventualité parmi beaucoup d'autres). Arrow complètera cette intuition en réaffirmant la "pluralité des niveaux" et la "diversité des trajectoires".

UN PROBLEME DE NATURE SEMANTIQUE

Qu'ils soient logiques (Condorcet), numériques (Quételet) ou comptables (Arkhipoff), les paradoxes agrégatifs heurtent les idées reçues, sont contraires à l'opinion commune et entraînent un sentiment d'impuissance, d'étrangeté ou de désappointement : l'homme moyen n'existe pas, le bien-être national est une expression vide de sens... Si nous nous situons à présent au niveau du métalangage, la perspective n'est plus la même : la contradiction cède la place à un optimum de second best (certains instruments sont plus performants que d'autres) (3).

Le théorème d'Arrow n'est donc plus un théorème d'impossibilité. Les conditions sur lesquelles il repose visent à préserver la compatibilité des choix (structure de préordre). On cherche simplement à atteindre une vérité qui transcende le corps social, en utilisant le mode de scrutin le plus "efficace" (toutes choses étant égales par ailleurs).

Chaque procédure d'agrégation s'accompagne d'un changement de signification (1). Les définitions retenues correspondent à une "algèbre sémantique" bien spécifique : monoïdes, catégo-

ries, topoi, magma, foncteurs... Normalisation et sélection sont des opérateurs de "traduction" et participent à la reconstitution de l'"alphabet des pensées humaines". Lorsque certains seuils sont franchis (singularités, points de bifurcation), des réorganisations s'imposent. L'"effet taille" (paradoxe d'Eubulide, tour de table...) appelle lui-même de profondes transformations, en raison de l'accroissement des coûts d'information et de transaction.

Au terme de ce travail, quelques remarques :

- Les caractéristiques de l'action collective ne sont en aucun cas des données "naturelles" qui surgiraient spontanément ou dont l'existence irait de soi.
- Du local au global, l'inférence n'est jamais assurée mais toujours problématique. Les voies de passage sont multiples et ne se résument pas au suivi d'un tracé privilégié.
- Chaque question implique son propre niveau d'agrégation.
- L'adoption d'une approche sémantique invite à reconsidérer la signification qu'il convient d'attribuer aux paradoxes agrégatifs. Ceux-ci, désormais, doivent être dépouillés de leurs connotations négatives. Le renouvellement de la tradition Borda-Condorcet-Arrow en dépend.

Références bibliographiques

- (1) ARKHIPOFF O. : Pour une analyse conceptuelle de l'économie politique ou un essai de sémantique rationnelle, Revue de science financière, 69(4), octobre-décembre 1977, pp. 939-974.
- (2) ARKHIPOFF O. : Le paradoxe de Condorcet est-il un mythe ? , communication présentée au Colloque Condorcet (Paris, 8-11 juin 1988).
- (3) ARKHIPOFF O. : Importance et diversité des problèmes d'agrégation en comptabilité nationale. Esquisse d'une théorie générale de l'agrégation, communication présentée au 3ème colloque de l'Association de Comptabilité Nationale (Paris, 12-14 décembre 1988).
- (4) ARKHIPOFF O. : La fin du paradoxe de Condorcet. Quelles conséquences pour la comptabilité nationale ?, Journal de la Société de Statistique de Paris, 129(4), 4ème trimestre 1988, pp. 244-268.
- (5) ARROW K.J. : Social choice and individual values, New York, Wiley, 1951 (1ère éd.), 1963 (2ème éd.) ; trad. fr. : Choix collectif et préférences individuelles, Paris, Calmann-Lévy, 1974.
- (6) BARBUT M. : Quelques aspects mathématiques de la décision rationnelle, Les Temps Modernes, n°164, octobre 1959, pp.725-745.

(7) BLACK D. : The theory of committees and elections, Cambridge, Cambridge University Press, 1958.

(8) BORDA J.C. de : Mémoire sur les élections au scrutin, in Histoire de l'Académie des Sciences de Paris pour 1781, Paris, 1784, pp.657-665.

(9) CONDORCET J.A. de : Essai sur l'application de l'analyse de la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix, Paris, Imprimerie Royale, 1785.

(10) DUTTA B. : Covering sets and a new Condorcet choice correspondence, Journal of economic theory, 44(1), février 1988, pp. 63-80.

(11) GRANGER G.G. : La mathématique sociale du marquis de Condorcet, Paris, P.U.F., 1956.

(12) GUILBAUD G. Th. : Les théories de l'intérêt général et le problème logique de l'agrégation, Economie appliquée, 5(4), 1952, pp. 501-584.

(13) LAFAY J.D. : Intensité des préférences individuelles et choix collectifs. A la recherche de meilleurs systèmes de vote, Analyses de la Sedeis, n° 38, mars 1984, pp. 44-53.

(14) MOULIN H. : Condorcet's principle implies the no show paradox, Journal of economic theory, 45(1), juin 1988, pp. 53-64.

(15) RASHED R. : Condorcet. Mathématique et société (présentation et choix de textes), Paris, Hermann, 1974.

(16) SALLES M. : Sur l'impossibilité des fonctions de décision collective, Revue d'économie politique, 86(2), avril 1976, pp 249-276.

(17) SEN A. K. : Collective choice and social welfare, San Francisco, Holden Days, 1970.