LES PORISMES D'EUCLIDE : DEMONSTRATION OU DIVINATION ?

Denis LANIER

« La seule chose sûre à propos du Traité des Porismes est son titre, et encore il n'y a pas d'accord général sur le sens qu'Euclide donnait à ce terme. » Tobias Dantzig

Le *Traité des Porismes* d'Euclide pose un problème particulier à l'historien des sciences, puisque – à la différence d'autres ouvrages perdus et qui ont pu être reconstitués –, ce n'est pas seulement le contenu du livre qui est inconnu, c'est aussi sa forme et son objet. Enigme historique passionnante, puisqu'on sait que ces fameux *Porismes* avaient à voir avec les techniques d'analyse et de démonstration des Anciens Grecs, énigme historique qui rebondit vers le milieu du XVII° siècle avec des tentatives passionnées de reconstitution, de "divination" du texte. Cette enquête historique se double d'une recherche pédagogique ou didactique : quels étaient les objectifs d'Euclide en écrivant un traité sous une forme aussi particulière ? quel comportement attendait-il de ses lecteurs ? quel type de démonstration pouvait-on espérer à la suite d'une étude du livre ?

L'atelier n'avait pas pour objet de répondre à toutes ces questions, mais plutôt d'essayer de situer historiquement le problème et les différentes manières de l'aborder.

I. L'HISTOIRE.

Dans son acception commune chez les Grecs le mot "porisme" (πορισμα) signifie corollaire. Il est utilisé ainsi dans les *Eléments* – par exemple, IV.15 ou VII.2. On peut trouver des significations un peu différentes chez certains auteurs ou commentateurs, comme Diophante, Neper ou Kircher, mais, en aucun cas, il ne s'agit du sens très particulier qu'Euclide a voulu donner au mot dans son *Traité des Porismes*.

Cet ouvrage ne nous est connu que par une notice de la *Collection Mathématique* de Pappus, qui écrit près de six siècles après Euclide. Pappus (voir plus loin) en décrit succinctement le contenu et de façon plutôt obscure. On trouve une autre mention des *Porismes* dans le *Commentaire au Premier Livre des Eléments d'Euclide* de Proclus.

La *Collection* de Pappus est imprimée vers la fin du XVI° siècle en Occident, et sa notice sur les *Porismes* suscite une sorte de mode : reconstituer cet ouvrage perdu. François Viète et Snellius s'y essaient mais trouvent le texte latin "inintelligible". Albert Girard annonce par deux fois avoir rétabli les *Porismes*, une première fois dans son *Traité de trigonométrie* (La Haye 1626) : *« Comme jadis estoyent les Porismes d'Euclide, qui sont perdus, lesquels j'espère de mettre bien tost en lumière, les ayant restituez il y a quelques années en ça.»* Une deuxième fois, dans son commentaire aux *Oeuvres de Simon Stevin* (Leyde 1634) : *« Mais, il est à* *estimer qu'il* [Euclide] *en a plus escrit en ses trois livres de Porismes qui sont perduz, lesquels, Dieu aidant, j'espère de mettre en lumière, les ayant inventés de nouveau.»* Malheureusement ces travaux n'ont jamais vu le jour. D'autres auteurs sont plus prolixes sur le sujet mais ils se contentent le plus souvent de commenter Pappus, sans apporter de lumière nouvelle sur le sujet : citons Ghetaldi (1640), Bouillau (1657) ou Renaldini (1668).

Le premier écrit vraiment original est dû à Fermat. Il s'agit d'un opuscule publié dans les oeuvres complètes en 1679, mais écrit vraisemblablement vers 1640. Dans ce texte, *Les Porismes d'Euclide, leur théorie renouvelée et présentée aux géomètres modernes sous forme d'introduction*, Fermat développe sa propre conception des Porismes liée à ses travaux d'analyse géométrique (voir plus loin).

En 1706, Halley publie le texte grec de la notice de Pappus, mais malgré sa connaissance profonde de la géométrie des Grecs, il renonce à apporter sa contribution à cette question controversée : *« Au point où j'en suis, la description des Porismes ne pourra me servir pas plus qu'au lecteur, et il n'a pas pu en être autrement, tant à cause de la perte d'une figure dont il est fait mention* [...] *qu'à cause de quelques omissions, transpositions ou altérations dans l'énoncé de la proposition générale - par suite de quoi il ne m'a pas été permis d'interpréter ce que Pappus veut dire. »*

Le texte abandonné par Halley est repris en 1720 par Robert Simson, professeur de mathématiques à Glasgow, à qui on doit le premier rétablissement de l'ouvrage d'Euclide. Reconstitution très partielle des énoncés suggérés par Pappus, puisque Simson avoue lui-même dans une lettre à propos des autres énoncés : *« Je pense qu'il sera extrêmement difficile pour quiconque de les restaurer. »* Simson ouvre la voie à une école anglaise de géométrie pure, qui va, entre autres travaux, s'attacher à compléter le travail de Simson. Citons Lawson (1777), Playfair (1792), Wallace (1798), Brougham (1798), Leslie (1809).

L'affaire rebondit alors en France avec les travaux de Breton de Champ (1849 et 1853), ou de Vincent (1859). Elle pourrait trouver une conclusion avec la publication en 1860 du livre de Michel Chasles *Les trois livres de Porismes d'Euclide* qui restitue 220 porismes, et semble-t-il, la totalite du traité perdu. Mais la controverse n'est pas épuisée pour autant sur la nature même des énoncés euclidiens.

Ce rapide survol montre la permanence de l'intérêt pour les *Porismes* depuis le début du XVII° siècle. Nous étudierons plus spécialement quatre moments forts de cette histoire : Pappus, Fermat, Simson et Chasles.

II. PAPPUS

On sait que le livre VII de la *Collection mathématique* de Pappus est infiniment précieux pour l'histoire de la géométrie grecque, car il constitue la source unique de ce que nous savons au sujet d'un ensemble de travaux perdus que les Anciens appelaient le "lieu résolu", c'est-à-dire le champ de l'analyse géométrique, la fameuse analyse des Anciens. Après avoir présenté un certain nombre d'ouvrages consacrés à ce sujet, Pappus aborde les *Porismes* :

> Après les *Contacts* viennent les *Porismes*, qui sont répartis en trois livres constituant la collection la plus étendue en fait d'art pour la résolution de problèmes plus importants ; porismes dont la nature est telle qu'on ne peut évaluer la quantité de genres qu'ils présentent.
> Tous les genres de porismes n'appartiennent cependant pas aux genres des théorèmes ni à ceux des problèmes ; mais ils possèdent en quelque sorte une forme intermédiaire à celle de ces derniers. C'est pourquoi, chez beaucoup de géomètres qui ne s'en rapportent qu'à la forme de la proposition, les uns pensent que les porismes sont des théorèmes quant au genre, et les autres, que ce sont des problèmes. Il résulte cependant clairement des définitions mêmes, que les Anciens ont mieux connu ce qui différencie ces trois choses ; car ils ont dit que le théorème est une proposition faite en vue d'une démonstration de ce qui est proposé ; que le problème est une proposition faite en vue d'une construction de ce qui est proposé, et que le porisme est une proposition faite en vue de l'acquisition de ce qui est proposé.

Pappus rappelle donc une tradition ancienne qui distinguait les énoncés en trois types : théorèmes, problèmes, porismes.

Pour un théorème, il s'agit de démontrer une chose proposée ; il y a énonciation d'un vérité dont on demande la preuve ; la figure est tracée, il s'agit de démontrer une certaine relation entre ses éléments.

Pour un problème, il s'agit de construire une chose proposée ; il faut exécuter une opération géométrique sur une figure, dont une partie est à construire d'après certaines conditions énoncées.

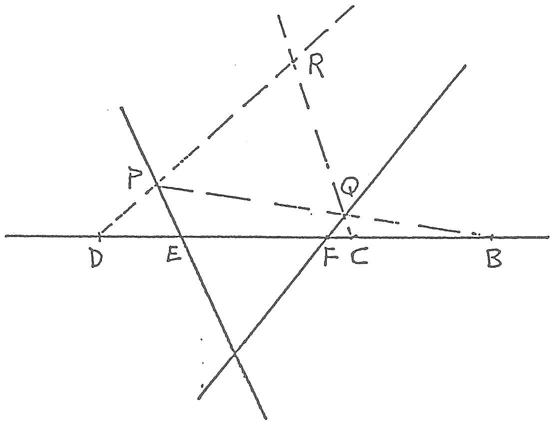
La définition du porisme est plus difficile à interpréter (surtout en l'absence d'exemples) : disons qu'il s'agit de trouver une chose proposée ; la figure serait tracée, mais il s'agirait de trouver, d'inventer, une relation entre ses éléments, relation non énoncée, mais qui permettrait de déterminer l'un des éléments d'après les autres.

Le texte de Pappus comporte lui-même des interpolations à propos de cette définition, comme si les lecteurs de l'antiquité tardive avaient eu, déjà, du mal à saisir le texte. On peut penser que la lecture des *Porismes* a donné lieu a beaucoup de variations pendant l'Antiquité. L'explication qu'en donne Proclus, un siècle plus tard, n'apporte guère de lumière. Pour Proclus : *« Un porisme est une proposition qui demande une invention, et non pas seulement une production, ni une simple contemplation.»* La contemplation renverrait au type théorème, la production au type problème, l'invention étant l'apanage du porisme. Proclus ajoute pour ce dernier cas : *« Il y faut amener la chose cherchée sous les yeux et la rendre spectaculaire.»* Redoutable question pédagogique... Mais revenons au texte de Pappus.

Pappus indique plus loin que le Traité d'Euclide était divisé en trois livres contenant ensemble 171 porismes et 38 lemmes. Il les regroupe en 29 énoncés ou plutôt types d'énoncés et ajoute :

> Il est rare que l'on puisse renfermer un grand nombre de porismes dans une seule proposition, attendu qu'Euclide n'en donne pas lui-même beaucoup de chaque espèce ; mais il en met quelques-uns à titre d'exemples au commencement de son premier livre, lesquels, dans leur grand nombre, sont analogues entre eux, notamment dix, qui appartiennent tous au genre de lieux le plus abondant. Et comme nous avons observé que l'on peut renfermer ces porismes dans une seule proposition, nous l'avons énoncée de la manière suivante : « Si trois points situés sur une seule droite d'une figure convexe ou non convexe sont donnés, et si les points restants, à l'exception d'un seul, sont liés à des droites données de position, ce seul point est aussi lié à une droite donnée de position ».

Cet énoncé, qui d'après Pappus, rassemble les dix premiers porismes d'Euclide a été relativement difficile à interpréter, surtout en l'absence de figure comme le regrettait Halley. Donnons la version de Chasles : Etant données quatre droites (BD), (DR), (PB), (RC) dont trois tournent autour des points dans lesquels elles rencontrent la quatrième, de manière que deux des points d'intersection (P et Q) de ces droites glissent sur deux droites données de position, le point d'intersection restant (R) décrit une nouvelle droite. Sur la figure ci-dessous, les droites fixes sont en continu et les droites qui tournent en pointillé.



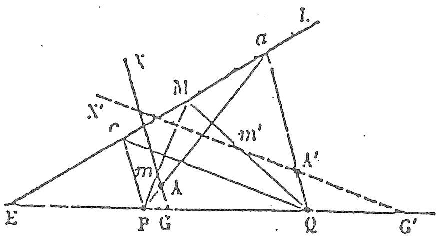
On peut reconnaitre dans cet énoncé une propriété classique du quadrilatère complet, voire le théorème du triangle perspectif de Desargues, mais il vaut mieux se méfier des anachronismes.

Pappus ajoute une généralisation intéressante à un nombre quelconque de lignes. Pappus commence ensuite à décrire les porismes ou les genres de porismes d'Euclide ; c'est ici qu'on peut trouver le seul porisme complet qui nous soit parvenu :

> Voici comment doivent être établis dans le premier livre les genres de choses cherchées dans ces propositions :
> Si des droites menées de deux points donnés se brisent sur une droite donnée de position, et si l'une découpe un segment sur une droite donnée de position, à partir d'un point donné sur cette droite, l'autre découpe aussi sur une autre droite un segment ayant un rapport donné.

Là aussi nous suivrons Chasles dans son interprétation de ce porisme, qui a aussi été donnée par Simson. C'est le Porisme XI de Chasles :

> Si de deux points donnés P et Q on mène deux droites PM, QM se coupant sur une droite LM donnée de position, dont l'une PM intercepte sur une droite donnée de position AX, un segment Am compté à partir d'un point donné A ; on pourra trouver une autre droite A'X' et sur cette droite un point A', tels, que le segment A'm' fait par la droite QM sur A'X', sera au segment Am dans une raison donnée λ.



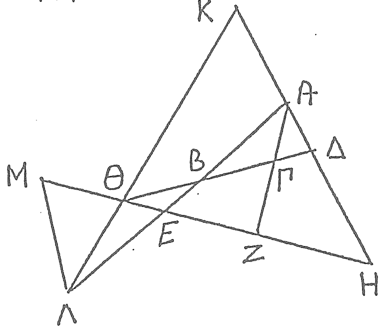
La construction est assez simple. On note a l'intersection de (PA) et de (LM). On trace la droite passant par P et parallèle à (Qa) qui coupe (LM) en c. Soit G l'intersection de (PQ) et de (AX), G' sur (PQ) tel que A'G'/AG = λ. La droite cherchée est la parallèle à (Qc) passant par G' qui coupe (Qa) en A'. On retrouve là aussi, mais une fois le texte de Pappus décrypté, une propriété classique des quadrilatères complets.

La suite du texte de Pappus est effectivement très difficile à comprendre en première lecture. Qu'on en juge sur les porismes du premier livre :

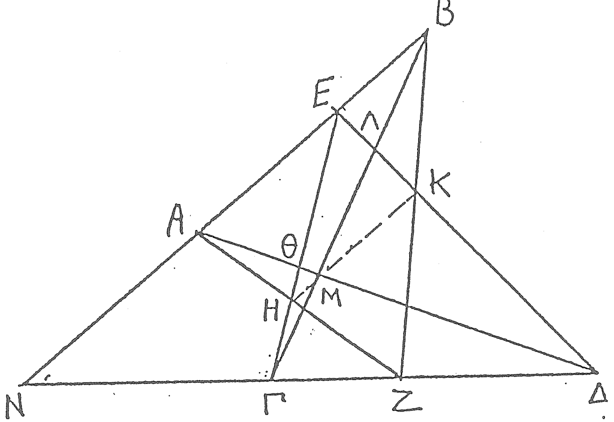
> Puis, dans les propositions suivantes :
> Que tel point est lié à une droite donné de position.
> Que le rapport de telle droite à telle droite est donné.
> Que le rapport de telle droite à un segment est donné.
> Que telle droite est donnée de position.
> Que telle droite est inclinée vers un point donné.
> Que le rapport de telle droite à une droite menée de tel point jusqu'à un point donné est donné.
> Que le rapport de telle droite à une droite amenée de tel point est donné.
> Que le rapport de telle aire est à celle qui est comprise sous une droite donnée et telle droite est donné.
> Qu'une partie de telle aire est donnée, et que l'autre partie a un rapport donné avec le segment.
> Que telle aire, ou telle aire conjointement avec une certaine aire donnée, et qu'elle a un rapport donné avec un segment.

Signalons que Pappus donne par ailleurs 38 lemmes qui sont peut-être les 38 lemmes déjà cités du livre d'Euclide. En tout cas ils doivent servir à la compréhension des *Porismes*. Parmi ces lemmes, Chasles met en évidence le lemme III (proposition 129) destiné au second porisme, et le lemme XIII (proposition 139) dont voici les énoncés :

> LEMME III. - PROPOSITION 129. -
> Menons transversalement, sur trois droites AB, ΓA, ΔA, les droites ΘE, ΘΔ ; je dis que le rectangle compris sous les droites ΘB, ΔΓ est au rectangle compris sous les droites ΘΔ, BΓ comme le rectangle compris sous les droites ΘE, HZ est au rectangle compris sous les droites ΘH, ZE.



LEMME XIII, - PROPOSITION 139, -
Si l'on a des droites AB, ΓΔ, qui se rencontrent au point N ; s'il leur tombe des droites AΔ, AZ, BΓ, BZ [*AΔ et BΓ se coupent au point M*], et si l'on mène [*de E situé sur le segment AB*] les droites de jonction EΔ, EΓ [*EΔ coupe BZ en K, EΓ coupe AZ en H*], la ligne qui passe par les points H, M K est droite.



Les amateurs reconnaîtront facilement dans le premier texte le théorème de la ramée de Desargues et dans le second celui de l'hexagramme mystique de Pascal (cas particulier pour 2 droites).

Les textes de Pappus, que nous venons de présenter, ont donc une importance capitale pour l'histoire des mathématiques. Mais leur obscurité et l'absence du livre dont ils sont le commentaire ont renforcé la création du mythe de l'analyse, perdue, cachée, secrète, des Anciens pour découvrir des propriétés, dont ils ne publiaient que les démonstrations synthétiques. Ces textes posent des problèmes redoutables d'interprétation. D'une part, il s'agit manifestement de problèmes liés à des droites et des cercles, d'une ébauche de ce qu'on appelera la théorie des transversales. D'autre part toutes ces propositions parlent de "lieu" au sens général où l'entendaient les Grecs. On pourrait envisager que ces énoncés servaient à trouver des propriétés caractéristiques de droites ou de cercles, ou plus précisément à permettre les transitions d'une propriété caractéristique à une autre. Les commentateurs ultérieurs de Pappus oscilleront entre une interprétation de type "pédagogique" (sur la forme) et une interprétation "analytique" (sur le fond). Le premier à faire une avancée décisive dans cette direction est Fermat.

III. FERMAT

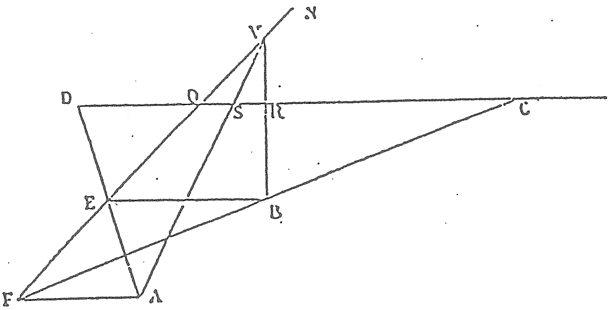
Les textes de Fermat sur les *Porismes* se trouvent dans ses Oeuvres Complètes; ils ont vraisemblablement été écrits autour de 1640. Il s'agit principalement d'un opuscule intitulé *Les Porismes d'Euclide, leur théorie renouvelée et présentée aux géomètres modernes sous forme d'introduction.*

Le texte débute par un rappel des livres perdus, signalés par Pappus, et des reconstitutions modernes de certains d'entre eux. Fermat annonce avoir, le premier, percé le mystère des *Porismes*, et présente quelques exemples d'énoncés *« pour bien faire connaître ce qu'est un porisme et quel en est surtout l'usage »*.

Suivent cinq énoncés de "Porismes", sans démonstration. Voici le premier :

PORISME I

Soient deux droites ON, OC formant un angle au point O et données de position. Soient donnés également les points A et B. De ces points A, B, on mène les droites BE, AF, parallèles à OC et rencontrant NO prolongée aux points E, F. On joint AE qui rencontre CO prolongée en D, et on joint aussi AE qui rencontre CO prolongée en D, et on joint aussi FB qui rencontre en C cette même droite CO. Si maintenant d'un point quelconque de la droite ON, V par exemple, on mène les droites AV, BV, soit S le point de rencontre de AV et de OC, R celui de BV et de la même droite OC, on aura toujours CR×DS = CO×DO, c'est-à-dire une aire donnée.



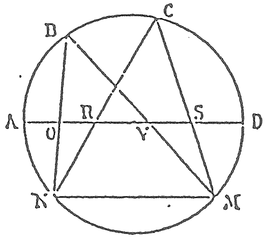
On peut remarquer que cet énoncé, sur la forme, serait plutôt un théorème qu'un porisme, et, sur le fond, qu'il s'agit encore de propriété du quadrilatère complet. Dans un autre texte, qui est une sorte de brouillon de cet opuscule, Fermat avait présenté la même propriété, mais sous une forme "porismatique" : étant données deux droites sécantes en O, étant donnés C et D deux points de l'une de ces droites, trouver deux points A et B tels que si l'on mène une ligne AVB, brisée en V situé sur l'autre ligne, et que cette ligne brisée coupe la première ligne en S et R, on ait CR×DS égale à une aire donnée, à savoir OC×OD. On peut voir ici comment la même propriété peut être présentée sous la forme d'un théorème ou d'un porisme suivant la volonté pédagogique de l'auteur.

Le troisième énoncé de Fermat est le suivant :

PORISME III.

Soit un cercle ayant pour diamètre une droite AD ; je mène à celle-ci une parallèle quelconque NM, rencontrant le cercle aux points N, M. Soient donnés ces points N, M ; je mène arbitrairement de ces points une ligne brisée sur le cercle et qui coupe le diamètre en des points O, V. Je dis que le rapport $\frac{AO \cdot DV}{AV \cdot DO}$ est donné ; ou bien que si l'on mène une autre ligne brisée NCM, coupant le diamètre aux points R, S, on aura toujours $\frac{AO \cdot DV}{AV \cdot DO} = \frac{AR \cdot DS}{AS \cdot DR}$.

Il est facile d'étendre cette proposition aux ellipses, aux hyperboles et aux sections opposées.



Un bon exercice serait de transformer cet énoncé de théorème en porisme, donnant ainsi une propriété caractéristique d'un cercle ou d'une conique. Là aussi, les amateurs auront remarqué qu'en prenant une autre position de B (soit C sur la figure), on obtient le célèbre théorème de l'involution à six points du *Brouillon Project* de Desargues.

Les deux derniers énoncés portent sur des propriétés du même style sur le cercle. Fermat conclut ainsi son opuscule :

> Par l'énoncé de ces propositions, dont personne ne niera l'élégance et la beauté, on peut facilement reconnaître la nature même des porismes. Il est évident en effet qu'on peut, ainsi que le dit Pappus, les énoncer comme théorèmes ou comme problèmes. Je les ai énoncés comme théorèmes; mais rien n'empêche de les transformer en problèmes. (...)
>
> Lorsque nous cherchons un lieu, nous nous proposons de trouver une ligne droite ou une courbe qui nous est inconnue en tant seulement que nous avons à déterminer le lieu qu'occupe la ligne à trouver; mais quand nous partons d'un lieu supposé donné et connu pour en trouver un autre, ce nouveau lieu est appelé *porisme* par Euclide, et c'est pourquoi Pappus a ajouté avec grande raison que les lieux eux-mêmes sont une espèce de porismes et qu'on leur donne ce nom.

Fermat ne cherche donc pas à rétablir les propositions d'Euclide ; il ne s'intéresse d'ailleurs pas tellement à la forme, à l'aspect pédagogique de la question. Notons au passage que Fermat a une particularité parmi les mathématiciens : il n'enseigne pas les mathématiques. Fermat assimile, donc, les porismes à des problèmes de lieu. C'est l'objet même de l'analyse qui l'intéresse et il va jusqu'à proposer de faire connaître des porismes sur des courbes comme les coniques, ce qui n'était pas dans le programme euclidien.

Il est important de noter que Fermat écrit ce texte à peu près au même moment où il invente la géométrie des coordonnées. On peut voir ainsi à l'oeuvre la préoccupation des géomètres algébrisants de fonder une nouvelle analyse. Mais défendre cette npouvelle analyse, c'est d'abord montrer sa supériorité sur celle des Anciens, même si elle reste inconnue. Il s'agit d'une véritable stratégie de rupture, de dépassement par rapport aux Grecs et en particulier Euclide : *« Il faut pousser plus loin qu'Euclide, lui-même.»*

IV. SIMSON

Robert Simson (1687-1768), professeur de mathématiques à l'université de Glasgow, a une grande importance comme pédagogue : il a ainsi formé aux mathématiques, et plus particulièrement à la géométrie pure, des disciples comme Mac Laurin et Stewart. Montucla dit de lui qu'il fut l'Oedipe de l'énigme des *Porismes* ! De fait, Simson publie en 1723 dans les *Philosophical Transactions* un premier article intitulé *Deux propositions générales de Pappus*. Son ouvrage plus complet fut publié après sa mort par le comte de Stanhope, en 1776. Il s'agit du *De Porismatibus Tractatus, quo doctrinam Porismatum satis explicatam, et in posterum ob oblivione tutam fore sperat Auctor*. Cet ouvrage comporte dix porismes, dont six concernent des lignes droites et quatre autres des cercles. Ils ne répondent en fait qu'à six des vingt neuf types proposés par Pappus. Citons d'abord la définition d'un porisme donnée par Simson :

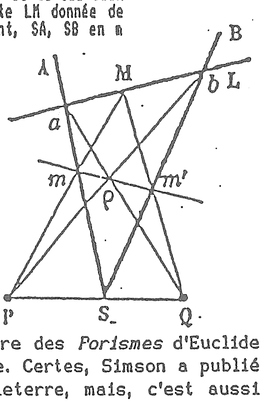
> Un porisme est une proposition dans laquelle on annonce pouvoir déterminer, et où l'on détermine effectivement certaines choses ayant une relation indiquée avec des choses fixes et connues, et avec d'autres choses variables à l'infini ; celle-ci étant liées entre elles par une ou plusieurs relations connues, qui établissent la loi de variation à laquelle elles sont soumises.

Pour l'éclairer nous citerons l'un des porismes de Simson. Il s'agit de la proposition 34 de son traité, qui se rapporte au type décrit par Pappus par *« Que telle droite est inclinée vers un point donné »*.

> Etant pris, dans un plan, deux points fixes et un angle qui ait son sommet situé sur la droite qui joint ces points ; si, de chaque point d'une droite donnée, on mène deux droites à ces deux points fixes ; elles rencontreront respectivement les deux côtés de l'angle en deux points ; et la droite qui joindra ces deux points passera toujours par un même point.

C'est sous une autre forme le lemme de Pappus que nous avons cité (proposition 139). L'énoncé qu'en donnera Chasles est un peu plus clair : c'est le Porisme XLI :

> Etant donnés deux droites SA, SB et deux points fixes P, Q en ligne droite avec le point de concours S de ces droites ; si de ces deux points fixes on mène à chaque point M d'une droite LM donnée de position, des droites qui rencontrent, respectivement, SA, SB en m et m' ; la droite mm' passera par un point donné.



Simson représente dans l'histoire des *Porismes* d'Euclide un moment que j'intitulerais bien : l'entrée au musée. Certes, Simson a publié une édition des *Eléments* qui fera autorité en Angleterre, mais, c'est aussi le moment où on voit Euclide pratiquement écarté du champ interne de la mathématique qui se crée : il ne s'agit plus de dépasser Euclide, c'est fait. Les Porismes deviennent alors un objet d'intérêt pour un historien des mathématiques, plus que pour le mathématicien, objet de rétablissement à la manière de l'archéologue qui reconstitue un vase à partir d'éclats.

V. CHASLES

On trouve dans l'oeuvre de Michel Chasles (1793-1880) une conception très originale des *Porismes*. Elle est en partie développée dans son célèbre *Aperçu historique*, et plus encore dans sa reconstitution complète en 1860 *Les Trois Livres de Porismes d'Euclide rétablis pour la première fois, d'après la notice et les lemmes de Pappus et conformément au sentiment de R. SIMSON sur la forme des énoncés de ces propositions*. Il s'agit d'un important ouvrage de 320 pages, où Chasles, après une introduction historique très documentée, donne les énoncés de 220 porismes, qui sont sensés rendre compte intégralement du texte d'Euclide. Nous avons déjà cité plusieurs de ces propositions, aussi donnons simplement la définition d'un porisme pour Chasles :

> Un porisme est une proposition dans laquelle on énonce une vérité, en affirmant qu'on peut toujours trouver certaines choses qui la complètent.

Ce qui est remarquable dans le travail de Chasles, c'est la dichotomie entre la reconstitution patiente, minutieuse, des énoncés euclidiens et la préface où il expose ses conceptions sur l'utilité des porismes dans les démonstrations. Chasles cherche en fait, à tout prix, la source des méthodes projectives qu'il défend en tant que mathématicien. On a pu y voir la création d'une histoire mythique inventée par des mathématiciens pour justifier leurs audaces. Des militants peuvent s'emparer aussi de l'histoire des mathématiques. Les deux aspects du travail de Chasles sont critiquables - et les critiques n'ont pas manquées -, cela nous permettra de laisser ouvert le dossier que Chasles avait cru refermer.

Pour Chasles, les *Porismes* formaient avec les *Données*, un complément des *Eléments*, propre à faciliter les usages de ces *Eléments* pour la résolution des problèmes. Les *Porismes* devaient donc procurer la connaissance des lieux, en offrant les moyens de tirer, des conditions par lesquelles un lieu était connu, une autre expression plus simple de ce lieu, propre à en faire connaître la nature et la position. Un recueil de porismes aurait, donc, été un tableau de diverses caractérisations de lieux, et les transformations de ces caractérisations les unes dans les autres. Chasles va jusqu'à dire que les porismes étaient en quelque sorte les équations des lieux et la doctrine des *Porismes*, la géométrie analytique des Anciens. La multiplicité des genres de lieux et de caractérisations des lieux rendait le travail riche, mais long et laborieux. L'analyse cartésienne, la géométrie algébrisée des coordonnées ne serait ainsi qu'un porisme continuel; l'avantage étant dans l'unicité du type de caratérisation d'un lieu : son équation, qui donne à la géométrie cartésienne son incomparable efficacité.

VI. CONCLUSION

Je voudrais en guise de conclusion souligner simplement l'importance pédagogique que peut avoir une réflexion sur les *Porismes*, en posant quelques questions.

Tout apprentissage des mathématiques passe par des démonstrations d'énoncés proposés par l'enseignant. Tout professeur de mathématiques sait que, suivant la manière de poser un énoncé, il peut obtenir des comportements bien différents de la part de ses élèves. Notre propre attitude devant les *Porismes*, ou plutôt les bribes que nous en a communiqué Pappus, n'est-elle pas comparable à celle de certains de nos élèves devant nos énoncés de devoirs ?

Comment peut-on classer les *Porismes* dans la typologie des énoncés proposée dans le célèbre *Livre du Problème* par l'IREM de Strasbourg ?

Ne pourrait-on rapprocher la conception des *Porismes* de celle que propose G. Glaeser de la fameuse "transposition didactique" : « *une modification du contenu ou de son mode de présentation effectuée dans le but de faciliter un apprentissage* » ?

Ne ferions-nous pas tous des *Porismes* sans le savoir ? Voilà qui pourrait donner du grain à moudre aux didacticiens, aux historiens de la didactique, aux formateurs des maîtres.

Je m'en voudrais ne pas terminer sur deux aspects plus proprement historiques..

Zeuthen concluait à la fin du XIX° siècle que les *Porismes* n'étaient en fait qu'un sous-produit, sans intérêt, propédeutique à l'étude du texte vraiment intéressant d'Euclide : son *Traité des Coniques*. On sait que cet ouvrage est tout aussi perdu que celui sur les *Porismes* ! Il y a donc encore du travail pour les amateurs de divination... En cas d'échec, il nous reste alors à lire et relire le *Traité des Coniques* d'Apollonius, qui aurait, semble-t-il, complété celui d'Euclide.

Par ailleurs, Chasles signale qu'un géomètre de la fin du XVIII° siècle, Castillon, était persuadé que le *Traité des Porismes* existait encore en Orient au XIII° siècle. Tout espoir n'est donc pas perdu de connaître un jour ce livre. La part du rêve peut nous rester. Citons une dernière fois Michel Chasles :

> Que de découvertes précieuses pourraient être faites dans les bibliothèques d'Orient si, un jour, elles sont explorées sous les auspices de quelque gouvernement, ami des sciences, et jaloux de la gloire qu'elles ont répandu sur les siècles des Ptolémée, des Médicis et de Louis XIV.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

M. CHASLES : *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne*, Gauthier-Villars, 1837

Les Trois Livres de Porismes d'Euclide rétablis pour la première fois, d'après la notice et les lemmes de Pappus et conformément au sentiment de R. SIMSON sur la forme des énoncés de ces propositions, Mallet-Bachelier, 1860.

P. de FERMAT : *Les Porismes d'Euclide, leur théorie renouvelée et présentée aux géomètres modernes sous forme d'introduction*, in *Oeuvres de Fermat*, traduction de Paul Tannery, Gauthier-Villars, 1896.

J.F. MONTUCLA : *Histoire des mathématiques*, réédition A. Blanchard, 1968.

PAPPUS : *La collection mathématique*, traduction Paul Ver Eecke, A. Blanchard, 1982.

R. SIMSON : *De Porismatibus Tractatus, quo doctrinam Porismatum satis explicatam, et in posterum ob oblivione tutam fore sperat Auctor*, Glasgow, 1776.