

## Insertion des Mathématiques dans les programmes d'Histoire des classes de 6ème et 5ème

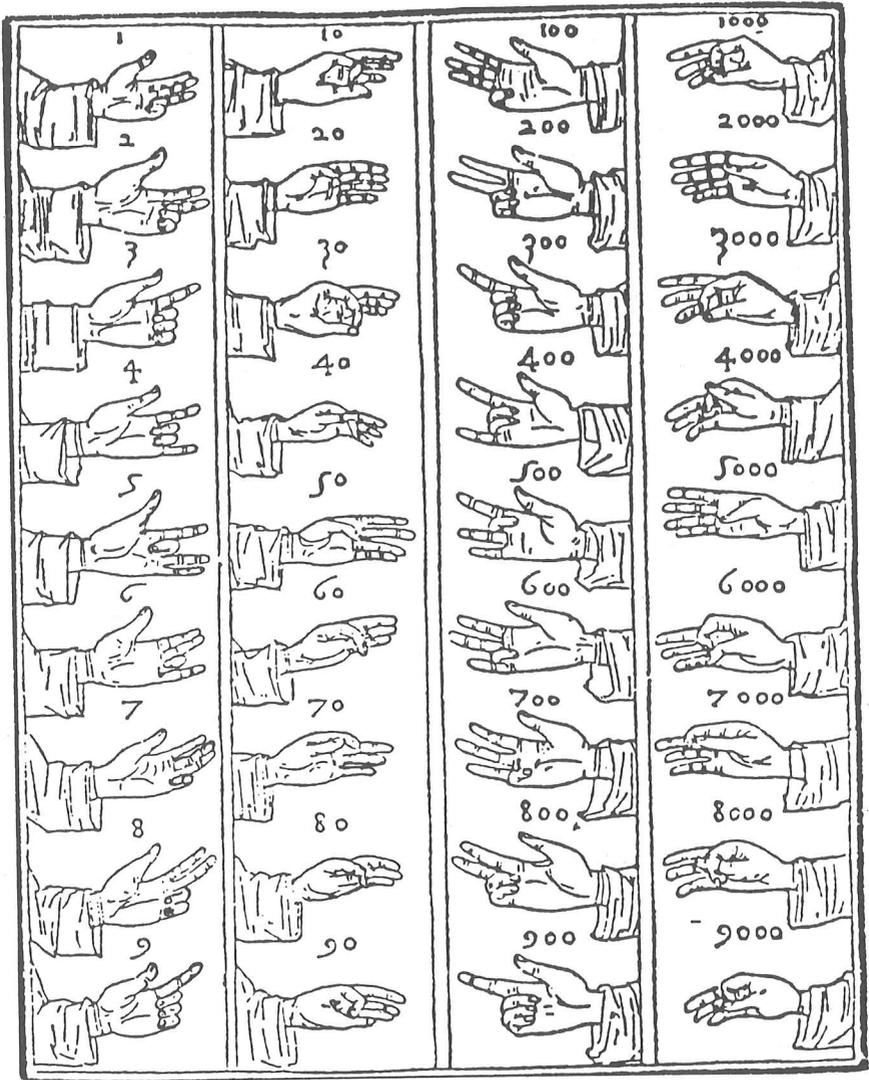
Christiane BOUAT  
Professeur d'Histoire  
Collège de Saint Georges (Yonne)

avec la collaboration de  
Alain BATAILLE, professeur d'Histoire  
Henry PLANE, professeur de Mathématiques  
Lycée Jacques Amyot - Auxerre  
I.R.E.M. de Dijon

Cet article, son titre le rappelle, n'a pour but que de donner des exemples d'insertion de la dimension mathématique dans l'enseignement de l'histoire au collège. Les illustrations les plus utiles au niveau des classes évoquées ne sont pas toujours abondantes dans les ouvrages destinés aux élèves. Depuis plusieurs années des brochures ont été publiées par nos soins à l'IREM de Dijon. Professeurs d'Histoire ou de Mathématiques, nous les avons conçues de manière à fournir aux enseignants de ces disciplines des documents commodes et immédiatement utilisables. Dans ce sens, ils peuvent apporter un prolongement à notre article. Nous en donnons la liste en bibliographie.

Nous nous sommes parfois appuyés sur des ouvrages de bibliothèques locales (ville ou lycée). En effet, souvent les bibliothèques des villes de province, éloignées des Universités, renferment de précieux ouvrages qu'un amateur peut exploiter sans peine et avec grand profit.

L'étude de l'Antiquité méditerranéenne et du Moyen-Age suscite toujours auprès des élèves une réelle curiosité. C'est l'occasion d'introduire modestement mais solidement une dimension scientifique et mathématique.



Ces quelques pages ont pour objet:

- \* d'une part, de **décrire** l'approche progressive par les élèves de notions de numération, de **confronter** durant la période médiévale, le monde arabo-islamique et l'Europe occidentale,
- \* d'autre part, de **fournir** des documents sur lesquels les élèves peuvent travailler individuellement ou en petits groupes,
- \* enfin, s'y ajoutent, en fin d'article, un note chronologique et quelques éléments bibliographiques destinés aux maîtres.

## I- Classe de Sixième (11-13 ans)

Lors de l'étude de la civilisation grecque et au cours de la reconstitution de scènes au marché d'Athènes (cf. *Vie quotidienne à Athènes au temps de Périclès* de R. FLACELIERE) des élèves questionnent: Comment évalue-t-on les marchandises ? Comment nomme-t-on les quantités de ces mêmes marchandises ? Nous introduisons alors la numération gestuelle ou digitale

Reproduction de deux tessères avec les symboles de numération digitale; conservés au cabinet des médailles (Paris).

Sept:



Douze:



Les élèves dessinent des tessères: un, deux, cinq, sept, ... Ils comparent ... Ce calcul digital persiste encore aujourd'hui chez certains orientaux. Mais il était d'un emploi courant au Moyen-Age comme on peut en juger par l'important ouvrage de mathématiques *Summa de Arithmetica, Geometrica proporioni e proportionalita* publié à Venise en 1494 par Lucas PACIOLI (1445-1509).

Ch. BOUAT

Sont également proposés:

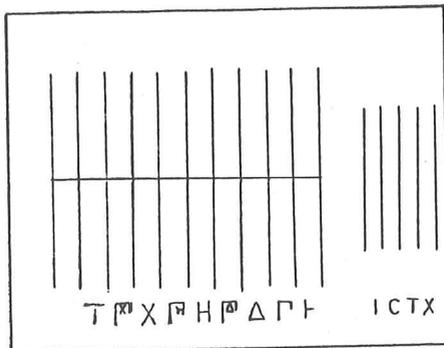
\* la table de multiplication à caractères grecs:

3 fois 1 3  
3 fois 2 6

...  
(celle-ci est conservée  
au British Museum)

|   |   |    |
|---|---|----|
| Γ | α | Γ  |
| Γ | β | Γ  |
| Γ | γ | θ  |
| Γ | Δ | Β  |
| Γ | ε | Ιε |
| Γ | ς | ΙΗ |
| Γ | ζ | Κα |
| Γ | η | ΚΔ |
| Γ | θ | ΚΖ |
| Γ | ι | λ  |

\* la table à calcul de Salamine (reproduction)

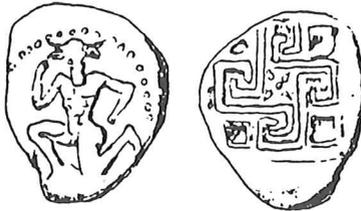


Les élèves se renseignent sur les unités de longueurs (référence aux Jeux Olympiques antiques) ou de poids (dessins de poteries grecques).

L'observation de pièces de monnaie conduit à rappeler des légendes, à établir des richesses économiques ou des faits militaires.

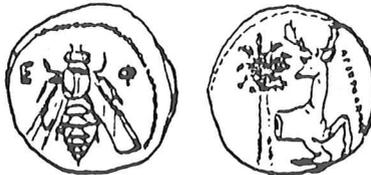
Statère de Crète (~ 450 av. J.-C.)

On reconnaît le minotaure et le labyrinthe.



Tétradrachme d'Ionie (~ 350 av. J.-C.)

Abeille - Palmier - Cerf



Pièce de 10 drachmes  
(Athènes 486 av. J.-C.)

La chouette déploie ses ailes  
après la victoire de Marathon.



Les graveurs grecs ont fait de la monnaie une œuvre d'art conférant à l'argent ses titres de noblesse.

Enfin, dans le répertoire des formules curieuses et usitées on pourra demander le sens d'une expression comme "renvoyer un travail aux calendes grecques" ?

Avec le monde romain, nous rappelons le calcul digital élément de la vie quotidienne.

Bien sûr, nous avons abordé l'écriture des nombres (elle permet toujours en 1987 de noter les siècles !) en utilisant notre brochure "*Calculus populusque romanus*" dont nous donnons ici un extrait:

### La numération romaine

Les symboles de base sont:

I (1) ; V (5) ; X (10) ; L (50) ; C (100) ; M (1000) .

V, X, L dérivent semble-t-il de simples graphies étrusques. C et M sont-ils des abréviations (centum, mille) ? Les spécialistes hésitent. Sur une inscription latine on évitera de voir toujours un nombre sur une lettre isolée, ainsi M est souvent l'abréviation de MARCUS (M.T. CICERO - Marcus Tullius CICÉRON); C: celle de Condemnare (condamner - Les Romains l'appelaient la lettre triste). ...

Le principe est additif:

|      |     |      |     |     |      |     |      |    |       |    |       |
|------|-----|------|-----|-----|------|-----|------|----|-------|----|-------|
| I    | (1) | V    | (5) | X   | (10) | L   | (50) | C  | (100) | D  | (500) |
| II   | (2) | VI   | (6) | XX  | (20) | LX  | (60) | CC | (200) | DC | (600) |
| III  | (3) | VII  | (7) | XXX | (30) | LXX | (70) |    |       |    |       |
| IIII | (4) | VIII | (8) |     |      |     |      |    |       |    |       |

... et cætera ...

On a ainsi: DCLXVI (666) et MMCCCXXIII (2323).

Ces exemples illustrent la différence avec notre écriture dite de position.

Toutefois les Romains évitaient d'écrire quatre fois consécutives le même symbole, c'est ainsi que l'on a:

|       |    |      |      |      |          |        |    |       |
|-------|----|------|------|------|----------|--------|----|-------|
|       | X  | (9)  | XL   | (40) | XC       | (90)   | CM | (900) |
| alors | XX | (19) | XLIX | (49) | MCMLXXIX | (1979) |    |       |

On ne trouve pas IXC pour (89) mais LXXXIX, ni XM pour (990).

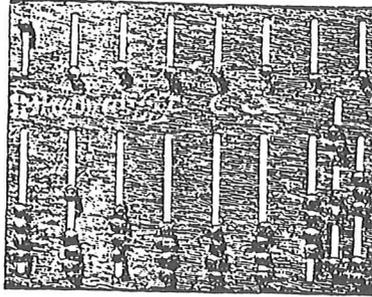
Le cas de IV pour (4) est différent. Les Romains qui ne l'employaient pas craignant, en l'écrivant, de déplaire à IVpiter.

Au-delà de mille, d'abord noté [I], on trouve: [II] pour (10000). mais aussi X, cela plus tardivement. En effet, cette dernière écriture se prête mieux aux calculs et le besoin de manipuler des grands nombres ne fut pas un besoin de la Rome pré-impériale.

Avec la décadence de l'Empire et le besoin de transcrire de grands nombres, l'écriture s'est compliquée et différenciée de multiples façons.

Les élèves ont été amenés à reproduire l'appareil à compter ou ancienne abaque.

Abaque conservée au British Museum.



Il est aisé d'introduire l'historique de cette abaque: des calculi ou cailloux sont à l'origine, enfilés sur des tiges ...

Les élèves recherchent volontiers les lointains avatars de cet appareil à compter (pratique courante en U.R.S.S. en 1987 dans divers magasins).

A titre d'anecdote religieuse, les Romains signalent les jours fastes avec un caillou blanc, d'où notre formule "marquer un jour heureux d'une pierre blanche".

S'informer du rythme de vie d'un plébéien à Rome aboutit à se préoccuper du temps (cf. *La vie quotidienne à Rome durant le siècle d'Auguste*, d'E. CARCOPINO). Les jours sont divisés en heures inégales selon la saison avec cependant la 7ème heure et la 12ème heure désignant toujours midi et la fin de la journée (cette organisation du temps sert toujours de cadre durant le Moyen-Age à la journée monastique). Les élèves apportent des reproductions de cadrans solaires, de sabliers. Enfin, une étude du calendrier julien permet une activité sur la durée (Jules César, terme bissextile et maintien à Constantinople - la deuxième Rome - et à Moscou - la troisième Rome - jusqu'en 1918).

## II- En classe de Cinquième (12-14 ans)

Nous avons poursuivi la même démarche en classe de Cinquième où la période traitée est principalement l'époque médiévale. Nous avons eu pour *objectif majeur* de montrer les *oppositions* mais aussi les *échanges* entre la *civilisation occidentale médiévale* et le *monde arabo-islamique médiéval*.

Nous avons insisté sur l'opposition entre le monde arabo-islamique média dynamique et mettant en contact des mondes forts divers et la civilisation occidentale médiévale agricole, militaire, chrétienne et apparemment figée. Dans cette dernière, les cadres intellectuels généraux sont fournis par le monde romain finissant. Le Haut Moyen-Age est la civilisation de l'oral. La reproduction d'un extrait du Livre III des *Etymologiæ* d'ISIDORE DE

SÉVILLE (570-636) rend compte de la pauvreté, voire de la régression intellectuelle. Dans ce manuscrit du 11ème siècle reproduction de l'ouvrage datant de 630 nous pouvons constater que le copiste ne paraît plus avoir conscience du sens des figures dessinées (angle droit ... vue en perspective).

Ortognonum id ē rectū angulū  
figura plana. ē enim ut angulū  
et habet angulū rectum.



"Ortognon" c'est-à-dire angle droit, figure plane. C'est aussi un triangle et il a un angle droit.

Isopleos figura plana recta et  
liberā constituta.



Isocèle, figure plane droite et précisée en dessous (ici à côté).

Sphaera est figura in rotundum  
formata. paratibus cunctis aequa  
lis.



La sphère est une figure ronde en toutes parts égales.

Cybus ē figura propria solida.  
que longitudine latitudine  
et altitudine continetur.



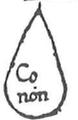
Le cube est la figure particulière qui est définie par longueur, largeur et hauteur.

Cylindrus ē figura quadrata  
habens superius arcuatum.



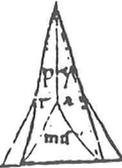
Le cylindre est une figure de base droite ayant un cercle plus au-dessus.

Conus figura que ab amplo  
in angustum finit sicut  
ortognonum.



Le cône est la figure qui, d'ample se termine étroitement en étant droite.

Pyramus ē figura que in mo-  
dum ignis ab amplo in acūm  
conspicitur. ignis enim apud  
græcos phyrin appellatur.



La pyramide est la figure qui, tel le feu, d'ample s'élève en pointe. Feu, car chez les Grecs, il est dit "phyrin".

En insistant sur la règle monastique bénédictine conservatrice de prière, de lecture, de calcul mais aussi de copie et de préservation de manuscrits, la figure du pape de l'an Mil, GERBERT D'AURILLAC (950-1003) est évoquée. La préoccupation centrale demeure tout au long de ce millénaire de fixer correctement les dates de Noël et de Pâques: célébrations majeures du christianisme.

Or ce pape s'est rendu en Péninsule Ibérique. les chiffres indo-arabes, le zéro, la numération décimale y sont connus. A cette occasion est évoquée l'évolution de notre numération.

— = ≡ ≠ ∏ ∫ ∫ ∫ ∫

Bahmi 3ème siècle av. J.-C.  
(pas de zéro)

7 2 3 8 4 6 7 5 9 0

Inde 5ème siècle après J.-C.

1 2 3 5 5 6 7 8 9 0

Occident arabe 10ème siècle

1 2 3 2 4 6 7 8 9 0

Europe 15ème siècle

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Aujourd'hui

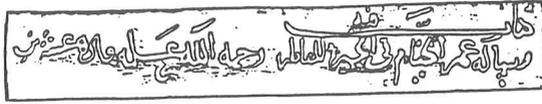
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

.....

On pourra aussi utiliser cette table des puissances de 2: 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... provenant d'un manuscrit du début du 15ème siècle.

n — 1028416.  
 t — 428288.  
 o — 262188.  
 si — 131011.  
 q — 64436.  
 p — 32108.  
 o — 16388.  
 n — 8192.  
 m — 2096.  
 l — 2028.  
 p — 1028.  
 l — 412.  
 s — 216.  
 f — 128.  
 p — 68.  
 t — 32.  
 o — 16.  
 s — 8.  
 p — 4.  
 s — 2

Les élèves disposent du bandeau du livre d'algèbre de Mohammed IBN MUSA "al jabr wa mugabala".



"Qu'Allah le miséricordieux fasse miséricorde": occasion de faire repérer algèbre ainsi qu'Allah et de souligner ainsi que toute connaissance se place, qu'il s'agisse de l'Europe Occidentale ou du monde arabo-islamique sous le patronage divin.

Très concrètement, les élèves travaillent sur le planisphère d'AL-IDRISI, géographe arabe de Cordoue qui vivait au 12ème siècle.



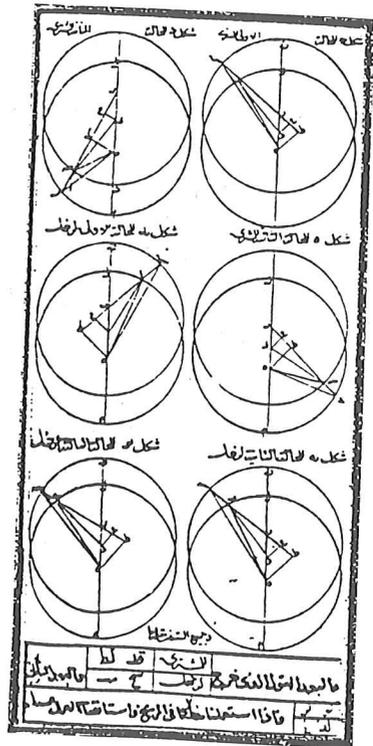
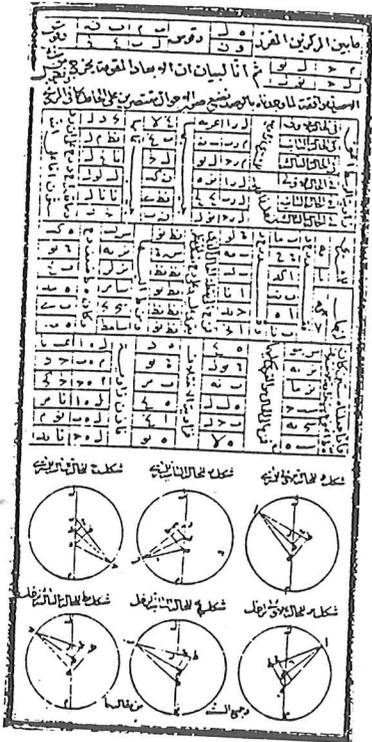
Des extraits de texte de médecins, les élèves sont amenés à constater l'apparition de mots nouveaux - nous allions écrire modernes - Abu Bakr AL-RAZI, médecin qui vivait à Bagdad au début du 10ème siècle, souligne l'importance de l'expérience et de l'esprit critique.

"La vérité en médecine est une moyenne qu'on ne peut atteindre: tout ce qu'on peut lire dans les livres a beaucoup moins de valeur que l'expérience d'un médecin qui pense et raisonne. La lecture ne fait pas le médecin, mais bien l'esprit critique et le talent d'appliquer à des cas particuliers les vérités dont il a connaissance."

Quant à Ibn Al-Baytar qui exerçait à Malaga, il s'appuyait aussi sur l'expérience et l'observation.

"Je n'ai pas accordé la priorité à l'ancien pour son ancienneté. Moi, je m'appuie sur l'expérience et sur l'observation. J'ai donné les noms des médicaments dans les différentes langues tout en m'astreignant à ne citer que ceux dont l'efficacité est constatée et établie par une expérience connue. J'ai précisé autant qu'il le faut l'orthographe de ces mots. En effet, la plupart de nos erreurs proviennent d'une mauvaise lecture ou de l'omission des copistes."

En médecine, les données arabo-islamiques font autorité en Occident jusqu'au 16ème siècle. Un répertoire de vocabulaire mathématique, artistique, commercial est dressé. Tout d'abord le décor géométrique dont on parle tant implique proportions, symétries, rotations, infini. Ensuite les termes, chèque, douane, boussole, cartes marines, mousseline, cordonnerie, maroquinerie sont d'origine arabo-islamique. La langue scientifique du Moyen-Age est l'arabe comme le souligne l'édition arabe de l'Almageste de PTOLÉMÉE (85-165), ouvrage qui contient nos principales informations sur l'histoire de l'astronomie ancienne



En Occident, durant les 12ème et 13ème siècles le mouvement des universités, leur histoire, leur organisation, leurs contenus et méthodes

symbolisée par les huit statuettes du portail droit de la façade occidentale de la cathédrale Saint Etienne d'Auxerre sont l'objet d'activités. Mais l'extrait de texte d'ADELARD DE BATH laisse deviner, malgré les affrontements guerriers et religieux tout le rayonnement scientifique du monde arabo-islamique.

"J'ai appris de mes maîtres arabes à prendre la raison pour guide. Toi, tu te contentes de suivre en captif la chaîne d'une autorité. Quel autre nom donner à l'autorité que celui de chaîne ? Comme les animaux stupides sont menés par une chaîne et ne savent ni où ni pourquoi on les conduit, ainsi la majorité d'entre vous se laissent conduire enchaînés à des croyances dangereuses par l'autorité de ce qui est écrit."

D'origine anglaise, né vers 1070 est peut-être celui qui a eu le plus de contacts avec le monde arabe: il a étudié à Tolède mais aussi en France et surtout il a voyagé en Grèce, en Asie Mineure et en Egypte. Il est un des premiers à avoir traduit les *Eléments* d'EUCLIDE en latin mais il semble avoir effectué cette traduction à partir de l'Arabe.

Au 16ème siècle, l'Europe est à même d'exploiter tout l'apport conceptuel arabo-islamique: c'est l'humanisme et les prémisses de la démarche scientifique comme nous pouvons le constater dans l'extrait suivant du *Triparty en la science des nombres* de Nicolas CHUQUET qui vécut à la fin du 15ème siècle.

"Comment la science des nombres se peult appliquer aux mesures de géométrie.

Cy commence ung petit traictié de la pratique de géométrie contenant la manière de mesurer toutes choses; desquelles aucunes sont mesurées par une dimension, aucunes par deux dimensions, et les aultres par troys.

Celles qui se mesurent par une dimension sont toutes quantités qui ont longueur sans largeur, comme une ligne, dont il en est de deux manières. C'est assavoir ligne droite et ligne courbe.

De celles qui se mesurent par deux dimensions, c'est assavoir qui ont longueur et largeur sans profondeur, comme sont toutes superficies, ilz en sont de infinies manières: aucunes sont circulaires, aucunes triangulaires, aucunes quadrangulaires, aucunes penthagones, aucunes exagones et ainsi des aultres.

De celles qui se mesurent par troys dimensions, c'est assavoir qui ont longueur, largeur et profondeur ou hauteur, ilz en sont aussi de infinies manières: aucunes sont sphériques, aucunes pyramidales, aucunes cubes, et ainsi des aultres."

On intéressera enfin les élèves en leur montrant comment, à la même époque, était disposée une multiplication (méthode dite du "grillage").

$$2324 \times 144 = 334656$$

|              |   | Multiplicatus |   |    |   |    |
|--------------|---|---------------|---|----|---|----|
|              |   | 0             | 2 | 3  | 2 | 4  |
| Multiplicans | 1 | 0             | 2 | 3  | 2 | 4  |
|              | 4 | 4             | 8 | 12 | 8 | 16 |
|              | 3 | 3             | 6 | 9  | 6 | 12 |
|              | 2 | 2             | 4 | 6  | 4 | 8  |

## Conclusion

L'Histoire des Mathématiques permet incontestablement de faire progresser la réflexion épistémologique des mathématiciens. Elle doit être aussi objet d'enseignement: les professeurs doivent s'en servir pour leurs élèves. En France, l'enseignement secondaire est dispensé par des professeurs spécialisés donc qualifiés, ce qui est bien, mais comme l'élève est un tout, le cloisonnement des disciplines doit être assoupli.

Le contexte historique, s'il est rappelé au cours de Mathématiques, montrera que les Mathématiques ne sont pas qu'un manquement abstrait mais qu'elles sont liées à des sociétés, à des civilisations. Les professeurs d'Histoire utilisant des informations mathématiques simples - au même titre que des œuvres d'art - prouveront que l'Histoire n'est pas que l'écume des choses mais le tout du passé.

Ainsi l'Histoire des Mathématiques peut contribuer à réactiver les curiosités émoussées et à enrichir la réflexion des élèves. Elle peut faire partie de nos pratiques quotidiennes d'enseignant d'histoire ou de mathématiques.

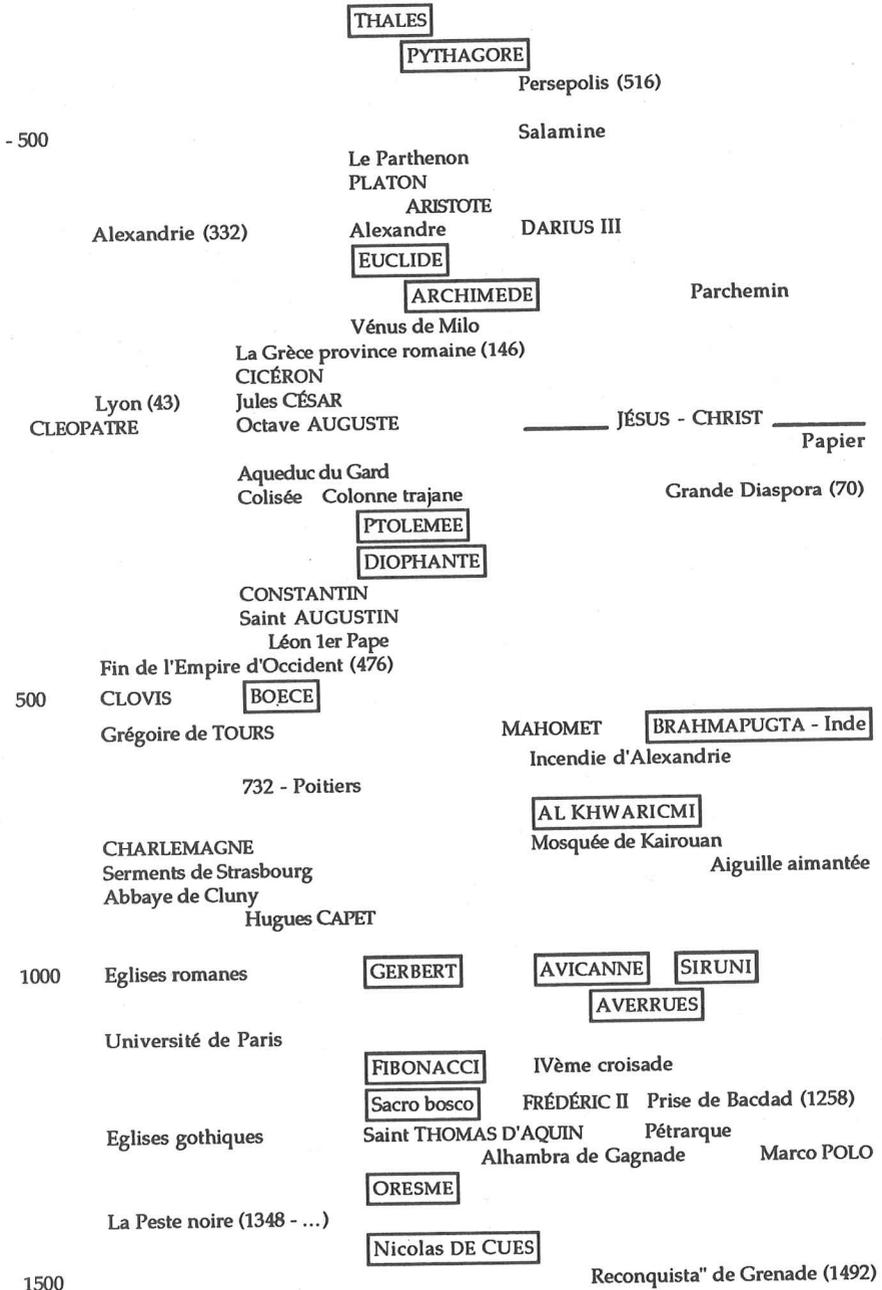
Enfin, en faisant revivre des hommes et des femmes confrontés à des problèmes que les élèves rencontrent eux-mêmes, nous réalisons une incarnation du savoir.

## Concordance chronologique

\* Dates de la fondation des villes.

|        |   |  |   |
|--------|---|--|---|
| - 3100 | Papyrus égyptiens                         |  |   |
| - 3000 | Tablettes gravées (Mésopotamie)           |  |   |
| - 2700 | Kheops - Métallurgie du bronze (Anatolie) |  |   |
|        |   | Sceaux de l'Indus - Tissage de la soie (Chine)         |   |
|        |   | .....  |   |
|        |   | HAMMOURI   | ABRAHAM                                   |
|        |   | Cités commerçantes de Syrie / Palestine                |   |
| - 1500 | AMENOPHIS IV<br>RAMSES II                 | Mycènes<br>Troie                                       | Ecriture alphabétique<br>MOISE            |
|        |   |  | "Cnuu Pei"                                |
| - 1000 |   |  | DAVID                                     |
|        |   |  | Collier d'attelage<br>Temple de Jérusalem |
|        |   | Adoption de l'alphabet<br>phénicien en Grèce<br>HOMERE |   |
|        |   | Carthage (814)*<br>Rome (753)<br>Syracuse (733)        |   |

Ch. BOUAT



## Bibliographie

Il ne peut être question de signaler tous les ouvrages dans lesquels un professeur d'Histoire trouvera des documents pour illustrer un cours fait dans le sens évoqué dans cet article. Nous ne citons donc que quelques livres, il en est bien d'autres.

- COLLETTE, *Histoire des Mathématiques*. Editions pédagogiques Montréal et Vuibert, Paris, 1973-1979.
- GUITEL, *Histoire comparée des numérations écrites*. Flammarion. Paris, 1975.
- IFRAH, *Histoire universelle des chiffres*. Seghers. Paris, 1981.
- TATON, *Histoire générale des sciences* (Tome 1). P.U.F. Paris, 1957.
- HOGBEN, *L'univers des nombres*. Pont Royal. Paris.
- SMITH, *History of mathematics*. Dover, New York, 1958.
- CAJORI, *A history of mathematical notations*. Open court C°, La Salle, 1974.
- CHAMOIX, *La civilisation grecque*. Arthaud, Grenoble.
- GRIMAL, *La civilisation romaine*. Arthaud.
- LE GOFF, *La civilisation de l'Occident médiéval*. Arthaud.
- SOURDEL, *La civilisation de l'Islam classique*. Arthaud.
- RICHE, *Gerbert d'Aurillac*. Fayard, Paris.

Dans le même esprit que cet article:

Publications de l'I.R.E.M. de Dijon (BP 138 - 21004 Dijon Cedex)  
Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques.

- BOUAT, BATAILLE et alii, *Comptes grecs*.
- BOUAT, BATAILLE et alii, *Calculus Populusque Romanus*.
- JAMBET, BOUAT et alii, *Mathématiques et Islam*.
- PLANE et alii, *Eclairs sur le Moyen-Age*.
- PLANE, *Etymologie d'Isidore de Séville* - Livre III: Mathématiques.