Une expérience d'enseignement interdisciplinaire "français - mathématiques" en première A1 (1)

Marie-Paule ROMMEVAUX
Professeur de Mathématiques
Lycée Georges Cuvier - Montbelliard
I.R.E.M. de Besançon

Cet article relate une expérience d'enseignement interdisciplinaire "français - mathématiques" faite en 1984-1985 dans une classe de première A1 (élèves de 16-17 ans) dont la dominante officielle est "lettres - sciences". L'article insiste surtout sur l'un des volets de cette expérience, celui dans lequel l'Histoire des Sciences est intervenue.

Cette expérience a été rendue possible par l'évolution des programmes officiels et la formation "autodidacte" du professeur de mathématiques à l'histoire des sciences: ce cheminement est raconté dans la première partie de l'article.

I- Une formation autodidacte en Histoire des Sciences ou "de l'effet bénéfique des programmes officiels"

Demande: Nos professeurs de lettres nous ont appris qu'il ne fallait jamais dans un devoir utiliser le "je", mais comment raconter mon itinéraire personnel sans ce précieux pronom ? JE demande que l'on ne soit pas trop sévère pour cette liberté.

Mon premier contact avec l'histoire des mathématiques a coïncidé avec mon entrée dans l'enseignement en 1968: j'appris, le jour de la rentrée, que le programme de terminale A2 (élèves de 17-18 ans) avait changé pendant les vacances. Je découvris donc qu'il me faudrait enseigner à raison d'une heure par semaine un seul chapitre de mathématiques: "Les nombres complexes", en partant du problème que pose dans $\mathbb{R}$ la résolution d'une équation du second degré pour aller jusqu'à la représentation géométrique des nombres complexes et ceci, en m'inspirant "avantageusement d'indications historiques" (2).

Heureusement le programme était suivi de commentaires et d'une bibliographie.

Fraîchement issue du C.P.R. (3), n'ayant jamais enseigné, ni assisté à une leçon prenant en compte cet aspect des mathématiques, je me trouvais un peu démunie. Mais, pourquoi ne pas tenter l'aventure ?

Deux problèmes se posaient à moi:

- celui des connaissances (j'avais bien quelques idées, ayant lu pour mon plaisir quelques *Histoire de la Science* [24] et [25] lorsque j'étais encore élève du secondaire, et les notes historiques du Traité de N. BOURBAKI lorsque j'étais étudiante, mais cela était insuffisant);
- celui de l'enseignement.

Pour les connaissances, il suffisait de trouver les bons ouvrages. Dans une petit ville de province, il faut les acheter et même les commander à Paris ! Après les achats, la lecture (cf. bibliographie [11] et [14]). Lorsque quelques connaissances me parurent suffisamment sûres, je tentai l'aventure avec, comme seule indication pédagogique: "Le professeur est libre soit de consacrer des séances spéciales à la partie historique de la question, soit de la fondre dans l'ensemble du cours" [7]; je choisis la première solution.

"L'heure de mathématiques" était le lundi matin et les garçons que j'avais alors étaient plus préoccupés par les résultats des matchs de football du dimanche que par les efforts de CARDAN et BOMBELLI ! Enfin ce ne fût pas un succès, mais je ne le ressentis pas comme un échec définitif, sûre de pouvoir un jour faire partager l'intérêt que cette étude avait éveillé en moi.

Nous connûmes ensuite la "réforme des maths modernes". Là, plus question d'histoire des mathématiques pour nos élèves mais, pour moi, pourquoi pas ? Je continuai à lire les documents acquis pour cette première expérience: mettre un homme, une vie, derrière un théorème était passionnant.

Au fil des ans, il m'apparut que les mathématiques devenaient pour nos élèves une matière de plus en plus "barbare", "éthérée", "sèche", disaient-ils ! Comment les rendre un peu humaines ? L'histoire pouvait être une solution, surtout pour les littéraires qui se sentaient de plus en plus perdus. Mais les programmes enseignés ne se prêtaient pas tellement à des échappées historiques. J'essayai quelques séances spéciales qui me demandèrent beaucoup de travail et qui eurent peu de succès. Quelques élèves cependant semblaient intéressés; j'étais sûre de tenir une bonne solution et tout aussi sûre de ne pas avoir "la manière". Sur les conseils d'un collègue de l'IREM de Besançon, j'écrivis à Henry PLANE, dont vous lirez, dans cette même brochure, les articles. La réponse contenait des suggestions très simples et qui s'avérèrent précieuses: créer un "climat" dans la classe, éveiller la curiosité des élèves avant d'en arriver à l'étude de textes de mathématiciens.

1980: une nouvelle réforme des programmes s'annonce.

1981: on me demande d'expérimenter quelques parties du nouveau programme de première A1 dont voici quelques phrases: "donner un éclairage culturel aux mathématiques", "replacer les questions dans leur contexte historique". "L'étude de quelques textes mathématiques originaux (...) est vivement conseillée.' J'avais enfin l'occasion de faire entrer officiellement une perspective historique et culturelle en classe de mathématiques.

L'aventure était tentante mais il fallait la préparer soigneusement. Je choisis deux sujets: l'ouverture vers d'autres disciplines, en l'occurrence le français et l'étude de quelques textes mathématiques. Pour le français, la recherche fut facile; Raymond QUENEAU et le groupe O.U.L.I.P.O. (Ouvroir de Littérature Potentielle) (cf. bibliographie [19] et [20]) utilisaient dans leurs recherches quelques structures mathématiques; il me suffit de choisir quelques travaux accessibles aux élèves. Pour les textes mathématiques, les difficultés sont autres: le niveau mathématique des élèves de 16-17 ans ne permet pas de choisir des textes trop récents; il faut donc choisir des textes de siècles passés et là se posent les problèmes de langues: naturelle et mathématique. Pour ce premier essai, je ne proposai aux élèves que quelques travaux du groupe O.U.L.I.P.O.: l'aspect souvent amusant des résultats créa un certain climat dans la classe et quelques allusions historiques furent bien reçues: j'avais peut-être trouvé un biais !

II- L'origine de l'expérience

A la rentrée 1982, j'ai la première classe "officielle" de première A1: une trentaine d'élèves ayant choisi cette section pour les cinq heures hebdomadaires de mathématiques qu'elle comporte; ils voulaient faire des lettres mais ne pas abandonner les mathématiques.

Ayant en tête les conseils de Henry PLANE et les résultats de la mini-expérience de l'année précédente, je commençai l'année par les travaux de l'O.U.L.I.P.O. [2].

La première surprise passée, comme l'année précédente, ces exercices créèrent une certaine ambiance propice aux ouvertures. L'étude des suites me permit une première échappée historique: je proposai des exercices faisant intervenir des nombres figurés, quelques problèmes issus du Papyrus de RHIND (env. 1800 av. J.-C.), des œuvres de RECORDE (1510-1558) que je replaçai rapidement dans le développement historique et l'environnement culturel. Ces petites interventions tombant sur un terrain propice me valurent quelques bonnes surprises: les élèves, en général, ne s'en tenaient pas là et recherchaient dans dictionnaires et encyclopédies d'autres précisions.

A propos d'un exercice d'analyse: "intersection des courbes d'équation: $y = x^2$ et $y = \frac{2}{x}$ ", je parlai de la duplication du cube; à la séance suivante, un élève m'apporta une bande dessinée racontant l'historique du "problème de DELOS". La classe était prête pour l'étude de textes plus difficiles. Pour introduire les limites et dérivées, je leur proposai le texte de L. EULER (1707-1783) donné en annexe 1 (cette version n'est pas celle que je proposai cette année-là; la présentation du texte, les questions ont été modifiées en tenant compte des réactions des élèves), qu'ils reçurent comme un travail "normal".

C'est à ce moment-là qu'il s'est produit un phénomène assez inattendu dans une classe: je parlais, bien sûr "d'infini"; ma collègue de français étudiait le texte *Disproportion de l'homme* de Blaise PASCAL (1623-1662), (cf. Annexe 6). Les élèves se posèrent une question, somme toute naturelle: parlions-nous des mêmes infinis ?

Les questions et les réponses se mirent à voyager de la classe de français à la classe de mathématiques. L'année était trop avancée pour pouvoir mettre en place un travail commun, mais le projet était envisagé.

L'année suivante, un autre problème m'attendait: préparer les élèves maintenant en terminale, au baccalauréat. Malgré les exercices dans le même esprit faits en première et terminale, l'épreuve (cf. annexe 2) les a beaucoup déroutés. Ce qui, en classe, était accepté comme une activité nouvelle et intéressante a été refusé un jour d'examen ! Un peu décevant, bien sûr, mais nos épreuves sont tellement "typées" que leur réaction est tout à fait compréhensible.

Pendant cette même année scolaire, ma collègue de français, Françoise BAUCOUR, et moi-même, n'étions pas restées inactives: nous préparions la "grande expérience" de l'année suivante.

Notre projet s'axait sur deux thèmes suggérés par mon expérience précédente: les exercices "OULIPO" nous faisaient penser que certaines méthodes et structures mathématiques pourraient aider les élèves à mieux organiser leurs devoirs de français, l'étude de textes de Blaise PASCAL était ... possible en français et en mathématiques. Enfin, ma collègue avait l'habitude de faire faire à ses élèves des exposés tendant à donner pour les siècles étudiés, l'environnement culturel, social, historique: il suffisait d'y inclure le côté scientifique.

Notre projet s'inscrivait dans le déroulement normal des cours de français et mathématiques; nous l'avons conçu ainsi:

* Les élèves ayant en fin de première l'épreuve anticipée de français du baccalauréat, cette matière devait commander la progression, les mathématiques suivraient.
* Les exercices mettant en lumière la similitude des méthodes en français et mathématiques devaient être faits en présence des deux professeurs et "mélanger" les deux matières.
* La préparation des exposés se ferait en travail semi-autonome au C.D.I. (Centre de Documentation et d'Information) du lycée.

Il nous fallait donc quelques aménagements d'emploi du temps et quelques moyens supplémentaires de reprographie en particulier.

En juin 1984, les grandes lignes du projet arrêtées, nous sommes allées demander aux proviseur et proviseur-adjoint la permission de "mettre un peu de fantaisie" dans nos cours: permission accordée, dispositions spéciales promises.

Les vacances furent studieuses, surtout pour le "prof de maths"; avant de trouver des exercices utiles pour les devoirs de français, il faut comprendre comment ceux-ci sont faits et donc réapprendre à les faire !

Début septembre fiévreux, il nous fallait choisir les thèmes d'étude communs pour les textes que les élèves présentent à l'oral de l'épreuve de français. Notre choix s'est arrêté sur: l'éducation, l'éveil de l'esprit philosophique, l'homme et Dieu, l'homme et la société.

A la rentrée, tout (ou presque) était prêt: nous avions une classe de vingt-cinq élèves, la possibilité d'intervenir ensemble dans la classe pendant quatre heures sans bousculer l'emploi du temps des élèves et un documentaliste très intéressé par notre idée et prêt à nous aider.

III- Le récit de l'expérience (4)

Nous avons, dès la semaine de la rentrée, présenté notre projet aux élèves, expliqué en commun nos objectifs, l'organisation de l'année, enfin, tout ce qui nous paraissait nécessaire, et tout de suite, nous avons commencé à travailler les exercices dits "maths-français" (bibliographie [1]). Mais nous avons très vite senti que tout ne se déroulait pas comme nous le souhaitions.

Notre projet avait été bâti sur le profil de nos élèves de 1982-83: curieux, ouverts, certes littéraires, mais aussi intéressés par les mathématiques, profil qui nous semblait correspondre aux élèves de cette section. Mais les élèves que nous avions devant nous étaient différents; un quart à peine de ces élèves avait choisi cette section pour sa spécificité, la plupart d'entre eux aurait préféré une autre section. Ce qu'ils désiraient avant tout était un cours simple et efficace pour réussir les examens, fait par le professeur et qu'il suffit d'appliquer.

Nos objectifs n'avaient sûrement pas été bien compris et nous sentions au fil des jours l'atmosphère se dégrader. Nous avons décidé au bout d'un mois et demi de "provoquer la crise": nous leur avons demandé de faire par écrit un bilan de ce qu'ils avaient appris jusque là et d'expliciter leurs difficultés. Ce fut pour nous une "volée de bois vert" ! Les exercices "maths-français" ont été qualifiés de "bla-bla-bla pour nous abuser", vouloir accéder au monde mathématique par le français et aux méthodes utilisées en français par les maths a été ressenti comme une duperie: "on ne fait pas assez de maths", "on perd son temps en français" ! Enfin, tout fut pour la majorité de la classe rejeté en bloc; le moment fut pour nous difficile à vivre, soyons honnêtes: pour les élèves aussi sûrement !

Heureusement les vacances de novembre étaient là, quelques jours pour faire calmement un bilan. Nous avons décidé de réexpliquer par écrit nos objectifs (cf. annexe 3), de laisser les travaux commencés s'achever sans commentaires, d'espacer les exercices "maths-français" si mal acceptés, de mieux cerner les sujets d'exposés et de commencer l'étude de textes en commun. Un exemple de ce nouveau travail: l'étude du texte de J.-J. ROUSSEAU (annexe 4).

Ce texte était pour notre travail intéressant à plusieurs titres:
- il révèle une facette de l'auteur, en général inconnue des élèves: "on peut être grand écrivain et faire des maths" (5);
- il pose le problème de l'enseignement des mathématiques et a donné lieu à quelques recherches et découvertes intéressantes (depuis quand ? comment ? par qui ? à quels élèves ? les mathématiques étaient-elles enseignées);
- il se prête, bien sûr, à une étude de texte en français et à un prolongement mathématique: calcul des surfaces de "gaufres isopérimétriques de formes polygonales régulières; le jeune turinois est apparu très gourmand et J.-J. ROUSSEAU peu convaincant !

Je m'étais aperçu, à l'occasion d'un exposé sur le 16ème siècle, que les élèves avaient une vision très "particulière" des mathématiques: "Nous avons l'impression que les élèves ressentent les mathématiques comme une matière "à part", somme de connaissances, identique à elle-même de toute éternité, héritée "en bloc" d'un passé incertain, monde différent du quotidien dans lequel il est impossible de pénétrer si l'on ne vous donne pas la clé", écrivait Françoise BAUCOUR dans [1]. Je savais aussi que, seuls, ils ne pourraient changer cette idée; je m'appliquai donc à faire entrer dans certains cours une démarche "totalement historique". Je le fis pour les équations du premier au troisième degré, des babyloniens au 17ème siècle. Nous avons ainsi rencontré les principales étapes de l'histoire des sciences qu'ils allaient ensuite étudier seuls pour les exposés.

Ils eurent aussi en français quelques sujets en rapport avec les sciences et les mathématiques.

L'ambiance étant plus sereine, nous avons pu début janvier reprendre quelques exercices "maths-français" et proposer à nouveau des exposés.

Les premiers exposés faits sur le 16ème siècle n'avaient pas été du tout satisfaisants: les élèves se contentant de mettre les uns après les autres les faits qu'ils rencontraient sans analyse, ni réflexion. Nous avions donc décidé de leur donner des sujets beaucoup plus précis et aussi d'imposer une méthode. les exposés devaient se faire à partir de commentaires de petits textes bien choisis ou de tableaux à commenter et expliquer.

Nous avons choisi pour les sciences au 17ème siècle: "Les idées, les découvertes, la vie des "scientifiques" au 17ème siècle, vues à travers la correspondance et les écrits des "Messieurs de l'Académie Parisienne des Sciences", fondée par le Père Marin MERSENNE", et décidé de participer beaucoup plus activement à leur élaboration en proposant nous-mêmes les documents à partir desquels il leur faudrait travailler et en suivant chaque semaine la progression pour, éventuellement, éviter les fausses pistes.

J'avais donné une autre consigne:

> "La véritable histoire des sciences ne saurait être l'inventaire des découvertes: il faut aussi se demander quels phénomènes humaines ont rendu ces découvertes possibles".
>
> R. LENOBLE dans [25].

Malgré toutes ces précautions, il m'a fallu beaucoup travailler avec le groupe qui préparait cet exposé: "Raconter l'histoire des sciences, dégager les faits marquants pour l'avenir, insister pour qu'ils fassent le même travail pour le 17ème siècle car, sans cesse, ils revenaient à "l'exposé catalogue" et ne voulaient rien abandonner de ce qu'ils avaient découvert. Le plus difficile fut le "plan": obtenir qu'il soit fait avant tout travail de rédaction n'est pas chose facile !

Finalement, le jour de l'exposé, le groupe n'avait que le plan et les textes d'appui. Il semble que cela fut un bien. Nous avions suffisamment travaillé pour que chaque intervenant connaisse bien la partie qu'il était chargé d'exposer; nous avons eu un exposé vivant et bien conduit. (On trouvera, en annexe 5, le plan de l'exposé, les documents d'appui et quelques indications bibliographiques).

Ce qui me paraissait le plus important et le plus intéressant ne fut réalisé finalement que trois fois dans l'année: l'étude de textes en commun.

J'ai déjà parlé du texte de J.-J. ROUSSEAU; nous avons aussi étudié deux textes de B. PASCAL.

B. PASCAL, "philosophe et mathématicien", est un bon auteur pour ce genre de travail, mais je pense que nous n'avons pas su très bien exploiter sa richesse.

Les deux textes choisis: *Disproportion de l'homme* (cf. annexe 6) et *La différence des ordres* (Pensée 308 - Lafuma) furent étudiés de façon différente.

Pour le premier texte, comme l'indiquent les consignes au bas de la page, les élèves ont eu à fournir une explication de texte, synthèse des réflexions de la classe entière. Nous n'étions là qu'en observateurs et comme source éventuelle de renseignements, source qui, d'ailleurs, n'a pas été sollicitée ! Sur le plan "pédagogique", cette séance fut réussie: l'étude a été faite sérieusement, les élèves se sont enfin montrés autonomes, mais la richesse du texte n'a pas, me semble-t-il, été suffisamment exploitée.

Le second texte, plus difficile, a été précédé de l'étude mathématique de "La sommation des puissances numériques". Cette étude a été faite en classe de mathématiques sans l'intervention "visible" du professeur de français. Ce travail a pris une quinzaine d'heures: l'explication a été faite pratiquement ligne par ligne avec texte d'appui (beaucoup trop nombreux, d'ailleurs ! [3]) et m'a permis d'aborder les suites, le raisonnement par récurrence et la notion de limite.

Lorsque cette étude a été terminée, le texte "La différence des ordres" a été expliqué en classe par le professeur de français, en présence du professeur de mathématiques; je ne peut que lui laisser la parole: "Il semble que nos élèves aient assez bien "saisi" les idées-forces de ce texte: les textes mathématiques "visualisant" la pensée philosophique, celle-ci synthétisant, pour certains esprits, les résultats mathématiques" [1].

Voici, rapidement évoquée, notre "aventure".

Se pose maintenant la question de l'évaluation de cette expérience. Nous n'avions prévu aucune "mesure quantitative" n'ayant aucun critère de référence; nous nous sommes contentés des "opinions" écrites des différents participants.

Seize élèves seulement ont répondu; parmi ceux-ci, cinq n'étaient pas satisfaits, et ont pensé que nous avions perdu notre temps; cinq indécis ont dit n'avoir pas compris nos objectifs et n'avoir pas su profiter de l'occasion; six enfin, ont apprécié, et deux parmi ces six ont repris goût aux mathématiques.

Le professeur de français est convaincu qu'au niveau de la méthodologie, notre collaboration a été efficace.

Le professeur de mathématiques ? Lorsqu'il y a deux ans, j'ai donné mon "sentiment", j'ai souligné l'impression d'avoir - cette année-là - fait plus de français que de mathématiques; il est vrai que, dans ce genre de collaboration, il est souvent plus facile (?) au professeur de mathématiques de se "remettre" au français qu'au professeur de français de refaire des mathématiques. Il est rare de faire des "maths" pour son plaisir, moins rare de lire des romans ou d'aller au théâtre, mais cela n'est tout de même pas suffisant: la "culture"" n'étant pas le seul aspect à développer pour réussir un devoir de français.

IV- La "morale" de ce récit

L'expérience que nous avons faite n'a pas, je pense, été une réussite pour plusieurs raisons: elle était tout d'abord beaucoup trop ambitieuse. Nous ne nous sommes pas rendu compte de la charge de travail et des "perturbations" qu'elle allait occasionner; elle avait, de plus, été conçue pour des élèves que nous ne connaissions pas, des élèves idéaux bien différents que ceux que nous avions en face de nous.

Je me rends compte maintenant qu'en réalité nous ne lui donnions pas les mêmes objectifs: ma collègue de français insiste beaucoup depuis deux ans pour que nous reprenions notre collaboration sur le plan méthodologique, estimant que l'apport de la "rigueur" mathématique est bénéfique pour le français, mais elle souligne ainsi l'aspect que, justement, je voulais estomper. Mon objectif étant plutôt de montrer aux élèves que les sciences, et en particulier les mathématiques, ne sont pas matières à part et participent comme tout le reste à l'histoire des sociétés.

Cette expérience, si elle n'a pas été toujours bien vécue par les élèves, leur a certainement apporté quelque chose au niveau culture générale au moins.

J'ai retrouvé l'année suivante ces mêmes élèves en terminale; ils étaient certainement plus "ouverts", plus réceptifs, qu'au début de leur année de première.

Une collaboration "maths-français" ponctuelle, pour l'étude de certains textes d'écrivains, de mathématiciens, pour des exposés, me paraît souhaitable et bénéfique à condition que les objectifs soient nettement fixés et acceptés par tous les participants: professeurs et élèves.

Une analyse plus fine des expériences de 82-83 et 84-85 donnerait sûrement quelques indications précieuses pour un nouvel essai; pour l'instant, nous n'avons pas eu le courage de nous y attaquer !

Cette expérience nous a cependant appris à connaître une autre matière et ceci transparaît dans notre enseignement: nous savons ce que font les élèves dans l'autre cours et pouvons en tenir compte.

Toutes ces expériences, plus ou moins réussies, m'ont montré que l'histoire des mathématiques n'est pas "seulement" un "gadget pédagogique" comme on l'a dit, c'est aussi une aide précieuse pour comprendre les difficultés des élèves à manier certains concepts. "L'histoire" de la notion de fonction (ou de nombre) est, à ce titre, exemplaire; c'est enfin une source inépuisable de problèmes: retrouver la "situation-problème" qui a suscité la naissance d'un concept aide à estomper le côté "miraculeux" et artificiel de certaines notions enseignées; c'est surtout une autre façon d'appréhender les mathématiques et de les enseigner.

Notes

(1) élèves de 16 à 17 ans
(2) Pour cette partie, cf. bibliographie [7] et [23].
(3) Centre Pédagogique Régional dans lequel les futurs professeurs reçoivent une formation professionnelle.
(4) Pour plus de détails, consulter [1] et [3] où sont donnés en annexes d'autres travaux proposés aux élèves.
(5) Les opinions des grands auteurs: Victor HUGO, STENDHAL, Louis ARAGON, etc. sur les mathématiques et leur enseignement sont toujours des sujets d'étonnement pour les élèves et de discussions animées.

Bibliographie

Autres articles sur cette expérience

[1] Bulletin de l'IREM de Besançon, n° 27 (mars 1985) et n° 29 (nov. 1985).
[2] Bulletin de l'IREM de Besançon, n° 19 (mai 1982) plus feuille d'errata.
[3] Bulletin de liaison de la Commission Inter-IREM d'Histoire et d'Epistémologie des Mathématiques. IREM Le Mans, n° 2.

Articles ou ouvrages utilisés ou utiles

[4] IREM LE MANS, Bulletins de liaison de la Commission Inter-IREM d'Histoire et d'Epistémologie des Mathématiques.
[5] Commission Inter-IREM d'Histoire et d'Epistémologie des Mathématiques - Université du Maine. Actes de l'Université d'été sur l'Histoire des mathématiques.
[6] Commission Inter-IREM d'Histoire et d'Epistémologie des Mathématiques - IREM de Montpellier. Actes du Colloque de Montpellier, 1985.
[7] B.O.E.N., n° 29 du 29-08-1968 - Arrêté du 26-07-1968.
[8] Nicolas BOURBAKI, *Eléments d'Histoire des Mathématiques*. Ed. Masson, 1984.
[9] Centre International de synthèse. *L'Œuvre scientifique de PASCAL*. P.U.F., 1964.
[10] A. DAHAN-DALMEDICO, J. PEIFFER, *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*. Ed. du Seuil, 1986.
[11] Pierre DEDRON, Jean ITARD, *Mathématiques et mathématiciens*. Ed. Magnard, 1959.
[12] Jean DIEUDONNÉ, *Pour l'honneur de l'esprit humain*. Ed. Hachette, 1987.
[13] Thomas-Marc HARRINGTON, *PASCAL philosophe*. Ed. Sedes-Cdu, 1982.
[14] Jean ITARD, *Histoire des nombres complexes*. Ed. APMEP, 1968.
[15] Alexandre KOYRE, *Du monde clos à l'univers infini*. Ed. Gallimard. Idées, 1973.
[16] Alexandre KOYRE, *Etudes d'histoire de la pensée philosophique*. Ed. Gallimard, 1971.
[17] J.F. MONTUCLA, *Histoire des mathématiques*. Librairie Blanchard, 1968.
[18] Entretiens sur l'histoire des mathématiques présentés par Emile NOEL, *Le matin des mathématiciens*. Diffusion Belin.
[19] OULIPO, *Atlas de littérature potentielle*, Ed. Gallimard, Idées, 1981.
[20] OULIPO, *La littérature potentielle*. Ed. Gallimard, Idées, 1973.
[21] Blaise PASCAL, *Œuvres complètes*. Ed. La Pléiade. Gallimard, 1954.
[22] Blaise PASCAL, *Œuvres complètes*. Ed. du Seuil, 1963.
[23] *L'heure de mathématique en terminale littéraire*. Ed. Fernand Nathan, 1968.

[24] Pierre ROUSSEAU, *Histoire de la Science*. Librairie A. Fayard, 1945. Ed. 1957.
[25] *Histoire de la Science*. Encyclopédie de la Pléiade. Gallimard, 1957.

Annexe 1

Eléments d'algèbre de Léonard EULER (1770)
(Source: Analyse 1, IREM de Marseille)

Chapitre 16
De la Résolution des équations par approximation

Questions ou éclaircissements sur le texte

776 - Lorsque les racines d'une équation ne sont par rationnelles, soit qu'on puisse les exprimer par des quantités radicales, soit qu'on n'ait pas même cette ressource, comme il arrive à l'égard des équations qui passent le quatrième degré, on est réduit à chercher des valeurs approchées des racines, en subordonnant cette approximation aux besoins de la question. On a proposé différentes méthodes à cet effet; nous allons en détailler les principales.

(Les questions étudiées ici, sont des équations de la forme: $p(x) = k$, où p est une fonction polynôme à coefficients rationnels et k est un rationnel quelconque.)

777 - Le premier moyen dont nous parlerons, suppose qu'on ait déterminé assez exactement la nature d'une racine. Qu'on sache par exemple qu'une telle valeur surpasse 4, et qu'elle est plus petite que 5. Dans ce cas, si l'on suppose cette valeur égale à 4+p, on est sûr que p exprime une fraction. Or si p est une fraction entre zéro et l'unité, le carré de p, son cube et en général toutes les puissances plus hautes de p seront encore beaucoup plus petites à l'égard de l'unité, et d'après cela, puisqu'il ne s'agit que d'une approximation, on peut les omettre dans le calcul. quand donc on aura déterminé à peu près la fraction p, on connaîtra déjà plus exactement la racine 4 + p ; on partira de là pour déterminer une nouvelle valeur encore plus exacte, et on continuera de la même manière jusqu'à ce qu'on ait obtenu l'approximation requise.

Quelle propriété des fonctions utiliser pour trouver un tel encadrement ?

Classer les nombres: 1, p, p^2, p^3, p^4, ...lorsque p est élément de [0;1].

778 - Nous éclaircirons cette méthode d'abord par un exemple facile, en cherchant par approximation la racine de l'équation: $x^2 = 20$.
On voit ici que x est plus grand que 4 et plus petit que, 5; en conséquence, on fera: $x = 4 + p$, et on aura $x^2 = 16 + 8p + p^2 = 20$; mais comme p^2 est très petit, on négligera ce terme et il restera l'équation $16 + 8p = 20$ d'où $8p = 4$. On déduit de çà: $p = \frac{1}{2}$, $x = 4 + \frac{1}{2}$, ce qui approche déjà beaucoup de la vérité.

Comment L. EULER "voit-il" que la valeur cherchée est comprise entre 4 et 5 ? Montrer ce résultat.

Donner un nouvel encadrement de la valeur cherchée.

Si donc on suppose à présent: $x = \left(4 + \frac{1}{2}\right) + p$, on est assuré que p signifie une fraction encore beaucoup plus petite qu'auparavant, et qu'on pourra négliger p^2 à bien plus forte raison. On aura donc:
$x^2 = 20 + \frac{1}{4} + 9p = 20$, ou $9p = -\frac{1}{4}$, et par conséquent: $p = -\frac{1}{36}$ donc: $x = 4 + \frac{1}{2} - \frac{1}{36} = 4 + \frac{17}{36}$

Est-il surprenant de trouver une valeur de p négative ?

Que si l'on voulait approcher encore davantage de la valeur, on ferait $x = \left(4 + \frac{17}{36}\right) + p$, et on aurait:

$$x^2 = 20 + \frac{1}{1296} + \left(8 + \frac{34}{36}\right)p = 20$$

ainsi:

$$\left(8 + \frac{34}{36}\right)p = -\frac{1}{1296}$$

$$322\,p = -\frac{36}{1296} = -\frac{1}{36}$$

d'où

$$p = -\frac{1}{36 \times 322} = -\frac{1}{11592}$$

donc

$$x = 4 + \frac{17}{36} - \frac{1}{11592} = 4 + \frac{5473}{11592}$$

valeur qui approche si fort de la vérité qu'on peut avec confiance regarder l'erreur comme nulle.

Votre calculatrice fait-elle mieux que L. EULER ?

Que pensez-vous de cette méthode ? (On peut juger la difficulté, la précision, la longueur des calculs en fonction du résultat obtenu, etc.).

Interprétation graphique de la méthode

Représenter graphiquement, point par point l'application:

$[4\,;5] \dashrightarrow [16\,;25]$

$x \dashrightarrow x^2$

avec un pas $h = 0{,}05$. On choisira comme unités graphiques 10 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.
Dans le texte, L. EULER pose d'abord: $x = 4 + p$ et cherche ensuite p tel que $16 + 8p = 20$, soit: l'abscisse du point d'intersection de la droite D d'équation $y = 20$ et de la droite D_1 d'équation $y = 16 + 8p$ (avec $p=x-4$). Tracer D et D_1 sur le graphique: retrouver les résultats donnés par le calcul.
Continuons à suivre le texte: $x = 4{,}5 + p$, on cherche alors l'intersection de D et de D_2 d'équation $y = 20{,}25 + 9p$, avec cette fois $p = x - 4{,}5$ (attention ! p désigne toujours une "petite" valeur, mais sa signification change pour chaque calcul).
Que pensez-vous des droites D_1 , D_2 ? Est-il nécessaire de continuer l'interprétation graphique ?

Reprenons des extraits du texte:

779 - Généralisons ce que nous venons d'exposer. En supposant que l'équation soit $x^2 = a$, et qu'on sache que x est plus grand que n et plus petit que n+1. Si après cela nous supposons $x = n+P$ en sorte que p doive être une fraction et que p^2 puisse se négliger comme une quantité très petite, nous aurons, $x^2 = n^2 + 2np = a$ [...] soit, par exemple, $a = 2$, c'est-à-dire qu'on demande la racine carrée de 2 [...].

(Ici a est un rationnel positif).

Trouver n et n+1 encadrant $\sqrt{2}$ et reprendre les calculs comme dans le paragraphe 778.
La méthode donne-t-elle des résultats aussi satisfaisants que pour $\sqrt{20}$?

Reprendre également l'interprétation graphique.

780 - On pourra procéder de la même manière quand il s'agira de trouver par approximation des racines cubiques, "carrée-carrée" etc.

(C'est-à-dire quatrième ...)
(a rationnel positif)
Justifier graphiquement l'existence du nombre $\sqrt[3]{a}$.

Soit donnée l'équation du troisième degré: $x^3 = a$ et qu'on se propose de trouver la valeur de $\sqrt[3]{a}$. Sachant qu'elle est à peu près n, on supposera, $x = n+p$, et omet tant p^2 et p^3 , on aura,

$$x^3 = n^3 + 3n^2p = a \text{ , ainsi } 3n^2p = a - n^3 .$$

Soit, par exemple, $x^3 = 2$ et qu'on veuille déterminer $\sqrt[3]{2}$ [...]

781 - On emploie cette méthode avec le même succès pour trouver par approximation les racines de toutes les équations.

Supposons pour mettre la chose en évidence, qu'on ait l'équation du troisième degré:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 ,$$

où n approche déjà beaucoup d'une des racines. [...]

782 - Pour appliquer ce procédé à un exemple, prenons l'équation $x^3 + 2x^2 + 3x - 50 = 0$ [...]

Or la valeur 3 n'étant pas très éloignée de la véritable, nous supposerons $n = 3$. [...]

L'étude de l'application de R_+ dans R_+ qui à x associe x^3 doit vous permettre de trouver n entier naturel tel que: $n^3 \leq 2 < (n + 1)^3$
Reprendre le calcul proposé par L. EULER trois fois de suite.
Donner une interprétation graphique des résultats.

L. EULER développe alors la méthode dans le cas général, nous la reprenons ci-dessous.

Comment dans ce cas trouver une valeur approchée de "la racine" ?
Cette équation étant du troisième degré n'a-t-elle qu'une racine ?

Un graphique, une calculatrice, peuvent peut-être vous aider à "voir" que cette équation a effectivement une racine proche de 3. (L'étude que nous commençons ici, nous permettra d'ailleurs de répondre plus tard à la question "une ou plusieurs racines ?").

Lorsque vous aurez trouvé un intervalle contenant une racine, vous reprendrez comme dans les cas précédents les calculs successifs. (Ils sont un peu plus longs ! ...)

783 - Nous ne donnerons pour les équations des degrés supérieurs au troisième que l'exemple suivant: Soit $x^5 = 6x + 10$, ou $x^5 - 6x - 10 = 0$ on remarque facilement que 1 est trop petit et que 2 est trop grand. Or si $x = n$ est une valeur assez voisine de la véritable, et qu'on fasse $x = n+p$, on aura, $x^5 = n^5 + 5n^4p$ et par conséquent

$$n^5 + 5n^4p = 6n + 6p + 10 \; [...]$$

qu'on suppose $n = 1$, [...] . On fera donc $n = 2$ et on aura [–]

Ecrire le développement de $(n + p)^5$ et "omettre" toutes les puissances de p supérieures ou égales à 2. Prendre $n = 1$ (pourquoi cette valeur est-elle trop petite ? et 2 trop grande ?), faire le calcul et dire pourquoi dans son texte L. EULER abandonne cette valeur. Prendre alors $n = 2$ et donner deux approximations de la solution.

Représenter graphiquement l'application de [2,5 ; 2] dans R qui à x, associe $x^5 - 6x - 10$ (unités graphiques: 10 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées) et comme précédemment les droites qui visualisent les calculs effectués. On comprend mieux, alors, pourquoi la valeur 1 ne convenait pas pour notre calcul.

Pour que cette méthode s'applique avec plus de sûreté, il nous faudrait connaître d'autres propriétés des fonctions, étude que nous allons entreprendre.

Annexe 2

Besançon Série A

I.- Calculs de probabilités

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles et soigneusement justifiés.

MOLIERE: *Le bourgeois gentilhomme* (Acte 2, Scène 4)

Maître de philosophie: On les peut mettre premièrement comme vous avez dit:
"Belle Marquise, vos beaux yeux me font mourir d'amour".
Ou bien: "D'amour mourir me font, belle Marquise, vos beaux yeux".
Ou bien: "Vos yeux beaux d'amour me font, belle Marquise, mourir".
Ou bien: "Mourir vos beaux yeux, belle Marquise, d'amour me font".
Ou bien: "Me font vos yeux beaux mourir, belle Marquise, d'amour".

On inscrit sur huit cartons les mots ou groupes de mots suivants: "me font", "mourir", "yeux", "Marquise", "belle", "d'amour", "vos", et "beaux". les huit cartons sont placés dans une boîte; on les tire tous, l'un après l'autre, on les place côte à côte à partir de la gauche dans l'ordre du tirage, de façon à former une "phrase". L'issue d'une telle expérience est donc une "phrase" formée de huit cartons, cette phrase ayant un sens ou non.

1°/ Combien peut-on ainsi former de "phrases" ?

2°/ Calculer la probabilité pour que la "phrase":
a) soit l'une de celles écrites par Molière,
b) commence par "belle Marquise",
c) se termine par "d'amour",
d) commence par "belle Marquise" et se termine par "d'amour",
e) commence et se termine par un adjectif.

II.- Il est demandé de faire les graphiques avec beaucoup de soins.

Soit les fonctions numériques de variable réelle:

$f : [-1\ ;5] \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : [-1\ ;5] \rightarrow \mathbb{R}$

$x \rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$ $\qquad x \rightarrow g(x) = \frac{x+10}{x+2}$

C_f, la courbe représentative de f; C_g, la courbe représentative de g, dans un plan affine muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°/ Etude des fonctions f et g: ensemble de définition, valeurs aux bornes, continuité, variations.

2°/ Représentation graphique. On représentera C_f et C_g dans un plan affine muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique: 2 cm). C_f et C_g seront représentées sur le même graphique et devront figurer entièrement dans la feuille.

On dessinera avec soin les tangetes à C_f aux points d'abscisse: $-1\ ;0\ ;1\ ;2\ ;3\ ;4\ ;5$, ainsi que les tangentes à C_g aux points d'abscisse: $-1\ ;0\ ;2$.

3°/ Résoudre graphiquement l'équation:

$x \in [-1\,;5]$ $\qquad \frac{1}{2}x^2 + 1 = \frac{x+10}{x+2}$.

En déduire les solutions de l'équation

$x \in \mathbb{R}$, $x^3 + 2x^2 - 16 = 0$.

III.- Résolution d'une équation: $x \in \mathbb{R}$, $a^x = b$, application.
L. Euler: "Introduction à l'analyse infinitésimale", chap. 6, tome 1 (Bachelier 1835).

111. L'uſage des logarithmes eſt particuliérement eſſentiel pour réſoudre les équations, dans leſquelles l'inconnue ſe trouve en expoſant. Si, par exemple, on arrive à l'équation $a^x = b$, d'où il ſaille tirer la valeur de l'inconnue x; on ne pourra y parvenir qu'en employant les logarithmes.

"L'usage des logarithmes est particulièrement essentiel pour résoudre les équations, dans lesquelles l'inconnue se trouve en exposant. Si, par exemple, on arrive à l'équation $a^x = b$, d'où il faille tirer la valeur de l'inconnue x; on ne pourra y parvenir qu'en employant les logarithmes".

1°/ A quelles conditions, sur a et b, l'équation: $x \in \mathbb{R}$, $a^x = b$, a-t-elle une et une seule solution ? Dans ce cas la résoudre.
Application:

E X E M P L E II.

Un particulier doit 400000 florins, dont il eſt convenu de payer tous les ans l'intérêt à 5 pour cent; il acquitte tous les ans 25000 florins; on demande après combien d'années ſa dette ſera entierement éteinte. Écrivons a pour la ſomme dûe 400000 fl. & b pour la ſomme 25000 fl. payée tous les ans; il devra donc au bout d'un an $\frac{105}{100}a - b$; au bout de deux ans $\left(\frac{105}{100}\right)^2 a - \left(\frac{105}{100}\right) b - b$; au bout de trois ans $\left(\frac{105}{100}\right)^3 a - \left(\frac{105}{100}\right)^2 b - \left(\frac{105}{100}\right) b - b$; & en mettant, pour abréger, n au lieu de $\frac{105}{100}$, il reſtera dû après un nombre x d'années $n^x a - n^{x-1} b - n^{x-2} b - n^{x-3} b \ldots\ldots - b$

EULER, *Introduction à l'Anal. infin.* Tome I. L

"Un particulier doit 400 000 florins, dont il est convenu de payer tous les ans l'intérêt à 5%; il acquitte tous les ans 25 000 florins; on demande après combien d'années sa dette sera entièrement éteinte.
Ecrivons a pour la somme due 400 000 florins et b pour la somme 25 000 florins payée tous les ans; il devra au bout d'un ans":

$$S_1 = \frac{105}{100} a - b$$

au bout de deux ans,

$$S_2 = \left(\frac{105}{100}\right)^2 a - \frac{105}{100} b - b \ ;$$

au bout de trois ans,

$$S_3 = \left(\frac{105}{100}\right)^3 a - \left(\frac{105}{100}\right)^2 b - \frac{105}{100} b - b \ ;$$

et en mettant pour abréger n au lieu de $\frac{105}{100}$, il restera dû après un nombre x d'années:

$$S_n = n^p a - n^{p-1} b - n^{p-2} b - \ldots - nb - b \ .$$

S2 DES QUANTITÉS EXPONENTIELLES

$= n^x a - b(1 + n + n^2 + \ldots\ldots + n^{x-1})$. Mais comme par la nature des progreſſions géométriques $1 + n + n^2 + \ldots\ldots + n^{x-1} = \frac{n^x - 1}{n - 1}$; après x années, il ſera dû $n^x a - \frac{n^x b + b}{n - 1}$ fl., quantité, qui égalée à zéro donnera cette équation $n^x a = \frac{n^x b - b}{n - 1}$,

" $S_x = n^x a - b (1 + n + n^2 + \ldots + n^{x-1})$. Mais comme par la nature des progressions géométriques

$$1 + n + n^2 + \ldots + n^{x-1} = \frac{n^x - 1}{n - 1} \ ;$$

après x années, il sera dû $n^x a - \frac{n^x b + b}{n - 1}$, quantité, qui égalée à zéro donnera cette équation

$$n^x a = \frac{n^x b - b}{n - 1} \text{"} \quad , \ldots$$

(progression = suite).

3°/ Justifier la formule $1 + n + n^2 + \ldots + n^{x-1} = \frac{n^x - 1}{n - 1}$.

Il y a manifestement une erreur d'impression, dans le texte ci-dessus. Donner une expression correcte de la forme réduite de S_x .

4°/ Résoudre l'équation $x \in \mathbb{N}$, $n^x a = \dfrac{n^x b - b}{n-1}$, en se ramenant comme l'indique Euler à une équation dans $\mathbb{R}$: $A^x = B$; il est demandé de détailler les calculs et d'indiquer les moyens de calculs utilisés (tables, calculatrice).

5°/ Voici la conclusion donné par Euler: "donc x sera un peu moindre que 33; c'est-à-dire qu'au bout de 33 ans la dette sera non seulement acquittés, mais le créancier sera tenu de rendre": 318,8 florins.
Justifier cette conclusion (on pourra calculer S_{33}).

Annexe 3

Lettre ouverte aux élèves de 1ère A1
Année 1984-85

ette lettre, nous l'avons écrite pour nous expliquer, pour vous aider à comprendre un peu mieux ce que nous voulons faire, car, sans votre participation, notre travail restera sans effet.

Or, ce qui compte, pour vous comme pour nous, c'est que vous acquerriez cette année les connaissances et les méthodes qui vous permettront d'abord de *passer le Bac* dans les meilleures conditions ensuite de *développer votre personnalité*.

Par ailleurs, l'esprit dans lequel la section A1 a été créée (équilibre maths-français, ouverture différente sur les matières ...) nous a encouragées à chercher des techniques pédagogiques différentes, reposant pour l'essentiel sur l'interdisciplinarité, d'où notre "association", qui paraît vous poser quelques problèmes.

NOS OBJECTIFS

Il s'agit pour nous de vous permettre d'obtenir un diplôme donné - le baccalauréat -, sans négliger votre épanouissement intellectuel et culturel. Pour ce faire, nous avons défini deux directions de travail:

A- L'acquisition de connaissances. Connaître la vie au 16ème ou au 18ème siècles, avoir une idée un peu précise des progrès scientifiques ou mathématiques, savoir reconnaître un tableau de RENOIR d'une gravure de DÜRER, c'est de la culture générale, et c'est ce qui vous permettra, à l'examen comme dans votre vie future, dans votre métier (quel qu'il soit), d'assumer au mieux votre "état d'homme".

"L'important est de bien faire l'homme, et dûment" écrit MONTAIGNE. Voilà, pour nous aussi, l'apprentissage fondamental qu'il vous faut faire.

B- L'acquisition d'une méthode de réflexion. Savoir lire un texte, l'analyser, mentalement ou par écrit, c'est déjà le comprendre et savoir résoudre "l'énigme" qu'il représente, et ce, qu'il s'agisse d'un texte littéraire, d'une coupure de presse ou d'un problème de maths ! Car, maths, français, histoire, physique ou sport, le schéma de pensée est le même. Seuls les outils varient.

Il fallait donc mettre au point des séries d'exercices vous permettant d'acquérir cette méthode.

CE QUE NOUS NOUS PROPOSONS DE FAIRE

Face à ces deux objectifs, complémentaires mais également capitaux, nous avons choisi de vous faire pratiquer deux types de recherches.

D'une part, *une étude systématique sur chaque siècle* au "programme" (examen oblige). Cette étude, réalisée par groupes d'intérêt (thèmes librement choisis) et d'une manière semi-autonome (travail au CDI, en bibliothèque, mise en commun, réflexion "guidée" par nous, ...), devrait vous permettre de mieux vous repérer dans le temps, d'avoir une idée plus nette de l'évolution de la pensée et des techniques, - et donc, d'acquérir une *vision critique* des connaissances (en maths comme en français).

D'autre part, l'impératif d'un examen comportant des questions écrites nous a amenées à prévoir *une étude systématique des méthodes de pensée et d'écriture*. Car on n'improvise pas une dissertation, un résumé ou la résolution d'un problème de maths: on l'apprend et on l'applique. Or, il se trouve que les schémas de pensée - lecture, analyse, synthèse, rigueur, cohérence, ... - sont *communs*. Pourquoi, dès lors, ne pas en réaliser l'apprentissage *en commun* ? C'est ce que nous tentons de faire par les exercices que nous vous avons proposés et que nous vous proposerons dans l'avenir. Il faut ici:

- briser le cloisonnement traditionnel entre matières;
- acquérir les schémas de base évoqués plus haut: lire correctement et jusqu'au bout avant d'essayer d'interpréter; analyser honnêtement et rigoureusement les éléments fournis; savoir trier puis organiser ces éléments pour parvenir à la solution. Cet aspect est *indispensable en maths* et *fondamental en résumé*, c'est pourquoi nous avons commencé par cet exercice;
- être capable de communiquer à autrui les données ainsi définies: il faut donc apprendre à écrire, à rédiger convenablement. Ce sera la prochaine étape de votre travail ... et du nôtre !

Pour des raisons de temps, il est impossible de poursuivre systématiquement cette acquisition toute l'année. Aussi, au second trimestre, nous aborderons un autre type d'approche, celle du commentaire, mais de la même façon, c'est-à-dire *par petits exercices progressifs*. Là encore, l'outil mathématique ne saurait être négligé et l'approche "littéraire" de cet exercice vous aidera en contre partie à voir d'autres aspects de votre programme de maths (étude de textes originaux, organisation des données, ...).

Complémentarité donc, encore et toujours, des deux matières. De même, l'apprentissage de la méthode de dissertation fait appel à un raisonnement rigoureux, un peu plus difficile, d'où la décision de ne l'entreprendre qu'au dernier trimestre, quand votre esprit sera suffisamment entraîné.

Voilà nos buts et nos propositions. Ils ont été longuement mûris depuis deux ans.

Notre intention n'a pas été de vous "abuser par du bla-bla-bla" (citation de l'un d'entre vous), ni de vous piéger d'aucune manière (les exercices ont été choisis en fonction de leurs facilité), - mais de *vous apprendre à analyser et à réfléchir*, pour que vous soyez à même de résoudre au mieux les épreuves à venir, à l'école comme dans la vie.

A vous d'en tirer le maximum de profit.

Vos "profs" de maths et de français

Annexe 4

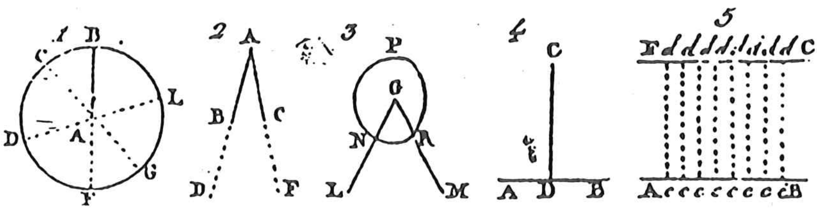
Jean-Jacques ROUSSEAU.

Cet auteur nous a révélé, dans *Les confessions*, ses diverses activités de précepteur. En ce qui concerne l'enseignement de la mathématique, ses expériences lui ont inspiré un manuel de géométrie et des passages dans *L'Emile*.

PREMIERE PROPOSITION.

Tous les rayons d'un même cercle sont égaux entr'eux.

DÉMONSTRATION. Pour ſormer le cercle BCDFGLB, (*Fig.* 1.) nous avons dit qu'il ſalloit ſaire tourner la ligne AB au tour du point A. Or, lorſque le point B en tournant eſt ſur le point C, toute la ligne AB ſe trouve ſur la ligne AC ; ſans quoi deux lignes droites renfermeroient un eſpace, ce qui eſt impoſſible ; le rayon AC eſt donc égal à la ligne AB. On prouvera de la même maniere que les rayons AD, AF, AG, etc. ſont auſſi égaux à la ligne AB ; ils ſont donc tous égaux entr'eux.



Voici le passage de *l'Emile* consacré à l'enseignement de la géométrie:

J'ai dit que la géométrie n'était pas à la portée des enfants; mais c'est notre faute. Nous ne sentons pas que leur méthode n'est point la nôtre, et que ce qui deviens pour nous l'art de raisonner ne doit être pour eux que l'art de voir. Au lieu de leur donner notre méthode, nous ferions mieux de prendre la leur; car notre manière d'apprendre la géométrie est bien autant une affaire d'imagination que de raisonnement. Quand la proposition est énoncée, il faut en imaginer la démonstration, c'est-à-dire trouver de quelle proposition déjà sue celle-là doit être une conséquence, et, de toutes les conséquences qu'on peut tirer de cette même proposition, choisir précisément celle dont il s'agit.

De cette manière, le raisonneur le plus exact, s'il n'est pas inventif, doit rester court. Aussi qu'arrive-t-il de là ? Qu'au lieu de nous faire trouver les démonstrations, on nous les dicte; qu'au lieu de nous apprendre à raisonner, le maître raisonne pour nous et n'exerce que notre mémoire.

Faites des figures exactes, combinez-les, posez-les l'une sur l'autre, examinez leurs rapports; vous trouverez toute la géométrie élémentaire en marchant d'observation en observation, sans qu'il soit question ni de définitions, ni de problèmes, ni d'aucune autre forme démonstrative que la simple superposition. Pour moi, je ne prétends point apprendre la géométrie à Emile, c'est lui qui me l'apprendra, je chercherai les rapports, et il les trouvera; car je les chercherai de manière à les lui faire trouver. Par exemple, au lieu de les servir d'un compas pour tracer un cercle, je le tracerai avec une point au bout d'un fil tournant sur un pivot. Après cela, quand je voudrai comparer les rayons entre eux, Emile se moquera de moi, et il me fera comprendre que le même fil toujours tendu ne peut avoir tracé des distances inégales. (...)

On néglige la justesse des figures, on la suppose, et l'on s'attache à la démonstration. Entre nous, au contraire, il ne sera jamais question de démonstration; notre plus importante affaire sera de tirer des lignes bien droites, bien justes, bien égales; de faire un carré bien parfait, de tracer un cercle bien rond. Pour vérifier la justesse de la figure, nous l'examinerons par toutes ses propriétés sensibles; et cela nous donnera occasion d'en découvrir chaque jour de nouvelles. Nous plierons par le diamètre les deux demi-cercles; par la diagonale, les deux moitiés du carré; nous comparerons nos deux figures pour voir celle dont les bords conviennent le plus exactement, et par conséquent la mieux faite; nous disputerons si cette égalité de partage doit avoir toujours lieu dans les parallélogrammes, dans les trapèzes, etc. On essayera quelquefois de prévoir le succès de l'expérience avant de la faire; on tâchera de trouver des raisons, etc.

La géométrie n'est pour mon élève que l'art de se bien se servir de la règle et du compas; il ne doit point la confondre avec le dessin, où il n'emploiera ni l'un ni l'autre de ces instruments. La règle et le compas seront enfermés sous la clef, et l'on ne lui en accordera que rarement l'usage et pour peu de temps, afin qu'il ne s'accoutume pas à barbouiller; mais nous pourrons quelquefois porter nos figures à la promenade, et causer de ce que nous aurons fait, ou de ce que nous voudrons faire.

Je n'oublierai jamais d'avoir vu à Turin un jeune homme à qui, dans son enfance, on avait appris les rapports des contours et des surfaces en lui donnant chaque jour à choisir dans toutes les figures géométriques des gaufres isopérimètres. Le petit gourmand avait épuisé l'art d'ARCHIMEDE pour trouver dans laquelle il y avait le plus à manger.

Annexe 5

Exposé sur les Sciences au 16ème siècle

"Les idées, les découvertes, la vie des "scientifiques" au 16ème siècle vues à travers la correspondance et les écrits des "Messieurs de l'Académie Parisienne de Science" fondée par le père Marin MERSENNE".

I - Présentation: Des humanistes à la création de l'Académie des Sciences

A/ L'évolution vue par Fontenelle (document 1)
Après lecture du texte, certains points sont repris et expliqués:

* ce qui s'est passé au 16ème siècle;
* les nouvelles idées au début du 17ème siècle;
* communication entre les savants (place de MERSENNE: lecture de textes de DESCARTES et PASCAL).

B/ Les changements à partir de la Fronde

* l'événement en lui-même (1648-1652): évocation très rapide;
* la situation des savants, d'où la création de l'Académie des Sciences par COLBERT (1666).

C/ Quelques dates importantes

II - Les idées

A/ La "mathématisation" du réel

* On brise les "limites", du "monde clos à l'univers infini" ... Texte de PASCAL *"disproportion de l'homme"* (document 2): B. PASCAL utilise cette "déstabilisation" de l'homme dans l'univers pour son Apologie.
* Refus de l'autorité des livres dans le domaine scientifique: commentaire des textes de G. GALILÉE et R. DESCARTES (document 2). lecture de textes: le "mécanisme" de MERSENNE et R. DESCARTES.

B/ L'expérimentation

Commentaire des textes du document 3.
Lecture d'un texte décrivant l'expérience de GALILÉE devant le Grand Duc de Pise, appuyée par le tableau de Giuseppe BEZZUOLI.

III - Les découvertes

Le changement d'esprit est plus important que les découvertes concrètes. Quelques découvertes sont citées: lunette astronomique de GALILÉE, microscope, circulation du sang, etc.

Conclusion

Grandes lignes de l'évolution après cette période.

Remarque: L'étude du 18ème siècle n'a pu être abordée sous cette forme faute de temps, heureusement !
Que serions-nous devenus devant une telle richesse ? ...

Bibliographie fournie: Extraits de

R. MANDROU, *Histoire de la pensée européenne*. Ed. du Seuil.
A. KOYRE, *Etude d'histoire de la pensée philosophique*. Ed. Gallimard. Tel.
R. DESCARTES, *Œuvres complètes*. Ed. Gallimard, La Pléiade.
B. PASCAL, *Œuvres complètes*. Ed. Gallimard, La Pléiade.
Articles de revues scientifiques, de brochures des IREM.
Ouvrages généraux sur l'histoire des sciences présents au C.D.I.

LORSQU'APRÈS une longue barbarie, les Sciences & les Arts commencèrent à renaître en Europe, l'Eloquence, la Poésie, la Peinture, l'Architecture, sortirent les premiers des ténèbres, et dès le siècle passé elles reparurent avec éclat. Mais les Sciences d'une méditation plus profonde, telles que les Mathématiques & la Physique, ne revinrent au monde que plûtard, du moins avec quelque sorte de perfection, & l'agréable qui a presque toûjours l'avantage sur le solide, eut alors celui de le précéder.

Ce n'est guère que de ce siècle-ci, que l'on peut compter le renouvellement des Mathématiques & de la Phisique, M. Descartes & d'autres grands hommes y ont travaillé avec tant de succès, que dans ce genre de littérature, tout a changé de face.

Ce goût de Philosophie assés universellement répandu, devoit produire entre les Savans l'envie de se communiquer mutuellement leurs lumières. Il y a déja plus de 50 ans que ceux qui étoient à Paris se voyoient chés le P. Mersenne, qui étant ami des plus habiles gens de l'Europe, se faisoit un plaisir d'être le lien de leur commerce. MM. Gassendi, Descartes, Hobbes, Roberval, les deux Pascal père et fils, Blondel, et quelques autres, s'assembloient chés lui. Il leur proposoit des problêmes de Mathématique, ou les prioit de faire quelques expériences par rapport à de certaines vûës, et jamais on n'avoit cultivé avec plus de soin les Sciences qui naissent de l'union de la Géometrie et de la Phisique.

GALILÉE:

"La philosophie est écrite dans ce livre qui est éternellement ouvert devant nos yeux - je veux dire l'Univers - mais on ne peut le lire avant d'avoir appris la langue et s'être familiarisé avec les caractères dans lesquels elle est écrite. Elle est écrite en langage mathématique, et ses lettres sont d'autres figures géométriques, moyens sans lesquels il est humainement impossible de comprendre un seul mot, sans lesquels l'on erre en vain dans un obscur labyrinthe".

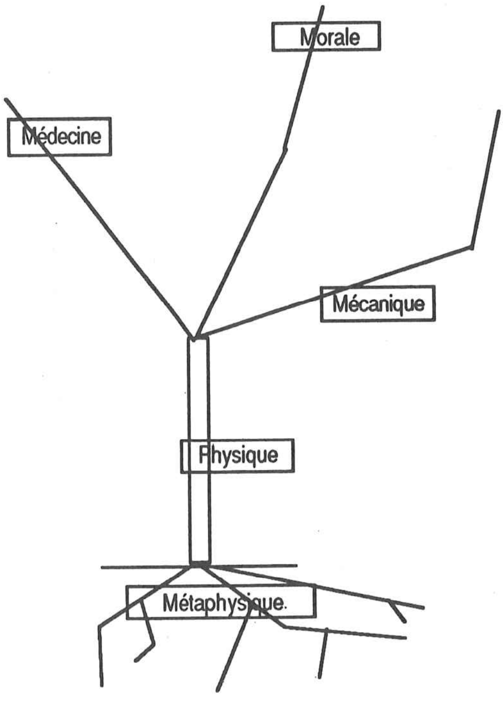
PASCAL

(Disproportion de l'homme; extrait):

Que l'homme contemple donc la nature entière dans sa haute et pleine majesté, qu'il éloigne sa vue des objets bas qui l'environnent. Qu'il regarde cette éclatante lumière mise comme une lampe éternelle pour éclairer l'univers, que la terre lui paraisse comme un point au prix du vaste tour que cet astre décrit, et qu'il s'étonne de ce que ce cas tour lui-même n'est qu'une pointe très délicate à l'égard de celui que ces astres, qui roulent dans le firmament, embrassent. Mais si notre vue s'arrête là que l'imagination passe outre, elle se lassera plutôt de concevoir que la nature de fournir. Tout le monde visible n'est qu'un trait imperceptible dans l'ample sein de la nature. Nulle idée n'en approche, nous avons beau enfler nos conceptions au-delà des espaces imaginables, nous n'enfantons que des atomes au prix de la réalité des choses. C'est une sphère infinie dont le centre est partout, la circonférence nulle part.

DESCARTES

L'arbre de la connaissance



Descartes

"Ainsi toute la philosophie est comme un arbre, dont les racines sont la métaphysique, le tronc est la physique, et les branches qui sortent de ce tronc sont toutes les autres sciences qui se réduisent à trois principales, à savoir la médecine, la mécanique et la morale; j'entends la plus haute et la plus parfaite morale, qui présupposant une entière connaissance des autres sciences, est le dernier degré de la sagesse".

L'expérimentation

Pascal: Préface sur la traité du vide

Dans les matières où l'on recherche seulement de savoir ce que les auteurs ont écrit, comme dans l'histoire, dans la géographie, dans la jurisprudence, dans les langues et surtout dans la théologie, et enfin dans toutes celles qui ont pour principe, ou le fait simple, ou l'institution divine ou humaine, il faut nécessairement recourir à leurs livres, puisque tout ce que l'on en peut savoir y est contenu: d'où il est évident que l'on peut en avoir la connaissance entière, et qu'il n'est pas possible d'y rien ajouter.

S'il s'agit de savoir qui fut le premier roi des Français; en quel lieu les géographes placent le premier méridien; quels mots sont usités dans une langue morte, et toutes les choses de cette nature, quels autres moyens que les livres pourraient nous y conduire ? Et qui pourra rien ajouter de nouveau à ce qu'ils nous apprennent, puisqu'on ne veut savoir que ce qu'ils contiennent ? C'est l'autorité seule qui nous en peut éclaircir. Mais où cette autorité a la principale force, c'est dans la théologie, parce qu'elle y est inséparable de la vérité, et que nous ne la connaissons que par elle: de sorte que pour donner la certitude entière des matières les plus incompréhensibles à la raison, il suffit de les faire voir dans les livres sacrés (comme pour montrer l'incertitude des choses les plus vraisemblables, il faut seulement faire voir qu'elles n'y sont pas comprises); parce que ses principes sont au-dessus de la nature et de la raison, et que, l'esprit de l'homme étant trop faible pour y arriver par ses propres efforts, il ne peut parvenir à ces hautes intelligences s'il n'y est porté par une force toute puissante et surnaturelle.

Il n'en est pas de même des sujets qui tombent sous le sens ou sous le raisonnement: l'autorité y est inutile; la raison seule a lieu d'en connaître. Elles ont leurs droits séparés: l'une avait tantôt tout l'avantage; ici l'autre règne à son tour. Mais comme les sujets de cette sorte sont proportionnés à la portée de l'esprit, il trouve une liberté tout entière de s'y étendre: sa fécondité inépuisable produit continuellement, et ses inventions peuvent être tout ensemble sans fin et sans interruption...

C'est ainsi que la géométrie, l'arithmétique, la musique, la physique, la médecine, l'architecture, et toutes les sciences qui sont soumises à l'expérience et au raisonnement, doivent être augmentées pour devenir parfaites. Les anciens les ont trouvées seulement ébauchées par ceux qui les ont précédés; et nous les laisserons à ceux qui viendront après nous en un état plus accompli que nous ne les avons reçues.

Récit de l'expérience du Puy de Dôme (extrait)

Je ne saurais mieux vous témoigner la circonspection que j'apporte avant que de m'éloigner des anciennes maximes, que de vous remettre dans la mémoire l'expérience que je fis ces jours passés en votre présence avec deux tuyaux l'un dans l'autre qui montre apparemment le vide dans le vide. Vous vîtes que le vif-argent du tuyau intérieur demeura suspendu à la hauteur où il se tient par l'expérience ordinaire, quand il était contrebalancé et pressé par la pesanteur de la masse entière de l'air, et qu'au contraire, il tomba entièrement, sans qu'il lui restât aucune hauteur ni suspension, lorsque, par le moyen du vide dont il fut environné, il ne fut plus du tout pressé ni contrebalancé d'aucun air, en ayant été destitué de tous côtés. Vous vîtes ensuite que cette hauteur ou suspension du vif-argent augmentait ou diminuait à mesure que la pression de l'air augmentait ou diminuait, et qu'enfin toutes ces diverses hauteurs ou suspensions du vi-argent se trouvaient toujours proportionnées à la pression de l'air.

Certainement, après cette expérience, il y avait lieu de se persuader que ce n'est pas l'horreur du vide, comme nous estimons, qui cause la suspension du vif-argent dans l'expérience ordinaire, mais bien la pesanteur et pression de l'air, qui contrebàlance la pesanteur du vif-argent. Mais parce que tous les effets de cette dernière expérience des deux tuyaux, qui s'expliquent si naturellement par la seule pression et pesanteur de l'air, peuvent encore être expliqués assez probablement par l'horreur du vide, je me tiens dans cette ancienne maxime, résolu néanmoins de chercher l'éclaircissement entier de cette difficulté par une expérience décisive.

Annexe 6

199-72 H. Disproportion de l'homme.

9. – *(Voilà où nous mènent les connaissances naturelles.*

Si celles-là ne sont véritables il n'y a point de vérité dans l'homme, et si elles le sont il y trouve un grand sujet d'humiliation, forcé à s'abaisser d'une ou d'autre manière.

Et puisqu'il ne peut subsister sans les croire je souhaite avant que d'entrer dans de plus grandes recherches de la nature, qu'il la considère une fois sérieusement et à loisir, qu'il se regarde aussi soi-même – et qu'il juge s'il a quelques proportion avec elle, par la comparaison qu'il fera de ces deux objets.)

Que l'homme contemplè donc la nature entière dans sa haute et pleine majesté, qu'il éloigne sa vue des objets vas qui l'environnent. Qu'il regarde cette éclatante lumière mise comme une lampe éternelle pour éclairer l'univers, que la terre lui paraisse comme un point au prix du vaste tour que cet astre décrit, et qu'il s'étonne de ce que ce vaste tour lui-même n'est qu'une pointe très délicate à l'égard de celui que ces astres, qui roulent dans le firmament, embrassent. Mais si notre vue s'arrête là que l'imagination passe outre, elle se lassera plutôt de concevoir que la nature de fournir. Tout le monde visible n'est qu'un trait imperceptible dans l'ample sein de la nature. Nulle idée n'en approche, nous avons beau enfler nos conceptions au-delà des espaces imaginables, nous n'enfantons que des atomes au prix de la réalité des choses. C'est une sphère infinie dont le centre est partout, la circonférence nulle part. Enfin, c'est le plus grand caractère sensible de la toute-puissance de Dieu que notre imagination se perde dans cette pensée.

Que l'homme étant revenu à soi considère ce qu'il est au prix de ce qui est, qu'il se regarde comme égaré, et que de ce petit cahot où il se trouve logé, j'entends l'univers, il apprend à estimer la terre, les royaumes, les villes, les maisons et soi-même, son juste prix.

Qu'est-ce qu'un homme, dans l'infini ?

Mais pour lui présenter un autre prodige aussi étonnant, qu'il recherche dans ce qu'il connaît les choses les plus délicates, qu'un ciron lui offre dans la petitesse de son corps des parties incomparablement plus petites, des jambes avec des jointures, des veines dans ses jambes, du sang dans ses veines, des humeurs dans ce sang, des gouttes dans ces humeurs, des vapeurs dans ces gouttes, que divisant encore ces dernières choses il épuise ses forces en ces conceptions et que le dernier objet où il peu arriver soit maintenant celui de notre discours. Il pensera peut-être que c'est là l'extrême petitesse de la nature.

Je veux lui faire voir là-dedans un abîme nouveau. Je lui veux peindre non seulement l'univers visible, mais l'immensité qu'on peut concevoir de la nature dans l'enceinte de ce raccourci d'atome, qu'il y voie une infinité d'univers, dont chacun a son firmament, ses planètes, sa terre, en la même proportion que le monde visible, dans cette terre des animaux, et enfin des cirons dans lesquels il retrouvera ce que les premiers ont donné, et trouvant encore dans les autres la même chose sans fin et sans repos, qu'il se perdra dans ces merveilles aussi étonnantes dans leur petitesse; que les autres par leur étendue, car qui n'admirera que notre corps, qui tantôt n'était pas perceptible dans l'univers imperceptible lui-même dans le sein du tout, soit à présent un colosse, un monde ou plutôt un tout à l'égard du néant où l'on ne peut arriver. Qui se considèrera de la sorte s'effraiera de soi-même et se considérant soutenu dans la masse que la nature lui a donnée entre ces deux abîmes de l'infini et du néant, il tremblera dans la vue de ces merveilles et je crois que sa curiosité se changeant en admiration, il sera plus disposé à les contempler en silence qu'à les rechercher avec présomption.

Car enfin qu'est-ce que l'homme dans la nature ? Un néant à l'égard de l'infini, un tout à l'égard du néant, un milieu entre rien et tout, infiniment éloigné de comprendre les extrêmes; la fin des choses et leurs principes sont pour lui invenciblement cachés dans un secret impénétrable.

Egalement – incapable de voir le néant d'où il est tiré et l'infini où il est englouti.

Que fera(-t-)il donc sinon d'apercevoir quelques apparence du milieu des choses dans un désespoir éternel de connaître ni leur principe ni leur fin. Toutes choses sont sorties du néant et portées jusqu'à l'infini. Qui suivra ces étonnantes démarches ? L'auteur de ces merveilles les comprend. Tout autre ne le peut le faire.

Voici un texte de Blaise Pascal, extrait des Pensées.

* Vous devez, tous ensemble et en 1h 30:

a) établir un plan du texte en tenant compte de la cohérence du raisonnement.

b) réaliser et présenter l'explication linéaire des lignes 1-20.

* Vous devez utiliser tous les moyens à votre disposition pour élucider, expliquer ou commenter le texte.

La différence des ordres

La distance infinie des corps aux esprits figure la distance infiniment plus infinie des esprits à la charité, car elle est surnaturelle.

Tout l'éclat des grandeurs n'a point de lustre pour les gens qui sont dans les recherches de l'esprit. La grandeur des gens d'esprit est invisible aux rois, aux riches, aux capitaines, à tous ces grands de chair (1). La grandeur

de la sagesse, qui n'est nulle sinon de Dieu, est invisible aux charnels et aux gens d'esprit. Ce sont trois ordres différents de genre (2).
Les grands génies ont leur empire, leur éclat, leur grandeur, leur victoire et leur lustre, et n'ont nul besoin des grandeurs charnelles, où elles n'ont pas de rapport. Ils sont vus non des yeux, mais des esprits ; c'est assez.
Les saints ont leur empire, leur éclat, leur victoire, leur lustre, et n'ont nul besoin des grandeurs charnelles ou spirituelles, où elles n'ont nul rapport, car elles n'y ajoutent ni ôtent. Ils sont vus de Dieu et des anges, et non des corps, ni des esprits curieux : Dieu leur suffit.
Archimède, sans éclat, serait en même vénération (3). Il n'a pas donné des batailles pour les yeux, mais il a fourni à tous les esprits ses inventions. Oh ! qu'il a éclaté aux esprits ! Jésus-Christ, sans bien, et sans aucune production au-dehors de science, est dans son ordre de sainteté. Il n'a point donné d'invention, il n'a point régné ; mais il a été humble, patient, saint, saint, saint à Dieu, terrible aux démons, sans aucun péché. Oh ! qu'il est venu en grande pompe et en une prodigieuse magnificence, aux yeux du cœur, et qui voient la sagesse !
Il eût été inutile à Archimède de faire le prince dans ses livres de géométrie, quoiqu'il le fût. Il eût été inutile à notre Seigneur Jésus-Christ, pour éclater dans son règne de sainteté, de venir en roi : mais il y est bien venu avec l'éclat de son ordre (4) !
Il est bien ridicule de se scandaliser de la bassesse de Jésus-Christ, comme si cette bassesse était du même ordre duquel est la grandeur qu'il venait faire paraître. Qu'on considère cette grandeur-là dans sa vie, dans sa passion, dans son obscurité, dans sa mort, dans l'élection des siens, dans leur abandon, dans sa secrète résurrection, et dans le reste ; on la verra si grande, qu'on n'aura pas sujet de se scandaliser d'une bassesse qui n'y

1. En juin 1652, Pascal écrivait à la reine Christine de Suède : « le pouvoir des rois sur ses sujets n'est, ce me semble, qu'une image du pouvoir des esprits sur les esprits... Ce second empire me paraît même d'un ordre d'autant plus élevé que les esprits sont d'un ordre plus élevé que les corps. »

2. Différents de genre : c'est le terme utilisé dans l'énoncé latin du canon generalis (ou règle générale) de la *Sommation des puissances numériques* : « quantitates cujusvis generis quantitati superioris generis additas nihil ei superaddere » (des quantités d'un genre quelconque ajoutées a une quantité d'un genre supérieur, ne lui ajoutent rien).

3. Archimède (287-212) est aux yeux de Pascal, comme de ses prédécesseurs et de ses contemporains, le géomètre par excellence. Le XVIIe siècle reçoit en effet son héritage, le reprend et essaie de le continuer qu'il s'agisse notamment de la détermination des centres de gravité, ou des problèmes de quadrature et cubature (questions traitées par Pascal dans ses travaux sur la cycloïde en 1658-1659).

4. Du Christ, Pascal écrit ailleurs : « jamais homme n'eut tant d'éclat ; jamais homme n'a eu plus d'ignominie. Tout cet éclat n'a servi qu'à nous pour nous le rendre reconnaissable ; et il n'en a rien eu pour lui » (*Pensées*, Lafuma 499). Telle est la charité.

est pas. Mais il y en a qui ne peuvent admirer que les grandeurs charnelles, comme s'il n'y en avait pas de spirituelles; et d'autres qui n'admirent que les spirituelles, comme s'il n'y en avait pas d'infiniment plus hautes dans la sagesse.

Tous les corps, le firmament, les étoiles, la terre et ses royaumes, ne valent pas le moindre des esprits; car il connaît tout cela, et soi; et les corps, rien. Tous les corps ensemble, et tous les esprits ensemble, et toutes leurs productions, valent pas le moindre mouvement de charité; cela est d'un ordre infiniment plus élevé.

De tous les corps ensemble, on ne saurait en faire réussir une petite pensée : cela est impossible, et d'un autre ordre. De tous les corps et esprits, on n'en saurait tirer un mouvement de vraie charité : cela est impossible, et d'un autre ordre, surnaturel (5).

5. Ainsi y a-t-il, entre les ordres, une rupture, une hétérogénéité radicales. On pourrait dire : comme entre les ordres de grandeurs, ou bien encore : comme entre les indivisibles et les grandeurs à composer (dans la querelle dont l'opuscule sur *l'Esprit géométrique* est, on l'a vu, le témoin).
Mais entre les ordres existe aussi un rapport d'image à modèle, comme une homothétie : ce que Pascal désigne sous le verbe « figurer ». C'est pourquoi, s'il est aussi vain de vouloir composer un mouvement de charité à partir des corps ou des esprits, qu'il est vain de prétendre composer une surface à partir de lignes sans épaisseur, il existe malgré tout, entre ces hétérogènes, une sorte de parenté, chacun exprimant l'autre en son ordre.

Sommation des puissances numériques

Voir en annexe de l'article de Jacqueline Guichard, page 162.