Une approche historique du thème: Problème de maximum et de minimum avec des élèves de premières et de terminales

Marie-Françoise JOZEAU
Professeur de Mathématiques
Lycée Gérard de Nerval- Luzarches
I.R.E.M. de Paris VII

Il me semble absolument indispensable et enrichissant de montrer aux élèves que les mathématiques ne sont pas figées une bonne fois pour toutes. Leur évolution s'est faite peu à peu, de façon non linéaire et elle prend racine et naissance dans le contexte d'une époque.

Science rigoureuse, science parfaite, ... peut-être faut-il démystifier cette idée et la replacer face à une époque. Cette rigueur n'est-elle pas différente suivant les connaissances de l'époque où un concept se développe et s'élabore ? La démarche de recherche est faite de va-et-vient et je trouve très utile de montrer aux élèves qu'une démonstration bien présentée est le fruit d'un travail imparfait, qui s'élabore peu à peu,. Cela permet aux élèves de bien différencier "recherche d'un problème" et "travail à présenter".

Pour moi, les mathématiques sont vivantes. J'aime montrer aux élèves comment un concept se met peu à peu en place et leur en montrer les différentes approches. Celles-ci peuvent être mises en évidence en leur montrant la découverte d'un même concept dans les diverses civilisations, avec l'utilisation "d'outils" variés. La problématique de l'époque permet d'aborder la même notion sous des angles différents.

N'est-il pas intéressant, amusant, de mettre en lumière les liens existant entre les mathématiques et l'architecture, la peinture, la musique, ... ? Les élèves de nos classes sont très divers et chacun d'entre eux est sensible à un aspect particulier de notre culture. En donnant des approches et des éclairages très variés, la chance que nous avons, nous professeurs, de capter l'attention de nos élèves vers les mathématiques est plus grande.

Savoir que des hommes ont consacré leur vie à ces recherches passionnées, que des problèmes sont encore ouverts (ce qui ne manque pas d'étonner les élèves), qu'à l'ère de l'informatique on remet en pratique des algorithmes anciens, que la religion ou la philosophie peuvent accélérer ou retarder des découvertes (ou tout au moins leur divulgation): voilà qui peut rendre le cours de mathématiques plus vivant et attrayant pour des élèves hermétiques à ce mot. Et voilà qui peut bousculer l'assurance toute sécurisante "des bons en maths" et leur montrer que les mathématiques sont loin d'être des mécanismes abstraits élaborés une bonne fois pour toute. Une élève de première S à la fin de l'année m'a dit: "l'activité mathématique n'est pas une mince affaire !". Ce qu'elle n'avait jamais soupçonné jusque là.

Quelle joie de pouvoir captiver toute une classe de première A2 en leur présentant l'histoire des nombres. Ces élèves, dont certains d'entre eux ne savent toujours pas ajouter deux fractions, ne le sauront jamais dans un système scolaire qui les replace face aux mêmes schémas d'apprentissage et dans les mêmes situations d'échecs. Portés par cette présentation nouvelle du cours, ils se sont laissés passionner et se sont mis à avoir une activité mathématique non soldée par des échecs. Ils ont essayé de compter comme les civilisations anciennes, ont réfléchi aux obstacles rencontrés par ces peuples, ont découvert qu'au seizième siècle les négatifs n'avaient toujours pas acquis le statut de nombre ... et je les ai vus ajouter des "fractions" égyptiennes, lire des ouvrages afin de présenter des exposés, étudier le triangle de Pascal et en trouver eux-mêmes la construction d'après le texte original. Apprendre que les notations algébriques, qu'ils utilisent si mal, n'ont pas toujours existé et que l'on a quand même pu faire des mathématiques sans elles, leur a permis de prendre conscience de la dissociation qu'il faut faire entre un concept, une idée et sa représentation symbolique. Quelques élèves se sentent revalorisés: ils réalisent que leur échec peut venir non d'une incapacité mais de la mauvaise acquisition d'un langage.

Face à des premières S, le discours n'est pas le même, les objectifs non plus. Mais là encore, l'échange est riche et fécond. J'en donnerai des aperçus dans le récit des expériences qui se situe justement dans des classes dites scientifiques.

Un de mes grands plaisirs fut à la rentrée de Noël 1987. Un élève de première S, François, vient me voir à la fin du cours et me dit avoir rangé son grenier avec sa mère. Parmi de nombreux livres, ils ont découvert un ouvrage de 1613. Il a pensé que cela pouvait m'intéresser. Cadeau royal ! Un livre du mathématicien HENRION (Voir Annexe 1).

Nous avons pu avec la classe étudier quelques passages de ce livre relatifs à la trigonométrie puisque nous étudions ce chapitre en cours. Dans la classe de troisième que j'avais en charge cette même année, nous avons construit un compas de proportion simplifié en ne gardant que quelques graduations et nous l'avons plusieurs fois utilisé lors de la leçon sur le théorème de THALES.

Ce préambule peut paraître long mais il me semble utile. En effet pour toutes ces raisons (et d'autres sans doute ...) je peux dire que l'histoire des mathématiques fait partie intégrante de mon cours. Je vais dans ces pages vous relater certaines expériences précises vécues avec quelques élèves mais ce récit ne constitue qu'un petit volet de l'enseignement que je dispense et si vous vous limitez à cet aspect, vous n'aurez qu'un aperçu très étroit et faux de "l'utilisation" que je peux faire de l'histoire des mathématiques dans mes classes.

I- Situation des expériences

1/ Ces expériences se situent:

a) En terminale D (17-18 ans). Classe de trente trois élèves. Etude d'un texte de FERMAT sur la méthode pour la recherche du maximum et du minimum.
b) En première S (16-17 ans). Classe de trente cinq élèves. Etude d'un texte de HUYGENS sur le même sujet.

2/ Méthode de travail

La méthode de travail est celle utilisée dans le groupe M.A.T.H. de Paris VII, groupe avec lequel je travaille depuis quatre ans. Le groupe M.A.T.H. (Mathématiques: Approche par des Textes Historiques) travaille depuis 1982 à l'IREM Paris VII.

L'existence et le dynamisme de ce groupe tient à la présence en son sein de Jean-Luc VERLEY, Maître de Conférences à l'Université Paris VII. Jean Luc VERLEY est l'auteur de plusieurs articles d'histoire des mathématiques. Il est le directeur du département de mathématiques de l'Encyclopædia Universalis qui a contribué à la vulgarisation de l'histoire des mathématiques.

L'idée directrice du groupe est d'introduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, en faisant lire des extraits de textes originaux ou de leur traduction aux élèves. Ces expériences se font actuellement dans des classes du secondaire. La lecture d'un texte original étant difficile, le groupe M.A.T.H. a adopté la méthode suivante:

- Fabrication d'exercices suivant la démarche du texte, mais dans une formulation plus moderne habituelle à l'élève. Ces exercices sont résolus à la maison ou en travaux dirigés avant ou pendant la lecture du texte.
- Lecture du texte et commentaire avec toute la classe. le professeur remet le texte dans le contexte historique de l'époque, évoque la vie de l'auteur ...

Cette façon de procéder, nous semble-t-il, permet de séparer les deux difficultés principales de la lecture d'un texte original: difficulté de langage et difficulté mathématique. Il s'effectue un constant va-et-vient entre le texte et l'exercice. Les questions posées dans l'exercice sont résolues dans le texte et l'exercice permet de comprendre le langage inhabituel du texte. Cette méthode est bien comprise par les élèves.

La mise en place d'une expérience se fait ainsi: les recherches du groupe ont pour objet les textes historiques de mathématiques à proposer aux élèves comme source de réflexion et de problème à résoudre. Dans le groupe, toutes les trois semaines, nous étudions de façon approfondie différents textes. Quelquefois, le texte que l'on étudie correspond à une partie du programme d'une des classes où l'on enseigne. De plus, il semble abordable avec le niveau des élèves. Un échange s'engage à ce sujet, et l'expérience commence à prendre forme. En général deux professeurs décident de la mettre en place. Tout d'abord, il faut préciser les objectifs pédagogiques et culturels. Ensuite, chacun de leur côté, ils font une relecture du texte: sur le plan philosophique, sur le plan social ou technique, sur le plan religieux, sur les connaissances de l'époque, sur la façon dont le savoir se transmet ... Ensemble, les professeurs élaborent un exercice écrit dans le langage actuel. Puis, l'étude se fait en classe, avec éventuellement la présence de chacun d'eux. Chaque texte peut être utilisé en modifiant l'exercice qui l'accompagne. Il ne faut pas oublier que l'exercice est une création de l'enseignant conçue à partir d'un texte original s'adressant à des élèves d'une classe déterminée, en fonction des objectifs qu'il s'est fixé.

II- Expérience sur le texte de FERMAT

FERMAT (1601-1655) était conseiller au Parlement de Toulouse. Pour son plaisir, il s'adonnait aux mathématiques et il y excellait. Nous connaissons ses travaux par la correspondance qu'il entretenait avec les géomètres de l'époque.

Le texte étudié, explique le calcul de certains maxima et le tracé des tangentes à la parabole. Il est extrait des *Œuvres* de FERMAT, traduction de Paul TANNERY, Gauthier-Villars, Paris, 1896. Tome 3, p. 121-122-123. (Voir documents 1 et 2).

L'exercice proposé (documents 3 et 4) reprend ces problèmes en restant le plus près possible du texte mais avec quelques modifications pour satisfaire les exigences actuelles de rigueur dans les calculs.

Document 1

MÉTHODE
POUR LA
RECHERCHE DU MAXIMUM ET DU MINIMUM.

Toute la théorie de la recherche du maximum et du minimum suppose la position de deux inconnues et la seule règle que voici :

Soit a une inconnue quelconque de la question (qu'elle ait une, deux ou trois dimensions, suivant qu'il convient d'après l'énoncé). On exprimera la quantité maxima ou minima en a, au moyen de termes qui pourront être de degrés quelconques. On substituera ensuite $a+e$ à l'inconnue primitive a, et on exprimera ainsi la quantité maxima ou minima en termes où entreront a et e à des degrés quelconques. On *adégalera*, pour parler comme Diophante, les deux expressions de la quantité maxima ou minima, et on retranchera les termes communs de part et d'autre. Cela fait, il se trouvera que de part et d'autre tous les termes seront affectés de e ou d'une de ses puissances. On divisera tous les termes par e, ou par une puissance de e d'un degré plus élevé, de façon que dans l'un au moins des termes de l'un quelconque des membres e disparaisse entièrement. On supprimera ensuite tous les termes où entrera encore e ou l'une de ses puissances et l'on égalera les autres, ou bien, si dans l'un des membres il ne reste rien, on égalera, ce qui revient au même, les termes en plus aux termes en moins. La résolution de cette dernière équation donnera la valeur de a, qui conduira au maximum ou au minimum, en reprenant sa première expression.

Voici un exemple :

Soit à partager la droite AC (*fig.* 91) *en* E, *en sorte que* AE $\times$ EC *soit maximum.*

Fig. 91.

Posons AC $= b$; soit a un des segments, l'autre sera $b-a$, et le produit dont on doit trouver le maximum : $ba-a^2$. Soit maintenant $a+e$ le premier segment de b, le second sera $b-a-e$, et le produit des segments : $ba-a^2+be-2ae-e^2$;

Il doit être *adégalé au précédent :* $ba-a^2$;

Supprimant les termes communs : $be \backsim 2ae+e^2$;

Divisant tous les termes : $b \backsim 2a + e;$

Supprimez e : $b = 2a.$

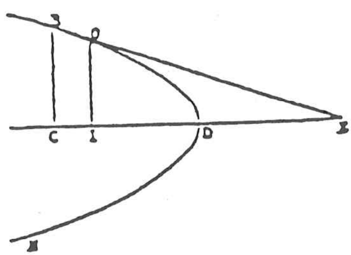
Pour résoudre le problème il faut donc prendre la moitié de b.

Il est impossible de donner une méthode plus générale.

Document 2

Des tangentes des lignes courbes

Fig. 92



Nous ramenons à la méthode précédente l'invention des tangentes en des points donnés à des courbes quelconques.

Soit donnée, par exemple la parabole BON (fig. 92), de sommet D, de diamètre DC; soit donné sur elle le point B, par lequel il faut mener la droite BE tangente à la parabole et rencontrant le diamètre en E.

Si l'on prend sur la droite BE un point quelconque O, dont on mène l'ordonnée OI, en même temps que l'ordonnée BC du point B, on aura: $\frac{CD}{DI} > \frac{BC^2}{OI^2}$, puisque le point O est extérieur à la parabole. Mais $\frac{BC^2}{OI^2} = \frac{CE^2}{IE^2}$, à cause de la similitude des triangles. Donc $\frac{CD}{DI} > \frac{BC^2}{OI^2}$

Or le point B est donné, donc l'ordonnée BC, donc le point C, donc CD. Soit donc CD = d, donnée. Posons $CE = a$ et $CI = e$; on aura $\frac{d}{d-e} > \frac{a^2}{a^2 + e^2 - 2ae}$.

Faisons le produit des moyens et des extrêmes:

$$da^2 + de^2 - 2dae > da^2 - a^2e \ .$$

Adégalons donc, d'après la méthode précédente; on aura, en retranchant les termes communs: $de^2 - 2dae \sim - a^2e$,

ou, ce qui revient au même: $de^2 + a^2e \sim 2dae$.

Divisez tous les termes par e: $de + a^2 \sim 2da$.

Supprimez de: il reste $a^2 = 2da$, donc: $a = 2d$.

Nous prouvons ainsi que CE est double de CD, ce qui est conforme à la vérité.

Cette méthode ne trompe jamais, et peut s'étendre à nombre de questions très belles; grâce à elle, nous avons trouvé les centres de gravité de figures terminées par des lignes droites et courbes, aussi bien que ceux de solides et nombre d'autres choses dont nous pourrons traiter ailleurs, si nous en avons le loisir.

Quant à la quadrature des aires limitées par des lignes courbes et droites, ainsi qu'au rapport que les solides qu'elles engendrent ont aux cônes de même base et même hauteur, nous en avons déjà longuement traité avec M. de Roberval.

Document 3

Exercice 1

Soit [A, C] un segment de longueur b. On cherche un point E de [A, C], tel que AE x EC soit maximum.
On pose AC = b, et on cherche AE = a .

1/ Exprimer le produit AE x EC en fonction de a et b.

2/ Soit E' ∈ [A, C] tel que AE' = a + e .
Exprimer AE' x E'C en fonction de a, b et e.
Lire le texte lignes 1 à 6. e peut-il être négatif ?
Discuter la position du point E' suivant le signe de e.
FERMAT se préoccupe-t-il de ce signe ?

3/ On pose $\Delta(e)$ = AE' x E'C – AE x EC .
a) Montrer:
[$\Delta(e) \leq 0$ pour tout e] si et seulement si [AE x EC est maximum]
Nous allons chercher une valeur de a pour laquelle $\Delta(e) \leq 0$ pour tout e.
b) Exprimer $\Delta(e)$ sous la forme $Ae + Be^2$.
c) Déterminer une relation entre a et b impliquant $\Delta(e) \leq 0$ pour tout e (quelque soit son signe).
d) Où faut-il placer E pour que AE x EC soit maximum ?
Lire le texte de la ligne 7 à la ligne 12.
e) La relation entre a et b serait-elle la même si e était toujours positif ?

Document 4

Exercice 2

Dans le repère orthonormé $(D, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la courbe P représentative de $f : x \to x^2$. Soit B un point de P d'abscisse positive, et C la projection orthogonale de B sur $(D, \vec{j})$.
On appelle Δ la tangente en B à P; Δ coupe $(D, \vec{j})$ en E. On se propose de déterminer analytiquement Δ et, pour cela, de calculer la distance CE (ce qui détermine le point E).

1/ Faire une figure. La comparer à la figure 92 du texte. Soit O un point de [B, E] d'ordonnée positive, et I la projection orthogonale de O sur $(D, \vec{j})$. La droite (OI) coupe P en O'.
CD est connu (abscisse de B). On pose $CD = d$ et $DI = d - e$. On cherche $CE = a$. Pour trouver a, on fera varier e.
Que représente e sur la figure ?
Si $O \in (BE)$ est tel que $B \in [O, E]$, quel doit être le signe de e si $DE = d - e$? Que représente alors e ?

2/ Comparer $\frac{CD}{DI}$ et $\frac{BC^2}{OI^2}$, puis $\frac{CD}{DI}$ et $\frac{CE^2}{IE^2}$.
Lire le texte de la ligne 13 à la ligne 21. (Le théorème de THALES équivaut à la similitude des triangles).
Quel est l'argument sur O employé par FERMAT pour obtenir $\frac{CD}{DI} > \frac{BC^2}{OI^2}$?

3/ Exprimer IE en fonction de a et e.
Déduire de ce qui précède une inégalité où interviennent a, d et e.
Lire le texte de la ligne 22 à la ligne 26.

4/ Après simplification, mettre l'inégalité sous la forme $Ae^2 > Be$.
Donner une relation entre a et d impliquant que l'inégalité est vraie pour tout e (quel que soit son signe).
Lire le texte de la ligne 27 à la ligne 36.

5/ Ecrire une équation de Δ en fonction de d (en utilisant $a = 2d$).

6/ Dans un repère orthonormé, construire une dizaine de tangentes (à l'aide de l'équation déterminée en 5/, et en prenant diverses valeurs de d). Qu'observe-t-on ?

7/ Dans chacune des méthodes du texte de Fermat apparaît le mot "adégaler". Que signifie-t-il d'après vous ? L'expliquer en termes modernes avec des développements limités d'ordre 1.

Une de mes collègues a utilisé ce texte en première S. Les questions relatives à la dérivation et au développement limité n'ont pas alors été évoquées. Son objectif était différent du mien. Cette activité lui servait d'introduction à la dérivation.

J'ai fait cette activité assez tôt dans l'année, vers la fin du mois de novembre afin de revoir avec les élèves les développements limités et les équations de tangentes. Sur le plan pratique, l'expérience s'est déroulée de la façon suivante: les textes et les exercices sont distribués aux élèves. Ils doivent lire les textes et faire les exercices à la maison. Le premier exercice fut corrigé à la séance suivante et nous avons consacré deux heures à cette tâche. Jean-Luc VERLEY a accepté d'être présent. N'ayant pas l'habitude d'enseigner à des élèves du secondaire, il fut surpris de voir les hésitations des élèves sur les petites questions relatives à la géométrie. (Souvent trop délaissée dans cette section. Cela risque de changer avec le nouveau programme). Jean-Luc a répondu aux diverses questions des élèves sur l'apparition de la notion de dérivée. A l'occasion de la question 5, les élèves découvrirent une propriété encore jamais rencontrée par eux sur les tangentes des paraboles, alors qu'ils construisent de telles courbes depuis la classe de seconde ...!!

Après avoir tracé diverses tangentes comme il leur est demandé à la question 6, ils observèrent très bien l'apparition d'une parabole. Un élève s'inquiète de savoir s'il en est toujours ainsi. Comment alors ne pas être tentée de leur parler d'enveloppe de courbe et de leur faire vérifier que seules les paraboles ont des tangentes vérifiant cette propriété. Bien que n'étant qu'au premier trimestre, je saisis l'occasion et résolus devant eux la première équation différentielle de l'année. J'étais loin en préparant cette activité, d'avoir imaginé qu'elle déboucherait sur la notion d'équations différentielles. Il est ainsi prouvé, qu'une activité riche ne peut qu'intéresser les élèves, leur faire se poser des questions et déboucher sur une ouverture enrichissante et parfois inattendue. Ces deux heures de cours passèrent trop vite et pour une fois, chacun restait et voulait en savoir plus sur le lien entre la mécanique et les mathématiques à cette époque.

III- Expérience avec le texte de HUYGENS

Cette expérience a consisté à présenter aux élèves un texte de HUYGENS extrait des *Œuvres complètes*, HUYGENS, Tome XXe, La Haye - Nyjhoff, 1940. p. 228-230-232 (voir document 5).

Document 5

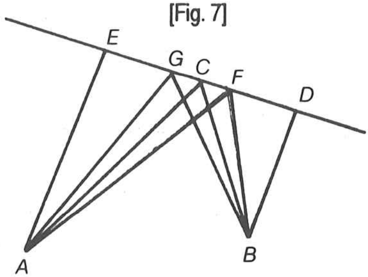
Démonstration de la règle des Maxima et des Minima
[1667]

Fermat est le premier homme que je sache aui ait établi une règle certaine pour déterminer les valeurs maximales et minimales dans les questions géométries. En recherchant le fondement qu'il n'a pas communiqué, j'ai trouvé en même temps de quelle manière cette règle peut être réduite à une briéveté remarquable, de sorte qu'elle s'accorde désormais avec celle donnée plus tard par l'honorable Joh. Hudde comme une partie de sa règle plus générale et fort élégante qui s'appuie sur un tout autre principe. Cette dernière a été publiée par Fr. van Schooten dans le recueil qui contient aussi les livres de Descartes sur la Géométrie. Or, ma méthode d'examiner la règle de Fermat était la suivante.

Toutes les fois que dans un problème quelconque il s'agit de déterminer un maximum ou un minimum, il est certain qu'il existe des valeurs égales de part et d'autre.

Par exemple lorsque la droite ED [Fig.7] est donnée en position ainsi que les points A et B, et qu'on demande de trouver dans ED un point C tel qu'en tirant CA et CB on obtienne une valeur minimale de $CA^2 + CB^2$, il est nécessaire que de part et d'autre du point C il se trouve des points G et F tels que, les droites GA, GB et FA, FB ayant été tirées, on ait
$GA^2 + GB^2 = FA^2 + FB^2 > CA^2 + CB^2$.

[Fig. 7]



Pour trouver C de telle manière que $CA^2 + CB^2 =$ minimum, je me figure d'abord que, AE et BD ayant été menées perpendiculairement à ED (je pose AE = a , BD = b , ED = c), la différence des deux droites EG et EF soit égale à une ligne donnée e; et je demande quelle doit être la valeur de EG, que j'appelle x, pour qu'on ait $GA^2 + GB^2 = FA^2 + FB^2$.

Puisque AE = a et EG = x, on aura $AG^2 = a^2 + x^2$. Et puisque GD = c – x et BD = b, on aura $GB^2 = b^2 + c^2 - 2cx + x^2$, de sorte que $AG^2 + GB^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2cx + 2x^2$, expression que nous désignerons par les mots "termes antérieurs". Ceci s'applique également à tout autre problème se rapportant à un maximum ou un minimum. D'autre part, lorsqu'on substitue partout dans l'équation trouvée x + e à x, $(x + e)^2$ à x^2 et ainsi de suite s'il s'y trouve quelque puissance plus élevée de x, il est certain qu'on obtiendra la somme $FA^2 + FB^2$. Celle-ci

sera donc: $a^2 + b^2 + c^2 - 2cx - 2ce + 2x^2 + 4ex + 2ee$. Cette expression sera appelée "termes postérieurs". Il faut l'égaler à $AG^2 + GB^2$. Nous aurons donc l'équation
$a^2 + b^2 + c^2 - 2cx + 2x^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2cx - 2ce + 2x^2 + 4ex + 2ee$,
d'où sortira la valeur EG ou x, GF ou e désignant une ligne de longueur donnée.

Or, en prenant e infiniment petite, la même équation donnera la valeur de EG lorsqu'elle est égale à EF. De cette façon nous aruons déterminé le point cherché C pour lequel $CA^2 + CB^2$ = minimum. Après avoir été d'abord les fractions s'il y en a (mais dans l'exemple considéré il n'y en a point), il faut supprimer de aprt et d'autre les termes égaux, lesquels sont nécessairement tous ceux qui ne contiennent pas la lettre c: on le comprend aisément puisque, comme nous l'avons dit, les termes postérieurs se tirent des termes antérieurs en substituant x + e à x dans toutes les puissances de cette dernière. Ensuite on divise tous les termes par e et on détruit ceux qui, après cette division, contiennent encore cette lettre, puisqu'ils représentent des quantités infiniment petites apr rapport à ceux qui ne renferment plus e. C'est de ces derniers seuls qu'on tire enfin la quantité x satisfaisant au problème proposé. Telle est la méthode de Fermat; en l'abrégeant, j'ai trouvé la méthode suivante composée de deux parties. ......

Ce texte fut distribué à des élèves de première S pendant une séance de travaux dirigés d'une durée d'une heure, la classe étant en demi-groupe. Dans le cours d'analyse nous étions en train d'étudier la notion de dérivabilité et en géométrie nous avions déjà appris le produit scalaire, les relations métriques dans le triangle et les lignes de niveau. Nous étions au deuxième trimestre.

J'ai pris le temps nécessaire pour leur présenter le personnage de HUYGENS, son œuvre, son époque (pour plus de détails lire l'article de M. HALLEZ).

Ensuite, nous avons lu ensemble le texte. J'ai expliqué au fur et à mesure le vocabulaire (droite, ...). Puis nous avons commencé l'exercice proposé (voir document 6). L'heure étant écoulée, le travail fut fini à la maison et repris la semaine suivante.

Quelques élèves furent déçus, pensant que HUYGENS leur donnerait la définition du mot "minimum". Ainsi cette étude est prise à part entière par eux. Il est vrai que je leur répète souvent que les connaissances acquises en travaux dirigés doivent être sues. Aussi ils attendent des résultats précis même s'il s'agit de l'étude d'un texte. D'ailleurs, certains réinvestissent ce qu'ils ont appris à travers les textes.

Quelques semaines plus tard, je donne en contrôle un exercice classique dont voici la première question.

Déterminer les réels a, b, c pour que la fonction f définie par

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

présente un minimum égal à 0.75 pour $x = 0.5$ et telle que $f(1) = 1$.

Un des élèves, Christophe, résolu ce problème à la façon de HUYGENS. Par hypothèse, nous savons que $f(0.5) = 0.75$. Donc comme il s'agit d'un minimum, on peut suivre ce que dit HUYGENS: "il existe des valeurs égales de part et d'autre".

Ainsi, Christophe détermine des valeurs égales à 1 de part et d'autre de 0.5 puisque par hypothèse $f(1) = 1$.

Or $(1 - 0.5) = 0.5$, Christophe pose donc que $f(0.5 - 0.5) = 1$ soit $f(0) = 1$.

Il ne lui reste plus qu'à résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} 0.25a + 0.5b + c = 0.75 \\ a + b + c = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Je me trouvais dans une situation que je n'avais pas prévue, conséquence de mes expériences historiques.

Comment juger cette réponse ? Et si les élèves se mettent à utiliser un jour d'examen des méthodes datant de quelques siècles ? Le problème de la correction des examens resurgit à cette occasion. Un élève qui a bien compris la question posée et qui donne une réponse correcte mais qui n'utilise pas les méthodes canoniques, doit-il être pénalisé ? Il est évident que certains algorithmes ne sont plus utilisés, que certaines méthodes ne répondent pas vraiment à l'exigence de rigueur de la fin du 20ème siècle. Ainsi en faisant ces expériences, faut-il les présenter comme des curiosités dépassées, des fossiles d'une autre époque ? Faut-il à des jeunes élèves du secondaire indiquer qu'elles ne sont plus reconnues comme valables en tant que tel; mais alors vous diront-ils pourquoi les étudier ? La réflexion sur ces questions reste ouverte et nous devons penser en mettant en place ce type d'expérience que nos élèves sont en situation d'apprentissage et non guère de recul face aux textes que nous leur soumettons.

Afin de montrer comment chaque professeur peut utiliser le même texte de façon différente, j'ai joint en document 6 bis, l'exercice proposé par une de mes collègues, Michèle GRÉGOIRE, en première S. Son souci était de répondre avant tout à l'inquiétude de ses élèves qui n'avaient pas bien compris ce qu'était une ligne de niveau.

Document 6

Soit une droite D. On considère deux points A et B n'appartenant pas à D. Trouver C sur la droite D, tel que $CA^2 + CB^2$ soit minimum.

I.- Méthode rapportée par Huygens

1/ Lire le texte.

2/ Expliquer la première phrase du deuxième paragraphe. Pouvez-vous donner un exemple simple illustrant cette phrase ?

3/ Quelle remarque faites-vous sur le vocabulaire utilisé ?

4/ Préciser les données du problème et l'inconnue.

5/ Regardons la démonstration proposée (3)

a) Calculons $AG^2 + GB^2$
HUYGENS appelle cette quantité "termes antérieurs".
Posons $f(x) = AG^2 + GB^2$

b) Montrons que $FA^2 + FB^2 = f(x + e)$.
Faire le calcul.
HUYGENS appelle cette quantité "termes postérieurs".

c) Ecrivons l'équation obtenue par l'égalité
$$GA^2 + GB^2 = FA^2 + FB^2$$

d) "Or .... minimum" (4). Comment écririez-vous cette phrase ?

e) Suivons le détail du calcul. Le présenter selon vos notations.
"Après .... proposé".

6/ Indiquer la position du point C solution du problème posé.

II.- Méthodes utilisant la ligne de niveau $MA^2 + MB^2$ ou le théorème de la médiane

Exposer une de ces méthodes et retrouver ainsi le résultat démontré ci-dessus.

Document 6 bis

1/ Soit une droite D, A et B deux points non situés sur D, I le milieu de (A, B) et un point M parcourant D. Calculer $MA^2 + MB^2$ en fonction de MI et en déduire la position de M sur D correspondant au minimum de $MA^2 + MB^2$.

2/ Soit un réel k. Quel est l'ensemble E_k des points M tels que $MA^2 + MB^2 = k$? Pour quelles valeurs de k cet ensemble contient-il des points de D et combien ? (Discuter selon les valeurs de k). Retrouver ainsi la position de M sur D correspondant au minimum de $MA^2 + MB^2$.

3/ Lire les lignes 1 à 25 du texte de HUYGENS. Expliciter le sens des mots "ligne" et "droite". Expliquer les lignes 10 et 11. Donner des exemples déjà rencontrés de la propriété énoncée.

4/ Lire les lignes 20 à 37. préciser les données et l'inconnue du problème.

a) Reprendre le calcul de $AG^2 + GB^2$
Si on pose $f(x) = AG^2 + GB^2$ remarquer que f(x) est appelé "termes antérieurs".

b) Reprendre le calcul de $FA^2 + FB^2$ et l'écrire à l'aide de la fonction f. Remarquer que $FA^2 + FB^2$ est appelé "termes postérieurs".

c) Quelle est l'équation obtenue en écrivant:

$$FA^2 + FB^2 = AG^2 + GB^2 \ ?$$

5/ Réduire l'équation à la forme la plus simple possible. Lire les lignes 30 à 50.
Montrer que la démarche ici faite revient à écrire l'équation sous la forme $\dfrac{f(x+e) - f(x)}{e} = 0$.
Expliquer la démarche faite aux lignes 45 à 47.

6/ Quelle est la position de C ainsi obtenue ?
Retrouvez-vous les résultats des deux premières questions ?

7/ Lire le texte de FERMAT. Commenter l'exemple traité en s'inspirant du travail fait sur le texte de HUYGENS.

Note: Les numéros de ligne correspondent à un texte distribué aux élèves, dont la mise en page était différente.

IV- Evaluation

Cette année en première S (élèves de 16-17 ans) nous avons étudié quatre textes de façon approfondie:

1) Les textes de FERMAT et de HUYGENS dont je viens de relater en détail l'expérience,

2) Un texte de CLAIRAUT (Paris, 1713-1765) mathématicien qui a fait faire de réels progrès à la théorie des équations différentielles.

Après avoir lu le texte que je joins en document 7, une idée de problème m'est venue pour mes élèves (voir le document 7 bis). Ce problème fut posé tôt dans l'année ce qui explique la démarche utilisée pour construire les courbes. D'autre part je ne leur ai pas demandé la justification de l'existence d'au moins une solution de l'équation $x^3 - 13x^2 + 7x - 1 = 0$.

3) Un texte de NEWTON étudié en travaux dirigés, extrait de *Méthode des fluxions et des suites infinies,* NEWTON, 1686. Traduction BUFFON, Paris 1740; réédité par Blanchard, Paris. 1966. p. 6-7-8 (voir le document n° 8 a et b).

Cette activité illustrait la partie du programme suivante: "Exemples d'emplois de suites pour l'approximation d'un nombre; on pourra mettre en évidence différentes étapes: construction d'un algorithme d'approximation, obtention de la précision visée ...".

Suivant l'habitude, les élèves avaient une feuille d'exercices à faire au préalable afin de mieux comprendre le texte de NEWTON (document 8 c et d).

Au cours de ce travail, les élèves avaient la possibilité d'utiliser des machines programmables en Basic. Ainsi du 17ème au 20ème siècle, le cours de mathématiques chemine à travers l'histoire.

Document 7

Eléments d'Algèbre par CLAIRAUT

5ème édition

Avec des notes et des additifs tirés en partie des leçons données à l'Ecole Normale par LAGRANGE et LAPLACE et précédé d'une Traité Elémentaire d'Arithmétique.
2 tomes. Paris, Duprat, 1797.

Lorsqu'on a trouvé deux quantités qui, substituées dans une équation à la place de l'inconnue, donnent deux résultats de signes contraires, on peut en conclure qu'une des racines de l'équation proposée est comprise entre ces deux quantités et est par conséquent réelle.

Soit, par exemple, l'équation

$$x^3 - 13x^2 + 7x - 1 = 0 \ .$$

et qu'on substitue successivement 2 et 20 à la place de x; le premier membre, au lieu de se réduire à zéro, est égale à -31 dans le premier cas et à $+2939$ dans le second. On en peut conclure que cette équation a une racine réelle comprise entre 2 et 20.

Pour prouver cette assertion, voici comment on peut raisonner: En réunissant d'un côté les termes positifs de l'équation proposée, et de l'autre les termes négatifs, on a $x^3 + 7x - (13x^2 + 1)$. Cette quantité s'est trouvée négative lorsqu'on fait $x = 2$, parce que dans cette hypothèse:

$$x^3 + 7x < 13x^2 + 1 ,$$

et elle s'est trouvée positive lorsqu'on a fait $x = 20$, parce qu'alors:

$$x^3 + 7x > 13x^2 + 1 .$$

Les quantités $x^3 + 7x$ et $13x^2 + 1$ augmentent chacune de leur côté, lorsqu'on donne à x des valeurs de plus en plus grandes, valeurs qu'on peut prendre aussi proches les unes des autres qu'on voudra, et en sorte qu'on pourra faire croître les quantités proposées par des degrés de telle petitesse qu'on le jugera à propos; mais puisque la première des quantités ci-dessus, d'abord plus petite que la seconde, est devenue ensuite plus grande, il est évident qu'elle a un accroissement plus rapide que l'autre, au moyen duquel elle compense, pour ainsi dire, l'excès que cette dernière avait sur elle et la dépasse ensuite; il y a donc un moment où ces deux quantités sont égales. "C'est ainsi", dit LAGRANGE, "que deux mobiles qu'on suppose parcourir une même droite, et qui partent à la fois de deux points différents, arrivent en même temps à deux autres points, mais de manière que celui qui était d'abord en arrière se trouve ensuite plus avancé que l'autre, doivent nécessairement se rencontrer dans leur chemin".

La valeur de x, quelle qu'elle soit (mais dont l'existence vient d'être prouvée)

qui rend $x^3 + 7x = 13x^2 + 1$

donnant $x^3 + 7x - (13x^2 + 1) = 0$

ou $x^3 - 13x^2 + 7x - 1 = 0$,

est nécessairement la racine de l'équation proposée.

Document 7 bis

Soit C_f la représentation graphique dans un repère orthonormé de la fonction $f : x \rightarrow x^2$, C_g celle de la fonction $g : x \rightarrow 13\, x^2$, C_1 celle de la fonction $f_1 : x \rightarrow 13\, x^2 + 1$, C_h celle de la fonction $h : x \rightarrow x^3$ et C_2 celle de la fonction $f_2 : x \rightarrow x^3 + 7x$.

$\boxed{A}$

1/ Dans un repère orthonormé $(C, \vec{i}, \vec{j})$, tracer C_f .

2/ On considère le point M de C_f d'abscisse a et le point M de C_g d'abscisse a. On appelle H la projection de M sur l'axe x'Ox. Exprimer HM' en fonction de HM. En déduire une construction de C_g à partir de C_f .

Représenter C_g dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3/ Dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$, construire C_1 en justifiant le tracé effectué.

4/ Dans un repère orthonormé $(A, \vec{u}, \vec{v})$ construire C_h .

5/ Quelle est la parité de f_2 ? Sachant que C_2 a "la même allure" que C_h , construire C_2 après avoir donné un tableau de valeurs numériques.

$\boxed{B}$ On se propose de déterminer le point d'intersection de C_1 et de C_2 .

1/ Sur un même graphique, tracer C_1 et C_2 , en choisissant des unités convenables pour représenter la portion du plan permettant d'illustrer le problème posé.

2/ Montrer que le problème cherché revient à résoudre l'équation $x^3 - 13x^2 + 7x - 1 = 0$.

3/ Montrer que cette équation a une solution comprise entre 2 et 20. En utilisant le graphique du $\boxed{B}$ 1/, indiquer un intervalle d'amplitude 1 auquel la solution appartient.

4/ Préciser la valeur de cette solution en utilisant la méthode de dichotomie.
On donnera la réponse à 10^{-2} près.

Document 8-a

De la Reduction des Equations Affectées:

XIX. Il faut que nous entrions dans un détail un peu plus grand, pour expliquer comment on doit reduire les Racines de ces Equations à des suites infinies ; car ce que les Géometres nous ont donné sur les Equations en Nombres, est extrêmement embarassé, & chargé d'Opérations superfluës ; de sorte qu'on ne peut prendre sur cela un bon Modele pour faire les mêmes Opérations en Especes. Je ferai donc voir d'abord comment se doit faire en Nombres la Reduction des Equations Affectées, & ensuite j'appliquerai la Methode aux Especes.

XX. Soit l'Equation $y^3 - 2y - 5 = 0$ à reduire en suite infinie, prenez un Nombre comme 2, qui ne differe pas d'une de ses dixiemes Parties de la vraie valeur de la Racine, & faites $2 + p = y$, substituez $2 + p$ pour y dans l'Equation donnée, & vous aurez $p^3 + 6p^2 + 10p - 1 = 0$, dont il faut chercher la Racine pour l'ajoûter au Quotient ; rejettez $p^3 + 6p^2$ à cause de sa petitesse, il restera

$10p - 1 = 0$, ou $p = 0{,}1$, ce qui est très-près de la vraie valeur de p; c'est pourquoi l'écrivant au Quotient, je fais $0{,}1 + q = p$, & substituant comme auparavant, j'ai $q^3 + 6{,}3q^2 + 11{,}23q + 0{,}061 = 0$, négligeant les deux premiers Termes, il reste $11{,}23q + 0{,}061 = 0$, ou $q = -0{,}0054$ à peu près (& cela en divisant 0,061 par 11,23 jusqu'à ce qu'on ait autant de Figures qu'il y a de places entre les premieres Figures de ce Quotient & le principal Quotient exclusivement, comme ici où il a deux places entre 2 & 0,005) J'écris donc $-0{,}0054$ dans le Quotient, mais au-dessous parce que ce Terme est Négatif; & supposant $-0{,}0054 + r = q$, je substitue comme auparavant, & je continue ainsi l'Opération aussi long-tems qu'il convient, comme on le peut voir ci-dessous.

$y^3 - 2y - 5 = 0$		$+2{,}10000000$ $-0{,}00544852$ $+2{,}09455148$, &c. $= y$
$2 + p = y$	$+y^3$ $-2y$ -5	$+8 + 12p + 6p^2 + p^3$ $-4 - 2p$ -5
SOMME.		$-1 + 10p + 6p^2 + p^3$
$0{,}1 + q = p$	$+p^3$ $+6p^2$ $+10p$ -1	$+0{,}001 + 0{,}03q + 0{,}3q^2 + q^3$. $+0{,}06 \quad +1{,}2 \quad +6$ $+1, \quad +10,$ $-1,$
SOMME.		$+0{,}061 + 11{,}23q + 6{,}3q^2 + q^3$
$-0{,}0054 + r = q$.	$+q^3$ $+6{,}3q^2$ $+11{,}23q$ $+0{,}061$	$-0{,}0000001$[illegible] $+0{,}000$[illegible]$r -$[illegible]$r^2 + r^3$ $+0{,}00018$[illegible] $\quad -0{,}068$[illegible] $\quad +6{,}3$ $-0{,}060642 \quad +11{,}23$ $+0{,}061$
SOMME.		$+0{,}000$[illegible]$6 \quad +11{,}162r$
$-0{,}00004852 + s = r$		

Document 8-b

XXI. On peut abreger le Calcul vers la fin de l'Opération, & cela principalement dans les Equations qui ont plusieurs Dimensions; vous déterminerez d'abord jusqu'où vous voulez pousser votre Extraction, c'est-à-dire combien vous voulez que le Quotient contienne de Chiffres; ensuite vous compterez autant de Chiffres moins un après la premiere Figure du Coefficient du dernier Terme des Equations, qu'il reste de Places à remplir dans le Quotient, & vous rejetterez les Decimales qui suivent; dans le dernier Terme il faudra négliger les Decimales qui feront au-delà du nombre des Figures du Quotient; dans le Terme antepénultiéme toutes celles qui feront en-deçà de ce même nombre de Figures, en procedant ainfi Arithmetiquement, fuivant l'intervalle des Chiffres; ou bien, ce qui eft la même chofe, vous couperez par-tout autant de Figures que dans le terme pénultiéme; de forte que leurs Places les plus éloignées foient en progreffion Arithmétique, felon la fuite des Termes, ou foient fuppofées remplies de Chiffres, lorfque cela arrive autrement. Ainfi dans l'exemple ci-deffus, fi je ne veux pas pouffer mon Extraction, ou continuer mon Quotient plus loin que la huitiéme Figure des Decimales; lorfque j'aurai fubftitué 0,0054 + r pour q, il y aura dans le Quotient quatre Places de Decimales remplies, & autant qui demeureront à remplir; je puis donc négliger les Figures dans les cinq places les plus éloignées, & c'eft pour cela que je les ai croifées de petites lignes; & à la vérité j'aurois pû négliger auffi le premier Terme rs quoique fon Coefficient foit 0,99999, &c. Ainfi en ne tenant plus compte de ces Figures, l'on aura dans l'Opération ci-deffus 0,0005416 + 11,162 r pour la fomme, ce qui par la Divifion continuée auffi loin que le terme preferit, donne pour la valeur de r, — 0,00004852, ce qui remplit le Quotient jufqu'au Terme prefcrit; il ne refte qu'à fouftraire le Négatif du Quotient de l'Affirmatif, & l'on aura 2,09455148 pour la Racine de l'Equation propofée.

Document 8-c

NEWTON, *La méthode des fluxions.* Ecrit en latin vers 1670. Publié en anglais en 1736. Traduction française de BUFFON en 1740.

Exercice 1

Soit f l'application de **R** dans **R**, définie par $f(x) = x^2 - 7x + 3$.
Déterminer le domaine de définition de f, son taux de variation, son tableau de variations.

Tracer la courbe représentative de f relativement à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, pour x élément de [0, 8]. On pourra prendre $\|\vec{i}\| = 2$ cm et $\|\vec{j}\| = 2$ cm.
Résoudre à l'aide du graphe $f(x) = 0$.
Calculer $f(0,4)$; $f(0,5)$.

Exercice 2

On se propose de déterminer avec 8 chiffres après la virgule la racine de $f(x) = 0$ pour $0{,}4 < x < 0{,}5$.
Soit $x_0 = 0{,}4$.
• Posons $x = x_0 + r$; on substitue dans $x^2 - 7x + 3 = 0$ (1).
On trouve une équation en r^2 notée (2). Comme $0 < r < 10^{-1}$, alors $0 < r^2 < 10^{-2}$. On néglige le terme en r^2. On obtient une équation du premier degré en r. En déduire r.
On prend $r_0 = 0{,}0\,\bullet$
↑ (1 chiffre)
• Posons $r = r_0 + p$; on substitue dans (2). On trouve une équation en p^2 notée (3). Comme $0 < p < 10^{-2}$, alors $p^2 < 10^{-4}$. On néglige le terme en p^2, on obtient une équation du premier degré en p. En déduire p.
On prend: $p_0 = 0{,}00\,\bullet\bullet$
↑ (2 chiffres)
• Posons $p = p_0 + q$, et on continue les calculs.
Essayer de donner une présentation claire des calculs (tableaux, schémas, etc.).
Combien de pas sont nécessaires pour obtenir 8 décimales ?

Exercice 3

Tracer la courbe représentation de l'application f définie par

$$f(x) = x^3 - 2x - 5$$

pour x élément de [2 ; 2,15]. Ce tracé se fera point par point pour un pas de 0,01 en prenant $\|\vec{i}\| = 100$ cm et $\|\vec{j}\| = 10$ cm .
On remarquera: $f(x) = x(x^2 - 2) - 5$.
On pourra utiliser le programme "machine" suivant qui utilise la mémoire:
Ac Min (ou MC) taper $\boxed{x}$ M^+ $x^2 - 2$ = * MR − 5 =
↑ (annule le contenu de la mémoire)

On prendra pour les images les valeurs décimales approchées à 10^{-3} près par défaut.

Remarque: Les exercices ont été préparés à la maison par les élèves d'une classe de première S et le texte a été étudié en séance de Travaux Dirigés.

En fin d'année, j'ai distribué dans cette classe le questionnaire qui se trouve dans le document n° 9.

Les élèves ont répondu chez eux à ces diverses questions. Vingt-cinq élèves sur trente-trois ont remis leur réponse dans mon casier chacun étant occupé avec les révisions du baccalauréat de français. Je ne leur faisais plus cours. Certes, je n'ai pas l'opinion de tous les élèves. Certains ont omis de me remettre leur réponse. par négligence ou par manque d'intérêt ? Je ne peux pas le savoir. Parmi eux, il y avait de bons élèves et des moins bons, des élèves expansifs ou des élèves renfermés; je ne peux en aucun cas savoir dans quel sens leurs réponses auraient modifié les résultats de ce questionnaire. Un premier dépouillement se trouve dans le document 10.

D'après les réponses à la première partie, le professeur de physique est celui qui évoque le plus de savants. Se contente-t-il de citer leur nom ? Cette enquête trop brève ne permet pas de répondre. D'autre part, j'ai remarqué que les élèves citaient des noms dans toutes les matières ou dans aucune. Il faudrait savoir si ces élèves ont eu des professeurs différents; dans ce cas, le phénomène est explicable. Sinon, on peut conclure que les élèves, suivant leur personnalité ou leur attente, retiennent ou n'entendent du discours des enseignants que ce qui les intéressent. Là encore l'enquête ne permet pas de conclure.

A travers les réponses de la deuxième partie, il apparaît bien que les élèves ayant répondu sont en majorité contents de ce type d'expérience et auraient souhaité plus de travaux de ce type. Les questions d) et e) sont sans doute plus difficiles. Un élève de première n'a pas assez de recul pour mettre en évidence des "notions". La question devra être reformulée autrement.

Quelques élèves indiquent qu'ils ont été sensibles à l'évolution du vocabulaire, des notations, des démonstrations différentes des nôtres.

Dans la troisième partie, les élèves confirment l'intérêt d'un tel travail, regrettent qu'il fut ponctuel et limité dans le temps. Pourquoi le texte de NEWTON leur paraît-il facile et celui de HUYGENS difficile ?

Ils classent les notations comme première difficulté; ce qui paraît bien naturel, car elles sont le premier obstacle à la compréhension d'un texte. J'espère qu'à travers ces expériences, ils auront senti la nécessité de bien rédiger, de respecter les notations en vigueur à notre époque ... Le langage apparaît comme essentiel pour transmettre une pensée.

Les réponses à la dernière question ne peuvent que nous encourager à poursuivre nos efforts afin de donner à notre enseignement une démarche historique authentique, s'appuyant sur des textes originaux.

En guise de conclusion, je vous livre quelques remarques d'élèves extraites de ce questionnaire.

* "Ce travail ne peut en rien apporter quelque chose du point de vue mathématique mais enrichit notre culture générale."

* "Ce travail n'a pas changé, mais a approfondi la vision que j'avais des mathématiques. J'avais déjà réfléchi sur celles-ci auparavant !"
* "Ce travail a sans doute enlevé le côté magique qu'ont parfois certaines formules mathématiques puisque avec ces textes on retourne aux sources de ces formules, on voit comment elles sont nées et sont le fruit d'un long travail de réflexion des mathématiciens."
* "Par exemple, l'étude du texte de HUYGENS était significative qu'il existe plusieurs types de démonstrations pour un même problème. Puisque nous l'avons démontré ensuite par les lignes de niveau. Par ailleurs, il semble qu'il n'avait pas les mêmes notions que nous et n'était donc pas aussi rigoureux puisqu'il ne connaissait pas les notions de limites. Cependant nous comprenons qu'il les pressentait."
* "Il est certain que la lecture du texte authentique est intéressante, mais il est plus agréable d'avoir devant les yeux un énoncé moderne. En effet, les siècles ayant apporté chacun des nouvelles notions il serait dommage de les négliger."
* "Il m'a semblé plus facile de suivre la démarche de l'esprit de l'auteur: par exemple, NEWTON explique très bien sa théorie des fluxions; en calculant par les étapes qu'il donne, on comprend mieux."
* "Le texte authentique est un point de départ agréable. De plus, les auteurs commencent par une introduction (par exemple HUYGENS présente FERMAT, etc. Puis écrit "ma méthode d'examiner la règle de FERMAT était la suivante"). Ceci est moins froid qu'un énoncé moderne qui va directement au but. (Ces introductions ont plus d'intérêt qu'on ne le croît à mon avis)."

Document 9

Enseignement et Histoire des Mathématiques

I. a) Depuis que vous allez à l'école, vous a-t-on déjà parlé de mathématiciens ? oui non

b) Si oui, citez leurs noms. Précisez dans quelle classe vous en avez entendu parler. Vous a-t-on juste cité le nom de ce mathématicien ou vous a-t-on évoqué sa vie, son œuvre ?

c) Vous a-t-on dit à quelle époque un concept est né ? Si oui, indiquez des exemples (indiquez les classes).

d) Vous a-t-on dit dans quelle civilisation un concept est né ? Si oui, indiquez des exemples (indiquez les classes).

e) Le professeur d'histoire vous parle-t-il des découvertes mathématiques ? Lesquelles ? Dans quelle classe ?

f) Le professeur de physique parle-t-il des découvertes et des physiciens ? Si oui, en quelle classe et sous quelles formes ?
Même question pour le professeur de sciences naturelles.

II. Cette année, votre professeur vous a parlé un peu d'histoire des maths.

a) Pour vous, est-ce
* utile
* surprenant
* intéressant
* du temps perdu
* ....

b) Auriez-vous voulu qu'elle en fasse
* plus souvent
* moins

c) Pensez-vous que cela a changé la vision que vous aviez de l'activité mathématique ? Si oui, précisez dans quel sens.

d) Cela vous a-t-il aidé à comprendre certaines notions ? Si oui, lesquelles ?

e) Cela vous a-t-il fait réfléchir sur la rigueur mathématique, les types de démonstrations ? Précisez votre réponse.

III. Votre professeur vous a présenté des textes originaux.
a) La présentation de ces pages dans la problématique de l'époque vous semble-t-elle:
* avoir de l'intérêt
* ne pas avoir sa place pendant un cours de maths
* avoir été trop superficielle
* aurait dû être faite en commun avec le prof d'histoire, de français par exemple.

b) La vie de l'auteur vous semble-t-elle indispensable pour leur compréhension ?

c) La lecture de ces pages vous paraît-elle

difficile			
facile			
inabordable seul			
	HUYGENS	NEWTON	CLAIRAUT

d) Indiquez dans l'ordre ce qui vous paraît le plus difficile (mettre les numéros 1- 2- 3- 4:

Expression du français ancien
Les notations utilisées différentes des nôtres
Le support théorique différent du nôtre
La méthode différente d'aborder les problèmes.

e) Pensez-vous que la lecture du texte authentique soit intéressante ? Ou suffit-il de savoir l'origine du problème et de le résoudre en ayant sous les yeux un énoncé moderne ?
Sauriez-vous expliquer ce que le document vous apporte ?

IV. Conclusion

Ce type de travail:

* vous plaît-il ?
* vous paraît-il ennuyeux ?
* est-il déplacé dans un cours de maths ?
* est-il enrichissant ?
* apporte-t-il une ouverture et un éclairage
  - agréable ?
  - utile ?
  - ....
* devrait-il se généraliser à tous les niveaux ?
* peut-il être pris comme sujet d'examen ?

Tout commentaire libre est la bienvenue.

Document 10

Les pourcentages sont indiqués par rapport au nombre de réponses rendues.

I. a) 100 % de oui

b) Les élèves ont enténdu *citer* les noms suivants dans le premier cycle: EUCLIDE, THALES, PYTHAGORE, CHASLES. En classe de seconde: FIBONACCI, DESCARTES.

c) et d) 60 % de non
Les élèves ayant répondu par oui évoquent l'histoire du zéro reliée aux arabes, GALILÉE.

e) 60 % de non
Le professeur d'histoire parle de la civilisation grecque (ARCHIMEDE et π, ...), de l'évolution du système solaire, des projections de MERCARTOR, ...

f) Pour la physique, 33 % de non; pour les sciences naturelles, 66 % de non.
Les noms évoqués en physique sont: NEWTON, ARCHIMEDE, VOLTA, AMPERE, EINSTEIN, COPERNIC, KÉPLER, l'histoire de l'alchimie.
Les noms évoqués en sciences naturelles sont: BUFFON, SPALLANZANI, TAZIEFF.

II. a)

II. a)	utile	40 %
	surprenant	13 %
	intéressant	86 %
	du temps perdu	0 %

Qualificatifs ajoutés: agréable, plaisant, bénéfique.

b)	plus souvent	86 %
	souvent	13 %
	moins	0 %

c) 73 % de oui
d) peu de réponses
e) Evolution du vocabulaire, des types de raisonnements différents, ...

III. a)	intérêt	86 %
	n'a pas sa place en cours de maths	0 %
	trop superficiel	13 %
	devrait avoir lieu en commun avec d'autres disciplines	13 %

b) 26 % de oui

c)

difficile	26 %	52 %	38 %
facile	52 %	22 %	.37 %
inabordable seul	22 %	26 %	25 %
	HUYGENS	NEWTON	CLAIRAUT

d)

Notations	55 %	22 %	33 %
Supports	22 %	55 %	11 %
Méthodes	22 %	22 %	55 %
	1	2	3

e) * 81 % de oui
* 36 % de non

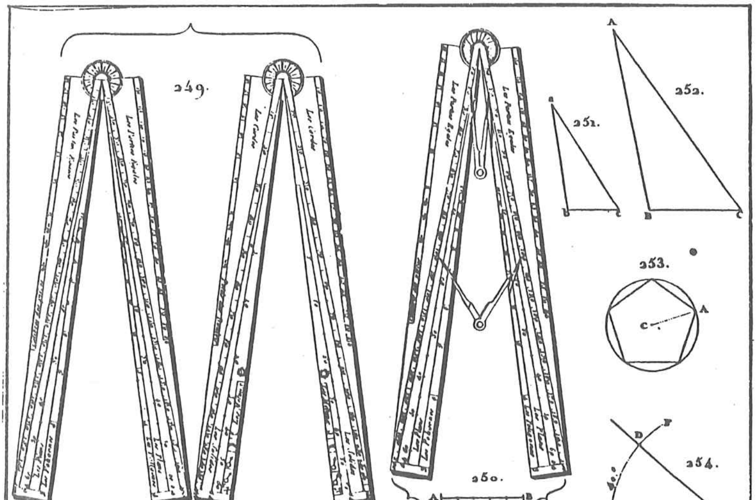
IV. Ce type de travail:	
* vous plaît-il ?	100 %
* est-il ennuyeux ?	0 %
* est-il déplacé dans un cours de maths ?	0 %
* est-il enrichissant ?	100 %
* donne-t-il une ouverture	
- agréable ?	81 %
- utile ?	18 %
* devrait-il se généraliser ?	45 %
* peut-il être pris comme sujet d'examen ?	36 %

Annexe 1

HENRION (Denis ou Didier) (1580 (?)-1632

Il s'installe à Paris en 1607 après avoir été "an engineer" dans l'armée du prince d'Orange. En 1613, il publie un cours de mathématiques élémentaires en français à l'usage des nobles et des officiers. Il a fait plusieurs traductions en français de textes latins.

Il s'intéresse aux instruments de mathématiques, spécialement au compas de proportion dont l'invention est attribué à Jacques ALLEAUME (voir schéma ci-dessous).



Bibliographie

Commission Inter-IREM, *Histoire et épistémologie des mathématiques.* Bulletin de liaison numéro 3 - IREM du Mans, mars 1986.

DAHAN-DALMEDICO, PEIFFER, *Routes et dédales.* Seuil, 1986.

DEDRON et ITARD, *Mathématiques et Mathématiciens.* Magnard, 1959.

FERMAT, *Œuvres.* Publication Tannery et Henry. Gauthier-Villars. Paris, 1895.

Groupe Inter-IREM, *Mathématiques au fil des âges.* Gauthier-Villars. Paris, 1987.

J. DHOMBRES, *Nombre, Mesure et Continu.* Cedic-Nathan. Paris, 1978.

D. HENRION, *Mémoires mathématiques recueillis et dressés en faveur de la noblesse française.* Paris, 1613.

IREM de Paris VII, *Mathématiques, approche par des textes historiques.* Brochure n° 61. Paris, janvier 1986.