

LA METAPHYSIQUE DE CANTOR

d'après les FONDEMENTS D'UNE THEORIE GENERALE DES ENSEMBLES §8

J. GUICHARD

Dans le paragraphe 8 des FONDEMENTS D'UNE THEORIE GENERALE DES ENSEMBLES, Cantor explicite l'arrière-plan métaphysique de sa mathématique. L'étude de ce paragraphe est inséparable du projet du Groupe Inter-IREM qui s'est constitué pour travailler l'oeuvre de Cantor. Il n'en est qu'un moment à prolonger par une réflexion mathématico-philosophique sur l'infini cantorien.

L'objectif de ce texte de réflexion métaphysique sur la réalité des nombres (1), c'est d'assurer la *réalité objective*, c'est-à-dire extérieure à l'esprit, des objets mathématiques qui apparaissent pourtant comme des créations de l'esprit des mathématiciens, et c'est par là-même de *fonder l'indépendance des mathématiques* par rapport à la réalité: liberté du travail du mathématicien qui n'a pas à se préoccuper de la correspondance de ses objets avec la réalité et l'intuition sensible que nous en avons, qui n'a pas à chercher dans une quelconque vérification expérimentale le critère de la vérité de ses théories.

C'est le sens de la référence à deux philosophies qui ont en commun d'être des philosophies de la Totalité, de l'unité du Tout dans lequel l'ordre naturel et l'ordre spirituel se correspondent ou s'expriment mutuellement parce qu'ils ne sont que les deux faces d'une même réalité qui a en Dieu son principe. Les philosophies de Spinoza et de Leibniz sont des philosophies du Tout qui se manifeste en une infinité d'éléments ordonnés se correspondant ou s'exprimant mutuellement.

La pensée peut donc travailler dans l'ordre spirituel ou dans l'ordre matériel sans avoir à se préoccuper de sa correspondance avec l'autre, puisque celle-ci est par nature, c'est-à-dire métaphysiquement assurée.

1. LA CONCEPTION METAPHYSIQUE DE CANTOR

La façon dont Cantor pose le problème de la réalité des nombres montre que *ce problème n'a pas pour lui de caractère spécifique* dans la mesure où *le nombre est concept*.

Le problème de sa réalité est donc celui de tout concept qui a une existence dans l'esprit qui le conçoit, en tant qu'il est le produit de son acte de conception, et qui a une dimension, une portée extérieure à l'esprit dans la mesure où il représente quelque chose.

Ce sont ces deux aspects que Cantor va exposer et expliciter sous les vocables "*réalité intrasubjective ou immanente*" et "*réalité transsubjective ou transcendante*". (2)

Il explicite ensuite les liens qui existent entre ces deux modes de réalité en indiquant le *sens philosophique* de sa conception: deux types de réalité conjoints, conjonction qui amène à revoir l'alternative idéalisme-réalisme, le premier réduisant la réalité à ce que l'esprit conçoit, le second affirmant l'existence d'une seule réalité qui existe hors de l'esprit.

Le fondement de cette conception, c'est le postulat métaphysique de la Totalité comme unité dont l'homme fait partie:

- si l'homme est une partie du Tout, sa raison, son esprit sont aussi une partie de ce Tout et, pourrait-on dire, raisonnent partiellement comme lui; donc ce que l'esprit conçoit bien, c'est-à-dire sans faillir à ses propres règles correspond à une parcelle de cette réalité dont l'homme est partie;
- si le Tout est un et comprend dans son unité la diversité de l'ordre des idées et de l'ordre des choses, c'est que ces deux ordres ne sont pas radicalement, ou ontologiquement, différents: ils se correspondent en deux séries dont la structure est la même.

La conséquence métaphysique que visait l'analyse de Cantor, c'est donc de fonder la *liberté du travail de l'esprit en mathématiques*, l'indépendance des mathématiques par rapport à toute condition empirique ou expérimentale. Travaillant sur des notions, elles n'ont pas à se préoccuper de la correspondance de celles-ci avec des choses extérieures à l'esprit; elles n'ont pas à se laisser arrêter par les critiques de l'intuition lorsque celle-ci, bornée par le savoir qui l'a formée s'érige en censeur des leurs créations.

L'ordre des idées n'est soumis qu'à lui-même, c'est-à-dire aux conditions formelles, logiques qui font qu'il est un ordre: la cohérence interne des notions et leur cohérence entre elles, d'une part, c'est l'exigence du principe de non-contradiction, et la distinction des définitions données, assurée par leur précision d'autre part.

*

Les mathématiques sont donc indépendantes, autonomes parce qu'elles ont en elles-mêmes leur critère de vérité: la non-contradiction, mais aussi le correctif aux égarements des notions arbitraires: la stérilité. La liberté est ainsi une caractéristique inaliénable des mathématiques: "*l'essence de la mathématique réside précisément dans sa liberté*". Mais ce qui les fonde métaphysiquement, ce qui fait qu'elles ne sont pas une simple construction de l'esprit, une fiction bien faite, c'est une conception du réel fondée sur le postulat métaphysique de *l'unité du Tout* qui fait qu'on peut travailler uniquement dans l'ordre des idées pour constituer une connaissance par construction de concepts, sans avoir à se préoccuper de la correspondance avec la réalité, puisque celle-ci est métaphysiquement assurée par cette unité.

Les références métaphysiques de Cantor éclairent ce point de vue.

2. LA REFERENCE A LA METAPHYSIQUE DE SPINOZA.

La philosophie de Spinoza est un monisme, c'est-à-dire une philosophie qui conçoit le tout comme *une seule substance*, qu'on peut envisager sous l'angle spirituel ou sous l'angle matériel.

- Dieu ou la Nature -

Ou, *sive* dans le texte latin: *si vous voulez*;
c'est la même chose, sous deux vocables différents:

substance infinie qui a une *infinité d'attributs* qui constituent son essence et dont nous ne connaissons que deux:

- la pensée, dont la pensée humaine est un *mode déterminé*, c'est-à-dire fini, limité;
- l'étendue dont le corps humain est un *mode déterminé*.

Ce qui fonde deux idées qui vont dans le même sens:

* la distinction entre pensée et étendue ou matière, comme deux choses de nature complètement différente, qui obéissent à des principes différents, est une différence que fait notre esprit guidé par l'imagination, parce que nous n'avons qu'une perception déterminée, c'est-à-dire limitée de la réalité du fait que nous ne sommes qu'un mode et non la substance infinie.

Mais cette distinction n'a pas de raison d'être dans l'être, c'est-à-dire du point de vue de la Totalité, ou substance infinie. Du point de vue de l'essence de l'être, c'est la même chose, c'est-à-dire le même ordre. (3)

On peut donc en déduire qu'il est possible de travailler dans un ordre indépendamment de l'autre, et c'est ce que fait Cantor.

* L'homme, son esprit, ne sont pas en marge de la Nature: il n'est pas "un empire dans un empire" (4). Sa nature, son esprit, suivent les Lois de la Nature. Quand il pense, c'est Dieu qui pense en lui de façon déterminée, plus ou moins adéquate selon l'usage qu'il fait de sa raison par rapport à l'imagination et aux passions.

Penser adéquatement, c'est s'élever à la considération de la Totalité, autant que faire se peut. La pensée humaine a donc son fondement dans l'être.

3. LA REFERENCE A LA METAPHYSIQUE DE LEIBNIZ.

Autre pensée de l'unité du Tout, à laquelle Cantor renvoie dans la même note 6 et sans référence précise, la philosophie de Leibniz se concentre en un postulat:

L'harmonie préétablie ou *théorie de l'expression universelle*, qui assure l'unité du Tout en même temps que sa diversité, a sa cause en Dieu.(5)

Toute chose dans la nature exprime tout l'univers, à sa façon, c'est-à-dire selon sa nature, qui est créée et réglée d'avance par Dieu.

* Ce qui assure la réalité de toute chose, c'est *la monade*: unité substantielle, principe métaphysique sans lequel la matière serait sans forme et ne pourrait pas subsister.

"...la matière, prise pour un être complet... n'est qu'un amas, ou ce qui en résulte, et...tout amas réel suppose des substances simples ou des unités réelles, et quand on considère encore ce qui est de la nature de ces unités réelles, c'est-à-dire la perception et ses suites, on est transféré pour ainsi dire dans un autre monde, c'est-à-dire dans le monde intelligible des substances, au lieu qu'auparavant on n'a été que parmi les phénomènes des sens..."

...la matière ne saurait subsister sans substances immatérielles, c'est-à-dire sans les unités."

NOUVEAUX ESSAIS... (6)

* En effet, n'existe que ce qui est *un* (être); l'unité est principe d'être: de réalité et d'existence.

"Pour trancher court, je tiens pour un axiome cette proposition identique qui n'est diversifiée que par l'accent: que ce qui n'est pas un être n'est pas véritablement un être. On a toujours cru que l'un et l'être sont des choses réciproques. Autre chose est l'être, autre chose est des êtres, mais le pluriel suppose le singulier et là où il n'y aura pas un être, il y aura encore moins plusieurs êtres".

A ARNAULT, 30 Avril 1687

C'est la substance simple - *monas* : unité, en grec - , c'est-à-dire sans parties (7) qui seule peut assurer l'unité et qui confère l'être aux êtres :

"Il n'y a que les points métaphysiques ou de substance constitués par les formes ou âmes qui soient exacts et réels et sans eux, il n'y aurait rien de réel, puisque sans les véritables unités, il n'y aurait point de multitude".

SYSTEME NOUVEAU DE LA NATURE... (8)

* Or ces unités substantielles sont indépendantes les unes des autres; étant sans parties, elles ne peuvent recevoir des modifications de l'extérieur: il n'y a *pas d'action d'une substance sur l'autre* .

"Il n'y a pas moyen... d'expliquer comment une monade puisse être altérée, ou changée de son intérieur par quelque autre créature; puisqu'on ne saurait rien transposer, ni concevoir en elle aucun mouvement interne, qui puisse être excité, dirigé, augmenté ou diminué là-dedans; comme cela se peut dans les composés, où il y a des changements entre les parties. Les Monades n'ont point de fenêtres, par lesquelles quelque chose y puisse entrer ou sortir".

MONADOLOGIE §7

Ce qui arrive aux êtres ne fait, en réalité, que *développer leur nature*. La substance possède en elle-même le principe de sa spontanéité et contient la suite infinie de tous ses prédicats ou attributs.

"Enfin pour ramasser mes pensées en peu de mots, je tiens que toute substance renferme dans son état présent tous ses états passés et à venir...; et par conséquent, rien ne lui arrive que de son propre fonds, et en vertu de ses propres lois, pourvu qu'on y joigne le concours de Dieu".

A ARNAULT 9 Octobre 1687 (9)

Il reste à comprendre qu'il y ait correspondance entre les faits extérieurs et ce qui est ressenti à l'intérieur: entre l'aiguille qui pique et la douleur ressentie.

* Toute chose a été *conçue et réglée par Dieu* de façon que ce qu'elle est, ce qu'elle fait, ce qu'elle devient, c'est-à-dire ses états *s'accordent avec tout ce qui existe dans l'univers*.

C'est l'hypothèse de l'harmonie préétablie:

"...étant d'ailleurs persuadé du principe de l'harmonie en général et par conséquent de la préformation et de l'harmonie préétablie de toutes choses entre elles, entre la nature et la grâce, entre les décrets de Dieu et nos actions prévues, entre toutes les parties de la matière et même entre l'avenir et le passé, le tout conformément à la souveraine sagesse de Dieu, dont les ouvrages sont les plus harmoniques qu'il soit possible de concevoir;..."

ESSAIS DE THEODICEE §62 (1710) (5)

Cet accord est *correspondance ou expression*: étant accordée à la totalité de l'Univers, elle le représente ou l'exprime d'une façon déterminée par sa nature; elle représente un point de vue sur l'Univers qui se trouve exprimé d'un certain point de vue:

"... cette liaison ou cet accommodement de toutes les choses créées à chacune, et de chacune à toutes les autres, fait que chaque substance simple a des rapports qui expriment toutes les autres, et qu'elle est par conséquent un miroir vivant perpétuel de l'Univers.

Et comme une même ville regardée de différents côtés paraît tout autre, et est comme multipliée perspectivement; il arrive de même que par la multitude infinie des substances simples, il y a comme autant de différents univers, qui ne sont pourtant que les perceptions d'un seul selon les différents points de vue de chaque Monade".

MONADOLOGIE § 56-57

* En quel sens il faut entendre *exprimer*:

"Une chose en exprime une autre (dans mon langage) lorsqu'il y a un rapport constant et réglé entre ce qui peut se dire de l'une et ce qui peut se dire de l'autre. C'est ainsi qu'une projection de perspective exprime son géométral. L'expression est commune à toutes les formes, et c'est un genre dont la perception naturelle, le sentiment animal et la connaissance

A ARNAULD 9 Octobre 1687 (9)

* Application aux rapports de *l'esprit et de la matière*:

L'esprit est "*comme un automate spirituel*" qui comme toute substance contient en lui le principe de sa spontanéité, la loi de la série de toutes ses pensées, et exprime tout l'Univers:

"...pourquoi Dieu ne pourrait-il pas donner d'abord à la substance une force interne qui lui pût produire par ordre (comme dans un automate spirituel ou formel, mais libre en celle qui a la raison en partage) tout ce qui lui arrivera, c'est-à-dire toutes les apparences ou expressions qu'elle aura et cela sans le secours d'aucune créature ?

SYSTEME NOUVEAU DE LA NATURE..., §15

Le corps n'a donc pas d'action directe sur l'esprit, mais les deux sont réglés de telle sorte que ce qui se passe dans l'un corresponde à ce qui se passe dans l'autre:

"Le monde corporel est fait si artistiquement qu'en vertu de ses propres lois, il répond à ce que l'âme demande et qu'il en est de même à l'égard de l'âme qui est naturellement représentative du corps".

A JACQUENOT, 3 Février 1704

Ou encore:

"... la nature (de chaque substance singulière et par conséquent) de toute âme est d'exprimer l'Univers: elle a d'abord été créée de telle sorte qu'en vertu des propres lois de sa nature il lui doit arriver de s'accorder avec ce qui se passe dans les corps et par conséquent dans le sien: il ne faut donc pas s'étonner qu'il lui appartient de se représenter la piqure lorsqu'elle arrive à son corps".

A ARNAULT, 9 Octobre 1687 (9)

* L'esprit contient donc en lui les principes de la connaissance, et la connaissance est développement, explicitation:

"... les idées sont originaires dans notre esprit et... même nos pensées nous viennent de notre propre fonds sans que les autres créatures puissent avoir une influence immédiate sur l'âme".

NOUVEAUX ESSAIS... L.IV, ch.IV.(5)

Ces idées sont le fondement de la certitude véritable qui est donnée par les vérités de raison:

"D'ailleurs, le fondement de notre certitude à l'égard des vérités universelles et éternelles est dans les idées mêmes, indépendamment des sens, comme aussi les idées pures et intelligibles ne dépendent point des sens..." ib.

Par conséquent, en vertu de cette correspondance universelle, de cette harmonie préétablie entre toutes choses, et particulièrement entre l'ordre des pensées et l'ordre des choses dans l'Univers, la pensée qui raisonne juste à partir de ses idées est assurée de sa vérité, c'est-à-dire de sa correspondance avec la réalité, ou encore d'être une expression distincte de l'Univers sous un certain angle.

* * *

Si malgré leurs différences, Cantor renvoie également à la philosophie de Spinoza et de Leibniz pour éclairer les fondements métaphysiques de sa conception des mathématiques, c'est parce qu'il perçoit dans les deux le refus de l'hétérogénéité radicale de la Totalité de ce qui est: matière et esprit ne sont pas séparés par une différence de nature -une coupure ontologique- qui ferait de la réalité et de la connaissance deux ordres totalement hétérogènes entre lesquels il faudrait travailler à établir des ponts pour fonder le second sur le premier, -l'épistémologique sur l'ontologique-. L'autonomie de l'ordre épistémologique, ordre des idées, par rapport à l'ontologique, ordre des choses, qui fonde la liberté du travail de l'esprit en mathématiques, est assurée par l'unité ontologique de l'infini en Dieu, qui ramène la diversité des ordres à une simple affaire de perspective, point de vue limité d'une perception par nature bornée.

Cantor se réfère également à la pensée de Platon, plaçant la réalité dans les formes ou essences que vise l'esprit quand il pense: ces idées constituent la réalité. Même en l'absence de cette référence, on peut parler de conception platonicienne à propos de Cantor, au sens où cette expression est habituellement utilisée pour désigner toute conception qui ne voit pas dans les objets mathématiques des créations de l'esprit, mais des réalités ayant une existence hors de l'esprit qui les pense.

- (1) Voir ANNEXE I
 - (2) Voir Tableau en ANNEXE II
 - (3) Voir ETHIQUE, L.II, prop.VII, reproduit en ANNEXE III (1661 - 1675)
 - (4) ETHIQUE, LIII.
 - (5) Voir ANNEXE IV
 - (6) NOUVEAUX ESSAIS SUR L'ENTENDEMENT HUMAIN, L.IV, Ch.III,§1 reproduit en ANNEXE IV (1703)
 - (7) MONADOLOGIE , §1 (1714)
L'emploi du mot *monade* date de 1695, chez Leibniz.
(Première apparition chez J. Bruno , 1550-1600)
 - (8) SYSTEME NOUVEAU DE LA NATURE ET DE LA GRACE, (1695)
 - (9) Voir ANNEXE V.
-

§ 8

* Nous pouvons prendre la réalité ou existence des nombres entiers, tant finis qu'infinis, en deux sens, qui, à les prendre exactement, sont deux aspects sous lesquels on peut considérer la réalité de n'importe quel concept ou notion. Nous pouvons pour attribuer une réalité aux nombres entiers, retenir le fait que sur la base de définitions, ils occupent dans notre entendement une place tout à fait déterminée, se distinguent parfaitement de toutes les autres parties constitutives de notre pensée, entrent avec elles en des relations déterminées et ainsi modifient la substance de notre esprit d'une façon déterminée; qu'il me soit permis de nommer ce type de réalité de nos nombres, leur *réalité intrasubjective* ou *immanente* ⁵. Mais l'on peut aussi, pour attribuer une réalité à ces nombres, retenir le fait qu'ils doivent être considérés comme l'expression ou la reproduction de processus et de relations existant dans le monde extérieur opposé à l'intellect, et que de plus les diverses classes de nombres I, II, III etc., représentent des puissances qui existent en fait dans la nature physique et spirituelle. J'appelle ce deuxième type de réalité, la *réalité transsubjective* ou *transcendante* des nombres entiers.

Le fondement de mes réflexions étant entièrement réaliste, mais non pas moins idéaliste, il ne fait pour moi aucun doute que ces deux types de réalité se trouvent toujours conjoints, en ce sens qu'un concept à caractériser comme existant sous le premier rapport, déient toujours aussi sous certains aspects, qui peuvent même être infiniment nombreux, une réalité transcendante ⁶ dont l'établissement, il

5. Ce que j'appelle ici réalité « intrasubjective » ou « immanente » des concepts ou des notions pourrait légitimement coïncider avec la détermination « adæquate » au sens où ce mot est employé par Spinoza, *Éthique*, II, def. IV : « *Per ideam adæquatam intelligo ideam quæ quatenus in se sine relatione ad obiectum consistat, omnes veræ ideæ proprietates sive denominationes intrinsecas habet.* »

6. Cette conviction coïncide pour l'essentiel aussi bien avec les principes fondamentaux du système platonicien qu'avec un trait essentiel du système spinoziste; sur le premier point, je renvoie à Zeller, *Philosophie der Griechen*, 3^e éd., II, 1, 541-602. Il y est dit tout au début du chapitre : « Seul le savoir conceptuel peut (selon Platon) garantir une véritable connaissance. Mais au degré de vérité que détiennent nos représentations — Platon partage ce présupposé avec Parménide — doit répondre un degré égal de réalité pour leur objet, et réciproquement. Ce qui peut être connu, est; ce qui ne peut être connu, n'est pas, et c'est dans l'exacte mesure où elle est, qu'une chose est connaissable. »

En ce qui concerne Spinoza, je n'ai qu'à rappeler sa proposition (*Éthique*, II, prop. VII) : « *Ordo et connectio idearum idearum est ac ordo et connectio rerum.* »

est vrai, est l'une des tâches les plus ardues et les plus difficiles de la métaphysique; il faut bien souvent le remettre à des temps où le développement naturel d'une autre science dévoile la signification transcendante du concept en question.

Cette solidarité entre les deux réalités a son fondement propre dans l'unité *du fait dont nous faisons partie nous-mêmes*. Si je me réfère ici à cette solidarité, c'est en vue d'en tirer une conséquence qui me paraît très importante pour la mathématique, à savoir que cette dernière doit prendre en considération pour constituer son matériel notionnel *uniquement et seulement* la réalité *immanente* de ses concepts, et n'est par conséquent aucunement obligée de les éprouver du point de vue de leur réalité *transcendante*. En raison de cette position éminente, qui la distingue de toutes les autres sciences et peut expliquer la manière relativement aisée et sans contrainte dont on peut la pratiquer, elle mérite tout particulièrement le nom de *mathématique libre*; et si je pouvais choisir, je donnerais la préférence à cette désignation sur celle devenue usuelle de mathématique « pure ».

La mathématique est pleinement libre dans son développement, et ne connaît qu'une seule obligation (et sur un point qui va de soi) : ses concepts doivent être non contradictoires en eux-mêmes et soutenir d'autre part avec les concepts formés antérieurement, déjà présents et assurés, des relations fixes, réglées par des définitions ? En particulier, pour pouvoir introduire de nouveaux nombres, elle est seulement requise d'en donner des définitions leur conférant une précision et le cas échéant une relation aux anciens nombres telles que l'on puisse dans des cas donnés les distinguer les uns des autres de manière déterminée. Dès qu'un nombre satisfait à toutes ces conditions, il peut et doit être considéré comme existant et réel dans la mathématique. Je vois dans ce fait la raison, indiquée par allusion au paragraphe 4, pour laquelle on doit accorder aux nombres rationnels, irrationnels et complexes tout autant d'existence qu'aux nombres entiers positifs finis.

Il n'est pas nécessaire, je crois, de redouter de ces principes aucun danger pour la science, comme le font bien des gens; d'une part les conditions que j'ai dites

Dans la philosophie de Leibniz également, l'on peut retrouver le même principe de théorie de la connaissance. Ce n'est que depuis l'empirisme, le sensualisme et le scepticisme modernes et depuis le criticisme kantien qui en est issu, que l'on croit devoir situer la source du savoir et de la certitude dans les sens ou les dites « formes pures de l'intuition du monde représentatif », en la confinant dans ces bornes; je suis convaincu que ces éléments ne fournissent aucune connaissance assurée, parce que cette

et sans l'observation desquelles la liberté de former des nombres ne peut être mise en exercice, sont telles qu'elles ne laissent à l'arbitraire qu'une place extrêmement réduite; ensuite tout concept mathématique porte en lui-même son correctif nécessaire; s'il est stérile ou inadéquat, il le manifeste très vite par son peu d'usage, et il est alors abandonné pour manque d'efficacité. En revanche toute restriction superflue imposée à l'appétit de recherche mathématique me paraît comporter un danger bien plus grave, d'autant plus grave que l'on ne peut de l'essence de la science rien tirer qui la justifie. Car l'essence de la mathématique réside précisément dans sa liberté.

Si même cette constitution de la mathématique ne résulterait pas pour moi des raisons que j'ai dites, tout le développement de la science elle-même, tel qu'il s'est offert à nos regards durant notre siècle, devrait me conduire exactement au même point de vue.

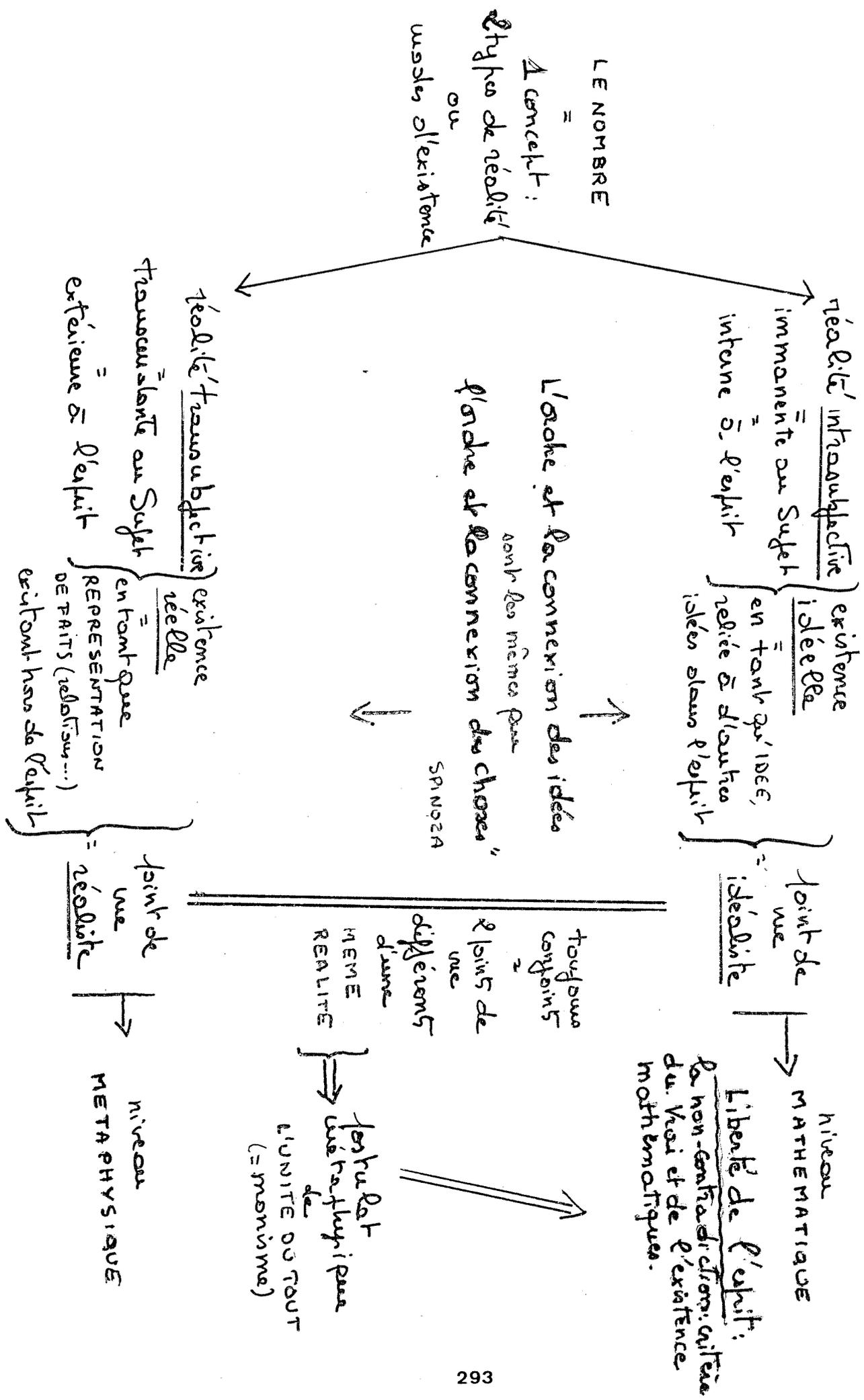
Si Gauss, Cauchy, Abel, Jacobi, Dirichlet, Weierstrass, Hermite et Riemann s'étaient trouvés contrainsts de toujours soumettre leurs idées nouvelles à un contrôle métaphysique, en vérité le plaisir que nous procure le superbe édifice de la moderne théorie des fonctions nous serait refusé; celui-ci pourtant, bien que projeté et exécuté de manière totalement libre et dépourvue de tout but transcendant, a déjà manifesté sa signification transcendante par des applications à la mécanique, l'astronomie et la physique mathématique — et il ne fallait pas s'attendre à autre chose. Il ne nous serait pas donné d'observer le grand essor de la théorie des équations différentielles, amené par Fuchs, Poincaré et bien d'autres, si ces talents exceptionnels avaient été arrêtés et ligotés par des influences étrangères; et si

dernière ne saurait être atteinte que par des concepts et des notions qui tout au plus sont suscités par l'expérience extérieure, mais sont pour l'essentiel formés par une induction et une déduction internes, comme une chose qui dans une certaine mesure était déjà en nous, et se trouve seulement éveillée et portée à la conscience.

7. Pour correctement former un concept, le processus est toujours le même : on pose un objet (*Ding*) dépourvu de propriétés, qui tout d'abord n'est rien qu'un nom ou un signe A, et l'on confère à celui-ci de manière ordonnée des prédicats intelligibles divers ou même infiniment nombreux, dont on peut connaître la signification par l'examen de notions déjà données, et qui ne doivent pas se contredire entre eux; ainsi se trouvent déterminées les relations de A aux concepts déjà donnés et spécialement aux concepts apparentés; quand on a mené ce procès jusqu'à son terme, toutes les conditions sont données pour éveiller le concept A qui sommeillait en nous et il parvient à l'existence tout achevé, revêtu de la réalité intrasubjective qui seule peut être requise des concepts; constater sa signification transcendante est alors la tâche de la métaphysique.

Kummer n'avait pas pris la liberté si riche de conséquences d'introduire les nombres « idéaux » dans la théorie des nombres, nous ne serions pas en mesure aujourd'hui d'admirer les travaux algébriques et arithmétiques de Kronecker et Dedekind, si importants et remarquables.

Encore que la mathématique obtienne ainsi le droit à une entière liberté de mouvements, hors de tout lien métaphysique, je ne puis d'autre part reconnaître le même droit à la mathématique « appliquée », par exemple la mécanique analytique ou la physique mathématique; ces disciplines sont à mes yeux *métaphysiques*, dans leurs fondements aussi bien que dans leurs buts; si elles cherchent à se libérer de ce caractère, comme la chose a été récemment proposée par un physicien célèbre, elles dégénèrent alors en une « description de la nature », à qui nécessairement font défaut tout à la fois le souffle vif de la libre pensée mathématique et le pouvoir d'expliquer et d'établir les phénomènes naturels.



ANNEXE III. Extraits de SPINOZA, B; ETHIQUE (1661-1675. Publication posthume: 1677)
traduction CAILLOIS, R. OEUVRES COMPLETES.
Bibliothèque de La Pléiade. NRF (1967), 309-596.

Livre II, définitions III & IV, et proposition VII:

SCOLIE

III. PAR IDÉE, J'ENTENDS UN CONCEPT DE L'ESPRIT
QUE L'ESPRIT FORME PARCE QU'IL EST UNE CHOSE PEN-
SANTE³.

EXPLICATION

*Je dis concept plutôt que perception, parce que le mot
perception semble indiquer que l'Esprit est passif à l'égard de
l'objet, tandis que concept exprime plutôt une action de l'Esprit.*

IV. PAR IDÉE ADÉQUATE, J'ENTENDS UNE IDÉE QUI,
EN TANT QU'ELLE EST CONSIDÉRÉE EN SOI, SANS RELA-
TION A UN OBJET, A TOUTES LES PROPRIÉTÉS OU PRÉSENTE
TOUS LES SIGNES (DENOMINATIONS) INTRINSÈQUES D'UNE
IDÉE VRAIE¹.

EXPLICATION

*Je dis intrinsèques, afin d'exclure celle qui est extrinsèque,
à savoir la convenance de l'idée avec l'objet qu'elle représente.*

/.../

PROPOSITION VIII

*L'ordre et la connexion (ordo et conexio) des idées sont
les mêmes que l'ordre et la connexion des choses².*

DÉMONSTRATION

Cela est évident d'après l'axiome 4 de la première
partie. Car l'idée de chaque chose causée dépend de la
connaissance de la cause dont elle est l'effet.

COROLLAIRE

D'où suit que la puissance de penser de Dieu est égale
à sa puissance actuelle d'agir¹. C'est-à-dire que tout ce
qui suit formellement² de la nature infinie de Dieu, suit
objectivement en Dieu de l'idée de Dieu, dans le même
ordre et selon la même connexion.

Ici, avant de poursuivre, il faut nous rappeler notre
précédente démonstration : tout ce qui peut être perçu
par un entendement infini comme constituant l'essence
de la substance n'appartient qu'à une substance unique,
et par conséquent substance pensante et substance
étendue sont une seule et même substance, qui est com-
prise tantôt sous cet attribut, tantôt sous l'autre. De
même aussi le mode de l'étendue et l'idée de ce mode
sont une seule et même chose, mais exprimée de deux
façons : ce que certains d'entre les Hébreux semblent
avoir vu comme à travers un brouillard, puisqu'ils
admettent que Dieu, l'entendement de Dieu et les choses
comprises par lui sont une seule et même chose. Par
exemple, un cercle qui existe dans la Nature et l'idée du
cercle — idée qui est aussi en Dieu — sont une seule et
même chose, qui s'explique par des attributs différents;
et ainsi, que nous concevions la Nature soit sous l'attri-
but de l'Étendue, soit sous l'attribut de la Pensée, soit
sous quelque autre³, nous trouverons un seul et
même ordre, autrement dit une seule et même connexion
de causes, c'est-à-dire les mêmes choses se suivant de
part et d'autre⁴. Et lorsque j'ai dit que Dieu est cause de
l'idée, par exemple j'ai dit que Dieu est cause de
cette chose pensante, et du cercle en tant seulement qu'il est
chose étendue, c'est uniquement parce que l'être formel
de l'idée du cercle ne peut être perçu que par un autre
mode du penser qui en est comme la cause prochaine,
celui-ci à son tour par un autre, et ainsi à l'infini; de sorte
que, dans la mesure où nous considérons les choses
comme des modes du penser, nous devons expliquer
l'ordre de la Nature entière, autrement dit la connexion
des causes, par le seul attribut de la Pensée; et en tant
qu'elles sont considérées comme des modes de l'Étendue,
l'ordre de la Nature entière doit être expliqué par le seul
attribut de l'Étendue. De même pour les autres attributs.
C'est pourquoi Dieu est réellement cause des choses
comme elles sont en soi, en tant qu'il est constitué par
une infinité d'attributs. Je ne puis pour le moment expli-
quer cela plus clairement.

NOUVEAUX ESSAIS SUR L'ENTENDEMENT HUMAIN

(1703. Publication posthume: 1765).

Garnier-Flammariion 1966.

Livre IV, ch. III, §1:

(Nécessité d'unités substantielles:
less Monades.) - 332-333.

/.../ Il faut considérer que la matière, prise pour un être complet (c'est-à-dire la matière seconde opposée à la première, qui est quelque chose de purement passif, et par conséquent incomplet), n'est qu'un amas, ou ce qui en résulte, et que tout amas réel suppose des substances simples ou des unités réelles, et quand on considère encore ce qui est de la nature de ces unités réelles, c'est-à-dire la perception et ses suites, on est transféré pour ainsi dire dans un autre monde, c'est-à-dire dans le monde intelligible des substances, au lieu qu'auparavant on n'a été que parmi les phénomènes des sens. Et cette connaissance de l'intérieur de la matière fait assez voir de quoi elle est capable naturellement, et que toutes les fois que Dieu lui donnera des organes propres à exprimer le raisonnement, la substance immatérielle, qui raisonne, ne manquera pas de lui être aussi donnée, en vertu de cette harmonie, qui est encore une suite naturelle des substances. La matière ne saurait subsister sans substances immatérielles, c'est-à-dire sans les unités; après quoi on ne doit plus demander s'il est libre à Dieu de lui en donner ou non; et si ces substances n'avaient pas en elles la correspondance ou l'harmonie, dont je viens de parler, Dieu n'aurait pas suivant l'ordre naturel. Quand on parle tout simplement de donner, ou d'accorder des puissances, c'est retourner aux facultés nues des écoles et se figurer des petits êtres substantiels, qui peuvent entrer et sortir comme les pigeons d'un colombier. C'est en faire des substances sans y penser. Les puissances primitives constituent les substances mêmes, et les puissances dérivatives, ou, si vous voulez, les facultés, ne sont que des façons d'être, qu'il faut dériver des substances, et on ne les dérive pas de la matière en tant qu'elle n'est que machine, c'est-à-dire en tant qu'on ne considère par abstraction que l'être incomplet de la matière première, ou le

Livre IV, ch. IV, §1:

(Les idées sont originellement dans notre esprit) -345-

THÉOPHILE. Notre certitude serait petite ou plutôt nulle, si elle n'avait point d'autre fondement des idées simples que celui qui vient des sens. Avez-vous oublié, Monsieur, comment j'ai montré que les idées sont originellement dans notre esprit et que même nos pensées nous viennent de notre propre fonds, sans que les autres créatures puissent avoir une influence immédiate sur l'âme. D'ailleurs le fondement de notre certitude à l'égard des vérités universelles et éternelles est dans les idées mêmes, indépendamment des sens, comme aussi les idées pures et intelligibles ne dépendent point des sens, par exemple celle de l'être, de l'un, du même, etc. Mais les idées des qualités sensibles, comme de la couleur, de la saveur, etc. (qui en effet ne sont que des fantômes), nous viennent des sens, c'est-à-dire de nos perceptions confuses. Et le fondement de la vérité des choses contingentes et singulières est dans le succès, qui fait que les phénomènes des sens sont liés justement comme les vérités intelligibles le demandent.

ESSAIS DE THEODICEE (1710), § 62.

préface et notes JALABERT, J.

Aubier - Montaigne, 1962.

62. Ainsi, étant d'ailleurs persuadé du principe de l'*harmonie* en général, et par conséquent de la *préformation* et de l'harmonie préétablie de toutes choses entre elles, entre la nature et la grâce, entre les décrets de Dieu et nos actions prévues, entre toutes les parties de la matière et même entre l'avenir et le passé, le tout conformément à la souveraine sagesse de Dieu, dont les ouvrages sont les plus harmoniques qu'il soit possible de concevoir; je ne pouvais manquer de venir à ce système, qui porte que Dieu a créé l'âme d'abord de telle façon, qu'elle doit se produire et se représenter par ordre ce qui se passe dans le corps; et le corps aussi de telle façon, qu'il doit faire de soi-même ce que l'âme ordonne. De sorte que les lois, qui lient les pensées de l'âme dans l'ordre des causes finales et suivant l'évolution des perceptions, doivent produire des images qui se rencontrent et s'accordent avec les impressions des corps sur nos organes, et que les lois des mouvements dans le corps, qui s'entresuivent dans l'ordre des causes efficaces, se rencontrent aussi et s'accordent tellement avec les pensées de l'âme, que le corps est porté à agir dans le temps que l'âme le veut.

SYSTEME NOUVEAU DE LA NATURE ET DE LA COMMUNICATION
DES SUBSTANCES (1695), § 15.

traduction ROBINET, A; LEIBNIZ, Seghers, 1962. 117-118.

15. Cette hypothèse^{*} est très possible. Car pourquoi Dieu ne pourrait-il pas donner d'abord à la substance une nature ou force interne qui lui pût produire par ordre (comme dans un *automate spirituel ou formel*, mais libre en celle qui a la raison en partage) tout ce qui lui arrivera, et cela sans le secours d'aucune créature? D'autant plus que la nature de la substance demande nécessairement et enveloppe essentiellement un progrès ou un changement sans lequel elle n'aurait point de force d'agir. Et cette nature de l'âme étant représentative de l'univers d'une manière très exacte, quoique plus ou moins distincte, la suite des représentations que l'âme se produit répondra naturellement à la suite des changements de l'univers même : comme en échange le corps a aussi été accommodé à l'âme pour les rencontres où elle est conçue comme agissante au dehors ; ce qui est d'autant plus raisonnable, que les corps ne sont faits que pour les esprits, seuls capables d'entrer en société avec Dieu et de célébrer sa gloire. Ainsi, dès qu'on voit la possibilité de cette *hypothèse des accords*, on voit aussi qu'elle est la plus raisonnable, et qu'elle donne une merveilleuse idée de l'harmonie de l'univers et de la perfection des ouvrages de Dieu.

* L'hypothèse de l'Harmonie Préétablie.

Monsieur,

Comme je ferai toujours grand cas de votre jugement lorsque vous pouvez vous instruire de ce dont il s'agit, je veux faire ici un effort pour tâcher d'obtenir que les positions que je tiens importantes et presque assurées vous paraissent, sinon certaines, au moins soutenables. Car il ne me semble point difficile de répondre aux doutes qui vous restent, et qui, à mon avis, ne viennent que de ce qu'une personne prévenue et distraite d'ailleurs, quelque habile qu'elle soit, a bien de la peine à entrer d'abord dans une pensée nouvelle, sur une matière abstraite des sens⁴, où ni figures, ni modèles, ni imaginations nous peuvent secourir.

J'avais dit que l'âme exprimant naturellement tout l'univers en certains sens, et selon le rapport que les autres corps ont au sien, et par conséquent exprimant plus immédiatement ce qui appartient aux parties de son corps doit, en vertu des lois du rapport qui lui sont essentielles, exprimer particulièrement quelques mouvements extraordinaires des parties de son corps; ce qui arrive lorsqu'elle [en] sent la douleur. A quoi vous répondez que vous n'avez point d'idée claire de ce que j'entends par le mot d'exprimer; si j'entends par là une pensée, vous ne demeurez pas d'accord que l'âme a plus de pensée et de connaissance du mouvement de la Lymphe dans les vaisseaux lymphatiques que des satellites de Saturne; mais si j'entends quelque autre chose, vous ne savez (dites-vous) ce que c'est, et par conséquent (supposé que je ne puisse point l'expliquer distinctement) ce terme ne servira de rien pour faire connaître comment l'âme peut se donner le sentiment de la douleur, puisqu'il faudrait pour cela (à ce que vous voulez) qu'elle connaît déjà qu'on me pique, au lieu qu'elle n'a cette connaissance que par la douleur qu'elle ressent. Pour répondre à cela, j'expliquerai ce terme que vous jugez obscur, et je l'appliquerai à la difficulté que vous avez faite. Une chose *exprime* une autre (dans mon langage) lorsqu'il y a un rapport constant et réglé entre ce qui se peut dire de l'une et de l'autre. C'est ainsi qu'une projection de perspective exprime son géométral⁵. L'expression est commune à toutes les formes, et c'est un genre dont la perception naturelle, le sentiment animal et la connaissance intellectuelle sont des espèces. Dans la perception naturelle et dans le sentiment, il suffit que ce qui est divisible et matériel, et se trouve dispersé en plusieurs êtres, soit exprimé ou représenté dans un

seul être indivisible, ou dans la substance qui est douée d'une véritable unité⁴. [On ne peut point douter de la possibilité d'une telle représentation de plusieurs choses dans une seule, puisque notre âme nous en fournit⁵ un exemple. Mais] cette représentation est accompagnée de conscience dans l'âme raisonnable, et c'est alors qu'on l'appelle pensée⁶. Or, cette expression arrive par tout, parce que toutes les substances sympathisent avec toutes les autres et reçoivent quelque changement proportionnel répondant au moindre changement qui arrive dans tout l'univers, quoique ce changement soit plus ou moins notable à mesure que les autres corps ou leurs actions ont plus ou moins de rapport au nôtre. C'est de quoi, je crois, que M. Descartes serait demeuré d'accord lui-même, car il accorderait sans doute qu'à cause de la continuité et divisibilité de toute la matière le moindre mouvement étend son effet sur les corps voisins, et par conséquent de voisin à voisin à l'infini, mais diminué à proportion; ainsi notre corps doit être affecté en quelque sorte par les changements de tous les autres⁷. Or, à tous les mouvements de notre corps répondent certaines perceptions ou pensées plus ou moins confuses de notre âme, donc l'âme aussi aura quelque pensée de tous les mouvements de l'univers, et selon moi toute autre âme ou substance en aura quelque perception ou expression. Il est vrai que nous ne nous apercevons pas distinctement de tous les mouvements de notre corps, comme par exemple de celui de la Lymphe, mais (pour me servir d'un exemple que j'ai déjà employé⁸) c'est comme il faut bien que j'aie quelque perception⁹ du mouvement de chaque vague du rivage afin de me pouvoir apercevoir de ce qui résulte de leur assemblage, savoir, de ce grand bruit qu'on entend proche de la mer; ainsi nous sentons aussi quelque résultat confus de tous les mouvements qui se passent en nous; mais, étant accoutumés à ce mouvement interne, nous ne nous en apercevons distinctement et avec réflexion que lorsqu'il y a une altération considérable comme dans les commencements des maladies. Et il serait à souhaiter que les médecins s'attachassent à distinguer plus exactement ces sortes de sentiments confus que nous avons dans notre corps. Or, puisque nous ne nous apercevons des autres corps que par le rapport qu'ils ont au nôtre, j'ai eu raison de dire que l'âme exprime mieux ce qui appartient à notre corps; aussi ne connaît-on les satellites de Saturne ou de Jupiter que suivant un mouvement qui se fait dans nos yeux. Je crois qu'en tout ceci un cartésien sera de mon sentiment¹⁰, excepté que je suppose qu'il y a à l'entour de nous d'autres âmes que la nôtre,

à qui j'attribue une expression ou perception inférieure à la pensée, au lieu que les cartésiens refusent le sentiment aux bêtes et n'admettent point de forme substantielle hors de l'homme ; ce qui ne fait rien à la question que nous traitons ici de la cause de la douleur. Il s'agit donc maintenant de savoir comment l'âme s'aperçoit des mouvements de son corps, puisqu'on ne voit pas moyen d'expliquer par quels canaux l'action d'une masse étendue passe sur un être indivisible. Les cartésiens ordinaires avouent de ne pouvoir rendre raison de cette union ; les auteurs de l'hypothèse des causes occasionnelles croient que c'est *modus vindice dignus, cui Deus ex machina intervenit abbebat*¹¹ ; pour moi, je [l'explique] d'une manière naturelle par la notion de la substance ou de l'être accompli en général, qui porte que toujours son état présent est une suite naturelle de son état précédent ; il s'ensuit que la nature [de chaque substance singulière et par conséquent] de toute âme¹² est d'exprimer l'univers ; elle a été d'abord¹³ créée de telle sorte qu'en vertu des propres lois de sa nature il lui doit arriver de s'accorder avec ce qui se passe dans les corps, et particulièrement dans le sien ; il ne faut donc pas s'étonner qu'il lui appartient de se représenter la piqûre lorsqu'elle arrive à son corps¹⁴. Et pour achever de m'expliquer sur cette matière, soient :

Etat des corps au moment A. Etat de l'âme au moment A.
Etat des corps au moment sur- Etat de l'âme au moment B
vant B (piqûre). (douleur).

Comme donc l'état des corps au moment B suit de l'état des corps ou moment A, de même B état de l'âme est une suite d'A. état précédent de la même âme, suivant la notion de la substance en général¹⁵. Or, les états de l'âme sont naturellement et essentiellement des expressions des états répondants du monde, et particulièrement des corps qui leur sont alors propres ; donc, puisque la piqûre fait une partie de l'état du corps au moment B, la représentation ou expression de la piqûre, qui est la douleur, fera aussi une partie de l'état de l'âme au moment B ; car, comme un mouvement suit d'un autre mouvement, de même une représentation suit d'une autre représentation dans une substance dont la nature est d'être représentative. Ainsi il faut bien que l'âme s'aperçoive de la piqûre lorsque les lois du rapport demandent qu'elle exprime plus distinctement un changement plus notable des parties de son corps. Il est vrai que l'âme ne s'aperçoit pas toujours distinctement des causes de la piqûre et de sa douleur future lorsqu'elles sont encore cachées dans la représentation de l'état A, comme lorsqu'on dort ou qu'autrement on ne voit pas approcher l'épingle, mais c'est parce que les mouvements de l'épingle font trop peu d'impression

alors, et quoique nous soyons déjà affectés en quelque sorte de tous ces mouvements et les représentations dans notre âme¹⁶, et qu'ainsi nous ayons en nous la représentation ou expression des causes de la piqûre, et par conséquent la cause de la représentation de la même piqûre, c'est-à-dire la cause de la douleur, nous ne les saurions démêler de tant d'autres pensées et mouvements que lorsqu'ils deviennent considérables. Notre âme ne fait réflexion que sur les phénomènes plus singuliers, qui se distinguent des autres ; ne pensant distinctement à aucun, lorsqu'elle pense également à tous. Après cela, je ne saurais deviner en quoi on puisse [plus] trouver la moindre ombre de difficulté, à moins que de nier que Dieu puisse créer des substances qui soient d'abord faites en sorte qu'il leur arrive en vertu de leur propre nature de s'accorder dans la suite avec les phénomènes de toutes les autres. Or, il n'y a point d'apparence de nier cette possibilité, et puisque nous voyons que des mathématiciens représentent les mouvements des cieus dans une machine (comme lorsque

*Jura poli revinque fidem legesque deorum
Cuncta Syracusius transiit arte senex*¹⁷,

ce que nous pouvons bien mieux faire aujourd'hui qu'Archimède ne pouvait de son temps), pourquoï Dieu, qui les surpasse infiniment, ne pourrait-il pas d'abord créer des substances représentatives en sorte qu'elles expriment par leurs propres lois, suivant le changement naturel de leurs pensées ou représentations, tout ce qui doit arriver à tout corps, ce qui me paraît non seulement facile à concevoir, mais encore digne de Dieu et de la beauté de l'univers¹⁸, et en quelque façon nécessaire¹⁹, toutes les substances devant avoir une harmonie et liaison entre elles, et toutes devant exprimer en elles le même univers, et la cause universelle qui est la volonté de leur créateur, et les décrets ou lois qu'il a établies pour faire qu'elles s'accoutument entre elles le mieux qu'il se peut. Aussi cette correspondance mutuelle des différentes substances (qui ne sauraient agir l'une sur l'autre à parler dans la rigueur métaphysique, et s'accordent néanmoins comme si l'une agissait sur l'autre) est une *des plus fortes preuves de l'existence de Dieu*²⁰ ou d'une cause commune que chaque effet doit toujours exprimer suivant son point de vue et sa capacité. Autrement, les phénomènes des esprits différents ne s'entr'accorderaient point, et il y aurait autant de systèmes que de substances²¹ ou bien ce serait un pur hasard s'ils s'accorderaient quelquefois. Toute la notion que nous avons du temps et de l'espace est fondée sur cet accord²², mais je n'aurais jamais fait si je devais expliquer à fond tout ce qui est lié avec notre sujet. Cependant j'ai mieux aimé d'être prolix que de ne me pas exprimer assez. /.../

[Enfin ⁹² *, pour ramasser mes pensées en peu de mots, je tiens que toute substance renferme dans son état présent tous ses états passés et à venir, et exprime même tout l'univers suivant son point de vue, rien [n]'étant si éloigné de l'autre qu'il n'ait commerce avec lui, et cela ⁹³ * particulièrement selon le rapport aux parties de son corps, qu'elle exprime plus immédiatement ; et par conséquent, rien ne lui arrive que de son fond, et en vertu de ses propres lois, pourvu qu'on y joigne le concours de Dieu. Mais elle s'aperçoit des autres choses parce qu'elle les exprime naturellement, ayant été créée d'abord en sorte qu'elle le puisse faire dans la suite et s'y accommoder comme il faut ⁹⁴, et c'est dans cette obligation imposée dès le commencement que consiste ce qu'on (appelle) l'action d'une substance sur l'autre ⁹⁵. Quant aux substances corporelles, je tiens que la masse, lorsqu'on n'y considère que ce qui est divisible, est un pur phénomène ; que toute substance a une véritable unité à la rigueur métaphysique, et qu'elle est indivisible, ingénéralisable et incorruptible ; que toute la matière doit être pleine de substances animées ou du moins vivantes ; que les générations et les corruptions ne sont que des transformations du petit au grand ou *vice versa* ⁹⁶, et qu'il n'y a point de parcelle de la matière dans laquelle ne se trouve un monde d'une infinité de créatures, tant organisées qu'amassées ⁹⁷ ; et surtout que les ouvrages de Dieu sont infiniment plus grands, plus beaux, plus nombreux et mieux ordonnés qu'on ne croit communément ; et que la machine ou l'organisation, c'est-à-dire l'ordre, leur est comme essentiel jusque dans les moindres parties ⁹⁸. Et qu'ainsi il n'y a point d'hypothèse qui fasse mieux connaître la sagesse de Dieu que la nôtre, suivant laquelle il y a partout des substances qui marquent sa perfection et sont autant de miroirs ⁹⁹, mais différents ¹⁰⁰, de la beauté de l'univers ; rien ne demeurant vide, stérile inculcité et sans perception. Il faut même tenir pour indubitable que les lois du mouvement et les révolutions des corps servent aux lois de justice et de police ¹⁰¹, qui s'observent sans doute le mieux qu'il est possible dans le gouvernement des esprits, c'est-à-dire des âmes intelligentes qui entrent en société avec lui et composent avec lui une manière de cité parfaite dont il est le monarque ¹⁰². /.../