

Histoire des mathématiques dans la formation des professeurs de collège

(F. Eyssette et M. Zerner)

Le stage

Il s'agit d'un stage dit de "didactique" : 20 journées de deux fois 3 heures (hebdomadaires); 6 stagiaires professeurs de collège (certifiées ou PEGC formées dans le Centre de Formation de PEGC), très motivées (presque pas d'absences alors que certaines avaient 2h de trajet dans chaque sens). Le gros de l'encadrement était assuré par deux groupes IREM; quelques intervenants universitaires.

Le stage comprenait 5 modules:

1. Initiation au raisonnement géométrique
2. Activités numériques comme préparation à l'analyse
3. Activités géométriques centrées sur l'utilisation de Logo
4. Histoire des maths
5. Gestion de données et fonctions.

Conception du module d'histoire des maths

Sa place dans le stage. Il occupait 6 séances. Pour l'insérer dans un minimum de cohérence du stage, on a cherché à en faire un appui aux modules géométriques. Il faut noter qu'avec le module Logo (où l'acquisition de la technique a pris trop de temps) il était le seul à ne pas s'appuyer sur des activités expérimentées en classe.

L'organisation générale a été la suivante. Trois séquences de deux séances chacune. Par ordre chronologique:

- programmes et manuels du premier cycle vers 1910
- Euclide
- naissance de la géométrie analytique (Fermat, Descartes)

Pour chaque séance (rappelons qu'elles sont de trois heures), on a prévu un exposé magistral et une étude de textes, la plus grande partie du temps étant consacrée à la deuxième. Nous ne parlerons pas ici de la troisième séquence. Les deux premières ont été centrées sur le deuxième cas d'égalité des triangles pour deux raisons. *Primo*, les cas d'égalité des triangles ont été un morceau typique de l'enseignement de la géométrie jusqu'à la réforme "des maths modernes". *Secundo*, le deuxième cas est démontré très au début des éléments d'Euclide (prop. 4 du livre I) d'où la possibilité de l'aborder avec un minimum de préliminaires.

Première séquence: 1910

Les textes avaient été distribués à l'avance.

Première séance: lecture et discussion des programmes⁽¹⁾ avec quelques indications sur l'organisation scolaire de l'époque (qui sera reprise plus en détail dans la séance suivante). Comparaison des démonstrations dans trois manuels:

Ch. VACQUANT et A. MACE DE LEPINAY *Premiers éléments de géométrie* 4ème édition conforme aux programmes du 27 juillet 1905, Masson 1911 (un manuel de lycée standard de l'époque)

E. BOREL *Géométrie* Armand Colin 1910 (un manuel soi-disant destiné aux élèves des Ecoles Normales primaires, des Ecoles Primaires supérieures, des aspirants et aspirantes aux Brevets de l'Enseignement primaire et des Lycées et Collèges de jeunes filles; en fait, il s'adressait surtout aux professeurs)

LACABE-PLASTEIG *Géométrie Expérimentale appliquée aux travaux de la femme* Juven, sans date (même destination scolaire).

Nous profitons de cette occasion pour remercier la bibliothèque de l'INRP qui a mis ces ouvrages à notre disposition. (On trouvera en annexe ces trois démonstrations, ainsi que celle d'Euclide.)

Deuxième séance: exposé d'un Maître de Conférences d'histoire sur l'histoire de l'enseignement en France de Jules Ferry à nos jours, puis travail sur des exercices de Lacabe-Plasteig.

(1) On les trouve naturellement dans les recueils de lois et règlements de l'instruction publique, mais aussi dans Th. ROUSSEAU Rapport sur la géométrie dans SFCIEM *Rapport sur l'enseignement des mathématiques en France* vol. 2 Enseignement secondaire, sous la direction de M. Bioche, Hachette 1911 (le sigle signifie "Sous-commission française de la Commission internationale pour l'enseignement des mathématiques"; il existe des rapports contemporains pour une série de pays).

Deuxième séquence: Euclide

Nous avons distribué à l'avance une brochure de l'IREM de Nice donnant un résumé de l'histoire des mathématiques grecques. Le début de la première séance est consacré à la lecture du début des *Eléments* jusqu'à la proposition 4 (traduction de Peyrard 1814). Nous avons ensuite demandé aux stagiaires de comparer la démonstration avec celles des manuels de 1910. Pour finir, nous leur avons distribué une page de l'exécrable "traduction" de Kaias, avec le texte grec (la différence saute aux yeux, même si on ne connaît pas de grec).

Nous tenions à ce que les stagiaires comprennent qu'en histoire des maths comme ailleurs il n'y a pas de vérité révélée. La deuxième séance a donc commencé par quelques explications que nous avons données sur la transmission du texte. Il peut être utile de donner ici quelques détails. Jusqu'au début du XIX^{ème} siècle, tous les manuscrits qu'on connaissait, qu'ils soient arabes, traduits de l'arabe ou grecs portaient la trace d'une révision faite à la fin du IV^{ème} siècle après Jésus Christ par Théon d'Alexandrie. C'est Peyrard qui s'est aperçu que le manuscrit appelé *Vatican 190* n'était pas passé par cette révision (on l'a appelé par la suite manuscrit P en son honneur). A ce jour c'est toujours le seul manuscrit "préthéonien" qu'on connaisse. En 1804, Peyrard publia une première traduction. Il connaissait déjà le manuscrit P mais n'en a tenu compte que pour indiquer certaines modifications en note. La distribution des axiomes et des demandes est un point où la différence entre les deux versions est nette. Nous avons donc fait comparer ce passage dans les deux traductions de Peyrard.

Comme il restait du temps, nous avons encore travaillé la suite du texte, sur le thème du postulat des parallèles.

Les réactions des stagiaires

Lors de la préparation du stage, les stagiaires avaient déclaré préférer faire de l'histoire des maths plutôt que de l'histoire de l'enseignement. Ceci nous avait semblé curieux, mais qu'attendaient-elles de ces séances ?

A la première séance de la première séquence on leur donna les démonstrations du deuxième cas d'égalité des triangles chez Borel, Vacquand et Lacabe-Plasteig avec comme consigne de les lire et de les comparer. La lecture fut lente et difficile par manque d'éducation géométrique chez les plus jeunes (en grande majorité) puis suivie d'un long silence et même de réactions énervées : "que doit-on faire ? ", "c'est tout pareil". On dut un peu leur tirer les vers du nez pour faire démarrer la discussion. Nous voulions entre autre leur faire remarquer des différences de rigueur : pour amener les deux triangles à coïncider Borel utilise la notion de symétrie (qu'il a introduite au début), Vacquand une notion de "du même côté" (il ne traite la symétrie qu'à la fin de son livre) et Lacabe évacue le problème en utilisant des triangles "semblablement disposés". La discussion s'orienta ensuite sur la définition des angles, point noir de l'enseignement.

La deuxième séance de la deuxième séquence débuta par un exposé sur les différents manuscrits des éléments d'Euclide, la transmission arabe, la révision des éléments par Théon d'Alexandrie au IV^o siècle. Les stagiaires étaient plus à l'aise devant ce retour au cours magistral. Ensuite on compara deux traductions des éléments par Peyrard avec moins de difficulté qu'à la séquence précédente.

Lorsqu'on fit le bilan avec les stagiaires il apparut qu'elles attendaient plus des exposés de culture générale, qu'elles avaient été surprises par le fait que remonter dans l'histoire n'était pas remonter dans la scolarité ("Euclide ne fait pas le programme de sixième, c'est compliqué"), qu'elles auraient voulu quelque chose de plus directement utilisable dans leur enseignement (mais n'est-ce pas contradictoire avec leurs vœux initiaux ?), et qu'elles se demandaient souvent ce que l'on cherchait dans ces comparaisons de texte.

Nous pensons que nous aurions dû commencer par faire nous mêmes une comparaison de textes . Il est cependant difficile de faire comprendre l'importance de ces analyses souvent perçues comme du pinaillage : il manquait aux stagiaires tout un acquis culturel pour voir dans ces textes des évolutions de ce qui est implicitement admis , du concept de rigueur .

Discussion

Elle a surtout été marquée par deux interventions d'enseignants qui ont participé à des actions de formation permanente des enseignants en histoire des maths dans des cadres différents. Ces interventions n'ont pas été notées sur le moment et les intervenants n'ont pas envoyé de résumé. Dommage!

LACABE-PLASTEIG

Inspecteur de l'Enseignement primaire à Paris

Géométrie Expérimentale

Appliquée aux travaux de la femme

* * *

*Coupe, Couture, Dentelle, Dessin, Ouvrages
de fantaisie*

* *

Écoles primaires supérieures, Cours complémentaires,
Écoles normales, Écoles professionnelles, Lycées et Collèges
de jeunes filles.

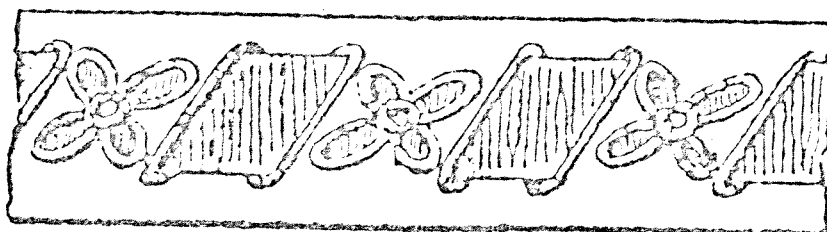


PARIS

Société d'Édition et de Publications

Librairie FÉLIX JUVEN

13, Rue de l'Odéon, 13



§ 2. CAS D'ÉGALITÉ DES TRIANGLES

68. Triangles égaux. — Deux triangles sont égaux quand ils sont superposables.

On fait glisser un triangle sur le plan, pour l'amener sans déformation au-dessus d'un autre triangle, après lui avoir imprimé une suffisante rotation à droite ou à gauche, au cas où deux côtés ne sont pas parallèles. Si le premier triangle se superpose exactement au second, que les sommets et les côtés coïncident, on dit qu'ils sont égaux.

Deux triangles égaux ont leurs côtés et leurs angles deux à deux égaux.

Il n'est pas indispensable de démontrer l'égalité des six éléments d'un triangle (3 côtés et 3 angles) aux six éléments d'un autre triangle, pour établir que ces deux figures sont égales. Un triangle est déterminé quand on connaît trois de ses éléments, dont un côté au moins. Il suffit donc de démontrer l'égalité de trois de ces éléments dans un triangle avec les éléments correspondants dans un autre triangle, pour conclure à l'égalité des deux figures : c'est ce qui résulte des trois cas d'égalité ci-après des triangles.

69. Théorème I. — Premier cas d'égalité. — *Deux triangles sont égaux, quand ils ont un côté égal adjacent*

à deux angles égaux chacun à chacun, et semblablement disposés.

Par hypothèse, dans les triangles ABC et $A'B'C'$ (fig. 128), le côté $AC = A'C'$, l'angle $A = A'$, l'angle $C = C'$.

Pour démontrer l'égalité de ces deux triangles, il suffit de faire glisser $A'B'C'$ dans le plan, ce qu'on peut faire en le décalquant, jusqu'à ce que le côté

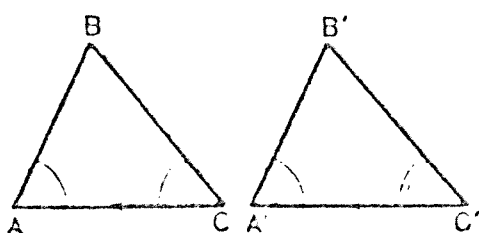


Fig. 128. — Premier cas d'égalité des triangles.

$A'C'$ recouvre le côté AC , son égal, A' étant en A , C' en C . Comme l'angle A' égale l'angle A , $A'B'$ s'applique sur AB ; de même, en raison de l'égalité des angles C et C' , le côté $C'B'$ s'applique sur CB . Le sommet B' appartient, par suite, aux côtés

AB et BC : il concorde avec le seul point commun à ces droites, B . Les triangles coïncidant dans toute leur étendue sont égaux.

70. Théorème II. — Deuxième cas d'égalité. — *Deux triangles sont égaux, quand ils ont un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun, et semblablement disposés.*

Par hypothèse, les triangles ABC et $A'B'C'$ (fig. 129) ont été construits de telle manière que le côté $AB = A'B'$, le côté $AC = A'C'$ et l'angle $A = A'$.

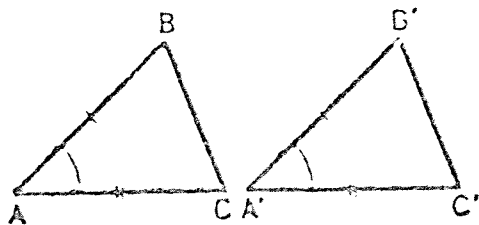


Fig. 129. — Deuxième cas d'égalité des triangles.

Transportons par glissement le triangle $A'B'C'$ sur le triangle ABC et amenons le côté $A'C'$ à recouvrir le côté égal AC , les extrémités A' et C' étant en A et C . L'angle A' égalant l'angle A ,

le côté $A'B'$ se place sur AB ; comme le côté $A'B'$ égale AB , le sommet B' s'applique sur B . Par suite, $B'C'$ recouvre BC , et les deux triangles coïncident; ils sont égaux.

71. Théorème III. — Troisième cas d'égalité. — *Deux*

TABLE DES MATIÈRES

PREMIERE PARTIE

Geometrie plane

DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.....	x
CHAPITRE I. — Ligne droite.....	4
<i>Exercices</i>	8
CHAPITRE II. — Angles.....	10
§ 1. Égalité, somme, différence des angles.....	10
§ 2. Angle droit. Perpendiculaires.....	12
§ 3. Tracés relatifs aux perpendiculaires.....	18
§ 4. Angles opposés par le sommet.....	20
§ 5. Bissectrice.....	21
§ 6. Mesure des angles. Angles usuels.....	24
<i>Exercices</i>	30
CHAPITRE III. — Parallèles.....	33
§ 1. Propriétés générales.....	33
§ 2. Angles à côtés parallèles.....	37
§ 3. Tracé des parallèles.....	42
<i>Exercices</i>	45
G. E.	16

CHAPITRE IV. — Triangles. Parallélogrammes.....	47
§ 1. Définition et propriétés des triangles.....	47
§ 2. Cas d'égalité des triangles.....	51
§ 3. Problèmes sur les triangles.....	55
§ 4. Parallélogrammes.....	59
<i>Exercices</i>	67
CHAPITRE V. Symétrie.....	71
<i>Exercices</i>	81
CHAPITRE VI. — Circonférence.....	84
§ 1. Propriétés générales.....	84
§ 2. Angles et arcs.....	88
§ 3. Cordes et arcs.....	93
§ 4. Tangentes.....	96
§ 5. Division de la circonférence en parties égales.....	103
<i>Exercices</i>	113
CHAPITRE VII. — Similitude.....	117
§ 1. Lignes proportionnelles.....	117
§ 2. Figures semblables.....	123
§ 3. Triangles rectangles.....	133
§ 4. Longueur de la circonférence.....	141
<i>Exercices</i>	149
CHAPITRE VIII. — Aires.....	155
§ 1. Calcul des aires.....	155
§ 2. Comparaison des aires.....	163
<i>Exercices</i>	170

DEUXIÈME PARTIE

Geométrie dans l'espace.

CHAPITRE I. — Surfaces planes.....	173
§ 1. Droites et plans.....	173
§ 2. Angles dièdres.....	183
§ 3. Projections.....	188
<i>Exercices</i>	194

CHAPITRE II. — Polyèdres.....	197
§ 1. Prismes.....	197
§ 2. Pyramides.....	203
<i>Exercices</i>	207
CHAPITRE III. — Corps ronds.....	210
<i>Exercices</i>	236