

ATELIER : LA CARTE DE CASSINI

A. BOYE

X. LEFORT

A la suite de la création d'un réseau IREM centré sur l'élaboration de la carte dite de CASSINI (XVIIIème), une documentation conséquente a pu être réunie, utilisée en particulier au cours d'activités interdisciplinaires réalisées ces dernières années au Lycée de la Baule.

L'atelier proposé consistait à retracer par un bref exposé l'historique de la carte, puis à lire un texte de Jacques CASSINI, issu des Mémoires de l'Académie de 1718, exposant les méthodes des cartographes de l'époque.

Il était prévu ensuite de présenter l'expérience interdisciplinaire du Lycée de la Baule, en particulier l'initiation à la trigonométrie sphérique.

Le programme prévu était sans doute trop vaste, puisque la première partie a nécessité la quasi totalité de l'horaire prévu. Cette partie a cependant été l'objet d'échanges fructueux sur l'historique de la carte de CASSINI et son contexte.

* * *
* *
*

I) HISTORIQUE

C'est sous l'impulsion de COLBERT que fut fondée à Paris en 1666, l'Académie Royale des Sciences. Parmi les activités dont le ministre voulait charger cette nouvelle académie, venait en première place l'établissement de cartes précises du royaume. Les comptes rendus des premières séances en font foi. Il faut convenir que, jusqu'à cette date, la cartographie restait assez sommaire, malgré les progrès réalisés dans les calculs des coordonnées géographiques (longitude et latitude).

Il se trouve que les préoccupations scientifiques de l'époque vont trouver un terrain d'entente avec les désirs de COLBERT. Il s'agissait alors pour les milieux savants de déterminer la forme et les dimensions de la terre, en particulier pour vérifier les hypothèses de NEWTON. En 1669, l'abbé PICARD entreprenait dans ce sens, aux environs de Paris, la mesure de la distance séparant deux points de même longitude et de latitudes connues ; ceci permettait d'en déduire la longueur du degré de méridien, et, dans l'hypothèse de la sphéricité de la terre, de calculer le rayon terrestre. Cette mesure réalisée à partir d'une base, puis de triangles, permettait aussi de lever tous les points remarquables de la région et d'en dresser la carte précise. En 1671, PICARD rendait compte devant l'Académie de sa mesure du méridien, et la carte réalisée d'après ses relevés puis complétée sur toute la région parisienne paraîtra en 1678.

Par ailleurs, COLBERT avait remarqué en 1668 l'ouvrage de Jean Dominique CASSINI (1625-1712) sur l'utilisation des occultations des satellites de Jupiter pour calculer les longitudes. Ayant pris contact avec l'auteur, le ministre lui proposa une place importante à l'Observatoire de Paris, nouvellement créé sous la direction de PICARD. CASSINI accepta et sitôt arrivé à Paris, participa à la mesure du méridien, puis à la levée de la première carte. A la mort de PICARD, en 1682, il prenait la direction des opérations, prolongeant, en particulier avec LAHIRE le calcul du méridien vers Dunkerque et Bourges, et poursuivant par ailleurs la cartographie des côtes de France, travail entrepris également par PICARD.

La mort de COLBERT en 1683, ralentissait les travaux, son successeur, LOUVOIS, ayant d'autres objectifs à proposer tant à l'Académie qu'à l'Observatoire. De plus, la guerre réduisant les subsides, la survie de ces institutions devint précaire. CASSINI mourait en 1712, mais son fils Jacques CASSINI (1677-1756) reprenait ses travaux, notamment en ce qui concernait la poursuite et la vérification du calcul du méridien. Cependant, les résultats obtenus sur ce dernier point semblaient en faveur de l'hypothèse suivant laquelle la terre serait un ellipsoïde allongé vers les pôles (degré du méridien plus court vers le nord).

Tous ces problèmes n'avancèrent pas, ou très peu, jusqu'en 1733, date à laquelle les travaux destinés à dresser la carte de France furent repris par l'Académie. Le calcul de la "méridienne" permettant une bonne description des régions de même longitude que Paris. Jacques CASSINI commença le repérage des régions à l'Est et à l'Ouest par rapport à des perpendiculaires au méridien de Paris. Par ailleurs, le problème de la forme de la terre restant posé, l'Académie envoya deux expéditions, l'une en LAPONIE (MAUPERTUIS, CLAIRAUT), en 1735-1736, l'autre au PEROU (BOUGUER, LA CONDAMINE) en 1735-1746, lesquelles confirmèrent l'hypothèse de NEWTON, selon laquelle la terre est un ellipsoïde aplati aux pôles.

Jacques CASSINI vieillissant, son fils, César-François CASSINI de THURY reprenait le flambeau et achevait en 1744 une première carte de France au 1/878000.

En 1746, CASSINI DE THURY suivit l'armée en campagne dans les Flandres. Sa charge était alors de dresser la carte des différents champs de bataille. Au vu des travaux réalisés, ayant pris connaissance de la carte de 1744, et soumis à la pression tant des membres de l'Académie que de certains nobles et politiques, Louis XV ordonnait la réalisation d'une carte plus précise encore (1/86400) nécessitant la mise en oeuvre d'un matériel important et la formation d'un nombreux personnel ; l'échelle souhaitée permettait en effet la reproduction de nombreux détails. Quant aux problèmes financiers que posait une telle entreprise, Louis XV s'en remettait à son contrôleur général des finances, en qui CASSINI rencontrait alors plus qu'un allié.

Les premières mesures commencèrent en 1750, mais l'époque faste fut de courte durée. La guerre de sept ans, en 1756, absorbait énergie et subsides et les crédits furent coupés. CASSINI eut alors l'idée de financer la poursuite des travaux par la constitution en 1758 d'une association et l'ouverture d'une souscription. Le roi laissait à cette société tout le matériel et les souscripteurs devaient toucher à la fois les tirages des premiers feuillets lors de leur parution et des dividendes sur la vente au public. Par ailleurs, les provinces furent mises à contribution lorsqu'elles furent concernées par l'avance des travaux.

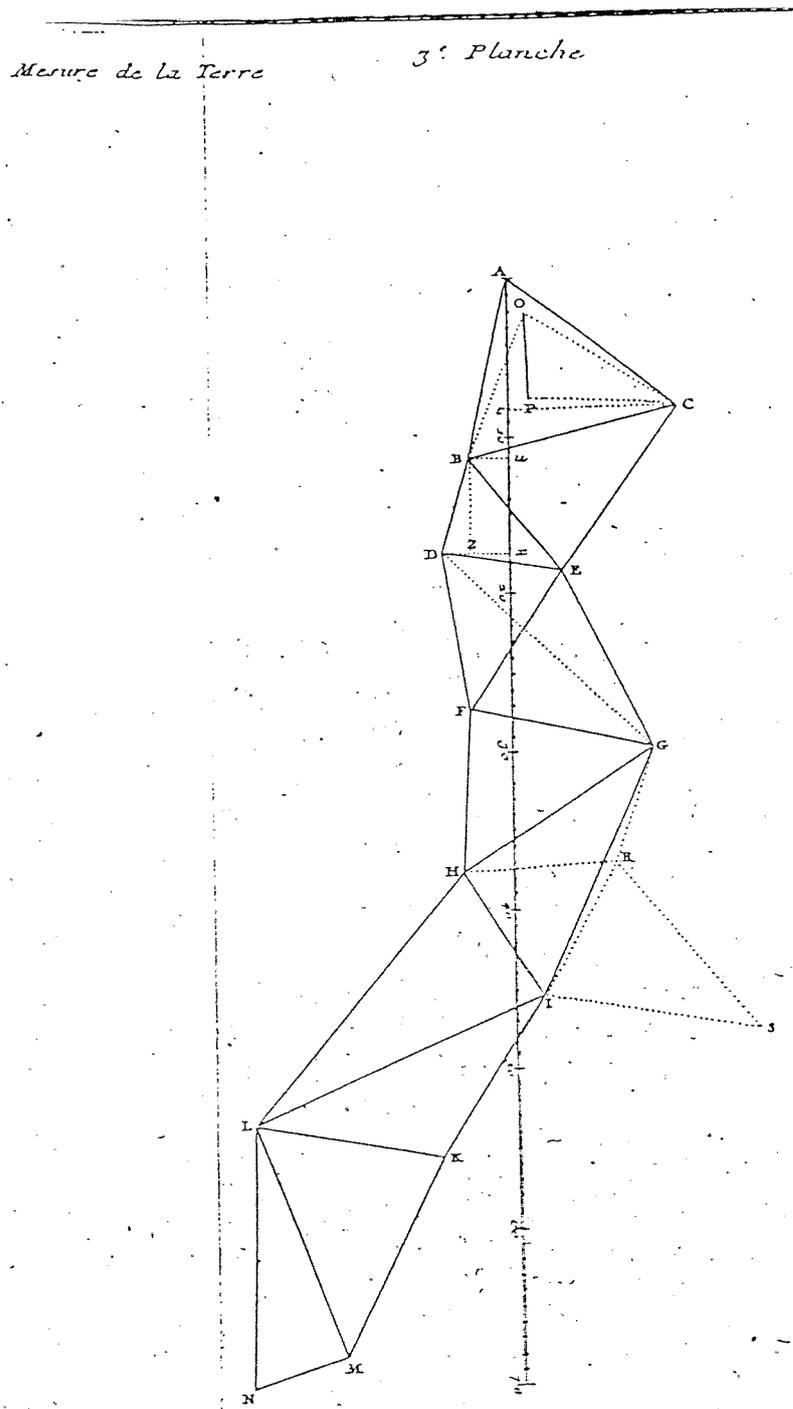
Dix ans après le début des premiers relevés, en 1760, 50 feuillets sur les 182 prévus étaient déjà imprimés. Cependant, les difficultés se multiplièrent, tant sur le plan financier, certaines provinces rechignant à payer, que sur le plan matériel, le personnel voyant son activité contrariée par les notables locaux, souvent désireux de le faire travailler à leur propre service. Il fallut attendre 1789 pour que la totalité des travaux sur le terrain soit terminée ; la Bretagne avait tergiversé jusqu'en 1781 pour verser sa contribution et permettre la réalisation des mesures sur son territoire.

L'histoire de la carte ne s'arrête pas là. Jacques-Dominique CASSINI, fils de CASSINI DE THURY (1748-1845) prenait la suite de son père mort en 1784, en particulier la direction de la société patronnant la réalisation de la carte. (Il s'agit donc de la quatrième génération des CASSINI). Les travaux sur le terrain s'achevaient, et il ne restait que quelques feuillets (17 sur 182) à graver (concernant la GUYENNE et la BRETAGNE) lorsque arriva l'année 1789. Les années révolutionnaires n'allaient pas favoriser l'achèvement de la carte, puisqu'en 1793 le gouvernement donnait au "Dépot de la Guerre" la charge de terminer les impressions en cours, d'entretenir le matériel et d'actualiser les mesures. La Société fondée en 1758 était sans doute spoliée, mais surtout, la carte, appartenant au domaine militaire, ne pouvait plus être librement publiée. Il fallut attendre 1815 pour qu'elle soit entièrement imprimée, avec divulgation des compléments et des corrections.

En 1818, Jacques-Dominique CASSINI entreprenait une action judiciaire pour récupérer le matériel et obtenir un dédommagement convenable. S'il fut confirmé comme directeur de l'Observatoire, le dernier des CASSINI n'obtint qu'une indemnisation bien inférieure à ce qu'il souhaitait. Il faut dire cependant qu'une grande partie des souscripteurs de 1758 avait disparu lors de la Révolution. Il demeurait une oeuvre remarquable, la première à avoir réalisé l'ambition de dresser la carte topographique d'un pays.

II) METHODES UTILISEES

A partir d'un extrait (pages suivantes) des "mémoires de l'Académie des Sciences" de 1718, texte rédigé par Jacques CASSINI, il est aisé de comprendre les méthodes géométriques utilisées pour déterminer la longueur de l'arc du méridien, puis pour lever ces points remarquables du pays et en dresser la carte.



Methode dont l'on s'est servi, pour decrire la situation de la Ligne Meridienne de l'Observatoire, par rapport aux lieux differents compris dans les Triangles.

Pour decrire la situation de la Ligne Meridienne de l'Observatoire par rapport aux Triangles, on a d'abord observé du milieu de la face Meridionale de l'Observatoire, l'angle BAI , que la Tour de Montlhery faisoit avec le point horizontal du Midi, qu'on a trouvé dans le chap. 5. de 11^d 57' 50". On a retranché cet angle de l'angle BAC , que la Tour de Montlhery fait avec le gros Clocher de Brie-Comte-Robert, qui a été observé de 63^d 0' 15", & on a eu l'angle CAI de 51^d 2' 25", dont le complément ACI est de 38^d 57' 35"; & par conséquent au Triangle rectangle ACI , dont le côté AC a été déterminé par le premier Triangle de 13238 toises 4 pieds; & les angles CAI & ACI sont connus, on aura le côté CI , distance Orientale du gros Clocher de Brie-Comte-Robert à la Meridienne; de 10294 toises 1 pied; & AI , distance de l'Observatoire à la perpendiculaire tirée de Brie-Comtes Robert sur la Meridienne, de 8324 toises 2 pieds.

On trouvera de la même maniere, la distance BII de la Tour de Montlhery à la Meridienne, & la distance AII de l'Observatoire à la perpendiculaire BII , tirée de la Tour de Montlhery sur la Meridienne; car dans le Triangle rectangle AII , dont le côté AI a été déterminé par le premier Triangle de 11756 toises 2 pieds; l'angle BII , que la Tour de Montlhery fait avec la Meridienne de l'Observatoire, étant connu de 11^d 57' 50", & son complément AII de 78^d 2' 10", on aura le côté BII , distance Occidentale de la Tour de Montlhery à la Meridienne, de 2437 toises; & AII , distance de l'Observatoire à la perpendiculaire tirée de la Tour de Montlhery sur la Meridienne, de 11501 toises.

Pour trouver precisement la situation de Tortou & des

des autres lieux successivement à l'égard de la Meridienne, il faut tirer du point B , B_2 parallele à Ax , & perpendiculaire à BII . On prendra ensuite la somme des angles ABC , CBE & DBE , qui est de 184^d 26' 55", dont on retranchera l'angle $ABII$ de 78^d 2' 10" plus l'angle droit uB_2 , & l'on aura l'angle DB_2D de 164^d 24' 45"; & dans le Triangle rectangle B_2D dont l'angle DB_2D est connu & le côté BD de 6220 toises 3 pieds, on trouvera le côté D_2 de 1757 toises 4 pieds, & le côté B_2D_2 de 5967 toises 2 pieds. Ajoutant D_2 à BII qui a été trouvé ci-devant de 2437 toises, on aura Dx , distance Occidentale de Tortou à la Meridienne, de 4194 toises 4 pieds. Ajoutant pareillement B_2 ou ax à AII qui a été trouvé ci-devant de 11501 toises, on aura Ax , distance de l'Observatoire à la perpendiculaire tirée de Tortou sur la Meridienne, de 17468 toises 2 pieds.

C'est de cette maniere dont on s'est servi, pour decrire la Meridienne de l'Observatoire par rapport aux Triangles, & déterminer sa longueur en toises. L'on s'est contenté d'en rapporter ici quelques exemples, pour faire connoître la methode que l'on a pratiquée, pour trouver successivement la position de chaque lieu à l'égard de cette Meridienne.

Distances entre divers lieux, déterminés par les Observations.

Toises.	
9824	Distance de Boisscommun à Lorris.
11441	De Châteauneuf à Lorris.
10288	De Montargis à Lorris.
8206	De Châteauneuf à la Courdieu.
7324	De Boisscommun à la Courdieu.
20976	De Orleans à la Ferté-Saint-Aubin.
5821	De Vouzon à la Ferté-Saint-Aubin.
19458	De Orleans à Sully.
8187	De Châteauneuf à Sully.

Suite des Mem. de 1718.

DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE

II. TRIANGLE BCE.

BC 13121 4

BCE 40. 34. 0

CBE 65 16 30

BEC 74 21 30

Donc CE 12389 4

& BE 8870 3

Les angles de ce second

Triangle ont été trouvés

précisément de même que

M. Picard les avoit observés.

III. TRIANGLE BDE.

BE 8870 3

DBE 55 8 55

BDE 81 0 35

BED 43 50 30

Donc BD 6220 3

& DE 7369 5

IV. TRIANGLE DEF.

DE 7369 5

EDF 72 38 50

DEF 65 46 30

DFE 41 34 40

Donc DF 10127 2

& EF 10599 5

V. TRIANGLE EFG.

EF 10599 5

FEF 58 26 20

EFG 69 47 40

EGF 51 46 0

Donc EG 12663 4

& FG 11498 2

Autrement pour EG, DF &

FG du Triangle DEG.

DE 7369 5

DEG 124 12 50

EDG 35 51 20

Donc EG 12663 4

& DG 17878 3

Au Triangle DFG.

DG 17878 3

FDG 36 47 30

DFG 111 22 29

Donc DF 10127 2

& FG 11498 2

VI. TRIANGLE FGH.

FG 11498 2

GFH 82 7 35

FGH 45 40 25

FHG 52 12 0

Donc FH 10410 2

& GH 14414 5

VII. TRIANGLE GHI.

GH 14414 5

GHI 91 55 35

GIH 56 5 35

Donc GI 17358 3

& HI 9198 5

Autrement pour HI par Bro-

meille au Triangle GHR.

GH 14414 5

HGR 35 33 10

GHR 29 55 45

GRH 114 31 5

Donc GR 7904 4

& HR 9212 1

Au Triangle HRI.

HRI 58 56 10

IHR 64 59 59

HRI 59 4 0

Donc IR 9482 2

& HI 9199 3

VIII. TRIANGLE HIL.

HI 9198 5

LHI 72 57 55

HIL 80 38 5

Donc HL 20412 4

& IL 169780 5

IX. TRIANGLE ILM.

IL 19780 5

LIK 34 26 30

IKL 112 3 20

ILK 33 30 10

Donc IK 11780 4

& KL 12069 4

X. TRIANGLE KLM.

KL 12070 4

KLM 58 27 25

EKM 73 48 0

LMK 47 44 35

Donc KM 13899 3

& LM 15661 3

XI. TRIANGLE LMN.

LM 15661 3

MLN 22 7 55

LMN 87 38 30

ENM 70 53 35

Donc EN 16628 2

& MN 6269 5

Pour la Position de Montar-

gis au Triangle IRS.

IR 9482 2

IRS 66 31 35

RIS 72 45 30

Donc RS 13883 3

& IS 13333 5

III) A PARTIR D'UN P.A.E. REALISE EN CLASSE DE SECONDE, QUELQUES "PISTES" POUR L'EXPLOITATION EN CLASSE DU THEME "LA CARTE DE CASSINI".

Notre propos, choisissant un thème d'histoire des sciences, est multiple.

Il s'agit en premier lieu d'apprendre aux élèves à réunir une documentation, l'exploiter, et présenter finalement leur travail ; le thème de la carte de Cassini, nous le verrons, présente sur ce plan plusieurs avantages.

Dans un second temps, il s'agit d'élargir la "culture scientifique" des élèves de replacer les mathématiques ou la physique dans le contexte plus global de l'évolution sociale ou historique, et, si possible d'intéresser les élèves qui ne sont pas particulièrement attirés par les sciences ou qui y sont en difficulté. Là aussi, le thème choisi est intéressant et permet très facilement de pratiquer une activité interdisciplinaire. Nous avons travaillé en mathématiques, histoire, français de façon très fructueuse ; un professeur de physique ou de technologie pourrait s'y joindre très bien aussi.

Enfin, il s'agit d'intégrer cette étude à la matière scolaire proprement dite. En mathématiques nous avons pu faire, en particulier, de la trigonométrie "active", mais le champ est vaste. Le professeur d'histoire, bien sûr, sur deux siècles peut trouver de nombreuses prolongations du cours et étudier les problèmes de cartographie ; le professeur de français quant à lui, a pu fixer l'époque sur le plan littéraire et trouver des textes se référant aux idées sur la forme de la terre ou les conceptions du monde.

J'exposerai principalement l'aspect "mathématique" du thème, puisque c'est celui que j'ai pris en charge.

Recueil de la documentation

C'est un aspect du thème qu'il faut souligner. Contrairement à d'autres sujets les élèves ont pu, ici, participer activement à la recherche. Nous sommes dans un petit lycée, éloigné de tout centre universitaire ou grande bibliothèque ; la plupart du temps nous sommes amenés à proposer aux élèves nos documents ou textes personnels qu'ils n'ont plus qu'à exploiter.

Mes collègues et moi-même ne nous étions jamais particulièrement penchés sur les problèmes de cartographie, aussi nous avons glané les premiers renseignements utiles dans les encyclopédies du CDI ; avec la documentaliste nous avons recensé quelques adresses et nous avons écrit. C'est un aspect du projet qui est finalement plein d'enseignement pour les élèves. D'autant que nous avons reçu une documentation substantielle et des indications bibliographiques fort utiles.

Les ressources locales ne sont pas non plus négligeables : recherche de cartes anciennes, comparaison avec les cartes IGN actuelles, recherche de lieu-dits disparus qui ont servi de repères pour la triangulation de Cassini...

Nous avons reçu des documents essentiellement de l'observatoire de Paris, quelques reproductions de cartes de l'IGN ; bien sûr aussi nous avons utilisé les textes fournis par X. LEFORT, et nous avons découvert une somme assez importante d'articles de journaux ou revues, et de livres, sur le sujet.

Lecture des documents, choix des thèmes d'étude

La lecture des textes du XVIIe, XVIIIe siècle par des élèves de seconde n'est pas très aisée tant à cause de l'écriture que de certaines notations aujourd'hui peu usuelles ou abandonnées. Et il faut reconnaître que de prime abord le sujet semble un peu ardu. Nous avons donc fait une liste d'axes de recherche (non épuisée...)

- 1) Eclaircir les notions de longitudes et latitudes ; par exemple calculer la distance de deux points du globe dont on connaît les coordonnées. (Le sujet est assez délicat d'autant que les Cassini mesurent en général les distances en degré, minute, seconde comme arcs de cercle, le cas échéant convertis en toises).
- 2) Eclaircir la polémique sur la forme de la terre et les expéditions en Laponie et ou Pérou.
- 3) Se familiariser avec quelques systèmes de projection et les erreurs commises en représentant des portions de terre sur une surface plane (ce sujet est abordé assez longuement dans "description géométrique de la France" p. 23-24).
- 4) Comprendre les procédés techniques utilisés pour la carte de France et le principe mathématique de la triangulation.
- 5) Examiner les instruments de mesure, leurs perfectionnements, les procédés de visée, les calculs d'erreurs [nous avons laissé de côté cet aspect car nous manquions d'éléments, mais les écrits des Cassini donnent de nombreuses indications (cf : Degré du méridien entre Paris et Amiens... et de la grandeur et de la figure de la terre -suite des mémoires de 1718) et des élèves du technique par exemple pourraient s'y plonger fructueusement].
- 6) S'intéresser aux connaissances astronomiques du XVIIe et XVIIIe siècle pour comprendre comment faire le point à partir du soleil, des satellites de Jupiter... (ceci fut aussi laissé de côté mais serait sûrement une étude très riche).
- 7) Rechercher enfin les retombées de ce travail gigantesque dont la plus célèbre est peut être la mise en place du système métrique, mais aussi la descendance des cartes topographiques et la comparaison avec les cartes actuelles.

Quelques éléments du travail effectué

- 1) Très rapidement la nécessité d'une chronologie s'est fait sentir, pour avoir quelques repères historiques ou culturels car les mémoires de Cassini III et IV y font largement appel.
- 2) Après un rappel des définitions de latitude et longitude nous avons entrepris le calcul de la distance de deux points du globe. Pour des élèves de seconde le calcul est un peu difficile car il fait appel entre autre à la trigonométrie du triangle sphérique mais ce n'est pas infaisable.

Pour la compréhension du texte de Cassini, ces calculs sont utiles pour :

- a) convertir les distances exprimées en degré, minute, seconde en toises et réciproquement [nous avons pris comme référence la toise de Paris : 1 toise = 1949 m ; mais

La carte de Cassini

c'est aussi l'occasion de faire le point sur les différentes toises et les difficultés que Picard par exemple eut pour ses mesures].

- b) situer les problèmes de la mesure du méridien, le rayon de la terre, et les différences entre une terre aplatie aux pôles ou aplatie à l'équateur.
- c) Comprendre les calculs que Cassini de Thury nous expose dans "description géométrique de la France" pour constater que dans la limite de 45 000 toises la confusion entre triangle plan et triangle sphérique donne une erreur négligeable.
- 3) L'étude de la triangulation elle-même le long du méridien de l'observatoire de Paris d'abord, dans la France entière ensuite, nécessite des connaissances trigonométriques sur le triangle quelconque, en particulier la formule :

$$\frac{\sin \hat{A}}{a} = \frac{\sin \hat{B}}{b} = \frac{\sin \hat{C}}{c}$$

les élèves de seconde ne connaissent pas la formule mais il est simple de leur faire trouver.

Deux études peuvent être faites : le calcul de la longueur du méridien [cf : De la grandeur et de la figure de la terre] et la carte topographique à partir des mesures des triangles successifs. Nous avons étudié la position correspondant à notre région car les calculs précis sont donnés par Cassini de Thury [description géométrique de la France p. 26-27-33].

Par ailleurs, pour bien comprendre le principe des mesures nous avons bénéficié du matériel de l'IUT de St Nazaire, prêté aimablement par l'intermédiaire de X. LEFORT et que les élèves ont manipulé. Nous avons constaté que les instruments modernes sont basés sur les mêmes principes que ceux du XVIIIe siècle.

- 4) Nous avons ébauché une petite réflexion sur le calcul d'erreurs, sur la précision des cartes (les cartes actuelles sont-elles "meilleures" que la carte de Cassini ou les précédents ?).
- 5) Enfin, notre travail trouvera sa conclusion dans une exposition à la rentrée.

Quelques indications bibliographiques

Outre les textes et mémoires des Cassini on peut consulter :

- 1° la cartographie ; collection histoire de ; périscope ; éditions C.E.L. (très abordable et première approche très intéressante pour les élèves).
- 2° l'élaboration d'une carte topographique (B.T.2 publication de l'école moderne française) (n°197).
- 3° la cartographie. Que sais-je ? n° 937.
- 4° Total information n° 92 (1982) (publication de Total, qui se trouve sans doute au CDI, très intéressante pour les élèves).
- 5° textes et documents pour la classe n° 1275 "le document et son histoire : la carte".
- 6° le catalogue de l'exposition "Cartes et figures de la terre" du centre Georges Pompi-

La carte de Cassini

- dou. 1980 (une mine de documents).
- 7° le monde de l'éducation : juin 1980 - dossier sur "les atlas".
- 8° la revue "géo" n° 99 - un article sur "IGN les arpenteurs du globe" (petit historique et comparaison entre les moyens du temps des Cassini et les moyens actuels).
- 9° la vie des sciences (comptes-rendus de l'académie des sciences) (G. Villars) (tome 3 n° 3) - un article sur "la figure de la terre" et les expéditions en Laponie et au Pérou.
- 10° le procès des étoiles de Florence Trystram (Seghers). Récit de l'expédition au Pérou, très bien documenté.

**Les lecteurs qui aimeraient avoir des renseignements plus précis sur la chronologie que nous avons établi, les calculs de trigonométrie sphérique effectués, les détails d'organisation du PAE peuvent s'adresser à :
Anne BOYE, 9 avenue des Mûriers - 44500 LA BAULE**

* * *
* *
*