

PREHISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

LA DÉCOUVERTE DU NOMBRE ET DU CALCUL

Olivier KELLER

Les plus vieux documents connus de mathématiques pures datent des débuts du deuxième millénaire avant notre ère ; on a là de véritables traités de mathématiques comme science à part, mais le nombre et l'art du calcul furent découverts sans doute possible longtemps avant : depuis quand et par quels cheminements, tel est l'objet du présent article.

Nous allons parler un peu de préhistoire, d'humanité primitive, de sociétés primitives : le lecteur doit savoir que toutes ces questions, dont l'étude sérieuse est relativement récente, sont l'objet d'âpres polémiques. L'objet même du présent exposé peut être nié : car parler de découverte du nombre, comme d'une découverte scientifique, c'est faire peu de cas d'un "sens du nombre" qui existerait chez certains animaux et à l'état inné chez l'homme.

Je dirai seulement ici qu'il ne s'agit pas de mon point de vue d'un sens, mais d'une pensée, une pensée qui exprime des relations réelles entre des choses réelles, ce que seul le cerveau humain est capable de produire.

I Depuis quand connaît-on les nombres ?

L'homme existe, aux dernières nouvelles, depuis au moins deux millions d'années ; les documents qu'il nous a laissés donnent des renseignements solides sur son évolution physique et sur sa vie matérielle, mais rien ne permet de suivre à la trace ses progrès dans la pensée en général et dans la science des nombres en particulier. On ne sait même pas de quand datent les débuts du langage articulé.

Ce n'est qu'au paléolithique supérieur, stade pratiquement contemporain à l'échelle des temps humains (voir la chronologie), que l'on trouve des traces pouvant faire penser à des activités numériques. Cette époque fournit en effet une grande quantité d'os striés, de façon régulière ou non ; certains y ont vu des tables de nombres premiers et de leurs doubles (Heinzelin cité dans 9), d'autres des calendriers lunaires (9), mais ces interprétations sont en général rejetées à juste titre.

Admettons en effet qu'un ensemble de stries sur un os représente un nombre, c'est-à-dire qu'à chaque strie corresponde un objet, comment savoir de *quel* objet il s'agit ?

Si l'objet est un jour, nous aurons affaire à une sorte de calendrier ; mais il peut être aussi la marque d'un épisode, d'une histoire ou d'une strophe d'un chant ou d'une partie d'une prière. Une strie peut représenter un animal tué, et nous aurons des marques de chasse ; on peut aussi imaginer des encoches pour dettes ou créances comme les tailles des boulangers.

Certaines femmes africaines font de temps en temps une encoche dans le manche de leur cuillère en bois : font-elles un calendrier ? un pense-bête ? Il est impossible de deviner la réalité : ces femmes font une marque chaque fois qu'elles reçoivent un coup de leur mari ; dès que le manche de la cuillère est rempli, elles demandent le divorce ! (17) Seidenberg (14) fait même état de "fornication tally" utilisé dans le détroit de Torrès.

Toute interprétation unilatérale des traces du paléolithique supérieur est donc, *par définition*, à rejeter totalement ; elles sont peut être des signes d'activité numérique. C'est tout ce que l'on peut dire, et c'est maigre.

Pour tenter malgré tout de dater les premières connaissances numériques, je poserai la question comme suit : *en quoi l'homme de la préhistoire pouvait-il avoir besoin du nombre et du calcul ?* “L'homme de la préhistoire” dont il s'agit ici, c'est uniquement l'homme du paléolithique supérieur ; c'est celui que nous connaissons le moins mal en partie parce qu'il existe, ou qu'il existait encore récemment, des sociétés appelées primitives, formées de chasseurs-cueilleurs vivant comme nous vivions en Europe il y a 4000 à 10000 ans.

Il est généralement admis que les sociétés primitives sont des sociétés communistes, mais d'un communisme borné à la horde, au clan ou à la tribu ; on n'y connaît ni individu ni genre humain. Les hommes extérieurs au groupe ne sont guère que des animaux à chasser ou à déguster, puis, plus tardivement sans doute des gens avec qui l'on peut, à la rigueur, troquer quelques silex contre quelques peaux, et plus récemment enfin des réservoir d'esclaves. Le véritable commerce régulier et à grande échelle, la désagrégation complète du communisme de groupe qui impose des normes quantitatives de répartition des produits (salaires en nature, impôts), deux nouveautés essentielles impossibles sans arithmétique, ne datent que du néolithique.

Au sein de la communauté primitive, la répartition des produits se fait suivant des règles qualitatives, et non quantitatives. Si, dans une tribu australienne, “un homme tue un kangourou avec deux autres membres de la tribu, alors la queue de la bête et un des membre postérieur appartiennent de droit à l'un des aides, tandis que l'autre membre postérieur et l'une des hanches revient au second. Le reste de l'animal capturé revient au chasseur principal, mais la coutume lui prescrit minutieusement l'usage qu'il doit en faire, et l'on voit à ce sujet intervenir les droits résultant de la parenté” (6) ; en cas de disette, la règle est simple : tout le monde a accès aux provisions disponibles.

L'étude de M. Sahlin (18) est particulièrement remarquable en ce qu'elle montre les transitions depuis le véritable communisme qui règne au sein du groupe de la proche parenté, au troc réalisé avec des groupes étrangers, en passant par l'échange de dons entre parents éloignés. Lorsqu'il a lieu, et même lorsqu'il a lieu depuis suffisamment longtemps pour être réglementé, le troc avec l'étranger reste quelque chose d'un peu honteux, qui ne peut se faire quelque fois qu'en dehors du village ou même sans contact direct entre partenaires. Entre amis ou parents proches, on n'échange pas, on donne sans compter, et c'est l'attitude normale, la vie de tous les jours ; le marchandage et le décompte n'ont lieu qu'entre étrangers, et ce sont des activités visiblement perçues comme contre-nature, parce que relativement récentes. On est loin du “les bons comptes font les bons amis” !

De telles sociétés ne peuvent produire qu'une arithmétique rudimentaire sinon inexistante. Voici une anecdote sur les Hottentots, peuple pourtant relativement avancé qui connaît l'élevage, la poterie et le travail des métaux :

“Un Hottentot Damara, à qui l'on avait acheté deux moutons, à raison de deux rouleaux de tabac par animal, et à qui on avait payé ensemble toute la somme, ne réussit point à comprendre et il obligea l'acheteur à payer chaque animal séparément et successivement. S'agit-il d'acheter ou de vendre un bœuf pour dix rouleaux de tabac, par exemple ? Alors le vendeur Damara étend ses mains par terre, puis l'acheteur place un rouleau de tabac sur chacun des doigts étendus. Pourtant ces pauvres calculateurs s'aperçoivent ordinairement très bien qu'un bœuf a disparu de leur troupeau ; mais c'est simplement parce qu'ils connaissent individuellement tous leurs animaux”. (5).

Une autre source essentielle de besoins numériques est la mise au point de *calendriers* ; on connaît les accomplissements brillants des Aztèques et des Mayas. Mais les peuples dont il s'agit, agriculteurs, commerçants, organisés en puissantes cités, avaient largement dépassé le stade correspondant au paléolithique supérieur.

Les peuples les plus primitifs ne semblent pas avoir du tout de calendrier ; puis apparaissent des calendriers purement qualitatifs, où les lunaisons et les saisons ne sont pas numérotées et dénombrées mais décrites, nommées d'après les événements qui les caractérisent. A la question : "à quel moment a eu lieu tel événement ? ", on préférera toujours répondre par un autre événement simultané plutôt que par un nombre d'unités de temps : un tel est né "après que l'on eût pêché le gros poisson" ou "l'année où il y a eu tant de neige". (11) Ou encore : tel événement a eu lieu quand telle personne était grande comme ça, ou lorsque sa barbe était grande comme ça. Lorsque les nombres commencent à être utilisés pour la mesure du temps, c'est sous la forme d'un petit nombre d'unités avant ou après un événement important. Mais dans la vie réelle des chasseurs-cueilleurs, le décompte du temps n'a que peu d'importance :

"Le temps vu comme une succession continue de périodes semble n'avoir aucune importance pour les aborigènes (australiens) ... Si vous demandez à un indigène quelle sera la durée de son déplacement pour gagner tel ou tel endroit qu'il connaît, il y a de grandes chances pour qu'il vous réponde «cela me prendra peut-être bien un peu longtemps» ; forcez-le à préciser, et il montrera très exactement soit sur ses ongles, soit sur les articulations de ses doigts, ou encore en donnant des coups sur le sol, combien de fois il aura à s'arrêter en cours de route pour camper ...

Même s'il doit participer au terme de ces étapes à un rassemblement tribal pour cérémonies rituelles ou rencontres "commerciales", l'aborigène ne se pressera pas afin d'être là au moment voulu, comme à un rendez-vous... Dans une réunion de ce genre, ceux qui arrivent les premiers attendent les autres, c'est-à-dire qu'ils s'installent, cueillent des comestibles, exécutent des danses. Ils ne montrent aucune impatience et ne font nul reproche pour motif de retard ... " (3)

De tout ceci, je tirerai la *conclusion* suivante : il est probable que, jusqu'au paléolithique supérieur, l'humanité a ignoré les nombres. Au paléolithique supérieur, et plus vraisemblablement à sa fin, apparaissent les premières connaissances, rendues nécessaires par l'intensification des échanges entre groupes humains (troc et peut être décompte des durées) et par la dissolution du communisme primitif (impôts, paiements en nature).

II Les premières activités numériques

L'espace occupé peut constituer une première approximation du nombre d'objets. Si on demande aux Abipones (Indiens d'Amérique du Sud) combien ils ont de chevaux, ils décrivent l'espace occupé par le troupeau. Les Abipones ne confondent sans doute pas les deux notions mais il y a peut être eu, à un stade donné, absence de différenciation entre elles. En tout cas, les petits de quatre ans ont du mal à s'en sortir, comme le montre cet étonnant dialogue rapporté par Piaget (12) :

Préhistoire des mathématiques
La découverte du nombre et du calcul

- Expérimentateur** Prends juste assez d'œufs pour les coquetiers, pas plus et pas moins, un œuf pour chaque coquetier. (L'enfant construit une rangée de même longueur, mais contenant beaucoup trop d'œufs).
- Expérimentateur** C'est la même chose d'œufs et de coquetiers.
- Enfant* *Oui*
- Expérimentateur** Alors mets les œufs pour voir si c'est juste. (Il le fait)
- Expérimentateur** C'est la même chose ?
- Enfant* *Non*
- Expérimentateur** Et maintenant ?
- Enfant* *Oui (il enlève le surplus)*
- Expérimentateur** Alors on va sortir tous les œufs. (On les met en tas devant les coquetiers)
C'est maintenant la même chose ?
- Enfant* *Non*
- Expérimentateur** Pourquoi ?
- Enfant* *Il y a plus de coquetiers ... (On serre les coquetiers et on répand les œufs).
Regarde. Maintenant, il y a la même chose d'œufs et de coquetiers ?*
- Enfant* *Non, il y a plus d'œufs.*

On peut, sans savoir compter, vérifier l'invariance d'une collection d'objets ; il suffit d'avoir au préalable gravé dans son esprit une image de chacun d'entre eux. C'est ce que font les Hottentots avec leur troupeau ; c'est ce que faisaient aussi, dit-on, les Abipones, qui voyaient immédiatement s'il manquait un chien à leur meute fort nombreuse. Cette méthode pourrait bien avoir été fort répandue dans les sociétés primitives, où la mémoire des individus était prodigieusement développée ; mais il est clair qu'il n'y a pas là de dénombrement, bien que l'opération intellectuelle soit une mise en correspondance un à un des objets présents, comme les bêtes du troupeau, avec leurs images préalablement enregistrées par le cerveau. Et lorsqu'on raconte que certains animaux comme les chimpanzés savent compter jusqu'à 5 ou 6, on confond précisément, à mon avis, mémoire et dénombrement.

On voit apparaître effectivement le nombre, dans les sociétés primitives, mais sous une forme tellement rudimentaire qu'on lui refuse volontiers cette dénomination. Prenons les Veddas de Ceylan, un des peuples les plus primitifs aujourd'hui disparus ; ils n'avaient, paraît-il, aucun nom de nombre. Mais pour compter leurs noix de coco, ils mettaient un bâtonnet en face de chacune, le paquet de bâtonnets devenant ensuite, par conséquent, le témoin des noix de coco. Il y a cette fois-ci mise en correspondance un à un entre des ob-

Préhistoire des mathématiques
La découverte du nombre et du calcul

jets, les noix, et ceux *d'une collection type* privilégiée, les bâtonnets. Le paquet de bâtonnets obtenu est bel et bien le nombre cardinal des noix ; cela, aucun animal n'est apte à le concevoir, bien que certains fassent illusion en "apprenant par cœur" quelques symboles.

Les premières activités numériques se font de même, partout, au moyen de nombreuses collections types. Les insulaires Andamans, au large des côtes de la Birmanie, ne connaissent que les mots "un" et "plus d'un" suivant les uns, ou "un", "deux", "un de plus", "quelques uns de plus", suivant les autres ; mais ils comptaient jusqu'à dix en se touchant le nez avec les doigts, l'un après l'autre.

Des aborigènes australiens ont pour noms de nombres "un", "deux", "deux un", "deux deux" ; au delà c'est "beaucoup". Mais cela ne signifie nullement qu'ils ne savent pas compter au delà : pour cinq, ils montrent les cinq doigts de la main, pour 7 ils montrent une main et deux doigts, et ainsi de suite jusqu'à 20 en utilisant les doigts de pieds. On a vu plus haut que pour indiquer un nombre d'étapes, ils frappent du pied ou montrent leurs doigts.

Une sorte de collection type particulièrement répandue, ce sont les listes standards de parties du corps ; voici les noms de nombres utilisés dans le détroit de Torrès, en commençant par le petit doigt de la main gauche :

un se dit	:	doigt du bout
deux	:	ce qui suit le doigt du bout
trois	:	doigt du milieu
quatre	:	doigt qui jette la lance
cinq	:	doigt de l'aviron
six	:	poignet
sept	:	coude
huit	:	épaule
neuf	:	poitrine
dix	:	sein droit
•		
•		
•		
dix neuf	:	petit doigt de la main droite. (8).

Il est important de noter que le compte ne se fait pas en récitant la liste, mais au moyen d'un geste du doigt allant de l'objet compté à l'élément correspondant de la collection type.

Les Dogons du Mali ont aussi une telle liste, utilisée concurremment avec des cordelettes à nœuds, des grains et des coquillages. Les Indiens d'Amérique ont la plupart du temps une liste plus savante, que nous verrons plus loin ; mais en même temps les nœuds, les entailles et les bâtonnets plus primitifs y jouent encore un grand rôle.

On raconte que lorsque les Natchez et les Chocktaws voulurent attaquer les Français en Louisiane, chaque tribu reçut un paquet de bâtons, l'un d'eux devant être ôté et détruit chaque jour, de façon à ce qu'ils puissent porter leurs coups en même temps. De même, quand un chef de Californie décide d'un bal dans un village, il envoie des messagers dans les villages voisins, chacun ayant une corde avec un certain nombre de nœuds. Chaque matin, le chef invité défait l'un des nœuds, et lorsque le dernier est arrivé, ils se mettent en route joyeusement, hommes, femmes et enfants. (11)

Préhistoire des mathématiques
La découverte du nombre et du calcul

Les exemples existent en foule et rempliraient un volume entier ; leurs caractéristiques communes sont les suivantes :

- a) L'existence d'un grand nombre de collections types matérielles chez un même peuple et le besoin de faire concrètement, avec des gestes, les correspondances un à un. Il paraît que certains esquimaux ne comptent que jusqu'à 20 avec leurs doigts et leurs orteils ; arrivés là ils disent "où prendrais-je le reste ?" Autrement dit : je veux bien aller plus loin, mais avec quoi ?
- b) Les nombres ne se présentent pas du tout, au début, comme une suite illimitée. Les parties du corps utilisées pour compter ne dépassent guère en général la vingtaine. Thurnwald (15) raconte qu'ayant essayé de faire progresser le compte, chez un peuple des Nouvelles Hébrides, jusqu'à 60 ou 80 cochons, il lui fut répondu que cela n'avait pas de sens car "davantage de cochons, cela n'existe pas".
- c) La dénomination des nombres est partout un processus distinct de leur découverte et de leur utilisation dans la vie courante. Beaucoup de peuples comptent assez loin, avec des objets divers, mais n'ont de noms que pour un, deux et trois, ce qui fait dire à des auteurs pressés qu'ils ne savent compter que jusqu'à trois.

Toutes ces caractéristiques sont autant de questions posées au chercheur. Pourquoi, chez un même peuple, diverses collections types ? Cela peut être tout bêtement par raison de commodité ; elles pourraient aussi être apparues successivement, les plus récentes supplantant peu à peu les plus anciennes. Elles peuvent encore relever de sphères étrangères, comme le religieux et le profane. Il n'y a peut être pas de loi générale.

Les mythologies semblent presque toutes muettes là dessus, en tous cas je n'en connais qu'une qui aborde le problème, la mythologie Dogon. Les activités humaines y sont regroupées en "paroles" qui symbolisent l'acte fondateur de chacune d'entre elles. La quinzième parole est la "parole du compte". A chaque parole est associée une série de représentations graphiques données dans un ordre hiérarchique strict, de la plus grossière à la plus achevée. Les représentations de la "parole du compte" sont, conformément à cet ordre (2)

- Des cordelettes en fibres végétales auxquelles on fait des nœuds pour marquer les mois et les années ; c'est le "compte par les nœuds de la corde".
- Des petits alignements de graines de baobab que l'on dispose par cinq sur le sol.
- Des chapelets de 100 graines qui servent à calculer.
- Le compte des cauris (coquillages) par paquets de 5, 10, 20, 40, 80.

Il existe, curieusement, une autre parole du compte, la 19^o ; c'est la "parole du compte du corps de l'homme" ; elle est représentée par 9 parties du corps, plus les 10 doigts, plus 3 qui symbolise le sexe masculin, soit au total 22 qui est un nombre clé de l'univers dans la mythologie Dogon. Sa signification mystique explique qu'elle constitue une parole à part.

Il est tout à fait intéressant de constater que les Dogons ont ainsi une vision nette de l'évolution de leurs propres activités numériques, et une vision somme toute fort raisonnable. En premier lieu, ils pensent que la connaissance du nombre est apparue à un stade déterminé de leur évolution, puisque les dieux ne leur ont transmis les "paroles" que pour les sortir du stade de la sauvagerie où l'homme "ne se nourrissait que de fruits et de viande crue", et leur permettre d'entrer en civilisation.

Préhistoire des mathématiques
La découverte du nombre et du calcul

En second lieu, ils affirment que l'activité la plus grossière est un décompte du temps, au moyen de cordelettes nouées ; vient ensuite un dénombrement plus rapide, cinq par cinq, qui est déjà un calcul rudimentaire, et le calcul proprement dit avec un chapelet de 100 graines(!). La forme la plus récente enfin montre déjà l'apparition d'un système de numération.

Le lecteur aura sûrement remarqué que la 19^o parole, mystique, est la seule qui ait pu donner naissance à des noms de nombres ; elle est nettement séparée de la 15^o, consacrée au dénombrement pratique et parfaitement anonyme. Cela relève de la caractéristique c) ci-dessus.

Pourquoi a-t-on donné des noms à certains nombres, et comment ? Cette question n'est pas résolue, mais l'hypothèse mystique est sûrement à creuser.

L'article de Seidenberg (14), qui défend la thèse de l'origine rituelle de *toute* activité numérique, donne beaucoup de détails intéressants.

On a relevé en outre des noms de nombres différents, dans certaines langues, suivant le type d'objet compté ; mais la question est de savoir s'il s'agit vraiment de mots différents ou de rajouts d'affixes à un radical commun. Thurnwald (15) parle de 28 séries de noms de nombres dans les îles Marshall ; une pour les bateaux, une pour les plantes à fruits, une pour les récipients pleins, un pour les récipients vides ... et une série générale pour les dénombrements courants !!

Tels sont les premiers pas de l'homme vers la conquête du nombre. La vieille sociologie vulgaire, représentée en France par Lévy-Bruhl (8) y voyait une des nombreuses manifestations de la "mentalité prélogique" des primitifs, caractérisée par l'incapacité à l'abstraction poussée et par la méconnaissance du principe de non contradiction. Cette vision traîne encore dans d'excellents ouvrages, comme celui de Menninger (10).

Qu'il y ait une réelle difficulté à concevoir le nombre, c'est ce que montrent les expériences avec les enfants, inaugurées par l'école de Piaget. Nous avons connu d'ailleurs il n'y a pas si longtemps ce type de difficulté après les découvertes de Cantor, qui reposent entièrement et uniquement sur le principe de correspondance un à un ! S'il est déjà difficile d'apprendre ce que d'autres ont découvert, on comprendra que la découverte elle-même puisse être laborieuse.

La pensée, primitive ou pas, prélogique ou pas, est déjà le résultat d'une abstraction très poussée. La pensée à ses débuts témoigne d'une conscience dialectique aiguë, reflétée dans des descriptions charmantes et pleines de vie de l'unité du monde ; elle crée les liens les plus inattendus entre les choses et les êtres les plus disparates, et des transformations les uns dans les autres qui font de leurs mythologies des contes merveilleux. Quelle fraîcheur naïve et quel étonnant pouvoir d'abstraction dans ces croyances rapportées par Lévi-Strauss (7) :

"Le sorcier Ndembu, qui est surtout un voyant, ne doit pas consommer la viande du céphalophe, parce que le cuir de cet animal est irrégulièrement tacheté ; sinon, sa prescience risquerait de s'égarer à droite et à gauche, au lieu de se concentrer sur les questions importantes. Le même raisonnement lui interdit aussi ... plusieurs sortes d'épinards à feuilles glissantes afin que son pouvoir ne fuie pas au dehors".

Le dénombrement se présente d'abord comme une négation, une destruction de cette merveilleuse poésie ; compter, c'est d'abord séparer des choses analogues, qualitative-

Préhistoire des mathématiques
La découverte du nombre et du calcul

ment identiques ; c'est ensuite les rapprocher d'autres choses, celles de la collection type, qui n'ont qualitativement rien à voir avec les premières. Ce rapprochement nouveau, c'est celui de l'austère correspondance un à un, ce fantôme bien pâle face au monde enchanteur de la mythologie primitive ! C'est donc l'abstraction quantitative, et non l'abstraction en général, qui a été si longue à obtenir.

Il est possible qu'il y ait eu chez certains peuples, sous l'effet de la révolution intellectuelle que nous venons de décrire, une sorte de répulsion devant le nombre. Cela expliquerait qu'en Afrique en particulier, le nombre ait été véritablement tabou ; en de nombreux endroits, ils ne faut surtout pas compter ses enfants ou son troupeau car le risque est grand que les mauvais esprits l'entendent et y apportent la mort (14). Les Bergdama d'Afrique comptent avec les doigts de la main ; arrivés à dix, ils frappent les bouts des doigts ensemble et disent "ils sont morts" ; certains Bushmens n'ont de noms de nombres que jusqu'à trois, et trois se dit "mourir" (15). D'après Seidenberg, on trouve encore en Europe les traces d'une telle mentalité "primitive".

G. Guittel rapporte cette extraordinaire anecdote, malheureusement sans indication de source :

"Bien des cases africaines ne possèdent qu'une ouverture ; il convient de mettre en garde le jeune homme qui rentre dans sa case pour y dormir. S'il commet l'imprudance de se coucher les pieds tournés vers l'entrée de sa case, les esprits de la nuit, qui sont condamnés à compter, ont vite fait le compte des doigts de ses pieds et le dormeur est immédiatement emporté." (4)

Compter, on le voit, est une malédiction à laquelle on peut être condamné, et être compté est carrément une condamnation à mort. Mais le nombre et l'arithmétique ne sont pas restés longtemps dans ces zones sinistres ; ils ont fini par réintégrer, curieusement, le monde fantastique de la mythologie grâce aux nouvelles liaisons magiques que son concept autorise.

Prenons par exemple le nombre quatre : il est ce qu'il y a de commun à toutes les collections de quatre objets. Dans un premier temps, il n'est que la négation de ces objets, au sens de négation de toutes leurs qualités ; mais dans un deuxième temps il fut sans doute perçu comme un lien plus profond, magique, purement abstrait, qui dépasse toute apparence sensible. Supposons alors que l'on attache une importance capitale et bénéfique à quatre objets déterminés, comme les quatre points cardinaux : grâce au lien occulte du nombre quatre, tout ce qui *est* quatre aura quelque chose des qualités des points cardinaux. La quantité devient ainsi le véhicule de la qualité, et par là une qualité au second degré. Telle est l'origine de la magie numérique et des nombres sacrés ; voici un exemple, rapporté par Lévy-Bruhl :

"Dans le grand récit épique des Navajos, les dieux sont tous au nombre de quatre, et tous se rangent aux quatre points cardinaux, peints de la couleur propre à chacun de ces points... Le héros a quatre jours pour raconter son histoire, quatre jours sont employés à sa purification... A Vancouver, dans les cérémonies d'initiation d'un homme médecin, quand il se met debout, il doit tourner sur lui-même quatre fois ... Ensuite, il doit porter son pied en avant quatre fois sans cependant faire un pas. Pareillement, il doit faire quatre pas avant de sortir par la porte. Ses instruments culinaires doivent être jetés au bout de quatre mois, il ne doit pas prendre plus de quatre bouchées à la fois". (8)

Si aux quatre points cardinaux on ajoute le zénith, le nadir et le centre, cela donne 7, d'où un nouveau nombre sacré chez les Indiens d'Amérique.

Il faut tenir ces systèmes en haute estime, comme témoignages d'une pensée véritable et comme source inestimable de renseignements. Il y a tout un travail à faire dans ce domaine au lieu de le laisser aux mains des charlatans. Les innombrables systèmes de nombres sacrés, les systèmes de divination à base arithmétique (le Yi-king chinois et la géomancie arabe et africaine), les calendriers et l'astrologie primitive, le pythagorisme, le gématrie seraient à explorer *scientifiquement*. La moisson serait à coup sûr abondante car, qu'on le veuille ou non, c'est ainsi que s'est faite la pensée humaine.

La preuve, c'est que le plus achevé de ces systèmes, le pythagorisme, fut le cadre de la première théorie des nombres. Comme le nombre est un lien entre toute chose, comme on l'a vu plus haut, "toutes choses sont nombres". Mais le pythagorisme a fait un pas en avant, ouvrant la voie aux véritables mathématiques et terminant l'époque des mythologies numériques : comme toutes choses sont nombres, ce qu'il faut étudier, ce sont les propriétés internes des nombres eux-mêmes, c'est-à-dire comment ils s'engendrent les uns les autres. D'où la première arithmétique pure.

III La naissance du calcul

Le calcul apparaît d'abord comme un modeste auxiliaire du dénombrement. Lorsque nous dépouillons les résultats d'un vote, nous notons les voix par des barres disposées cinq par cinq, puis nous comptons les paquets de cinq. Lorsque les Dogons affirment qu'ils ont commencé à compter par cinq, c'est sans doute à une technique analogue qu'ils font allusion. On rapporte de même qu'en Polynésie, le décompte se fait par deux, et que le mot vingt signifie en fait vingt paires. Lorsque, dans certaines tribus australiennes, les noms de nombres sont "un", "deux", "deux-un", "deux-deux" etc ..., ils reflètent peut être un procédé pratique de comptage facile à imaginer.

Une conception géniale, révolutionnaire est à l'œuvre derrière ces modestes procédés ; car les petites collections servent à compter les grandes, donc un nombre est la combinaison d'autres nombres. Là est l'essence du calcul. De plus, si je donne le résultat d'un dénombrement sous la forme "trois mains", pour trois fois cinq, le cinq est devenu une chose étrange : comme cinq il est multiplicité, mais comme chose comptée, comme main, il est unité. Dans le calcul, et plus précisément dans la multiplication, le nombre se dédouble, il acquiert deux aspects contradictoires qui le mettent en mouvement, permettant ainsi compositions et décompositions en foule et par suite des spéculations sans fin pour la plus grande joie des Pythagoriciens.

On a vu plus haut une collection type formée de parties du corps, où le nom nombre n'est qu'une description de l'appendice correspondant : doigt de l'aviron, poignet etc ... On connaît des collections types où, dans les noms de nombres, le calcul apparaît timidement ; ainsi chez les Zunis (Amérique), quatre se dit "tous les doigts levés excepté un" (donc cinq moins un), cinq se dit "l'entaillé" (le pouce), six se dit "un ajouté à ce qui est déjà compté" (cinq plus un), dix se dit "tous les doigts" etc ... (8)

Plus savant est le procédé de l'île de Saa (îles Salomon) pour compter les ignames : deux hommes les entassent par paquets de cinq ; à chaque double paquet de cinq réalisé, ils disent "un", puis "deux", et ainsi de suite. Un autre homme sied dans les parages, et lorsque "dix" (donc 100 en réalité) est annoncé, il met une petite racine d'igname de côté.

La nouvelle méthode savante se reflète parfaitement dans les noms de nombre des Tamanaqs de l'Orénoque (16) :

Noms spéciaux de un à quatre :

- 5 se dit : “une main entière”
6 à 9 : “un de l'autre main” à “quatre de l'autre main”
10 : “les deux mains”
11 : “un du pied” (en montrant les deux mains et en avançant le pied)
et ainsi de suite jusqu'à :
15 : “tout un pied”
16 : “un de l'autre pied”
et ainsi de suite jusqu'à :
20 : “un indien”
21 : “un des mains d'un autre indien”
et ainsi de suite jusqu'à :
40 : “deux indiens”
etc ...

Ce système de noms, que j'appelle le système main-pied-homme, fut l'un des premiers systèmes de numération inventés par l'homme, grâce au modèle fourni par le corps humain. Il connut une fortune prodigieuse sur tous les continents ; en Europe même il subsiste de nombreuses traces d'un ancien regroupement des unités par 20 (voir par exemple (10)).

Désormais, la numération prend une nouvelle tournure. On peut briser la limite imposée par le caractère fini d'une collection type comme le corps humain et donner des noms à des nombres relativement grands ; dans une île au sud de Sumatra, on disait “un homme” pour vingt, “main homme” pour 100 et “un notre corps” pour 400 (10) ; rien n'empêche d'imaginer “homme notre corps” pour 8000, mais la dénomination de 160000 est plus problématique.

Mais surtout, il est peu vraisemblable que celui qui comptait jusqu'à “deux indiens et un du pied d'un autre indien” ait montré du doigt deux indiens effectivement présents, ses deux mains et avancé son pied. Autrement dit, la bijection concrète, matérielle, des débuts a du faire place à une bijection purement cérébrale, au moyen de la simple récitation d'une liste de noms. La collection type peut devenir alors purement abstraite puisqu'elle n'intervient que comme liste de mots, et l'origine concrète de ces mots disparaît petit à petit des mémoires ; en revanche, leur signification numérique prend le dessus, et à cet égard, il y a peu de différence entre “deux indiens et un du pied d'un autre indien” où indien et pied n'ont aucune importance face au deux fois vingt et dix et un, et notre cinquante et un qui signifie cinq fois dix et un. Le calcul, au départ simple auxiliaire du dénombrement, est maintenant l'essence et le principe organisateur de la collection type.

Ici se termine cette exploration rapide des premières découvertes arithmétiques de l'humanité, que l'on peut toutes situer à la charnière du paléolithique supérieur et du néolithique. Lorsqu'un peu plus tard l'élevage, l'agriculture et le commerce apparaissent, il faudra bien faire avec ces rudiments ; c'est ainsi que les Incas entassèrent des montagnes de cordelettes nouées en guise d'archives statistiques, et que les Chinois allèrent jusqu'à faire de l'algèbre uniquement ... avec des baguettes et un échiquier !

Préhistoire des mathématiques
La découverte du nombre et du calcul

Les premiers contrats apparurent au moyen-orient sous la forme quelque peu rustique de poches d'argile pleines de cailloux, appelées "bulles enveloppes" :

"Le comptable chargé de fixer le contrat passé entre deux personnes, l'une livrant à l'autre un certain nombre d'objets matérialisait ce nombre par de petits objets d'argile ou 'calculi' ... Ces objets ne servaient plus simplement à compter ... L'idée nouvelle ... a été de les regrouper en un document : la bulle enveloppe, scellée pour garantir l'authenticité de l'opération, c'est-à-dire l'accord des contractants"(1).

On tend même à penser maintenant qu'une sorte d'abstraction des bulles enveloppes fut à l'origine de l'écriture :

"La surface de la bulle fut marquée de telle sorte que, outre les empreintes du sceau qui la validait, y figurât l'image de tous les jetons qu'elle contenait ... De toute évidence, le marquage des bulles n'était pas destiné à supplanter le système comptable fondé sur des jetons : pourtant c'est ce qui s'est produit ... et le remplacement des jetons par leur image à deux dimensions semble avoir été le lien décisif entre le système d'enregistrement archaïque et l'écriture. Aux bulles creuses et aux jetons qu'elles contenaient se substituèrent des objets d'argile gravés : les tablettes" (13).

Olivier KELLER
OCTOBRE 1987

CHRONOLOGIE

2 millions d'années au plus tard : premiers hommes

PALEOLITHIQUE INFERIEUR

- 80000 à - 40000 ans : homme de Néandertal ; traces de pratiques funéraires. Début du langage articulé ?

PALEOLITHIQUE MOYEN

- 40000 à - 10000 : homo sapiens ; art mobilier et pariétal.
Premières traces pouvant faire penser à une activité numérique.
Troc probable.

PALEOLITHIQUE SUPERIEUR

- 10000 à - 3000 : passage à l'agriculture et à l'élevage
Traces certaines d'activités numériques : comptabilité avec des jetons au Moyen Orient.

MESO ET NEOLITHIQUE

Fin du quatrième millénaire au moyen orient : Bulles enveloppes.
Plus anciennes tablettes connues comportant des additions et des fractions.

Début du deuxième millénaire :
Premiers traités de mathématiques au Moyen Orient : Egypte et Babylone.

* * *
* *
*

BIBLIOGRAPHIE

- (1) **P. AMIET** Naissance de l'écriture. (Catalogue de l'exposition du même nom ; éditions de la réunion des musées nationaux. 1982)
- (2) **G. CALAME-GRIAULE** Ethnologie et langage ; la parole chez les Dogons. (Gallimard 1965)
- (3) **A.P. ELKIN** Les aborigènes Australiens (Gallimard 1967)
- (4) **G. GUITTEL** Histoire comparée des numérations écrites (Flammarion 1975)
- (5) **CH. LETOURNEAU** L'évolution de l'éducation dans les diverses races humaines (Paris, 1898)
- (6) **CH. LETOURNEAU** L'évolution de la propriété (Paris 1889)
- (7) **Cl. LEVI-STRAUSS** La pensée sauvage (Plon 1962)
- (8) **LEVY-BRUHL** Les fonctions mentales dans les sociétés inférieures, surtout le chapitre V (1910)
- (9) **A. MARSHACK** Les racines de la civilisation (Plon 1972)
- (10) **K. MENNINGER** Numbers words and number symbols (MIT Press 1969)
- (11) **M.P. NILLSON** Primitive time-reckoning (1920)
- (12) **PIAGET** La genèse du nombre chez l'enfant (3^e édition, 1964)
- (13) **D. SCHMANDT-BESSERAT** Les plus anciens précurseurs de l'écriture. Dans "L'aube de l'humanité" (Belin - Pour la science 1983)
- (14) **A. SEIDENBERG** The ritual origin of counting (Archive for History of exact sciences. 1962 Vol. II-1)
- (15) **THURNWALD** "Zählen" article du "Reallexicon der Vorgeschichte" (1929)
- (16) **E.B. TYLOR** La civilisation primitive, surtout le chapitre 7 (1873)
- (17) **C. ZASLAVSKY** Africa counts (Prindle, Weber and Schmidt 1973)
- (18) **M. SAHLINS** Age de pierre, âge d'abondance. L'économie des sociétés primitives (Gallimard 1972)