I.R.E.M. de Rouen

# ACTES DU COLLOQUE HISTOIRE ET ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES


DALI Colloque sentimental 1944

Pacy sur Eure -5 et 6 Juin 1981-

ACTES DU COLLOQUE DE PACY S/ EURE des 5 et 6 juin 1981

TABLE DES MATIERES

# INTRODUCTION

Le troisième colloque inter-I.R.E.M. consacré à l'histoire des mathématiques a eu lieu les 5 et 6 juin 1981 à Pacy s/ Eure. Ce colloque a rassemblé environ 90 participants français et étrangers. L'un des intérêts de ce colloque fut la participation d'enseignants de diverses disciplines (mathématiques, physique, philosophie, histoire) et de différents niveaux d'enseignement (collèges, lycées, universités), et aussi des spécialistes de pédagogie et des spécialistes de philosophie et d'histoire des sciences. Il en a résulté des échanges riches et des débats souvent passionnés.

Les principales questions autour desquelles se sont déroulées les deux journées furent les suivantes : quels rapports entre l'histoire des mathématiques et l'enseignement des mathématiques ? L'histoire des mathématiques doit-elle être le contenu d'un nouvel enseignement, qui risque d'apparaître à l'enseigné comme parfaitement disjoint de l'enseignement des mathématiques, qui, lui, n'en sera pas modifié ? L'histoire des mathématiques doit-elle être considérée comme partie intégrante de la connaissance des mathématiques, et à ce titre, doit-elle être intégrée dans leur enseignement ? En quoi l'histoire des mathématiques modifiera-t-elle alors cet enseignement ? Histoire des mathématiques comme spécialité, comme fondement, comme gadget ? Pourquoi ce renouveau d'intérêt pour l'histoire des mathématiques ? Signifie-t-il un renouveau de notre conception des mathématiques ? Implique-t-il un renouveau de l'histoire des mathématiques ?

Les actes du colloque regroupent des résumés et des documents concernant la plupart des interventions qui ont eu lieu à Pacy, soit dans les assemblées plénières, soit dans les ateliers ou dans les expositions. Certains de ces textes relatent des expériences dans l'enseignement secondaire ou supérieur et illustrent diverses conceptions sur l'intervention de l'histoire des mathématiques dans la pratique pédagogique. D'autres textes présentent des sujets précis de l'histoire des mathématiques qui furent le thème d'ateliers lors du colloque.

Je remercie tous les collègues qui ont participé à la confection de ce actes en me faisant parvenir des textes, ainsi que Mesdames Danielle LEDUC et Claire VOLLAIS pour leur collaboration technique.

Evelyne LE REST
Mai 1982

E. COUMET. Paul TANNERY : "L'organisation de l'enseignement de l'Histoire des Sciences." Communication publiée dans la *Revue de Synthèse*. C II, 101-102, janv.juin 1981.

Résumé de Yannick MAREC
I.R.E.M. de Rouen

Pour E. COUMET, le "scandale de 1903", soit l'échec de Paul Tannery comme candidat à la chaire d'Histoire générale des Sciences du Collège de France, ne doit pas faire oublier la portée de son action dans l'organisation d'un enseignement de l'histoire des sciences à la fin du XIXe siècle et au début du XXe siècle.

"L'image d'un chercheur isolé que surprit un rejet brutal et immotivé" est en effet trop simpliste et réductrice. Ainsi, Paul Tannery a pu enseigner l'histoire des sciences, notamment celle des mathématiques, précisément au Collège de France, comme remplaçant dans une chaire de "Philosophie". D'autre part, en accordant trop d'importance à la pénible "affaire" de 1903, on risque d'occulter des écrits d'allure modeste relatifs à des degrés moins élevés de formation, écrits qu'E. COUMET se propose d'analyser.

Selon Tannery, les historiens des mathématiques ne doivent pas s'en tenir aux seules recherches. La vulgarisation est tout aussi importante. C'est pourquoi il accepte de rédiger des "Notions historiques" adjointes aux "Notions de mathématiques" de son frère Jules, le sous-directeur des études scientifiques à l'Ecole Normale Supérieure. Paul Tannery donne sa préférence à un enseignement de l'histoire générale des sciences même si, dans l'immédiat, l'enseignement par histoires particulières ou spéciales peut être présumé plus efficace. A la requête d'E. Rabier, directeur de l'enseignement secondaire, il élabore un projet d'enseignement de l'histoire des sciences dans les lycées, au moment où se prépare l'organisation de l'enseignement moderne, à la fin du XIXe siècle. Son souci de la vulgarisation, conçue comme une tâche à mener de concert avec la recherche, l'amène à collaborer à la *Grande Encyclopédie* et surtout à l'*Histoire générale du IVe siècle à nos jours*, publiée sous la direction d'E. LAVISSE et A. RAMBAUD (12 vol. 1892-1901). Ses contributions à cet ouvrage de référence constituent une sorte de manuel d'Histoire des sciences.

Lors des premiers congrès internationaux d'Histoire des Sciences, Paul Tannery se préoccupe du sérieux des communications mais aussi des moyens nécessaires à la nouvelles discipline pour délimiter son "domaine propre" et assurer son "autonomie". Le voeu exprimé au Congrès de 1900 concerne l'organisation d'un enseignement d'histoire élémentaire des sciences dans le Secondaire, histoire donnée par les professeurs de sciences eux-mêmes, et l'institution de cours spéciaux d'histoire générale des sciences à la Sorbonne, à l'Ecole Normale Supérieure, à l'Ecole Polytechnique et dans les principales Universités. Ce voeu qui restera pieux, alimente les discussions des deux congrès suivants, ceux de 1903 et 1904, qui se sont tenus avant le décès de Paul Tannery, le 27 novembre 1904.

Cette disparition est intervenue au moment où s'intensifiait une véritable campagne en faveur de l'enseignement de l'histoire des sciences, campagne dont Paul Tannery fut l'un des principaux artisans. Finalement, sa situation marginale ne gêna pas son combat. Selon E. Coumet, "s'étant acquis par accumulation de travaux, prestige et autorité personnelle, il fut l'expert officieux qu'on consulte officiellement", et il "agita méthodiquement, pour la première fois, des questions toujours d'actualité."

# RÉFLEXIONS SUR DES PROBLÈMES MÉTHODOLOGIQUES EN HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES.

*par Amy DAHAN.*

A l'occasion de la parution du livre "Routes et Dédales" que j'ai rédigé en collaboration avec Jeanne PEIFFER, et un an après le débat organisé à Pacy-sur-Eure, intitulé "Epistémologie sous-jacente à certains travaux d'histoire des mathématiques", je me propose de livrer ici quelques réflexions sur ce sujet.

Avant d'entreprendre la rédaction de cet ouvrage, mon expérience en histoire des mathématiques avait principalement consisté en un travail de recherche sur un sujet bien délimité, assez pointu, - à savoir les recherches Algébriques de CAUCHY - qui soulevait le problème de la genèse de la notion de groupe chez ce mathématicien qui a eu un rôle primordial dans la première moitié du 19° siècle, en comparaison avec les travaux de GALOIS et essayait de situer CAUCHY dans ce qu'on peut désigner rapidement par le mouvement général de l'algèbre au 19° vers l'édification des structures.

Au niveau de la méthode de travail, j'indiquais dans l'introduction de ma thèse, qu'une fois accepté l'acquis de G. BACHELARD que l'histoire des sciences ne consiste pas en un développement continu, j'avais tenté de naviguer dans l'espace étroit, borné par les 2 exigences suivantes :

- d'une part rapporter certaines espèces d'énoncés à d'autres types d'énoncés ( antérieurs ou plus généralement postérieurs) auxquels ils renvoient parce que seule la mise à jour de ces connexions permet de vraiment révéler la productivité théorique de certains théorèmes, productivité qui n'est pas visible au sein même du corpus étudié, de CAUCHY dans mon cas. La transposition en langage mathématique moderne, outre la mission de faciliter la lecture du travail avait pour fonction de dévoiler ce qu'on appelle la "profondeur" ou la superficialité des énoncés, selon qu'ils ont réglé ou non des chaînes étendues de constructions conceptuelles.

- d'autre part, 2ème exigence sinon contradictoire, du moins qui tire à l'opposé, renoncer le plus possible à ce que DESANTI appelle les vieilles métaphores pseudo-dialectiques qui retracent la vie embryonnaire des nouvelles structures au sein des anciennes, et prendre sérieusement en compte les phénomènes de rupture. Dans mon cas, cela impliquait d'étudier comment certaines configurations conceptuelles, certaines formations théoriques, étaient inscrites dans un corpus, celui de GALOIS, mais exclues d'un autre, celui de CAUCHY.

La recherche d'un équilibre acceptable que je pensais avoir trouvé au cours d'une recherche très précise et bien circonscrite, pose des problèmes autrement plus difficiles quand on se propose de rédiger un ouvrage - qui n'est pas un travail de recherche mais un exposé de synthèse - certes non exhaustif mais couvrant une période et un champ beaucoup plus vastes, et qui se voulait à un niveau d'accessibilité relativement aisé.

J'ai donc été amenée à consulter un certain nombre d'ouvrages qui se présentent comme des sommes sur le sujet (Montucla, Moritz Cantor, M. Kline, Brunschvig, Bourbaki, l'Histoire Générale des Sciences, etc.) et un grand nombre d'analyses et de recherches plus limitées que les ouvrages précédents mais ayant aussi vocation de synthèse partielle. Et je me suis posée la question de l'épistémologie sous-jacente à ces travaux d'histoire des mathématiques, de l'existence ou non de grands traits d'une "idéologie spontanée" (dixit OVAERT) de l'historien des mathématiques que nous sommes avec plus ou moins de professionnalisme ou d'amateurisme, traits que nous reproduirions implicitement.

Paul TANNERY a souligné l'opposition entre travaux <u>particuliers</u> en histoire des sciences et histoire <u>générale</u> des sciences, en disant que cette dernière, l'histoire générale, présuppose toujours une vision du développement de la science, et en particulier la notion de loi ; et c'est pourquoi il adhérait, lui, en dernier lieu aux doctrines positivistes (Mémoires Scientifiques).

J'ai eu le sentiment analogue que les études d'ensemble, de synthèse en histoire des mathématiques colportent aussi une conception du développement des mathématiques elles-mêmes, présupposent un choix épistémologique qui est très rarement explicite, alors que les études isolant très nettement des moments historiques et des champs théoriques peuvent éluder cette question.

Je présente donc maintenant en vrac quelques uns de ces traits que j'ai pu repérer. Il faudrait s'engager dans une analyse différentielle plus approfondie suivant l'origine des auteurs (scientifiques, historiens des sciences, philosophes, ...) des pays (école anglo-saxonne, française, soviétique ...) Certains relèvent de choix philosophiques voire idéologiques, plutôt que proprement épistémologiques.

- une certaine vision de la périodisation de l'histoire du développement scientifique qu'on peut résumer de façon un peu caricaturale, ainsi :

-) miracle grec,

-) nuit du Moyen Age et en particulier méconnaissance assez systématique de l'apport de la science arabe (Nous faisons en France, l'histoire des sciences d'après POITIERS 732, et ceci remonte sans doute très loin). Cf. article de RASHED Science Western Phenomena (Fundamenta Sciencae n° 1.).

-) consécutivement une appréciation peut-être exagérée de la Renaissance, et de la Révolution scientifique des 16° et 17° siècles qui s'articule ici avec les analyses de l'école française Koyréenne de la rupture de la révolution scientifique.

C'est très net quand on travaille sur l'histoire de l'algèbre. TANNERY, ITARD, etc., parlent d'"algèbre géométrique" des Grecs, alors que l'école allemande d'histoire des mathématiques étudie dès le 19° siècle, les Arabes.

Il semble qu'en France, il n'y ait pas eu à propos des mathématiques comme ce fut le cas pour la physique, une concurrence, une rivalité et donc une pondération entre l'héritage d'un DUHEM plutôt champion de la continuité historique et qui vise à l'élimination du mythe de la Renaissance et de la constitution ex-nihilo du savoir scientifique classique par le rejet des philosophies religieuses, et les points de vue de la rupture (KOYRE, BACHELARD, etc.). Ceci est lié au fait qu'en mathématiques, ce n'est pas le Moyen Age Chrétien mais les Arabes qui sont importants.

- une orientation très nettement dominante du travail en histoire des mathématiques qui privilègie presque exclusivement l'analyse interne aux mathématiques elles-mêmes, avec très peu de références aux autres points de vue : l'évolution des conditions économiques, sociales et culturelles, l'histoire des techniques, les besoins des autres sciences comme la physique ou la mécanique, etc. , les résistances philosophiques et métaphysiques à l'émergence de certaines notions.

Cette orientation qui s'explique en partie évidemment par l'autonomie croissante à partir du 19° s. des mathématiques elles-mêmes peut aussi s'ancrer dans ce que Pierre THUILLIER, à un débat aux I.R.E.M., avait appelé le paradigme idéaliste Koyréen qui consiste à partir du mythe de l'autonomie de la science et à étudier principalement comment les théories s'engendrent.

A titre d'illustration, j'avais l'an dernier effectué le dépouillement des 20 premiers numéros de la Revue Archiv for History of Exact Sciences. En voici le détail :

Mathématiques primitives : 14 articles (8 auteurs),
Astro. ancienne et médiévale : 10 articles (8 auteurs),
Mathématiques grecques : 27 articles,
Science arabe : 8 articles (5 auteurs),
Mathématiques médiévales : 8 articles,
Physique médiévale (autre qu'optique) : 2 articles,
Mathématiques chinoises et autres : 1 article,
Mathématiques du 17° s. : 13 articles,
Mécanique et Physique du 17° s. : 14 articles,
Mathématiques du 18° s. : 4 articles,
Mécanique, Astro, Electricité du 18° siècle : 7 articles,
Mathématiques du 19° s. : 27 articles,
Physique du 19° s. : 18 articles,
Mathématiques du 20° s. : 6 articles,
Physique du 20° s. : 17 articles,

auxquels s'ajoutent des articles de synthèse (toutes périodes) :

Probabilités, Statistiques : 16 articles (dont 12 du même auteur), Il explique qu'en biologie, chimie, etc. l'usage des mathématiques se réduit à une manipulation quantitative (calcul numérique, statistique, ...) et les concepts de ces disciplines ont une existence et un statut indépendants des mathématiques ; au contraire les concepts de la physique ont un rapport très profond avec ceux des mathématiques. Par exemple : vitesse-dérivée ; champ électromagnétique-champ de vecteurs ; principe de relativité-théorie des groupes ; tenseur de CAUCHY-concept initial de la mécanique des milieux continus ; etc. Les mathématiques sont, dit-il, constituantes de la physique. C'est par un processus général d'abstraction que divers phénomènes physiques conduisent à des mathématisations analogues (mêmes équations différentielles, mêmes opérateurs, etc.) ; et celles-ci aboutissent à la construction de nouveaux concepts physiques communs à de nombreux domaines.

Ici, Jean-Marc LEVY-LEBLOND aborde les liens entre mathématiques et physique, du point de vue de l'influence sur la physique, mais que penser précisément de l'influence en retour sur les mathématiques ? Il ne me semble pas qu'on puisse continuer de se contenter du fameux point de vue de BOURBAKI : les mathématiques sont un réservoir de structures abstraites dans lesquels certains aspects de la réalité expérimentale viennent se mouler, sans qu'on sache bien pourquoi.

Dans le cadre de l'analyse interne des mathématiques isolées du champ qui les a produites, plusieurs façons de faire de l'histoire peuvent être distinguées. Avant d'essayer de les caractériser, je voudrais préciser que mon propos n'est évidemment pas de légiférer, encore moins de désigner une bonne histoire des mathématiques, mais de stimuler une réflexion sur ce sujet, en particulier au sein de la commission Epistémologie - Histoire inter I.R.E.M. Personnellement, n'ayant pas de théorie définie, ma pratique reste un bricolage entre ces diverses conceptions, considérant toutefois qu'un des dangers principaux en histoire des mathématiques est de produire un savoir aussi clos que les mathématiques elles-mêmes, la vocation de l'histoire des sciences étant aussi déconstructrice, démystificatrice des savoirs, et devant favoriser les passages entre la culture scientifique et la culture humaniste si séparées aujourd'hui.

Optique : 12 articles,
Mécanique des Fluides : 1 article,
Cristallographie : 1 article.

Soulignons seulement deux points très saillants :
sur 114 articles portant sur les mathématiques
27 articles concernent les mathématiques grecques,
4 articles concernent le 18° siècle.
Il est frappant de constater qu'un des grands sujets sur lesquels cent fois on se remet à l'ouvrage ce sont les Mathématiques grecques et on peut légitimement se demander si certains points de vue contradictoires sur des textes ne viennent pas tout simplement du fait que dans le système universitaire de la recherche, il faut dire des choses différentes de ses prédecesseurs sinon comment justifier une nouvelle étude.

A l'inverse le 18° siècle, période pourtant très riche en mathématiques, est très peu étudié . Est-ce parce que le développement foisonnant des mathématiques y reste très lié à ceux de la mécanique et de la physique ; ou encore parce que les préoccupations de rigueur, certes non absentes ne font pas l'objet d'une attention particulière ? Alors que les outils fondamentaux de la physique mathématique apparaissent à cette époque, on ne dispose pas de recherches par exemple, sur les équations différentielles ou les équations aux dérivées partielles à cette époque.

Enfin, un seul article est consacré à la "mort d'une théorie", celle des invariants. Notons que son auteur fait partie d'un département d'ethnologie et d'anthropologie d'une université américaine.

En ce qui concerne l'autonomie des mathématiques par rapport aux autres disciplines, je voudrais signaler ici un article de J.M. LEVY LEBLOND dans "Penser les Mathématiques" (Seuil 1982) qui tente une anlyse plus fine sur le rapport spécifique des mathématiques et de la physique, analyse qui rompt avec la pauvreté de pensée que l'on rencontre habituellement, en particulier chez les positivistes logiques : les mathématiques, langage des autres sciences.

Je distinguerai :

a) - une histoire - annuaire, répertoire, qui permet d'établir une chronologie précise des découvertes mathématiques et l'exacte attribution des paternités, mobilise des qualités de grande érudition mais ne favorise pas forcément l'étude des courants d'idées dans la discipline - (C'est un peu l'histoire des historiens des sciences, mais pas strictement).

Etant essentiellement descriptive, cette histoire-là met en évidence le caractère cumulatif du développement des mathématiques et suggère quelquefois leur progression linéaire et continuiste.

b) - une conception que je caractériserai comme étant négatrice de la dimension historique. Elle a ses lettres de noblesse puisque l'exemple le plus extrême en est les Eléments d'Histoire du prestigieux BOURBAKI. Rappelons comment celui-ci définissait son projet : "On a cherché surtout pour chaque théorie à faire apparaître quelles ont été les idées directrices et comment ces idées se sont développées et ont réagi les unes sur les autres."

Cette histoire est souvent le fait de mathématiciens de très grande stature, très impliqués dans la période structuraliste et bourbakiste et possédant une vision globale et unitaire du développement des mathématiques.

S'appuyant sur la puissance d'abstraction de la mathématique contemporaine qui livre des codes pour relire toutes les mathématiques des époques révolues, cette histoire consiste à décrypter les théories du passé, leurs influences mutuelles, et présenter de vastes synthèses très denses, souvent éclairantes mais qui ne permettent en aucun cas de suivre et comprendre le fonctionnement d'une mathesis donnée. Je reprends ici à dessein le terme de mathesis (cf. DESANTI, La Philosophie silencieuse) au sens des formes réglées de l'activité mathématicienne, qui ne se confond pas avec le corps des énoncés produits que DESANTI désigne par mathemata ; cette distinction pertinente est justement absente de cette conception.

La nature spécifique des mathématiques eu égard aux autres disciplines (physique, chimie, biologie, etc.) qui ont une vocation de théorie explicative du réel, autorise particulièrement cette méthode. En effet dans ces disciplines, nombreux sont les schémas explicatifs du réel totalement mis en défaut et rejetés. Ce genre de phénomènes ne se produit pas en mathématiques où les énoncés dans un enchaînement hypothético-déductif ne se renvoient qu'à eux-mêmes, et pour lesquels n'intervient aucun rapport de causalité extérieure. Puisqu'un théorème, pourvu qu'il ait été correctement démontré, reste toujours vrai et que sa valeur de vérité ne doit rien au temps dans lequel il a été produit, les énoncés mathématiques peuvent être aisément détemporalisés. Il est toujours possible, comme l'a écrit DESANTI "d'unifier les corps d'énoncés mathématiques en systèmes a-temporels dans lesquels certains instruments théoriques produits à un certain moment, permettent d'obtenir comme conséquences locales des résultats péniblement obtenus à un moment antérieur".

c) - une histoire dite téléologique ou récurrente, fortement finalisée s'attache à étudier l'histoire des théories ou des concepts en soulignant principalement dans une oeuvre - souvent par une analyse serrée et proche du texte original, ce qui fait l'intérêt de cette méthode -, ce qui est en germe et anticipe de la suivante, ce qui prolonge ou transcende la précédente, ce mouvement général convergeant inéluctablement soit vers la mathématique contemporaine, soit vers certains moments privilégiés de synthèse qui eux-mêmes balisent le cours général du développement des mathématiques vers les mathématiques d'aujourd'hui.

Les althussériens - FICHANT, PECHEUX par exemple (Ed. MASPERO) - font des distinguos subtils entre mauvaise conception téléologique (caractérisée par la chasse aux précurseurs, et la recherche systématique des sources et des filiations) et la bonne conception récurrente qui a auparavant défini les étapes nodales qui déterminent le développement historique d'une discipline, et à partir desquelles s'opère la récurrence.

Si la première méthode (a) dans son entreprise consciencieuse rend surtout compte de l'aspect objectivement cumulatif que comporte le développement des mathématiques, cette dernière conception (c) (comme la précédente d'ailleurs) est très marquée par les valeurs privilégiées et dominantes des mathématiques contemporaines : la rigueur, l'abstraction, le formalisme, l'axiomatisation. Or ces valeurs n'ont pas toujours eu cours de la même façon dans le passé. Dans le choix des sujets en histoire des mathématiques seront alors privilégiés les auteurs qui se sont inscrits dans le mouvement de promotion de ces valeurs, alors que d'autres courants divergents seront moins étudiés, voire négligés.

A ce propos, de très intéressants éléments de réflexion se trouvent dans la conclusion d'une thèse que C. GILAIN a consacrée à l'étude du Mémoire de Poincaré : "Sur les courbes définies par une équation différentielle" dans lequel il montre notamment l'utilisation par Poincaré de la géométrie pour résoudre des problèmes d'analyse.

Or, Christian GILAIN remarque que l'histoire de l'analyse du 19° siècle est principalement effectuée dans une mise en perspective commune du problème de la rigueur et du problème des fondements, avec pour thèmes privilégiés :

- la rénovation de l'analyse par son arithmétisation, la rupture du style weierstrassien, l'élimination des infiniments petits,etc.

- l'expulsion du recours à l'intuition géométrique.

- et aussi la purification de la théorie des entiers qui aboutit à l'analyse des oeuvres de CANTOR, FREGE et l'axiomatisation.

D'où l'étude réitérée par de nombreux historiens des oeuvres de BOLZANO, CAUCHY, DEDEKIND, WEIERSTRASS, CANTOR ; alors que l'autre voie, celle des géomètres, avec notamment RIEMANN et POINCARE est beaucoup moins étudiée C. GILAIN insiste également sur le fait que cette histoire de l'Analyse en présuppose souvent une autre qui privilégie dans l'histoire des mathématiques en général le thème de l'unification des théories, des concepts et des méthodes plutôt que le thème de la diversification des voies d'approche.

Ayant remarqué que toute étude d'ensemble en histoire des mathématiques est liée à une conception épistémologique de leur développement, on peut très rapidement faire le tour des auteurs déjà évoqués dans ce texte ; une analyse beaucoup plus systématique et approfondie s'impose.

BACHELARD semble exclure les mathématiques de sa théorie des coupures et des obstacles épistémologiques. Il écrit : "l'histoire des mathématiques est une merveille de régularité. Elle connaît des périodes d'arrêt. Elle ne connaît pas de périodes d'erreur".

DESANTI effectue plutôt l'étude de moments privilégiés, les crises, et recommande de s'installer longuement dans un moment du passé et isoler un champ théorique pour y explorer les règles de fonctionnement, y mettre en évidence les points de fermeture, etc. De façon générale, il prône les analyses "au voisinage".

BOURBAKI s'est prononcé dans son texte sur "l'Architecture des mathématiques" sur la vie interne des mathématiques : "telle une grande cité, dont les faubourgs ne cessent de progresser, de façon quelque peu chaotique, sur le terrain environnant, tandis que le Centre se reconstruit périodiquement chaque fois suivant un plan plus clair et une ordonnance plus majestueuse, jetant à bas les vieux quartiers et leurs dédales de ruelles, pour lancer vers la périphérie des avenues toujours plus directes, plus larges et plus commodes". Mais cette citation superbement métaphorique ne nous éclaire pas complètement sur la pensée de son auteur. En particulier, est-ce que les différents bouleversements de l'édifice mathématique que l'on peut repérer au cours de son histoire, ont le même statut épistémologique ? Ainsi, peut-on comparer :

1) - le bouleversement d'architecture consécutif à la création du calcul infinitésimal, principalement consacré par l'oeuvre d'Euler, et que l'on peut caractériser par :

- un déplacement du nombre à la fonction comme objet mathématique central,

- une rupture avec le langage, le choix et l'organisation des mathématiques antérieures ; la géométrie et la mécanique devenant cette fois des applications des principales théories de l'analyse. (cf. en particulier les analyses d'OVAERT et SANSUC, d'HOUZEL dans Philosophie et calcul de l'Infini, ed. MASPERO).

2) - le bouleversement d'architecture lié à la création des structures et la nouvelle unité des mathématiques qui s'est dégagée de la méthode axiomatique ?

DIEUDONNE écrit (introduction de l'Abrégé) : ".... il ne s'est jamais produit en mathématiques de révolution comparable à celles de la Physique du vingtième siècle, obligeant à refondre de fond en comble tout un système de pensée. Ce qui s'en rapproche le plus, ce sont de nouvelles idées qui ont profondément modifié les fondements (souligné par l'auteur) des mathématiques ou la conception de leurs rapports avec la réalité sensible, telles que l'invention des géométries non euclidiennes, celle du "transfini" de CANTOR, et tout récemment la découverte de propositions indécidables. Mais dans chacun de ces trois cas, l'effet de ces idées sur le développement des mathématiques proprement dites a surtout été de fournir des techniques nouvelles, sans nécessiter une remise en cause des méthodes antérieures" ; et aussi : "la mathématique actuelle est inévitablement devenue l'étude de structures abstraites très générales, telles que groupes, anneaux, espaces topologiques, opérateurs, faisceaux, schémas, etc.".

Il est indéniable que pour de nombreux points de vue de l'histoire des sciences, le progrès mathématique est présenté comme un long processus, complexe, multiple, difficile mais finalement <u>univoque</u> pour accéder au statut actuel des mathématiques qui représente un certain <u>achèvement</u>.

Or des indices d'origine assez diverse témoignent que cette identification (inévitable, selon DIEUDONNE) entre l'étude de la mathématique contemporaine et l'étude des structures abstraites est aujourd'hui contestée de plusieurs parts. Au sein des I.R.E.M., c'est-à-dire au niveau d'une réflexion sur la pratique pédagogique et la didactique des mathématiques, cette contestation est assez ancienne. Plus significatif est l'article (de 1979) de Christian HOUZEL sur "La Recherche Mathématique des dix dernières années" dans lequel il écrivait : "Alors que la période précédente avait vu l'éclosion de grandes et puissantes machineries théoriques générales comme l'algèbre homologique, l'algébrisation de la topologie, la géométrie algébrique de GROTHENDIECK (théorie des schémas) les dix dernières années sont plutôt caractérisées par un retour à des problèmes particuliers, plus "concrets", rejoignant souvent des préoccupations anciennes. Cette tendance se fait même sentir dans l'enseignement supérieur, où <u>l'âge de BOURBAKI et des structures fondamentales a pris fin</u> (souligné par A. DAHAN) ; je ne saurais pas dire dans quelle mesure elle est conditionnée par la dynamique interne du développement des mathématiques ou par des courants idéologiques comme la dégradation de l'image de marque de "la science" dans l'opinion publique et les interrogations des scientifiques sur le statut social de leur pratique". (Prépublications mathématiques de Paris-Nord).

D'autre part, en 1975, s'est tenu à Boston un colloque sur l'Evolution des Mathématiques Modernes. Au cours d'un exposé "The Relation of functional analysis to concrete analysis in 20th century mathematics", un analyste réputé F.E. BROWDER s'est livré à une critique virulente de "l'idée utopique selon laquelle les mathématiques consisteraient exclusivement ou même principalement en structures au sens abstrait". S'opposant à l'approche abstraite et axiomatique BROWDER prône le principe suivant : "Ne prenez pas en compte sérieusement un système d'axiomes, sans avoir vérifié qu'il n'est issu d'un sujet concret à propos duquel vous voulez vraiment trouver quelque chose ...." (cf. le compte rendu complet de ce colloque dans Historia Mathematica 2, 1975).

Cette intervention de BROWDER est le point de départ d'un article de G. ISRAEL dans Fundamenta Scientae n° 2, intitulé : "Rigorand Axiomatics in Modern Mathematics" ; article intéressant car il s'inscrit dans l'espace défini par la double interrogation : En quoi l'histoire des sciences concerne-t-elle la science ? En quoi est-elle concernée par la science ? C'est pourquoi je l'évoque ici : Partant de l'exigence formulée par BROWDER de reconstruire les liens entre les théories abstraites et les problèmes à leur origine, ISRAEL essaie d'analyser les difficultés théoriques soulevées par ce mot d'ordre qui est dans l'air, de "retour au concret".

Alors qu'au 19° siècle et dans les mathématiques classiques, le concret était le lien solide avec les sciences expérimentales, le point de vue axiomatique a consacré la vacuité des mathématiques de toute référence à un contenu extérieur et la construction d'un nouveau concept de concret est une tâche malaisée, qui ne peut se traiter de manière dogmatique.

La thèse essentielle d'ISRAEL est la suivante :
Le mouvement axiomatique s'est développé de façon contemporaine et en étroite corrélation avec la crise de la physique au tournant du siècle. Pourtant pour l'historiographie des branches des mathématiques concernées par ce mouvement, la fracture qui a lieu dans l'histoire de la physique n'est pas similaire à celle qui a lieu dans le champ des mathématiques. Et l'axiomatisation est présentée comme un développement en pleine continuité avec le 19° siècle mathématique, et en particulier avec ce qu'on appelle le mouvement de la rigueur. G. ISRAEL tente de réfuter ce point de vue - mais sont analyse historique du cas de FOURIER et celui de CAUCHY est trop sommaire et non convaincante - et de montrer que le programme de rigueur du 19° siècle n'est pas un projet d'abstraction, et que le mouvement d'axiomatisation au lieu d'être son aboutissement est en rupture radicale avec lui.

Du point de vue de BROWDER, (et de G. ISRAEL) l'histoire des mathématiques - à la condition de ne pas séparer l'étude des techniques mathématiques des buts poursuivis, des projets d'ensemble de recherche - n'est plus une discipline à part de la recherche, une discipline "décorative", elle peut-être considérée comme un instrument contribuant à l'identification des tendances de la recherche et l'orientation du cours de leur développement

Voici quelques éléments, certes désordonnés et immatures, qui, je l'espère, susciteront un débat.

MAI 1982.

Tony LEVY

# HISTOIRE ET ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Les remarques qui suivent reprennent l'essentiel des propos que j'ai tenus ou que j'aurais aimer développer au colloque de Pacy s/ Eure.

Je vais tenter de les exposer sous la forme un peu plus concise qu'autorise un texte écrit. Je développerai mon sentiment sur le rapport entre histoire et enseignement des mathématiques à partir du seul domaine d'expérimentation qui est le mien : premier cycle du secondaire (classes de 4e et 3e). Ces réflexions prennent acte du divorce, flagrant dans mon cas, entre la pauvreté des changements que j'ai pu introduire dans mon enseignement (en rapport avec l'histoire des maths) et les recherches que je poursuis parallèlement dans l'histoire comparée des savoirs mathématiques de l'Antiquité.

Je précise que les conclusions quelque peu négatives auxquelles j'aboutis ne sont pas une prise de position sur les expériences menées par d'autres collègues ; les dernières séances du colloque n'ont malheureusement pas permis de déboucher sur une évaluation plus précise des effets des expériences réalisées dans ce domaine : rapport aux mathématiques ; échecs scolaires ; pluridisciplinarité ; réappréciation du contenu des programmes de maths, etc.....

On sait que les programmes de 4e et 3e actuels nous enjoignent , au cours de ce cycle dit d'orientation, de familiariser les élèves avec "la pratique du calcul portant sur les nombres réels" ; quant aux instructions, elles suggèrent d'insister sur le fait que le nouvel ensemble de nombres constitué par extension de l' ensemble des rationnels et appelé "ensemble des réels" est, comme ce dernier, un corps commutatif totalement ordonné ayant cette propriété supplémentaire : tout réel positif admet une racine carrée positive unique. Bien entendu, rien de tout cela n'a à être démontré, la seule exigence (fixée par les instructions bien sûr) concerne une "maîtrise" des procédures de calcul et de l'usage des symboles qui devrait permettre à l'entrée du second cycle de conduire sans dégâts à la résolution d'exercices de géométrie analytique ou d'équations simples.

En bref, ce qui est demandé aux enseignants concernés (et contrôlé avec une attention sourcilleuse par les inspecteurs), c'est l'acquisition de réflexes symboliques. (Réflexes quant aux procédures de maniement des symboles). Ces réflexes symboliques, on s'en doute, on souvent peu à voir, même pour la faible proportion des élèves qui les acquièrent, avec ce que d'aucuns appellent l'initiative symbolique (Wilder. Evolution of mathematical concepts. Open University Press. p.5) qui serait, elle, plus proche du caractère vivant des mathématiques.

N'oublions pas que les classes dont je parle font partie du "collège unique" et qu'elles regroupent, dans un secteur géographico-social donné un échantillon de l'ensemble de la population scolaire (à l'exception de ceux qui ont déjà été orientés avant la sixième ou après la cinquième).

Revenons donc aux nombres "réels" qui n'ont bien entendu aucune "réalité" pour la majorité des élèves ; je n'entends pas seulement réalité sensible comme on pourrait dire que les entiers naturels en sont une pour eux ; mais bien une "réalité" saisissable par l'exercice réglé de la raison.

En effet, l'extension des rationnels n'est requise que si le manque que ces nombres là dessinent au cours de leur usage est désigné comme tel ; bref, si la question du nombre non-rationnel apparaît bien comme une QUESTION pour les élèves et non comme une REPONSE à une question que d'autres, professeurs ou manuels, sont censés s'être posée.

Et c'est là que j'appréhende un recours à l'histoire qui soit pur gadget, stock d'anecdotes permettant de rompre l'austérité calculatoire, historiettes dont l'authenticité peut être douteuse si elles sont de troisième ou quatrième main (après tout, si les mathématiques sont sciences exactes, l'histoire ne l'est pas !).

L'histoire cesse alors d'être sources d'interrogations renouvelées, elle devient supplément d'âme littéraire dans un enseignement qui a la réputation (fondée ?) d'être sans âme.

J'en voudrais pour preuve un manuel auquel je ne ferai pas de publicité même négative (mais qu'on reconnaîtra sans peine) qui fait précéder ses chapitres (louable et noble intention) de quelques propos historiques. On peut y lire ainsi, "une petite histoire" du nombre irrationnel $\sqrt{2}$ . On y apprend que "les insuffisances de l'ensemble des rationnels ont été notées pour la première fois par l'école du mathématicien-philosophe grec Pythagore...".

Outre qu'on se demande bien comment a pu être notée l'insuffisance d'un ensemble inconnu à cette époque puisque ni les négatifs, ni le zéro, ni le rationnel comme classe de fractions n'étaient à l'ordre du jour, l'expression "pour la première fois" témoigne d'une ignorance, grave en l'occurence, des traditions autres que grecques où est attestée la conscience de cette "insuffisance" : des textes hindous d'une très haute antiquité, les Sulba-sutras (= aphorismes sur la corde, en sanscrit) fournissaient comme valeur de ce que nous appelons racine carrée de 2 le nombre que nous écririons $1 + (1/3) + (1/3 \times 4) - (1/3 \times 4 \times 34)$. On peut vérifier que ce nombre peut s'écrire 1,414215.... Le caractère approximatif de cette valeur est reconnu par le terme utilisé pour désigner la procédure "savishesha"(= produit un reste).

Bien entendu, il ne s'agit pas de prétendre là que la théorie des irrationnels est abordée dans les Sulba-Sutras, il n'en est rien.

Il y a plus grave ; les rédacteurs de cette notule "historique" poursuivent en écrivant que "après de longues recherches" (???), les Pythagoriciens furent amenés à postuler l'existence de NOMBRES NOUVEAUX : les irrationnels qui, avec les rationnels, forment l'ensemble des réels.".

Passe encore sur le fait qu'une lecture hâtive permettrait de penser que les pythagoriciens sont crédités de la construction de l'ensemble des réels, 25 siècles avant Dedekind mais parler de l'existence de NOMBRES s'agissant de l'irrationnel grec est une double ânerie : les irrationnels n'ont fini par trouver droit de cité dans le savoir mathématique grec que sous la forme GEOMETRIQUE de grandeurs irrationnelles dont le maniement réglé est certes exposé par Euclide mais qui n'ont jamais le statut de NOMBRE (arithmos) ; et c'est précisément le divorce entre le numérique (tel qu'il était alors conçu) et le géométrique (le segment diagonal d'un carré) qui signera la "crise" des irrationnels ; laquelle crise aux aspects multiples et complexes est sans nul doute aux origines de la constitution des mathématiques comme science d'idéalités. Mais nous entrons là dans l'histoire, la vraie.

Cette histoire là ne s'écrit pas sans mal si l'on a du respect pour les divers protocoles qui en légitiment la vraisemblance. Mais certains des résultats acquis peuvent faire l'objet d'enseignement et qui plus est, à mon avis, peuvent utilement associés à certaines formes d'enseignement.

Je peux faire état d'une tentative réalisée dans des conditions exceptionnelles (d'où son caractère exceptionnel et non renouvelé). Dans une classe de 4e comportant une majorité d'élèves curieux, éveillés, peu ou pas encore effarouchés par l'austérité du questionnement mathématique, ayant déjà 3 mois d'apprentissage de grec ancien, apprentissage qui, selon prof et élèves, était enthousiasmant ; bref, devant un échantillon très peu représentatif de la population scolaire d'une 4e de nos collèges, j'ai consacré plusieurs heures à une introduction aux réels.

Après avoir commenté les fameux passages du Ménon dans lesquels Socrate fait "accoucher" le jeune esclave du fait que c'est sur la diagonale du carré que se construit l'espace double, nous avons montré que la longueur de cette diagonale n'était pas un nombre décimal, esquissé la démonstration de non-rationnalité, évoqué l'idée de suites adjacentes mais surtout, à cette occasion, nous avons parlé nombre et alphabet, chiffre et écriture, mathématique et civilisations. Nous avons pu ainsi aboutir à l'idée, importante me semble-t- il, que $\sqrt{2}$, si les conditions de son usage opératoire étaient du même ordre que celles des autres nombres "connus", signalait son "étrangeté" par les difficultés qu'il offrait à toute représentation "concrète" des nombres, étrangeté aiguisée par la présence de ce segment diagonal dont la simplicité nous narguait et qui est censé être mesuré par ce nombre !

C'est une élève de 13 ans qui avait participé avec passion aux diverses discussions qui eut le mot de la fin.

"Au fond, conclut-elle, pas très sûre de son propos, si l'on n'admet pas l'existence de $\sqrt{2}$ comme nombre, pourquoi 1 serait-il un nombre ?"

J'ajoute, qu'au cours de ces quelques heures, j'ai senti chez ces élèves une attention, un questionnement, un intérêt et disons le, un plaisir d'être là, plaisir que je partageais d'ailleurs.

Ce plaisir et cet intérêt, je ne les ai point retrouvés y compris avec ces mêmes élèves réunis dans une classe de 3e, rythmée à nouveau par le "programme", les difficultés réelles de certains qui n'avaient pas été les moins intéressés l'année d'avant et, pourquoi le chacher, mon incapacité à réintroduire dans mes cours ces éléments propres à susciter leur propre questionnement pour ensuite l'alimenter aux sources de mon modeste savoir.

De cette expérience limitée et du travail que je poursuis par ailleurs, je tire les leçons suivantes et les livre à la cantonade.

L'activité mathématique pour ceux qui la pratiquent ou pour ceux qui l'analysent est une démarche ABSTRAITE répondant à des questions dont l'origine réelle est diverse : pratique, physique et tout autant métaphysique. Le propre de cette activité intellectuelle est qu'elle se déploie dans un champ de symboles qui peut ignorer, dans son auto-développement, l'environnement culturel qui lui a donné naissance et qui le fait vivre.

Les mathématiciens qui s'intéressent à l'histoire des mathématiques le fond en se dédoublant (Houzel et Dhombres en témoignèrent au cours du colloque). Faire intervenir l'histoire dans l'enseignement supérieur ou dans le second cycle du secondaire ne semble pas chose évidente si j'en crois les contributions que j'ai pu entendre, mais au moins une chose est sûre, on y enseigne des mathématiques ; bien ou mal, à tort ou à raison, avec fruit ou non pour les enseignés, cela est une autre question.

La pierre que je soulève à propos du premier cycle est la suivante : y enseigne-t-on les mathématiques ? ou, pour ne point froisser les susceptibilités de mes collègues qui y verraient une mise en cause de leur compétence (je suis comme eux), doit-on vraiment y enseigner les mathématiques ?

Pour être encore plus clair, c'est parce que j'accorde à certains aspects des mathématiques une richesse spécifique que je souhaite que l'ensemble de la population scolaire puisse en bénéficier : l'apprentissage du questionnement mathématique est un modèle culturel précieux ; encore faut-il pour en prendre la mesure, que les enseignés puissent accéder, par leur chemin propre aux dites questions. Quant à l'enseignant, sa parole n'a-t-elle pas pour vocation d'ouvrir des chemins d'accès et d'y indiquer des repères ?

Si l'histoire peut contribuer à tracer des voies, pourquoi pas, vive l'histoire des mathématiques. Pour le moment, je ne vois qu'une copule problématique dans histoire "et" mathématiques. Il serait hautement souhaitable qu'histoire et philosophie des mathématiques contribuent à la formation des enseignants. Mais c'est autre chose qui ne me concerne pas là.

La question que je pose et que, malheureusement, je me contente de poser, est la suivante : comment l'histoire des mathématiques mais aussi la philosophie ("qu'est-ce qu'un nombre" est une question de philosophie qu'un élève de 13 ans peut parfaitment faire sienne si on sait l'y aider) peut-elle contribuer à INITIER les élèves au questionnement mathématique ? Il est certain que l'apprentissage et la maîtrise des calculs, la recherche d'algorithmes liés à un problème doivent aussi être repensés à l'heure où l'informatique envahit les esprits et les marchés. Les machines programmables peuvent certainement avoir leur utilité.

Beullac avait même envisagé, nous disait-on, un enseignement propre de l'informatique. Ce serait évidemment la pire des choses ; on formerait des pupitreurs dès la sixième et l'initiation aux mathématiques rejoindrait le statut actuel de l'enseignement du grec ancien : un supplément pour ceux qui sont déjà culturellement privilégiés (par leurs conditions sociales ou par leur histoire individuelle).

Si je n'ai pas parlé des échecs scolaires liés aux mathématiques, aux douloureux problèmes de l'orientation en fin de troisième, aux diverses manifestations du "trop-mathisme" (Stella Baruk), c'est que je suppose le thème assez rabâché. Mais y-a-t-on pour autant porté remède ?

Dans un travail à paraître (le Débat. Janvier 82), S. Baruk esquisse ce qu'elle appelle la "pédagogie de l'erreur" qui est une tentative de prendre en compte la parole réelle de l'élève qui, qu'on le veuille ou non, s'exprime fréquemment à travers ses "erreurs". C'est une idée importante.

Il en faudrait d'autres, beaucoup d'autres ; il en est qui existent certainement dans les travaux divers produits par des I.R.E.M., des U.E.R. de didactique ou autres ; pour que de telles idées ne se perdent pas dans les sables de tentatives sans lendemain ou de volontarismes sans issues pratiques, il faudrait accepter l'idée que c'est la place des maths dans le premier cycle qui est à repenser et pas seulement les horaires ou le nombre des rubriques du programme.

Je ne sais si je pèche par naïveté ou par découragement.

Une chose est sûre, je ne dois pas être le seul.

Novembre 81

*ACTES DU COLLOQUE DE PACY S/ EURE, des 5 et 6 juin 1981*

# —INCURSIONS DANS L'HISTOIRE—

# UNE IDEE DE PASCAL POUR LE LIVRE SCOLAIRE

PAR R. J. K. STOWASSER

Traduit par A. DAURIAC
professeur d'Allemand au
lycée Val de Seine à
76 Grand Quevilly

## I - APERCU DU CONTENU ET PERSPECTIVES

La traduction de l'écrit de Pascal "*De numeris multiplicibus ex sola characterum numericum additione agnoscendi*" en annexe, permettra au lecteur de juger la part revenant à Pascal dans la proposition éducative que j'ai conçue pour les élèves de onze ans (et pour les amateurs de pensée mathématique) et pratiquée à plusieurs reprises dans mon enseignement.

Pour approcher le champ du problème, on aura recours à la montre, oh! combien familière, et à une question absurde. Ainsi, on révèlera l'idée de Pascal dans une version particulièrement simple, pour ainsi dire sur le cadran.

Grâce à des divisions du jour non-babyloniennes, des jeux avec des allumettes, etc.. on exécute des variations de l'idée de Pascal qui, prise dans sa généralité, peut servir à plus de choses qu'à simplement régir parfaitement le chapitre "*Règles de divisibilité*". Les liens de l'idée de Pascal avec la notion "*d'égalité des restes*" constituent le coeur de ma proposition éducative. Pascal, par contre, ne fait évoluer sa belle idée que dans l'optique des règles de divisibilité, ne voit que le cas particulier (Reste 0), rend ainsi plus difficile l'accès à la <u>compréhension</u>, doit apporter <u>une preuve</u>, montre ainsi qu'il n'a pas totalement compris sa propre idée.

Ma proposition utilise l'idée de Pascal pour la conception d'<u>algorithmes rapides</u> grâce auxquels, pour des nombres donnés, on en produit de plus petits aux restes égaux. La règle de divisibilité de Pascal, à plus forte raison ses cas particuliers triviaux, les règles d'addition et de sommation des chiffres des livres scolaires ne sont plus qu'accessoires - à l'évidence.

Il n'est pas difficile d'écrire un chapitre de livre scolaire dans la ligne de cette proposition. Le livre scolaire dans lequel il aurait sa place n'est cependant pas en vue, bien que ses caractéristiques soient suffisamment connues :
- il développe les mathématiques autour d'idées organisatrices de type Pascalien. Leur

interprétation fait éclater le cadre habituel plat,fondé sur la logique et le système.

- il s'écarte de la pratique contestable qui consiste à dispenser à la petite cuiller la matière d'enseignement (Freudenthal).
- il présente de nombreuses situations concrètes riches, qui favorisent l'apprentissage actif.

Ou, de façon plus logique :

- il vise à rendre l'apprentissage passif impossible (de nouveau d'après Feudenthal).

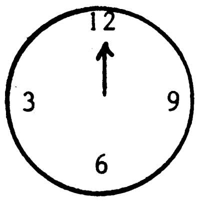
La contribution que des incursions dans l'histoire des mathématiques peuvent apporter à "*l'enfant désiré*", en voici un exemple dans cet exposé.

## 2 - LA PETITE AIGUILLE DE LA MONTRE

On a auparavant, pendant les cours, traité à fond les systèmes de numération (systèmes pour lesquels la valeur dépend de la place) et, je l'espère, fait abondamment usage de l'abaque. Puis le chapitre "*Divisibilité*" en classe de CM2* est la suite naturelle des opérations sur les bases.

Dans le champ d'expérience des élèves de 11 ans, la montre se présente comme une approche passionnante.

J'apporte une grande montre (ou un cadran d'horloge) en carton sans grande aiguille en classe de 6e (classe de 5e en Allemagne). L'aiguille des heures est sur le chiffre 12.




Un élève est appelé au tableau. Il a à écrire les heures que l'aiguille doit parcourir. Il écrit un nombre d'heures imprononçable. Il va du bord gauche au bord droit du tableau.

Trois secondes après l'écriture du dernier chiffre, je place l'aiguille sur la bonne heure. Pour par exemple 20450102230531234567890246813579025414O3 je place l'aiguille sur le 7.

Les élèves vérifient par le calcul. Divisent par 12. Ils remplissent une page de cahier. Beaucoup d'erreurs. En bas à droite se trouve la seule chose

* *CM2 en France, 6e en Allemagne (élèves de 11 ans).*

intéressante : le reste.

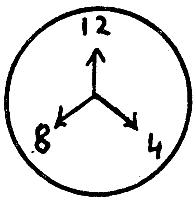
La classe sait bien que je ne suis pas magicien et surtout que je ne suis pas particulièrement bon en calcul mental. Je ne révèle naturellement pas mon "truc". La classe l'obtiendra par déduction, le découvrira. Une feuille d'exercices préparés, qui réclame de nombreuses "indications d'heure", demande donc les restes de division par 12, fait apparaître un modèle : les restes des divisions par 12 des puissances de 10 à partir de $10^2$ sont , Dieu soit loué, tous égaux.

$$R_{12}(10^n) = 4 \text{ pour } n > 2$$

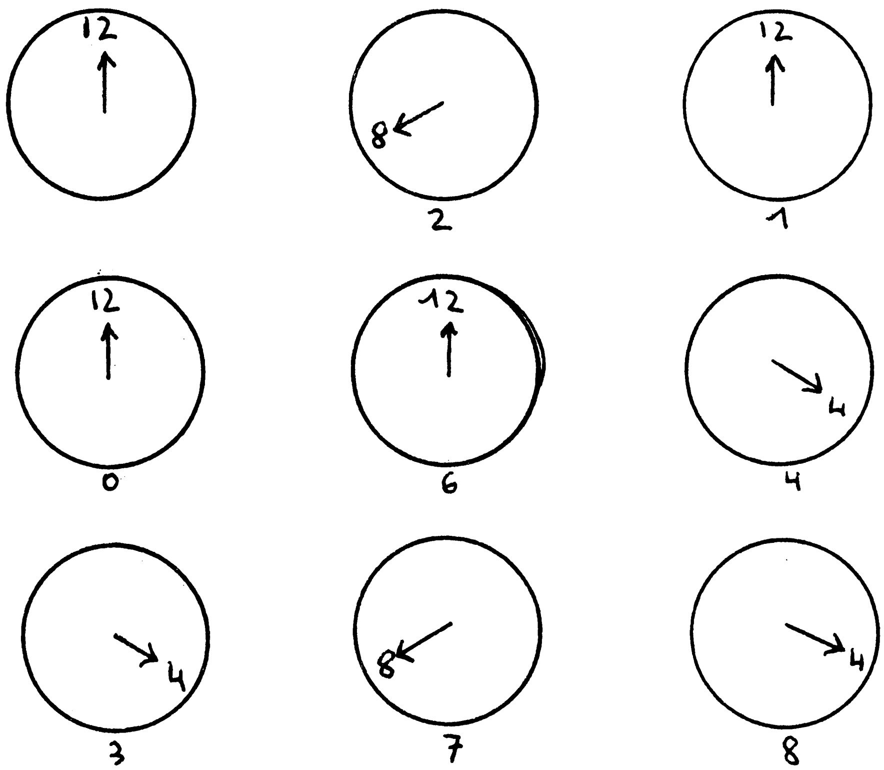
toute puissance de 10 ($\neq$ 10) fait avancer l'aiguille de quatre heures.

Je me fonde sur le fait - dans le cas contraire, il faudrait y remédier - que les élèves disposent vraiment de l'idée d'abaque, qu'ils <u>voient</u> un nombre décimal composé de la somme des puissances de 10 .

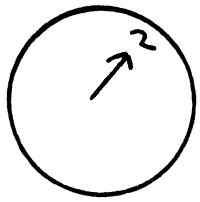
Alors tout le secret de mon calcul rapide est éventé. Peu importe le nombre de chiffres qui se trouvent devant. L'aiguille oscille simplement entre trois positions (au-dessus des dizaines).




Je fais plutôt tourner les aiguilles dans ma tête que sur le cadran de carton. Dans l'exemple $R_{12}$ (2106437822), mon travail mental se présente ainsi :
Départ :



Les 22 heures de la fin, par une opération de routine, placent l'aiguille des heures finalement dans la position suivante :




Les élèves de onze ans comprennent même la question que je pose ensuite : vos opérations sur la feuille d'exercices ont-elles confirmé également

R (10 000 000 000 000) = 4 ?

La raison - une conséquence induite cachée en raison des puissances de dix définies de façon récurrente - des élèves de 11 ans la trouvent à la seule conditio de les guider un peu.

De $10^2$ heures, il reste quatre heures une fois retirées les demi-journées. De $10^3 = 10.10^2$ heures 10.4 heures.

Une fois enlevées les demi-journées, il rest par conséquent de $10^3$ heures à nouveau quatre heures. Nous calculons de même pour $10^4 = 10.10^3$ .

.......

Le calcul à l'aide de la montre peut aussi être représenté de façon plus compliquée, par exemple en opérant plus avec des signes qu'avec des images. On peut gêner la compréhension de l'idée si simple de Pascal. Par exemple ainsi :

$$R_{12}\ (2106437822) = R_{12}\ [(2 + 1 + 0 + 6 + 4 + 3 + 7 + 8).4 + 22]$$
$$= R_{12}\ (31.4 + 22)$$
$$= R_{12}\ (146)$$

La "recette" dans le langage des élèves de onze ans :
marche à suivre

(1) Sépare du nombre la fin à deux chiffres

21064378/22

(2) Forme le produit par quatre de la somme des chiffres du début :

4.(2 + 1 + 0 + 6 + 4 + 3 + 7 + 8) = 124

(3) Additionne le résultat de (2) et la fin à deux chiffres

124 + 22 = 146

Le nombre initial et le résultat de (3) sont des nombres à même reste :

$$R_{12}(2106437822) = R_{12}(146)$$

Le mathématicien note le résultat dans son langage de spécialiste de la façon suivante :

$$R_{12}\left(\sum_{k=o}^{n} Z_k . 10^k\right) = R_{12}\left(4 \sum_{k=2}^{n} Z_k + Z_1.10 + Z.\right)$$

Quoi qu'il en soit, le premier problème est résolu. Les élèves ont trouvé ma méthode de calcul rapide (truc) grâce à laquelle je les ai épatés au début. Maintenant, ils vont faire admirer leurs talents d'artiste du calcul par leurs parents et amis qui ne se doutent de rien. Ensuite, il leur restera le plaisir d'initier leurs parents.

## 3 - LA GRANDE AIGUILLE

60 minutes après, elle recommence. Les élèves maîtrisent la nouvelle situation de façon parfaitement autonome. Ils ont en effet, dans le cas particulier 2, déjà aperçu l'idée de résolution générale de Pascal. (C'est justement pour cette raison que j'ai choisi cette partie de la théorie des nombres comme modèle pour un enseignement tourné vers le problème). Le résultat :

$$R_{60}\left(\sum_{k=o}^{n} Z_k.10^k\right) = R_{60}\left(40.\sum_{k=2}^{n} Z_k + Z_1.10 + Z.\right)$$

## 4 - L'HORLOGE QUI N'A QUE ONZE HEURES

Nous notons les restes de la division par 11 des puissances de 10 de droite à gauche sur un tableau horizontal. Ainsi, on peut maintenant produire, pour chaque nombre donné, un nombre plus petit qui a le même reste dans la division par 11. Sous les cases du tableau, on écrit le nombre (par exemple 620518) en plaçant correctement chaque chiffre.

| 11 ..... | 10 | 1 | 10 | 1 | 10 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 6 | 2 | 0 | 5 | 1 | 8 |

On multiplie chaque chiffre du nombre par le reste de la division par 11 de la puissance 10 qui se trouve placé au-dessus. Les produits sont additionnés

$$6.10 + 2.1 + 0.10 + 5.1 + 1.10 + 8.1 = 85$$

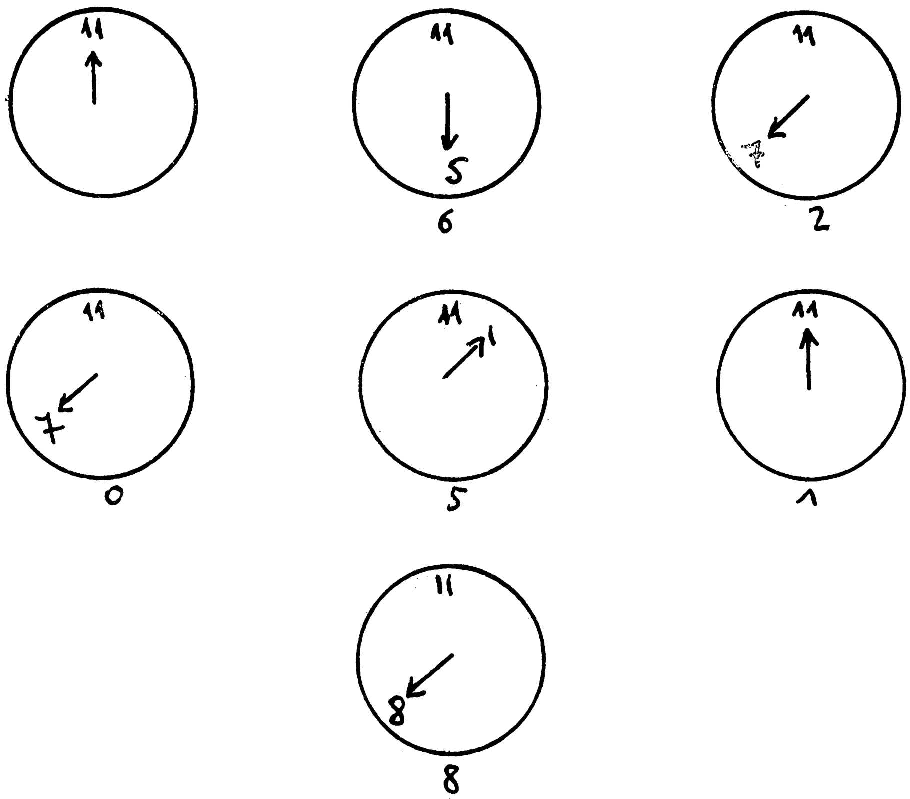
Le nombre ainsi produit est appelé <u>somme des chiffres pondérée</u>

La méthode générale qui consiste à produire pour un nombre donné, un autre qui a le même reste et pour les puissances de 10 à les remplacer par leurs restes dans la division par 11 justifie la <u>méthode des tableaux de restes</u> indiquée plus haut.

En utilisant des nombres négatifs, on améliore certains tableaux de restes. On prend comme représentant dans chaque case le nombre dont la valeur absolue est la plus faible. Par exemple :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 ..... | -1 | 1 | -1 | 1 | | |

Les élèves comprennent plus facilement le langage de l'horloge de 11 heures : au lieu de 10 heures dans le sens normal, une heure en sens inverse



5 - UN JEU A BASE D'ALLUMETTES

Las des horloges, nous continuons à jouer avec des allumettes. Un élève met un certain nombre d'allumettes dans une boîte d'allumettes normale. Je secoue la boîte au niveau de mon oreille et fais extraire de celle-ci, par la suite, un nombre d'allumettes correspondant à la somme des chiffres. Je secoue encore une fois et peux désormais annoncer sans risque d'erreur le nombre d'allumettes restant dans la boîte.

Les élèves font eux-mêmes l'expérience et remarquent : après avoir enlevé la somme des chiffres, le nombre des allumettes est toujours un multiple de 9. Les quelques solutions possibles, une oreille exercée est capable de les distinguer facilement.

Reste encore la question de la validité de la formule : 9 divise Z - Q (Z)
Les élèves ont recours à cette formule relative à la numération après avoir fait

des expériences sans boîte avec de "grands" nombres.

Sortons des allumettes de la boîte et groupons les par 10. Cela donne quelques paquets de 10 (5 au maximum), quelques allumettes restantes (9 au maximum). Pour extraire la somme des chiffres, nous procédons de la façon suivante : nous soustrayons à chaque paquet de 10 une allumette, toutes les allumettes restantes sont enlevées. Il reste à coup sûr quelques paquet de 9 ou plus rien.

Pour des nombres plus grands, nous considérons de nouveau les restes obtenus à la suite de la division par 9 des puissances de 10. Le tableau des restes indique tout le reste

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 ..... | 1 | 1 | 1 |

Grâce à lui, on peut, à partir de n'importe quel nombre, déterminer un nombre dont le reste de la division par 9 est identique, c'est-à-dire la somme des chiffres pondérée. Le tableau des restes montre l'identité des deux fonctions numériques $Q_9$ et $Q$ (fonction sommation habituelle). Cela fait de l'usage de l'horloge à 11 divisions un jeu d'enfant.

## 6 - AUTRES TABLEAUX DE RESTES

Les élèves ont depuis longtemps remarqué la chose suivante : à chaque nombre $b$ correspond un tableau des restes des puissances de 10 dans la division par $b$ . Grâce à lui, on peut calculer la somme des chiffres pondérée d'un nombre $Z$ . $Q_b(Z)$ a le même reste que $Z$ dans la division par $b$.

Nous laissons les élèves libres de choisir. Ils trouvent de beaux, de compliqués tableaux de restes ; constamment apparaissent des périodes, la période est toujours plus petite que $b$ . Les raisons en sont faciles à élucider (il n'y a que $b-1$ restes différents. Les beaux tableaux de restes ont de courtes périodes.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 ... | | 4 | 4 | 4 | 4 | 10 | 1 |
| 60 ... | | 40 | 40 | 40 | 40 | 10 | 1 |
| 3 | ... | | 1 | 1 | 1 | 1 | |

Les tableaux de restes pour 9 et 3 sont identiques. Le tableau de restes ne définit donc pas de façon unique le diviseur $b$ . Toutes les suites périodiques de nombres naturels commençant par 1 ne produisent pas obligatoirement un tableau des restes (pourquoi ?).

Le nombre 37, bien connu en arithmétique, présente un beau tableau de restes.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 37 ... | 26 | 10 | 1 | 26 | 10 | 1 |

Pour les nombres b , qui sont diviseurs d'une puissance de 10, le reste de cette puissance de 10 et de toutes les puissances de 10 suivantes est 0 . Dans le cas d'un nombre b pas trop long, le calcul de la somme des chiffres pondérée est particulièrement facile. Plus tard, la formule de décomposition en facteurs premiers prouvera que ces diviseurs sont de la forme $2^m.5^n$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 ... | 0 | 0 | 8 | 4 | 10 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 40 | 0 | 0 | 20 | 10 | 1 |

Le tableau de restes pour le nombre 7 est moins beau. Il a une période de six cases, donc une période maximale *.

## 7 - REGLE DE DIVISIBILITE DE PASCAL

Rappel : Z et $Q_b(Z)$ ont le même reste lorsqu'ils sont divisés par b . En conséquence, les deux nombres ont soit le reste 0 soit un reste différent de 0 lorsqu'on les divise par b . Ou dans une autre formulation : si b divise z , b divise la somme des chiffres pondérée par les restes de la division des puissances de 10 par b, de z.

Telle est la teneur de la règle de divisibilité de Pascal.

Mes élèves de 11 ans ont bien compris, s'ils manient convenablement les tableaux de restes et s'ils ont saisi le maniement des bases qui est le fondement de cette méthode. Dans les livres scolaires, on trouve quelques règles relatives aux derniers chiffres (tableaux de restes avec des zéros) et les règles concernant la somme des chiffres pour la divisibilité par 3, 9 et 11. Ce sont toutes des cas particuliers de la règle de divisibilité de Pascal.

## 8 - TABLEAUX DE RESTES ET REGLES DE DIVISIBILITE POUR D'AUTRES SYSTEMES DE NUMERATION.

Les esprits éveillés de la classe remarquent qu'il n'y a aucune raison de privilégier le système à base 10. La méthode de Pascal s'applique aussi pour les systèmes à base différente. (Pascal l'a évoqué avec insistance dans son traité). On ne peut empêcher les esprits éveillés de formuler des règles de divisibilité pour des systèmes de numération à base différente de 10 et de découvrir d'importantes analogies. Ils découvrent rapidement que, par exemple, la règle de divisibilité par 4 dans le système à base 5 concorde avec la règle de divisibilité par 9 dans le système à base 10.

* *On voit bien tout le travail qu'on peut faire avec les tableaux de restes pour les notions algébriques fondamentales (Groupes, anneaux, corps, groupes cycliques, hormomorphismes etc..). Le "petit théorème Fermat" n'est pas loin.*

## 9 - ALGORITHMES DE COUPURE (algorithmes "scies")

Le professeur reconnaîtra rapidement le caractère de ces applications particulières et pourtant si faciles à saisir de l'idée de Pascal dans les exemples peu commentés qui suivent.

Pour un grand nombre donné, je voudrais obtenir un nombre beaucoup plus petit ayant le même reste, par exemple dans la division par 37.

En raison de $R_{37}(10^6) = 1$ je coupe de l'extrémité droite un ensemble de six chiffres et l'additionne à la partie de devant

$$\begin{array}{rrl} a = & 403342028376 & \boxed{253102} \\ + & 253102 \leftarrow & \\ \hline a_{37} = & 403342281478 & \end{array}$$

Pour les grands nombres, il faut tout simplement couper souvent.

Pour les nombres premiers $p \neq 2$ ou 5, le "petit théorème de Fermat" assure que

$$R_p(10^{p-1}) = 1$$

Le nombre 14 ne produit jamais le reste 1 dans la division d'une puissance de dix.

En raison de $R_{14}(10^8) = 2$ nous ajoutons ici à l'extrémité finale qui comporte 8 chiffres la partie initiale multipliée par 2 .

$$\begin{array}{rrr} a = & \boxed{234820123502} & 42640218 \\ & \times 2 \longrightarrow & \underline{469640247004} \\ & a_{14} = & 469682887222 \end{array}$$

### Bibliographie

# LE GROUPE HISTOIRE DES MATHEMATIQUES DE L'I.R.E.M. DE DIJON

A colloque de Pacy s/ Eure, le groupe "Histoire des Mathématiques pour nos élèves" de l'I.R.E.M. de Dijon a exposé ses travaux et l'esprit qui l'anime.

Le groupe s'est voulu d'abord un lieu de réflexion de professeurs du secondaire. Intéressés par l'histoire de la discipline qu'ils enseignent, ceux-ci ont saisi l'occasion offerte par leur I.R.E.M. d'acquérir dans cette voie une certaine formation - autoformation - c'est ainsi qu'ils constatèrent rapidement que la documentation qu'ils se procuraient, si elle était excellente, ne pouvait être retransmise telle quelle aux élèves tant en quantité qu'en niveau. Ils comprirent que, avant de faire ou simplement de dire de l'histoire des mathématiques, il fallait créer un terrain, susciter une atmosphère propice.

Insérer la dimension historique dans un cours de mathématiques du secondaire et soumettre à la critique historique un évènement ou un texte mathématique sont deux choses. C'est pourquoi le groupe souhaite se tenir à la charnière et voudrait agir dans le sens de faire naître un climat, un esprit de curiosité pouvant vivre au delà même de la classe.

Il s'est agi alors, esprit même des I.R.E.M, de faire profiter les autres des renseignements glanés, des essais entrepris ; les autres étant d'abord les élèves, mais aussi les collègues. Pour cela, des brochures furent rédigées que publia l'I.R.E.M. de Dijon. On peut les classer en trois genres :

- biographies et regards sur une époque concernant un sujet,
- approches de l'évolution d'une notion, d'un procédé mathématique,
- pages et calculs choisis d'un auteur : étude d'un texte, autant que faire se peut, à la portée d'un élève de terminale.

Le catalogue qui suit sera plus explicite.

Réussite ? Echec ? Il faudrait une expérience plus grande que celle de cette petite équipe de professeurs (six à dix) pour en juger - Appel a été lancé aux lecteurs pour critiquer et aider à améliorer le produit, voire pour participer. Les engagés dans cette aventure, car s'en est une, aiment bien rappeler, en guise d'encouragement, ce qu'une élève disait à l'un d'eux : "Vous nous avez fait voir que derrière les maths, il y avait l'homme".

GROUPE HISTOIRE DES MATHEMATIQUES - IREM DE DIJON

## *PUBLICATIONS DU GROUPE HISTOIRE DES MATHEMATIQUES POUR NOS ELEVES*

*NOTES BIOGRAPHIQUES DESTINEES AUX ELEVES ENTRANT EN SECONDE (5e édition) -*

*Une quinzaine de pages sur des personnages dont les élèves peuvent (devraient) entendre parler en mathématiques.*

*GLANES (3e édition) -*

*D'autres notes, illustrées de documents, pour des élèves de 1ere et de Terminale. Des noms qui leur sont familiers, d'autres moins.*

*LA NUMERATION ECRITE (4e édition) -*

*Brève histoire de celle-ci à travers l'écriture des nombres dans plusieurs civilisations.*

*JEUX DE GEOMETRIE (4e édition) -*

*Histoire très sommaire de l'apparition des géométries non-euclidiennes.*

*EGALE ZERO (3e édition) -*

*Une histoire des équations algébriques à l'aide de documents commentés.*

*UNE LECTURE D'UN TEXTE DE HUYGENS (3e édition) -*

*Il s'agit d'un passage du "Discours de la cause de la pesanteur" dans lequel Huygens résume ses découvertes sur ce que nous appelons la fonction logarithme.*

*PAGES ET CALCULS CHOISIS DE BLAISE PASCAL (2e édition) -*

*On a voulu faire étudier par des élèves de Terminale (voire de 1ere) trois passages importants de l'oeuvre de Pascal qui ont trait au raisonnement par récurrence, aux approches du calcul intégral, au calcul des probabilités.*

*LEON D'ANVERS -*

*C'est une table des matières d'un ouvrage de 1586 avec des reproductions de plusieurs passages de l'ouvrage (exemplaire rarissime). Celui-ci a été replacé dans son époque et son rôle social par différentes notes...*

.../...

*VECTEURS* -

*Le sous-titre "recherches de paternité" situe l'exposé. Il y est parlé de Wessel, d'Argand, d'Hamilton et d'autres.*

*CHOSES D'ALGEBRE* -

*Qui a créé cette notation ? D'où vient cette formulation ? Comment Descartes écrivait-il cela ? ... Quelques réponses. On y suivra, entre autres, l'aventure de l'écriture d'une équation, du Moyen-Age à nos jours.*

*MATHEMATIQUES ET ISLAM* -

*C'est par la voie des pays conquis à l'Islam que nous ont été révélées des parts de la science antique et orientale. Pourquoi ? La brochure essaye de présenter brièvement le cadre historique, l'attitude scientifique de l'Islam et quelques traces mathématiques de cette époque.*

*DE L'INVENTION DES TANGENTES* -

*La méthode de Fermat, la position de Descartes ; on ne peut laisser des élèves qui vont se précipiter sur la dérivation ignorer cela. Le meilleur n'est-il pas de leur proposer les textes eux-mêmes ?*

*CALCULUS POPULUSQUE ROMANUS* -

*Les romains n'ont pas fait, dit-on, de mathématiques et pourtant ils calculaient, mesuraient, évaluaient. Comment ?*

*Un document pour accompagner cours de maths, d'histoire ... de latin.*

*COMPTES GRECS* -

*Il ne s'agit pas de mathématiques grecques mais de deux systèmes de numération : celui du peuple, celui de l'aristocratie ; mais ceux-ci sont peut-être à la base de celles-là.*

*Cette brochure a été composée dans le même esprit que Calculus populusque romanus.*

*NOTE POUR SERVIR DE SUITE A "L'INVENTION DES TANGENTES"* -

*Cette plaquette étudie le texte dans lequel Roberval propose sa méthode, nous dirions cinématique, concurramment à Fermat et Descartes.*

## Quand des élèves de 5ème rencontrent un mathématicien du XVIème siècle : François VIETE

**• Le cadre**

Le travail sur Viète dont il est question, effectué essentiellement par des élèves de 5ème, s'inscrit dans le cadre plus général d'un P.A.C.T.E. (Projet d'Activités Éducatives et Culturelles) mis en œuvre par les professeurs et élèves de 5ème du collège de Parthenay (treize 5ème, 311 élèves) dont le point de départ a été une série d'animations sur le thème «musique et danses de la Renaissance» Le PACTE a eu pour objet l'étude de divers aspects de la vie sociale et culturelle à l'époque de la Renaissance en liaison étroite avec la région.

La phase finale du travail a été une soirée sur la Renaissance en l'église Saint-Pierre de Parthenay-le-Vieux le jeudi 26 avril 1981 avec :

1/ une exposition : une vingtaine de panneaux, deux vitrines de livres anciens, des décors et fresques, ainsi que quelques pâtisseries de la Renaissance.

2/ une représentation des élèves (1ère partie du spectacle) :
– interprétation de la pavane «Belle qui tiens ma vie»
– enchaînement de danses
– montage théâtral à partir de textes de la Renaissance.

3/ un jeu musical, «Capriol» mêlant musique, danse et théatre par l'ensemble Praetorius et le théâtre du Bocage (2ème partie)

L'exposition quant à elle, a été réinstallée au Palais des Congrès de Parthenay jusqu'au dimanche suivant et doit l'être dans les deux établissements constituant le collège de Parthenay.

**• Le travail sur Viète**

C'est avec un certain retard que j'ai entrevu la possibilité d'insérer les professeurs de mathématiques dans ce PACTE. Le thème : «Viète», mathématicien fort méconnu. L'intérêt, entre autres, était que Viète (1540 - 1603) est né à Fontenay-le-Comte non loin de Parthenay (53 km) et que sa vie est liée à la famille des Parthenay-Larchevêque.

Comment s'est déroulé ce travail ?

<u>1er temps</u> : réunion d'information des professeurs de maths de 5ème sur Viète et le parti qu'on pouvait en tirer.

<u>2ème temps</u> : une sortie à Fontenay-le-Comte, un vendredi après-midi avec une cinquantaine d'élèves, quatre professeurs (dont trois de maths) et le documentaliste ; un car.

But de la sortie :
– visite de la bibliothèque municipale et confrontation avec des ouvrages de Viète.
– visite des monuments du Fontenay Renaissance.

Les élèves (4 de chaque classe de 5ème) avaient pour mission de faire un compte rendu devant leurs classes respectives de la visite de Fontenay, ce qui a été un grand facteur de motivation.

<u>3ème temps</u> : compte-rendu oral, dans chaque classe de 5ème, en cours de mathématiques (et aussi dans d'autres cours) de la visite de Fontenay, puis un compte rendu écrit de chaque classe.

<u>4ème temps</u> : réunion des professeurs de maths de de 5ème intéressés par un travail sur Viète avec leurs élèves, et répartition des thèmes abordables - à partir d'un document de travail - en fonction des intérêts suscités par la visite.

<u>Bilan</u> : 5 professeurs intéressés sur les thèmes suivants :
– la notation algébrique de la Renaissance (5ème)
– décodage de messages secrets (5ème)
– racines carrées et puzzles (5ème)
– l'équation d'Adrianus Romanus,
– le calcul de $\pi$ par la formule de Viète
– le carré magique de Dürer, (5ème)
et la biographie de Viète (à partir de la collecte des compte rendus de toutes les 5ème).
– confection d'une carte de France en y faisant figurer les déplacements de Viète (CPPN)

Ont aussi été concernés deux autres professeurs pour :
– une traduction d'écrits en anglais sur Viète (dans une 3ème math)
– une traduction d'une courte biographie de Viète en espagnol (dans une 5ème espagnol)

<u>Objectif</u> : l'exposition du 27 avril

<u>5ème temps</u> : travail des élèves soit en cours, soit en dehors des heures de cours (maison ou clubs).

On doit noter l'intérêt témoigné par certains élèves dont les résultats en mathématique, et la motivation pour celle-ci étaient très faibles.

<u>6ème temps</u> : confection de 4 panneaux pour l'exposition (un mercredi, deux élèves et deux professeurs).

**• Les panneaux**

<u>1er panneau</u> : biographies de Viète agrandissement d'une photo tirée d'un livre (club photo), carré diabolique de Dürer

<u>2ème panneau</u> : carte des déplacements de Viète, biographies (suite), décodage de messages secrets : principe et exemples.

<u>3ème panneau</u> : l'équation d'Adrianus Romanus (le problème, le tableau des solutions, la construction géométrique des solutions) ;
la notation algébrique.

<u>4ème panneau</u> : racines carrées et puzzles ;
calcul de $\pi$ : utilisation de l'algorithme de Viète avec l'aide d'une calculatrice.

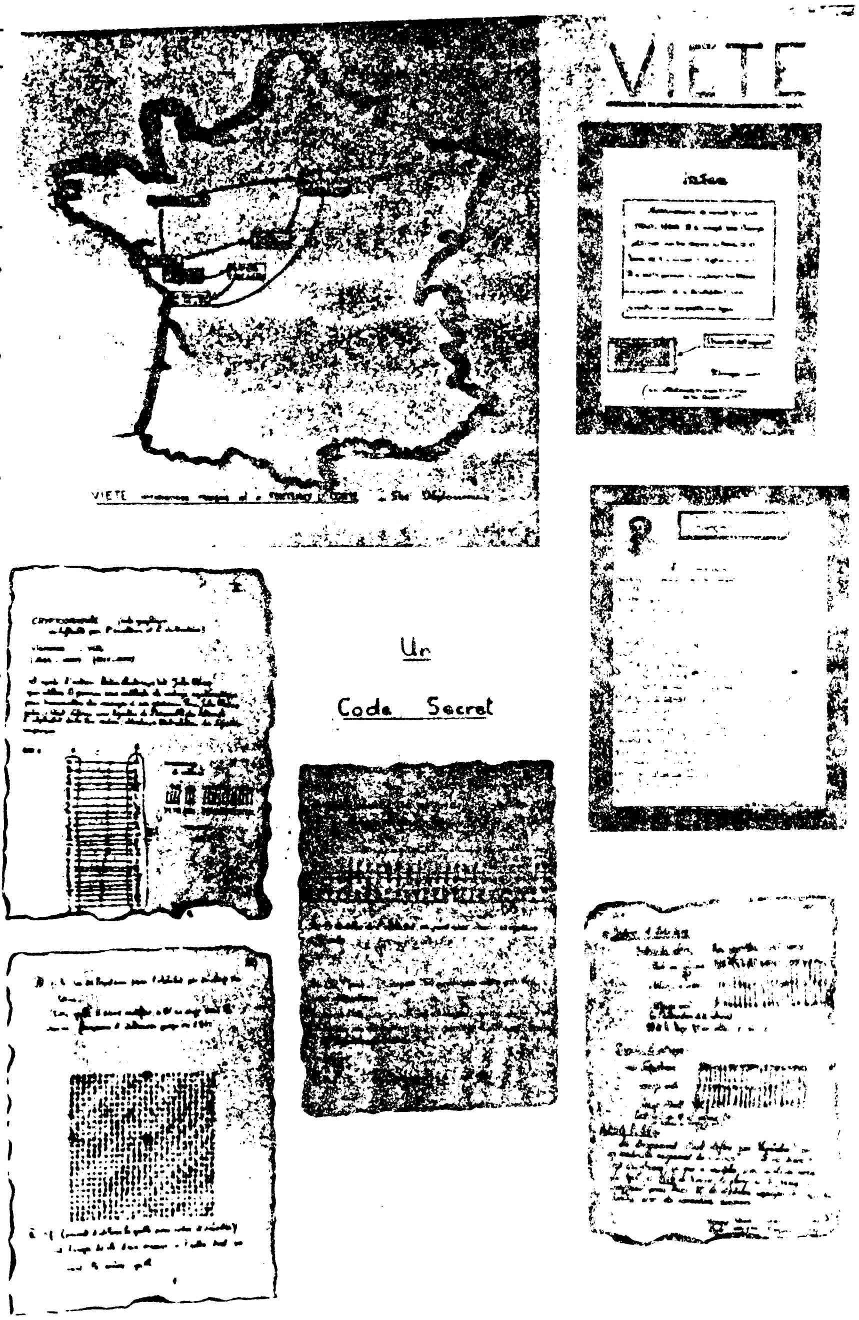
**• Conclusion**

Ce travail a quelque peu bousculé les habitudes, et certains ont eu du mal à voir comment insérer un tel travail dans la pratique quotidienne de la classe. Cependant il a été une ouverture vers autre chose pour tous - élèves et professeurs -, un travail enthousiasmant pour quelques uns, et une recherche plus approfondie sur Viète pour moi-même.

La recherche des documents a été facilitée grâce au réseau du groupe inter-IREM d'épistémologie et au concours de l'IREM de POITIERS qui a fourni des documents intéressants de sources variées (bibliothèque municipale, prêt inter-universitaire...)

*Jean-Paul GUICHARD*
*(IREM de Poitiers*
*Collège de Parthenay).*

<u>Panneau n°2</u>




**Viete, François.** Matemático y abogado francés (1540-1603). Ocupó cargos políticos en los reinados de Enrique III y Enrique IV. Fue el fundador del álgebra moderna. Fue el primero que aplicó letras a las cantidades, y buscó fórmulas generales para problemas tipo.

La biographie de Viète en espagnol traduite en 5ème.

# VIETE

Fontenay-le-Comte 1540
Paris 1603

## Viète vu par FOURIER

« L'algèbre n'était encore qu'un art ingénieux, borné à la recherche des nombres [illegible] ; il en montra toute l'étendue, et substitua des expressions générales à des résultats particuliers. Viète, qui avait médité profondément sur la nature de l'algèbre, vit que le caractère principal de cette science consiste à énoncer ces rapports. Newton exprima depuis la même pensée lorsqu'il définit l'algèbre, l'arithmétique universelle. Les premières conséquences de cette vue générale de Viète sont l'application qu'il fit lui-même de son *Analyse spécieuse* à la géométrie, et la théorie des lignes courbes, due à Descartes, idée capitale et féconde, qui sert de fondement à l'analyse des fonctions, et devint l'origine des plus sublimes découvertes. Elle donna lieu de regarder Descartes comme le premier auteur de l'application de l'algèbre à la géométrie ; mais cette découverte appartient à Viète ; car il résolvait les questions de géométrie par l'analyse algébrique, et déduisait des solutions les constructions géométriques. Ces recherches le conduisirent à la théorie des sections angulaires, et il forma les équations générales qui expriment les valeurs des cordes. C'est dans cette théorie qu'il posa l'explication mat[illegible] de la difficulté propre au cas irréductible. Il ramena la recherche des racines à une question de géométrie, ce que Raphael Bombelli avait déjà entrevu ; et il apprit à trouver les racines dans les tables trigonométriques. On ne pouvait dans cette question paradoxale rien découvrir de plus décisif et de plus clair. Viète posa aussi les fondements de la théorie des équations algébriques ; car il apprit à former les coëfficients des puissances successives de l'inconnue ; et il n'y a aucune propriété générale qui ne dérive de ce principe. »

## FRANÇOIS VIETE
### l'inventeur de l'algèbre moderne.

« Avant Viete , la science que l'on nomme aujourd'hui algèbre n'existait pas ; celle qui portait ce nom se réduisait à la recherche pénible de problèmes numériques, pour la plupart du domaine de l'arithmétique ordinaire, où l'on ne faisait usage de lettres et autres signes que pour soulager la mémoire et indiquer les quantités inconnues. On arrivait à résoudre les questions proposées par une série de calculs et de déductions logiques ; mais comme on opérait sur des nombres, ceux-ci, se combinant les uns avec les autres, ne laissaient aucune trace de la marche que l'on avait suivie. Si la même question se présentait avec des données numériques différentes, il fallait recommencer tout le travail. Un exemple fort simple fera comprendre ce qu'était la science à cette époque. Supposons que l'on demande de déterminer deux nombres dont la somme soit 7 et la différence 5. On trouve 6 et 1. Mais rien ne montre comment 7 et 5 entrent dans le résultat obtenu. Par conséquent, si l'on propose la question avec d'autres nombres, il faudra reprendre tous les calculs.

» Viete conçut l'idée ingénieuse de représenter les quantités par des lettres, qui, ne pouvant se fondre par le calcul, présentaient, au moyen de certaines notations conventionnelles, la trace des opérations effectuées pour arriver à la solution des questions proposées. Ainsi, pour le problème indiqué plus haut, il l'énonçait dans les termes suivants : déterminer deux nombres dont la somme est A et la différence B. Il trouvait alors une expression symbolique ou *formule* qui lui apprenait que le plus grand s'obtenait en ajoutant la demi-somme à la demi-différence, et le plus petit en retranchant de la demi-somme la demi-différence. La même règle s'appliquait, quels que fussent les nombres donnés et la question une fois résolue, l'était pour toujours.

» Cette conception si simple fut étendue par son auteur à la représentation des lignes et, en général, à toutes les grandeurs géométriques. Elle permit d'exprimer par des formules les relations qui liaient les diverses parties d'une figure, et d'en trouver par leurs combinaisons d'autres qui, traduites en langage vulgaire, démontraient des propositions géométriques déjà connues, ou en faisaient découvrir de nouvelles. Cette science fut nommée par Viete, Arithmétique spécieuse [1] ou Algèbre nouvelle, *Speciosa Logistices seu Algebra nova*. Voici comme il la jugeait lui-même dans la dédicace de l'*Isagoge* à Catherine de Parthenay :

[1] De *Species*, symbole.

« L'art que je produis aujourd'hui est un art nouveau, ou du moins tellement dégradé par le temps, tellement sali et souillé par les barbares, que j'ai cru nécessaire de lui donner une forme entièrement neuve, et après l'avoir débarrassé de toutes ses propositions erronées, afin qu'elle ne retînt aucune souillure, et qu'elle ne sentît la vétusté, imaginer et produire des mots nouveaux auxquels les oreilles étant jusqu'à présent peu habituées, il sera difficile que plusieurs personnes n'en soient pas dès le seuil même épouvantées et offensées. Tous les mathématiciens savaient que sous leur Algèbre ou Almucabale qu'ils vantaient, et qu'ils nommaient *le Grand art*, étaient cachées des masses d'or incomparables, mais ils ne les trouvaient pas. Aussi vouaient-ils des hécatombes, faisaient-ils des sacrifices à Apollon et aux Muses lorsqu'ils parvenaient à la solution d'un seul de ces problèmes que je résous spontanément par dizaines et par vingtaines ; ce qui prouve que notre art est la méthode d'invention la plus certaine en mathématiques. » «Elle changea la face de l'algèbre et ouvrit aux géomètres qui le suivirent cette carrière où, après lui, Descartes, Fermat, Newton, Pascal, Leibnitz et tant d'autres brillèrent d'un éclat si vif, qu'ils éclipsèrent l'inventeur de cette science admirable, et firent oublier un nom qui devrait être aussi populaire en France que celui de Newton en Angleterre.

» Pourquoi, en effet, est-il si peu connu aujourd'hui? C'est que la conception si belle de Viete est tellement simple, que personne ne songe à s'enquérir de son créateur; c'est à peine si on le trouve mentionné dans le coin d'une préface ou dans une note perdue au bas d'une page. Et cependant, ouvrez n'importe quel livre de géométrie, d'astronomie, d'algèbre, de mécanique, la conception de Viete s'y trouve écrite à chaque instant, et c'est peut-être parce qu'elle est partout, que le nom de son auteur n'est nulle part.»

par Frédéric RITTER
Ingénieur au Corps Impérial des Ponts et Chaussées qui a résidé quelques années, à cause de ses fonctions à Fontenay le Comte et qui entreprit la traduction complète des œuvres de Viète, afin de «payer à Viète la dette contractée envers lui par la postérité oublieuse».
Il est mort en 1893.

François Viète (1540-1603)

« Viete, dit Delambre, n'était pas astronome, mais il était le plus grand géomètre de son temps; il a complété, enfin, le système trigonométrique des Arabes; il est le premier auteur des formules analytiques qui servent à la résolution de tous les triangles; il a mis dans un ordre plus satisfaisant les méthodes que les astronomes ont suivies de préférence; il a donné des règles qui facilitent la construction des tables de sinus, de tangentes et de sécantes. Une place distinguée lui est donc due dans l'histoire de l'astronomie. »

« François Viète, d'une « si haute intelligence et que l'on ne saurait jamais trop « louer : *Subtilissimus ille nec unquam satis laudatus, Franciscus Vieta.* »

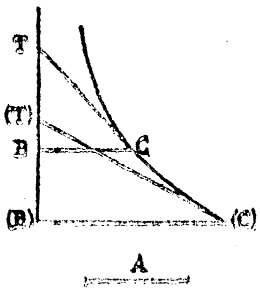
Fermat

**Lagrange**

*Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés* (1798): «Viète est le premier qui se soit occupé de la résolution des équations d'un degré quelconque. Il a fait voir dans son traité *De numerosa potestatum adfectorum resolutione*, comment on peut résoudre plusieurs équations de ce genre par des opérations analogues à celles qui servaient à extraire les racines des nombres. Harriot, Oughtred, Pell, *etc.*, ont cherché à faciliter la pratique de cette méthode en donnant des règles particulières pour diminuer les tâtonnements suivant les différents cas qui ont lieu dans les équations relativement aux signes de leurs termes. Mais la multitude des opérations qu'elle demande et l'incertitude du succès dans un grand nombre des cas l'ont fait abandonner entièrement».

«A la méthode de Viète a succédé celle de Newton, qui n'est proprement qu'une méthode d'approximation».

La géométrie est ce que j'estime le moins en M. Descartes ; il est assez aisé de tirer de l'analyse de Viète la plupart de ce qu'il en dit et si Viète ne s'est pas servi des lignes courbes au-dessus du cercle c'est qu'il était dans la persuasion que ces constructions n'étaient pas géométriques ; car il avait un peu trop de respect pour les anciens. On n'a qu'à examiner de près ses ouvrages pour juger ce qu'il était capable de faire en Géométrie. Mais après tout, la Géométrie de Viète et de Descartes est à proportion de ce qu'on peut faire à présent comme les éléments d'Euclide sont à l'égard d'Archimède. Il s'en faut beaucoup que tous les problèmes se puissent réduire aux équations : par exemple qu'on trouve une ligne courbe C (C) de telle nature que si on mène d'un point pris dans la courbe C ou (C) une ordonnée CB ou (C) (B) et une tangente CT ou (C) (T) jusqu'à l'axe T (T) B (B) ; la partie de l'axe interceptée entre l'ordonnée et la tangente savoir TB ou (T) (B) soit toujours égale à une même ligne droite donnée de grandeur A.

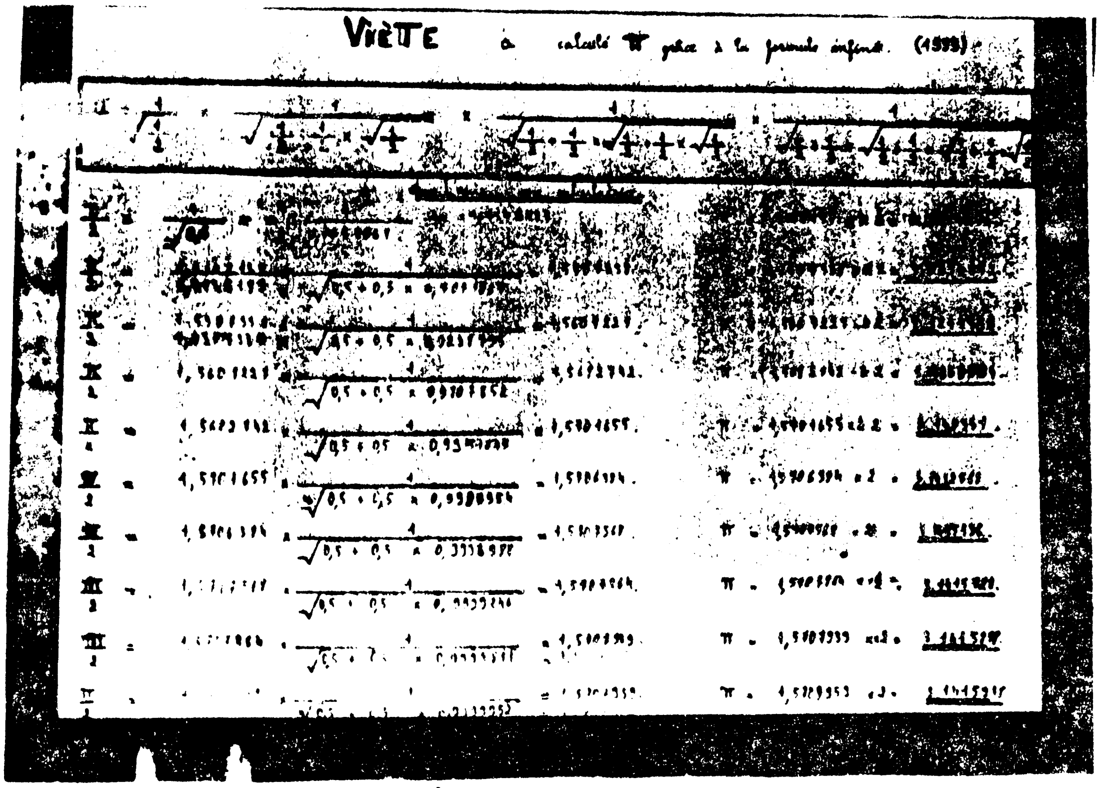



La plupart des plus beaux problèmes de mécanique reviennent à de telles questions de géométrie qui ne sont ni planes ni cubiques ni sur-solides, etc., mais de toute autre nature. Pour manier ces problèmes il faut une toute autre espèce d'analyse, plus différente de celle de Viète et Descartes que la leur n'est de l'Algèbre de Cardan.

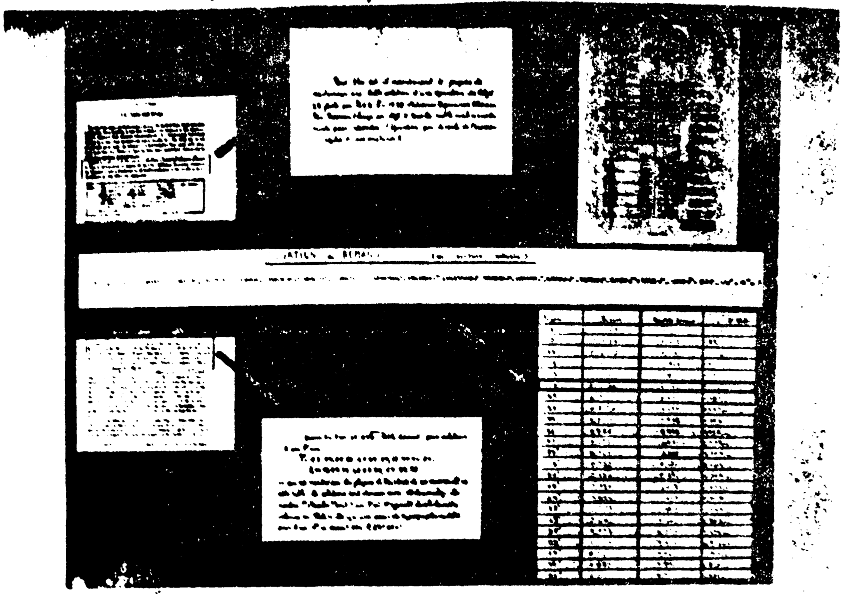
LEIBNIZ in lettre à Malebranche 1679

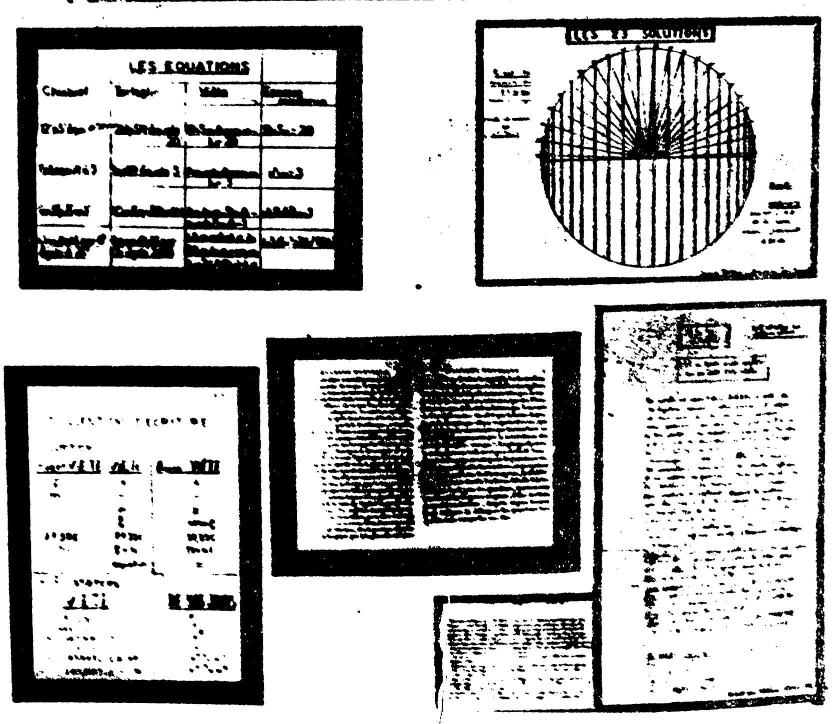
» Fibonacci et ses prédécesseurs ne possédaient donc aucun moyen de faire entrer directement les quantités littérales dans le calcul, et de figurer avec ces seules quantités les détails des différentes opérations à exécuter. Or, c'est là ce qu'on fait *à présent*; c'est là ce qu'on appelle *opérations algébriques;* c'est là l'invention de Viète. C'est cet art qu'il avait appelé avec raison *logistique spécieuse*, ou *calcul des symboles*, par opposition à la *logistique numérique* de l'ancienne analyse qui, ne s'exerçant que sur des nombres, était la cause, comme le dit Viète, du peu de progrès qu'avait fait l'analyse des Anciens. Cette *logistique spécieuse* était donc un *calcul* nouveau, absolument inconnu auparavant, et qui assure à Viète une gloire qu'on ne pourra ni altérer, ni lui ravir.»

CHASLES 5 Mai 1841




Extrait du panneau n° 4






Panneau n°3

"COMMENT L'HISTOIRE PEUT-ELLE INTERVENIR DANS L'ENSEIGNEMENT"

*Exemple de la théorie des équations dans une unité de maîtrise de Mathématiques à LILLE.*

A.M. BRASSELET - (LILLE)

oOo

Cette année 80-8I, nous avons travaillé en l'unité d'algèbre obligatoire pour la maîtrise et traité de la théorie des corps à partir de l'histoire de la résolution des équations. L'expérience a eu lieu maintenant et l'on peut en donner un aperçu fragmentaire du point de vue des enseignants car le bilan avec les étudiants n'a pas encore été tiré.

L'histoire de la théorie des équations n'a pas été objet d'enseignement : il y a eu seulement le cours inaugural, quelques productions irémiques distribuées aux étudiants, quelques références-repères aux hommes pour signes extérieurs de l'intervention de l'histoire ; le premier cours a été dans les conversations un "drôle de cours", et les textes pas des "vrais polycopiés" - Refoulement - amnésie.

Pourtant, c'est la réflexion à partir des textes de LAGRANGE, GAUSS, GALOIS, JORDAN qui a déterminé le rythme, le choix fait par nous du déroulement de l'exposition : par exemple, introduire le groupe de GALOIS d'une équation comme ensemble des substitutions conservant les relations rationnelles entre les racines, étudier $S_n$ à travers son action sur les fonctions rationnelles...

Du coup, même si le mode a été classique (cours magistral - T.D.) cette volonté de prise en compte de l'histoire nous a amené à articuler ces deux temps différemment : les premiers T.D. par exemple ont été l'affrontement aux équations de degré 3 ou 4, à certaines équations de la division du cercle, c'est-à-dire le brassage d'une matière qui n'a été vraiment structurée, classée que 4 ou 5 mois après.

L'histoire n'est donc pas intervenue comme motivation destinée à activer ou accrocher les étudiants, elle a été fil d'Ariane, terrain sur lequel s'est élaboré un processus d'enseignement.

De façon plus globale, ce retour à l'histoire, chez nous les enseignants est venu d'un réel besoin d'être entier et pas morcelé entre celui qui reproduit une théorie, celui qui cherche et affronte un problème de mathématiques, et y trouve son plaisir. Ce besoin de s'approprier un savoir en n'en refoulant pas les origines ni la gestation a été relayé chez nous par une volonté d'en tirer quelque chose de vivant pour l'enseignement :

- nous nous sommes attachés à ne pas donner en spectacle la théorie de GALOIS, en donnant la matière sur laquelle elle s'est élaborée, en faisant apparaître les points de coinçage, en faisant désirer une structuration qui alors libère (en plus, sur le terrain, ça a été efficace, car les étudiants "faisaient fonctionner" la théorie de GALOIS dès Noël).

- nous avons cherché à ne pas transmettre seulement un contenu, ne pas retenir pour nous ce que nous avions compris, grâce à l'histoire. Nous avons tenté de brouiller le clivage enseignement/recherche en mettant en scène dans l'enseignement notre processus de compréhension à travers les textes anciens.

- nous avons mis les étudiants en situation active, en situation de devoir prendre et pas d'être nourris. Nous nous sommes autorisés à ouvrir un peu d'espace en ne retenant pas les habitudes du contrôle continu martelé par deux temps forts, par deux D.S.. Nous leur avons fourni un choix non exhaustif de sujets de niveaux différents, de genres différents, en leur demandant de prendre le temps de réfléchir à leurs goûts mathématiques, de mesurer leur possibilité d'investissement et de choisir en conséquence un travail à mener au bout dont chacun soit responsable.

La majorité d'entre eux se sont retrouvés sujet face aux mathématiques et pas moule à remplir identique du voisin ; nous les avons vus exprimer des désirs, ramener des questions personnelles, des livres aussi.

Il faut dire que s'ils n'ont pas lu les mémoires de GALOIS ou les "Disquisitiones" de GAUSS, ils ont eu à travers le travail demandé un rapport à des livres didactiques pas toujours en français, pas toujours récents et qui de ce fait les questionnaient. (d'aucuns ont travaillé sur le "Cours d'Algèbre Supérieure" de SERRET ou la "Théorie des équations" de DEHN, ou sur des papiers de DEDEKIND).

Pour conclure, je dirai que cette reprise en compte de l'histoire chez les enseignants a déclenché autant que nourri une série de réflexions tendant à réintroduire dans l'enseignement des préoccupations habituellement exclues. Nous avons mis en acte dans notre pratique ce que nous avions compris de l'histoire, mais il est vrai que nous avons aussi refoulé les hommes qui l'ont produite.

# THEME DE L'ATELIER SUR LES MATHEMATIQUES ARABES

A. DJEBBAR

L'atelier sur les mathématiques arabes a permis d'exposer tout d'abord et très brièvement, certains aspects de l'activité mathématiquesdans les sociétés musulmanes du Moyen-âge, en partant des traditions mathématiques babyloniennes, indiennes et grecques et en tenant compte du contexte politique, économique et culturel qui a favorisé (et parfois freiné) cette activité. Puis, à travers deux exemples -l'algèbre et l'analyse combinatoire- et sur la base des derniers travaux dans ce domaine, on a tenté de suivre les progrés internes de certaines disciplines et leur diffusion, à partir du centre de l'empire musulman vers sa périphérie et de cette périphérie vers l'Europe, à travers l'Italie, l'Espagne ou le Midi de la France.

La discussion qui a suivi cette introduction a confirmé la nécessité d'étudier l'histoire des différentes formations sociales médiévales (et celle de leurs relations), pour mieux comprendre le sens de leur production scientifique et mieux apprécier leur contribution dans certains de ses domaines.

Par ailleurs, les enseignants présents ont souhaité l'organisation de rencontres portant sur l'histoire d'une discipline ou d'un concept mathématique et permettant une information plus complète qui pourrait favoriser des débats plus approfondis.

* * * *

# LE TRAITE DU MARQUIS DE L'HOSPITAL

par le groupe Epistémologie de l'IREM de POITIERS

---------

L'intervention a consisté en une présentation sommaire par le groupe épistémologie de l'IREM de Poitiers de son travail sur l'ouvrage du Marquis de l'Hospital *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* et de la grille d'analyse bibliographique que le groupe a élaborée à ce propos (cf. le document ci-joint). Parmi les points soulevés lors de cette discussion, on peut retenir :

- le document particulier sur lequel le travail d'analyse a été effectué (édition, provenance...) ;

- le contexte historique, l'auteur, sa place dans la production mathématique, ses liens avec Leibniz et les Bernoulli ;

- le plan de l'ouvrage et la structure de chaque section ;

- quelques exemples typiques de démonstration et mise en évidence des trois volets :

1/ le problème est posé géométriquement,

2/ "traduction arithmétique" en utilisant l'interprétation de la différentielle comme une différence effective,

3/ traitement formel et obtention de la solution ;

- les rapports complexes qui se nouent entre les représentations de la réalité et les concepts mathématiques (ici la différentielle).

# GRILLE D'ANALYSE

-------

Analyse effectuée par le *groupe Epistémologie de l'IREM de POITIERS*
Adresse : *IREM, 40, Avenue du Recteur Pineau*
Date : *Novembre 1980*

---

## I - IDENTIFICATION DU TEXTE

I.1. Auteur : *Guillaume François Antoine de l'Hospital, marquis de Saint-Mesme dit le Marquis de l'Hospital (1661-1704)*

I.2. Titre : *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes.*

I.3. Editeur : *François Montalant - Paris.*
*1ère édition : 1696 ; 2ème édition : 1716 ; ...*

I.4. Langue : *français.*

I.5. Ouvrage de 196 pages dont 15 pages de préface.

I.6. Ce texte n'existe pas dans le commerce. L'exemplaire ici analysé est celui de la bibliothèque de la ville d'Auxerre, photocopié et diffusé par l'IREM de Dijon.

I.7. Il s'agit de la deuxième édition (1716).

## II - NATURE ET CONTENU DU TEXTE

II.1. L'ouvrage se présente comme un traité sur le calcul différentiel et son application à l'analyse des courbes.

II.2. L'objectif de l'auteur semble être de présenter sous une forme synthétique et cohérente, afin d'en mieux assurer la diffusion, l'ensemble du nouveau calcul dans la version que l'on doit principalement à Leibniz, mais aussi aux frères Bernouilli (et à une moindre échelle à l'auteur du traité). Jusqu'alors, les fragments de cette théorie étaient surtout dispersés dans la littérature savante et dans certaines correspondances. Comme tous les promoteurs du nouveau calcul, l'auteur a le souci de multiplier les exemples pour illustrer les possibilités du calcul infinitésimal et par là même, le justifier. Le Marquis de l'Hospital croit ce traité "nécessaire pour préparer les esprits à comprendre tout ce qu'on pourra découvrir dans la suite sur ces matières" (pages XIII.XIV).

II.3. Contenu : L'ouvrage présente tout d'abord les principes du calcul différentiel sous la forme de définitions, de suppositions et des règles que l'on en déduit (calcul de la différentielle d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance quelconque); à cette occasion le célèbre symbolisme de Leibniz est introduit. La suite est essentiellement consacrée à l'utilisation de ce calcul pour le traitement des grands problèmes de ce qui constitue à l'époque le domaine prestigieux de la géométrie, à savoir la géométrie analytique des courbes planes. Ainsi sont abordés les problèmes de tangentes et de normales, de maxima et de minima (dont quelques exemples simples de calcul des variations), de points d'inflexion et de rebroussement, de développées et de développantes, de caustiques et d'enveloppes, ainsi que divers autres questions célèbres à l'époque. Il est à noter que de nombreux problèmes traités sont liés à la mécanique et à l'optique. On peut signaler que la fameuse règle de l'Hospital est énoncée et démontrée au début de la section IX.

II.4. Le traité débute par une savoureuse et intéressante préface dans laquelle le Marquis de l'Hospital se livre à une réflexion de type historique (sinon épistémologique) sur la génèse de "l'Analyse de l'infini". Après avoir rendu hommage aux Anciens, l'auteur salue l'esprit de "révolte" et le génie de Descartes qui permit de faire accéder la géométrie à un nouveau stade de développement. Puis il esquisse la voie qui, de Pascal, Fermat et Barrow, aboutit à Leibniz. Il met alors en relief, et avec quelle passion, l'originalité et la fécondité de la méthode de Leibniz. On peut remarquer que Newton est mentionné ; le lecteur intéressé pourra comparer cette préface avec celle de Buffon dans la traduction française qu'il donne en 1740 de La méthode des fluxions et des suites infinies de Isaac Newton (A. Blanchard - Paris 1966).

II.5. L'ouvrage ne comporte pas de bibliographie mais se réfère parfois à d'autres textes issus de la littérature savante de l'époque.

II.6. La lecture de ce traité peut être facilitée par une certaine connaissance du contexte mathématique de l'époque. On peut acquérir cette dernière en lisant par exemple les chapitres IV et V du livre : Carl B. Boyer - The history of the calculus and its conceptual development - Dover Publications.

Il est bien sûr intéressant de connaître aussi les textes de Leibniz sur le sujet, en particulier :

- Histoire et origine du calcul différentiel. Cahier de Fontenay n° 1 - Philosophie - Novembre 1975
- Nouvelle méthode de recherche des Maxima et des Minima et aussi des tangentes, applicable même dans le cas d'expressions fractionnaires et irrationnelles et calcul remarqueble y relatif. (Acta Eruditorum 1er Octobre 1684. pages 467.473 Gehardt t V page 220 - 226) traduit en français dans : P. Mansion, Résumé du Cours d'Analyse infinitésimale de l'Université de Gand - Paris 1887, pages 199-208.

## III - OPINION PERSONNELLE SUR LE TEXTE

III.1. A part la tentative de fonder et d'articuler logiquement les nouvelles méthodes, il ne semble pas que l'ouvrage présente des développements très originaux relativement à l'état du calcul différentiel à cette époque.

D'ailleurs, évoquant tout ce que son traité doit à Leibniz et aux frères Bernouilli, l'auteur indique : " je consens qu'ils en revendiquent tout ce qu'il leur plaira, me contentant de ce qu'ils voudraient bien me laisser".

III.2. On peut penser qu'il y a un décalage entre la volonté de l'auteur de fonder de manière quasiment axiomatique le nouveau calcul et la réalité du fonctionnement de la différentielle Leibnizienne dans le même traité. La définition même de la différentielle, "la portion infiniment petite dont une quantité variable augmente ou diminue continuellement", n'est pas exempte d'ambiguités (portion infiniment petite/variation continue). En fait, il semble que l'auteur soit allé dans la voie de la rigueur et de la clarification aussi loin qu'il lui était possible sans dénaturer les principes du calcul. Et cela tient sans doute à la nature même de la différentielle Leibnizienne, à la fois atome géométrique, différence arithmétique et objet formel (cf. L'origine du calcul différentiel. G. WALLET, in Cahiers d'histoire des mathématiques et d'épistémologie. IREM de POITIERS 1980 et Cahiers Fondamenta Scientae.- Université Louis Pasteur - Strasbourg 1980).

III.3. Le grand nombre de rééditions de ce traité indique qu'il a joué un rôle important dans la diffusion du calcul infinitésimal au cours du XVIIIe siècle. On peut remarquer cependant la place singulière qu'il occupe dans le développement des mathématiques : alors que le calcul infinitésimal s'affirme comme un outil très puissant dans un paysage mathématique qui est encore celui du XVIIe siècle (avec la primauté de la géométrie), et avant que cette architecture générale ne soit profondément remaniée à la suite des progrès entrainés par ce calcul avec principalement l'Oeuvre d'Euler. (cf. Philosophie et calcul de l'infini - C. Houzel, J.L. Ovaert, P. Raymond, J.J. Sansue - Collection Algorithme - F. Maspero).

## IV - UTILISATIONS POSSIBLES DU TEXTE

IV.1. Pour la compréhension de l'exposé des principes généraux (section I), aucun pré-réquis n'est nécessaire si ce n'est les cas de similitude des triangles. La lecture de la suite du traité peut être facilitée par quelques connaissances sur la géométrie des courbes : coniques, roulettes, propriétés affines et métriques des courbes, théorie des enveloppes...

IV.2. Chaque section de ce traité débute par des propositions générales présentées sous forme de problèmes qui ne présentent pas de difficultés particulières autres que celles propres à tout texte mathématique ancien : décalage de vocabulaire, de niveau de rigueur... Cependant, ces difficultés sont atténuées par la démarche relativement moderne de l'auteur. Par contre, les nombreux exemples qui sont donnés par la suite sont souvent techniques et les figures correspondantes assez compliquées.

IV.3. Exemple d'utilisations possibles :
- recherche historique et épistémologique sur le calcul infinitésimal, son origine, et sur le statut de la différentielle Leibnizienne.
- réflexion pédagogique sur le rôle de la rigueur.

. . .

François De Gandt

# UNE PREMIERE PRESENTATION DE LA DYNAMIQUE NEWTONIENNE :

# LE MANUSCRIT "DE MOTU" DE 1684.

# DU MOUVEMENT DES CORPS SUR DES ORBITES

(Isaac Newton, 1684)

Définition 1 : J'appelle force centripète la force par laquelle un corps est poussé ou attiré vers un point quelconque considéré comme un centre.

Définition 2 : Et j'appelle force d'un corps, ou force interne à un corps, la force par laquelle ce corps s'efforce de persévérer dans son mouvement selon une ligne droite.

Définition 3 : Et résistance, l'enpêchement régulier dû au milieu.

Hypothèse 1 : La résistance est nulle dans les neuf propositions suivantes, ensuite elle est comme la vitesse du corps et la densité du milieu prises ensemble.

Hypothèse 2 : Tout corps, par sa seule force interne, s'avance uniformément selon une ligne droite, à moins que quelque chose d'extérieur ne l'en empêche.

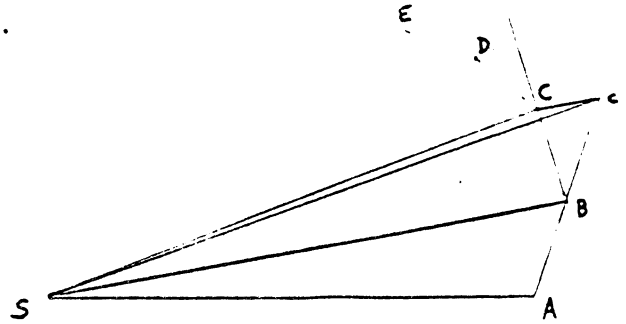
Hypothèse 3 : Un corps, dans un temps donné, est porté par plusieurs forces réunies au même endroit où il serait porté successivement par ces forces divisées en des temps égaux.

Hypothèse 4 : L'espace qu'un corps décrit sous l'action d'une force centripète quelconque au commencement de son mouvement, est en raison double du temps.

---

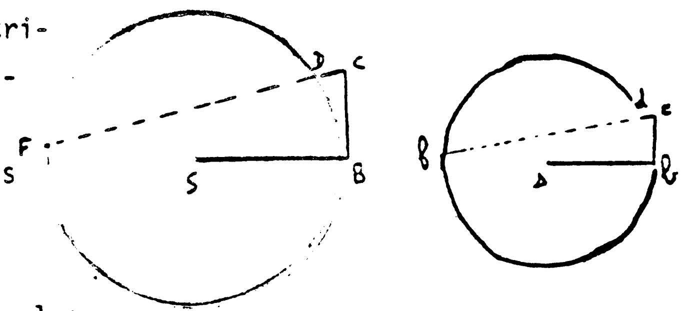
Théorème 1 : Sur leur orbite tous les corps décrivent, par les rayons menés au centre, des aires proportionnelles aux temps.

Que le temps soit divisé en parties égales, et que dans la première partie de temps le corps décrive, par sa force interne, la droit AB. Dans la seconde partie de temps, si rien n'empêchatt ce même corps, il continuerait en ligne droite (Hyp.1) jusqu'en c, décrivant la ligne droite Bc égale à la ligne AB, si bien que par les rayons AS, BS, cS menés au centre, seraient parcourues des aires égales ASB, BSc. Mais lorsque le corps arrive en B, que la force centripète agisse, par une impulsion unique mais importante, et oblige le corps à se détourner de la droite Bc et à continuer sur la droite BC. Que l'on trace, parallèlement à BS, la droite cC qui coupe BC en C ; à la fin de la seconde partie de temps, le corps se trouvera en C (Hyp.3). Joignez SC, et le triangle SBC, à cause des parallèles SB, Cc, sera égal au triangle SBc, et donc aussi égal au triangle SAB. Par un argument semblable, si la force centripète agit successivement en C,D,E, etc.... et fait décrire au corps, dans chacun des moments de temps, chacune des droites CD, DE, EF, etc..., le triangle SCD sera égal au moments de temps, chacune des droites CD, DE, EF, etc..., le triangle SCD sera égal au triangle SBC, et SDE égal à SCD, et SEF à SDE. Donc en des temps égaux sont décrites des aires égales. Maintenant que ces triangles soient en nombre infini et infiniment petits,de manière qu'à chacun des moments du temps corresponde chacun des triangles, la force centripète agissant alors sans interruption, la proposition sera établie.




<u>Théorème 2</u>: <u>Si des corps tournent uniformément sur des circonférences de cercles, les forces centripètes sont comme les carrés des arcs simultanément décrits divisés par les rayons des cercles.</u>

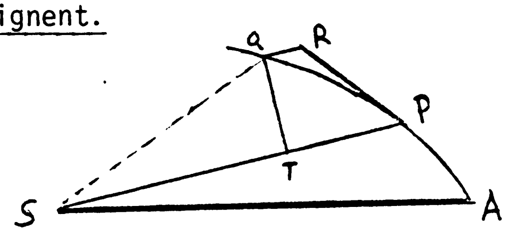
Que les corps B et b, tournant sur les circonférences de cercles BD et bd, décrivent simultanément les arcs BD et bd. Par leur seule force interne, ils décriraient les tangentes BC et bc, égales à ces arcs. Ce sont les forces centripètes qui retirent perpétuellement les corps depuis les tangentes jusqu'aux circonférences, et donc elles sont entre elles comme les distances CD et cd gagnées par les corps, c'est à dire, en prologeant CD et cd jusqu'en F et f, elles sont comme $BC^2/CF$ à $bc^2/cf$, ou $BD^2/\frac{1}{2}$ CF à $bd^2/\frac{1}{2}$ cf. Je parle d'espaces BD et bd très petits et diminuant à l'infini, de sorte qu'à la place de $\frac{1}{2}$ CF et $\frac{1}{2}$ cf il est permis d'écrire SB et sb, les rayons des cercles. Cela fait, la proposition est établie.




<u>Corollaire 1</u>. Par conséquent, les forces centripètes sont comme les carrés des vitesses divisés par les rayons des cercles.
<u>Corollaire 2.</u> Et inversement, comme les carrés des temps périodiques divisés par les rayons.
<u>Corollaire 3</u>. Donc si les carrés des temps périodiques sont comme les rayons des carcles, les forces centripètes sont égales. Et réciproquement.
<u>Corollaire 4</u>. Si les carrés des temps périodiques sont comme les carrés des rayons, les forces centripètes sont inversement comme les rayons et réciproquement.
<u>Corollaire 5</u>. Si les carrés des temps périodiques sont comme les cubes des rayons, les forces centripètes sont inversement comme les carrés des rayons. Et réciproquement
<u>Scolie.</u> Le cas du corollaire 5 a lieu pour les corps célestes. Les carrés des temps périodiques sont comme les cubes des distances à partir du centre commun autour duquel tournent ces corps. C'est le cas des grandes planètes tournant autour du soleil,

et des petites autour de Jupiter et Saturne, ainsi que l'ont déjà établi les astronomes.

Théorème 3 : Si un corps tournant autour d'un centre S décrit une ligne courbe quelconque, et qu'une droite PR soit tangente à la courbe en un point quelconque P, et que d'un autre point quelconque Q de la courbe on mène QR parallèle à la distance SP : je dis que la force centripète est inversement comme le solide $SP^2 \times QT^2/QR$, pourvu que l'on prenne toujours la quantité de ce solide telle qu'elle devient ultimement lorsque les points P et Q se rejoignent.




En effet, dans la figure infiniment petite QRPT, la toute petite ligne QR est, dans un temps donné, comme la force centripète, et pour une force donnée, comme le carré du temps (hyp. 4), et par suite, si aucune n'est donnée, elle est comme la force centripète et le carré du temps pris ensemble, c'est-à-dire comme la force centripète et le carré de l'aire SQP proportionnelle au temps (ou le double de cette aire $SP \times QT$). Que l'on divise les deux côtés de cette proportionnalité par la ligne QR, et l'unité sera comme la force centripète et $SP^2\ QT^2/QR$ pris ensemble, c'est-à-dire que la force centripète est inversement comme $SP^2 \times QT^2/QR$.

Le texte ci-joint provient d'un manuscrit de Newton intitulé De Motu corporum in gyrum . L'extrait traduit constitue le début du texte, soit environ un cinquième du texte total.

L'intérêt principal de ce manuscrit est qu'il contient sous une forme plus simple et plus brève plusieurs théorèmes essentiels des Principia . La rédaction de cet ouvrage s'est en effet poursuivie de la fin de l'année 1684 jusqu'à la publication en 1687, et nous possédons plusieurs ébauches préparatoires, toutes bâties sur la même trame : progressivement les matériaux s'accumulent, le raisonnement devient plus raffiné, Newton ajoute de longs préambules, greffe des études particulières et des variantes sur la charpente initiale. Au terme de cette croissance par accrétion et développement, le résultat est un livre énorme et très difficile d'accès: les Philosohiae Naturalis Principia Mathematica . Alors que le manuscrit de 1684 comprend seulement 4 théorèmes et 7 problèmes, qui pourraient tenir en une vingtaine de pages, les Principia contiendront 193 propositions (théorèmes ou problèmes), soit environ 500 pages.

Dans cette série de manuscrits qui aboutit aux Principia, le texte présenté ici est le premier ou l'un des premiers. Voici le schéma de l'ensemble du manuscrit:

- d'abord une série d'énoncés initiaux:
  - trois définitions portant sur la force centripète, la force interne (vis insita) et la résistance;
  - quatre hypothèses, dont la deuxième est le principe d'inertie;
- ensuite viennent trois théorèmes fondamentaux:
  - le premier est la loi des aires (déjà formulée par Kepler sans démonstration rigoureuse);
  - les deux autres sont relatifs à la force qui retient un corps sur une orbite circulaire (th. 2) ou quelconque (th. 3);

- le théorème 3 est mis en application dans les trois problèmes qui suivent:
  - le problème 1 détermine la loi de variation de la force centripète dans le cas d'un mobile qui parcourt un cercle sous l'action d'un centre de forces situé sur la circonférence;
  - le problème 2 étudie le cas d'une orbite elliptique avec un centre de forces situé au centre de l'ellipse;
  - le problème 3 porte aussi sur une orbite elliptique, mais le centre de forces est situé en un foyer (Newton démontre que dans ce cas la force est en $1/r^2$);
- ce résultat très important est suivi d'un théorème 4 qui établit la troisième loi de Kepler, comme conséquence d'une variation de la force en $1/r^2$.
- Le reste est constitué par des problèmes, parfois accompagnés d'un scolie qui en détaille les applications et les prolongements:
  - Problème 4 : on cherche l'ellipse décrite par un corps attiré en $1/r^2$, pour une position et une vitesse initiale données;(un Scolie concerne l'application aux comètes, et le calcul approché des secteurs d'ellipse à partir du foyer -problème "de Kepler" -);
  - Problème 5 : si un corps tombe verticalement, on cherche les espaces parcourus après des temps donnés (la force varie comme $1/r^2$);
  - Les deux derniers concernent le mouvement en milieu résistant (ils sont comme le germe du livre II tout entier):

    le problème 6 vise à déterminer le mouvement d'un corps soumis à la seule résistance du milieu, et le problème 7 traite du mouvement en milieu résistant pour un corps en mouvement rectiligne soumis à une force uniforme.

L'intérêt du manuscrit de 1684 n'est pas seulement dans sa brièveté. Il est passionnant de suivre l'évolution de la pensée de Newton, de repérer les précisions et les raffinements qu'il introduit dans les rédactions successives. Par exemple on remarquera que le manuscrit ci-contre ne contient même pas un semblant de justification pour les procédés infinitésimaux ou "ultimes" qui seront employés dans les démonstrations, rien qui tienne la place qui reviendra à la section I des Principia sur les "premières et dernières raisons" ( rapports de quantités naissantes ou évanouissantes).

L'évolution est particulièrement importante dans le cas des énoncés initiaux, qui forment les assises de toute la construction: l'ensemble des trois définitions et des quatre hypothèses placées au début du manuscrit n'annonce que très lointainement les défintions et les "axiomes ou lois" placés au début des Principia. Ici trois définitions seulement délimitent le cadre conceptuel, et encore la troisième n'est-elle qu'une simple précision concernant le sens du mot résistance; cette troisième définition a d'ailleurs été rajoutée après coup, comme on le voit sur le manuscrit lui-même (cf; photo in J. Herivel, The background of Newton's Principia, Oxford 1965,face à la page 292).

Les définitions 1 et 2 forment un couple, qui détermine deux sortes de forces: la force centripète et la force interne. C'est en composant ces deux forces que l'on reconstituera la trajectoire d'un mobile soumis à une force centripète (cf. la démonstration des théorèmes 1 et 3). La première seule est une force au sens qu'a le mot depuis le 18e siècle, puisque la force interne, ou "force d'un corps", est simplement ce qui fait qu'un corps tend à poursuivre son mouvement rectiligne uniforme.

La force centripète sera englobée, dans les Principia, au sein d'une catégorie plus vaste, celle de "force impresse" ou "force imprimée", qui comprend aussi bien les cas de choc que d' attraction continue. Le couple vis centripeta/ vis insita du manuscrit de 1684 fera ainsi place à un autre couple: vis insita / vis impressa (définitions 3 et 4 des Principia, cette dernière étant précisée et subdivisée dans les définitions 5 à 8 ).

Les quatre hypothèses sont de nature très différente, et le seul fait que Newton ait regroupé ces quatre affirmations sous l'appellation commune d'hypothèses atteste combien sa pensée est encore peu élaborée, très en retrait par rapport aux exigences logiques dont témoigneront les Principia. La première hypothèse en effet est une simple supposition, ou à la rigueur un postulat, par lequel on convient que la résistance sera prise en considération dans les deux dernières propositions seulement (problèmes 6 et 7), et cela proportionnellement à la vitesse du mobile. En revanche l'hypothèse 2 est une affirmation d'une immense portée, puisqu'elle énonce la loi d'inertie, reprise comme axiome 1 des Principia.

Les hypothèses 3 et 4 apparaîtront dans les Principia comme des conséquences des affirmations initiales, démontrées à titre de corollaire 1 des lois, et de lemme 10 (section 1). Il s'agit du principe de la composition des forces suivant le parallélogramme, et d'une généralisation de la loi de chute donnée par Galilée : les espaces parcourus sous l'action d'une force centripète sont proportionnels au carré des temps. Galilée l'avait énoncé pour le cas de la pesanteur, Newton l'affirme pour des forces quelconques, qui peuvent varier avec la distance (ce sera le cas étudié dans la suite), à condition de ne regarder que le commencement du mouvement.

Dans la présentation qu'a choisie Newton, la chaîne démonstrative commence par la loi des aires (théorème 1), sans doute en raison d'une importance spéciale qu'il accorde à ce théorème. En réalité le théorème 2 (avec ses corollaires) aurait pu être placé avant le théorème 1, parce qu'il en est logiquement indépendant et qu'il concerne une situation plus simple. La loi des aires n'est utilisée que dans le théorème 3, pour substituer au temps écoulé l'aire balayée par le rayon vecteur.

Le théorème 2 évalue la force centripète qui retient un corps sur une orbite circulaire parcourue à vitesse constante. C'est le résultat qu'avait obtenu Huygens dans son De vi centrifuga ; l'opuscule de Huygens restera inédit jusqu'en 1703, mais les résul tats sont publiés sans démonstration dans l'Horologium Oscillatorium de 1673. Une différence décisive sépare les deux auteurs: Newton traite d'une force centripète là où Huygens envisageait une force centrifuge, faute d'avoir clairement dégagé toutes les conséquences du principe d'inertie.

Voici les étapes du raisonnement suivi pour démontrer le théorème 2:

- Si les mobiles B et b n'étaient pas soumis à une force centripète, ils parcourraient les tangentes BC et bc. Il faut supposer des forces centripètes pour rendre compte de leur déviation par rapport au mouvement rectiligne. Cette déviation est indiquée par la différence entre le mouvement virtuel sur la tangente et le mouvement effectif sur le cercle, pour un même intervalle de temps très petit. Pour le mobile de gauche, cette différence (cette "distance gagnée") est représentée par le segment CD, et par cd pour le mobile de droite.
- Newton affirme, sans justification antérieure, que les forces centripètes sont proportionnelles à ces distances CD et cd. Dans les Principia, ce sera le contenu de la loi 2: "Le changement de mouvement est proportionnel à la force motrice imprimée...".

- Pour évaluer les segments CD et cd, Newton utilise la puissance des points C et c par rapport à leurs cercles respectifs (la référence au livre 3 d'Euclide est explicite dans un autre manuscrit). Cela permet d'écrire: $CD.CF=CB^2$ et $cd.cf = cb^2$. Les tangentes CB et cb peuvent être remplacées par les arcs DB et db qui leur sont égaux (parcourus à la même vitesse dans le même temps).
- C'est ici que se place le passage à la limite: les arcs sont considérés comme tendant vers zéro ("loquor de spatiis BD,bd, minutissimis inque infinitum diminuendis"). On peut donc regarder comme équivalents $\frac{1}{2}$ CF et BS, rayon du cercle, ainsi que $\frac{1}{2}$cf et bs (l'introduction du coefficient $\frac{1}{2}$ ne change rien à la proportionnalité).
- Par conséquent les distances CD et cd sont entre elles comme les carrés des arcs décrits dans le même temps, divisés par les rayons des cercles. On connaît par là la proportion entre les forces centripètes, dont CD et cd sont les expressions géométriques. (Peut-être aura-t-on remarqué que Newton admet sans démonstration que le centre de forces est le centre du cercle; il le démontre dans les <u>Principia</u> en utilisant la réciproque de la loi des aires.)

Ce théorème 2 a des conséquences importantes, que Newton tire dans les corollaires 3,4 et 5 : si l'on sait que la période et le rayon sont dans une certaine proportion constante pour des mouvements à des distances différentes d'un centre, on pourra en déduire la loi de variation de la force en fonction de la distance. Le corollaire 5 est le plus important, il concerne le cas où le carré de la période et le cube du rayon sont dans un rapport constant; c'est la troisième loi de Kepler pour les planètes, étendue aux satellites de Jupiter et Saturne, du moins si l'on accepte de considérer les mouvements des planètes et des satellites comme des mouvements circulaires uniformes autour de leur centre de force. On a ainsi, en abrégé:

$$v^2 / R = \left( \frac{2\pi R}{T} \right)^2 / R = \left( \frac{4\pi^2 R^3}{T^2} \right) / R^2 = \text{Cstte} / R^2 \ .$$

Dans ce cas la force varie comme l'inverse du carré de la distance à partir du centre.

Le théorème 3 concerne un cas beaucoup plus général: l'orbite est une courbe quelconque, parcourue à une vitesse qui peut varier (il faut évidemment que la vitesse et l'aire balayée gardent un sens). Le raisonnement consiste à évaluer la déviation QR, qui est la différence entre le parcours tangentiel et le parcours effectif. Ce segment est proportionnel à la force centripète, comme tout à l'heure les segments CD et cd, en vertu de la supposition implicite (loi 2 des <u>Principia</u>) que le changement de mouvement et la force sont proportionnels; cette déviation QR est aussi proportionnelle au carré du temps, en vertu de l'hypothèse 4: RQ est l'analogue d'un parcours de chute accéléré vers S, centre de force).
On peut donc écrire: $QR \propto \text{Force} \times (\text{Temps})^2$ .

Ici est utilisé le résultat de la proposition 1 : le temps peut être mesuré par le secteur balayée SPQ, puisque dans le cas d'une force centrale, les secteurs balayés par le rayon vecteur sont proportionnels au temps (2e loi de Kepler ou "loi des aires"). La proportionnalité devient:

$$QR \propto \text{Force} \times (\text{aire du secteur } SPQ)^2 \qquad \text{ou:}$$

$$QR \propto \text{Force} \times \left(\tfrac{1}{2}\, SP.QT\right)^2 \qquad \text{ou:}$$

$$\text{Force} \propto \frac{QR}{SP^2 \times QT^2} \ .$$

Newton prend l'inverse de cette proportionnalité, préférant parler d'un "solide", c'est à dire d'un terme de dimension 3, plutôt que d'un terme de dimension -3 .

C'est cette formule qui servira à établir la loi de force dans les problèmes qui suivent. La méthode consiste à exprimer $QR/SP^2.QT^2$ en tenant compte des propriétés géométriques de l'orbite, c'est à dire à montrer que ce terme est proportionnel à un autre terme où ne figurent plus que des constantes et la distance SP. Ainsi, dans les problèmes 1, 2 et 3, la force centripète se révèle être proportionnelle respectivement à $1/SP^5$, à SP, et à $1/SP^2$.

La loi des aires (théorème 1) ne permet pas seulement de remplacer le temps par l'aire balayée, elle est comme une "présentation" de la notion de force centripète, à la manière dont une ouverture musicale présente en raccourci les thèmes essentiels. C'est peut-être pourquoi Newton l'a placée au tout début de l'enchaînement.

La démonstration repose sur un raisonnement dynamique et sur des relations géométriques très simples, suivies d'un passage à la limite. AB est le parcours inertial effectué pendant le premier intervalle de temps. Bc est le parcours rectiligne uniforme qui aurait été effectué en l'absence de force centripète pendant le second intervalle de temps. Si la force agit de manière ponctuelle en B, forçant le corps à se détourner de sa direction, on peut affirmer qu'il se trouvera en C après le deuxième intervalle de temps: BC est en effet la diagonale du parallélogramme obtenu en composant le trajet Bc et une parallèle à BS issue de c. Newton compose ainsi deux "forces" de nature différente: une <u>vis insita</u> correspondant à Bc et une <u>vis centripeta</u> correspondant à cC. (L'hypothèse 3 permet de composer des <u>forces</u>, et non des déplacements.)

On obtient ainsi trois triangles d'aire égale: SAB et SBc ont des bases égales (AB=Bc) et une hauteur identique (la distance entre le point S et la droite ABc); de même SBc et SBC ont une même base SB et une hauteur identique (la distance entre les parallèles SB et Cc). Donc l'aire SBC est égale à l'aire SAB. De même, dans l'intervalle de temps suivant, SCD sera égal en aire à SBC, etc... La forme du triangle peut varier, mais l'aire balayée reste la même si l'intervalle de temps est le même.

Newton affirme qu'il en sera encore ainsi lorsque le nombre des triangles augmente infiniment pendant que leur taille diminue.(Ce passage à la limite mériterait une discussion détaillée.) L'égalité d'aire pour des secteurs curvilignes est ainsi obtenue comme limite du cas rectiligne. Du même coup le contour polygonal devient une trajectoire courbe, et la force se transforme en force continue: les impulsions ponctuelles reçues en B,C,D,etc... font place à une déviation continue vers le centre S. La force continue est ainsi envisagée comme limite d'une série de chocs distincts (par "choc" j'entends simplement des impulsions quasi-instantanées, sans qu'il y ait nécessairement une poussée par un autre corps au contact).

La régularité du balayage permet de prendre l'aire de secteur comme mesure du temps, elle offre si l'on peut dire une "horloge", comme celles que les astronomes classiques se donnaient sous forme d'une révolution uniforme autour d'un point équant (le"moyen mouvement"des planètes); elle permet de réprésenter géométriquement le temps sur les figures. Le temps, pour Newton et ses contemporains, n'est nullement une variable comme les autres, et il est nécessaire de préciser quelle variation uniforme on choisira pour le représenter.

La loi des aires permet aussi de manifester le caractère géométrique de la notion de force centripète. Ce sera plus net encore dans les Principia où la régularité du balayage est utilisée comme indice d'une force centrale, et moyen de déterminer la position du centre de force (propositions 2,3,4,5 du livre I et propositions 1,2 et 3 du livre III).Le contraste avec Kepler fait ressortir cet aspect géométrique : chez l'astronome allemand, la loi des aires découle d'une série d'hypothèses sur la "diffusion" de la force à partir du soleil et sur ses effets dans le mouvement des planètes.

La représentation imagée de l'action du soleil précède l'affirmation de l'invariance des aires balayées. Newton au contraire reste très discret sur l'action exercée par le centre S. Il se contente d'affirmer qu'en B, C, D, etc..., la trajectoire du mobile est défléchie en direction de S. La définition 1 laisse ouvertes plusieurs possibilités : un corps soumis à une force centripète peut être considéré comme "poussé" ou "attiré" vers le centre. Seule compte ici la manifestation géométrique de la force. Il devient ainsi possible de construire une théorie dynamique sans s'engager dans la discussion du mode d'action des forces.

F. De Gandt juin 1981.

**Bibliographie:**

Plusieurs manuscrits prépàratoires aux Principia ont été publiés, et parfois traduits en anglais, dans:

- W.W. Rouse Ball, An essay on Newton's Principia, London,1893,p.35-51,
- J. Herivel, The background of Newton's Principia, Oxford,1965,p.257-303,
- Unpublished papers of Isaac Newton, ed. A.R. Hall et M.B. Hall, Cambridge, 1962,p.239-292,
- The mathematical papers of Isaac Newton, vol. VI, ed. D.T. Whiteside, Cambridge,1974, p. 30-537.

Le livre le plus important sur l'ensemble de ces questions me semble celui-ci

Richard S. Westfall, Force in Newton's physics, The science of dynamics in the seventeenth century, London, 1971.

L'affaire D E S A R G U E S (1591-1661)
et le cas A. B O S S E (1602-1676)

J.P LE GOFF
IREM de BASSE-NORMANDIE

Chacun sait (on peut le lire dans les "manuels d'histoire des mathématiques") le peu d'écho rencontré par les travaux de G.DESARGUES, auprès de ses contemporains et suivants, au point que son travail le plus original, le Brouillon Project et d'autres textes* sans doute fondamentaux mais à l'existence incertaine ont été perdus jusqu'au XIXe ou Le Brouillon remis à l'honneur par Servois, Brianchon et Poncelet, et Monge, réédité par Chasles et Poudra en 1864 (il s'agit là d'une copie manustrite par Ph de la Hire datant de 1679) jusqu'à nos jours ou René Taton présente l'oeuvre Mathématique de G.DESARGUES dans un volume des P.U.F (Paris 1951) à partir d'un exemplaire original du Brouillon Project retrouvé à la Bibliothèque Nationale.

Deux raisons sont en général avancées pour expliquer cet oubli relatif.
L'une objective : la difficulté de lecture du texte de G.DESARGUES, non algébrisé et écrit dans une langue botanique (?) dont certains termes (essieu etc...) sont aussi empruntés à la gnomonique (cadrans solaires).
L'autre plus subjective : une opposition DESARGUES géomètre "pur" versus Descartes géomètre algébriste fondateur de la géométrie analytique aux travaux duquel on attribuera,au contraire de G.DESARGUES,un mérite qui va au delà de la chose écrite elle-même (cf l'abus du mot cartésien en mathématiques), opposition fort séduisante qui conduit assez vite à projeter depuis notre XXe siècle un conflit "La géométrie Projective et l'Art" contre "la Géométrie cartésienne et les Sciences".
A l'analyse, aucune de ces raisons ne tient. La première (cf l'étude du texte "Brouillon Project" par D.Chevreau, cl.Delagarde et D.Lanier) ne

---

* Les leçons de Ténèbres/Livret de Perspective adressé aux théoriciens.

suffit pas à expliquer le peu d'écho fait au texte. La langue de Desargues est lisible au prix de quelque effort et son contenu mathématique compréhensible et pas seulement par un lecteur du XXe siècle : certains détracteurs contemporains de G.DESARGUES l'ont bien survolé puisqu'ils parlent à son sujet de plagiat de Pappus et d'Apollonius (Beaugrand "l'infâme" en 1640)- "le jeune" Pascal en a bien vu la portée (cf son Essay pour les coniques). Quant à Descartes, à lecture de sa correspondance avec Mersenne, on peut penser qu'il n'a pas fait l'effort de lire attentivement le texte de G.DESARGUES, (de son propre aveu d'ailleurs) non par désintérêt aux travaux de G.DESARGUES (dont il a toujours estimé le rôle de médiateur dans les débats scientifiques animés par Mersenne) ni par hostilité (G.DESARGUES a souvent soutenu les positions de Descartes dans ces débats et ce dernier est redevable à G.DESARGUES d'un soutien "politique" que celui-ci tenait, semble t-il de Richelieu pour services rendus comme conseiller technique), mais par un engouement moindre pour la géométrie dés lors qu'il avait écrit la sienne qu'il considère comme l'illustration définitive de sa "méthode".

Sans doute, l'absence d'un soutien actif de "scientifiques" éminents (dénomination moderne peu adaptée à la réalité d'un siècle où "l'humanisme" est encore de mise), le caractère entier de G.DESARGUES (et plus encore celui d'A.BOSSE), l'accès difficile à un texte qui se veut d'une grande généralité* et exhaustif sur les sections coniques, qui est novateur sur la méthode** et qui de plus prétend à des retombées techniques d'importance***

---

* C'est sans doute le 1er grand texte "fermé" de géométrie depuis les élèments d'euclide.

** On peut parler à son propos de géométrie "pure" pour ce qui est des modes de démonstration sans recours a ce qu'on a appelé plus tard la géométrie analytique alors en plein essor. Les préliminaires sur l'involution de points et de droites sont très"modernes".

*** C'est de considérations techniques, et de la "contemplation" (sic) d'icelle que G.DESARGUES tire sa conviction d'une "manière universelle" de concevoir les sections coniques. Il s'appliquera, ensuite, car il est architecte, à diffuser ses idées pour le plus grand intérêt pense t-il, des perspectives (il échouera dans l'ensemble en France, malgré les efforts d'A.BOSSE, mais les traités de celui-ci auront un grand écho aux Pays Bas...) et des coupeurs de pierre (accueil mitigé : succés à Lyon, sa ville natale, mais mauvaise volonté manifeste d'une corporation établie peu soucieuse de se laisser dicter des méthodes nouvelles et voir bousculer au passage des prérogatives dans le rapport maître d'oeuvre/ouvriers). Notons ce Paradoxe : la géométrie de Descartes, plus soucieux d'ordonner la pensée, va "l'emporter" par son "efficacité" immédiate dans un monde où "l'industrie" montante va bientôt particulariser puis assujetti sciences et techniques, tandis que les travaux de G.DESARGUES, attentif à fourni des outils à l'architecte, vont tomber dans un oubli relatif pour deux siècles. Mais ce conflit Art/Sciences, fort "séduisant" en masque peut-être un autre non sans rapport avec lui mais de nature plus idéologique, c'est ce que cet article tente de mettre en évidence.

(Perspective, coupe des pierres, gnomonique), les cabales montées par quelques esprits chagrins (perspectivistes mais médiocres géomètres) contre G.DESARGUES et par les corporations contre A.BOSSE (peintres contre graveurs), la diffusion restriente des travaux de G.DESARGUES, et son apparent desinterêt pour la notoriété et sa volonté de se rendre "utile" (sensible, dans le fait qu'il consacre de longues périodes de sa vie, à Lyon et Paris pour enseigner ses méthodes aux praticiens, désertant les lieux de la polémique par conviction ou amertume (?) ) sont autant de raisons (abondomment évoquées par R.Taton[*] pour G.DESARGUES et A.BLUM[**] pour A.BOSSE) qui peuvent expliquer l'oubli de cette oeuvre fondatrice de la géométrie projective.

Les participants au séminaire "Desargues" du lycée Malherbe de CAEN (APM-APP-IREM) ne pouvaient en rester là ; sans avancer qu'il existe nécessairement une autre explication (plus "excitante"?), les raisons susdites sont peu satisfaisantes pour expliquer une telle parenthèse dans l'histoire des sciences d'où une longue "enquête", et quelques hypothèses. Et d'abord des faits pour expliquer notre envie d'en savoir plus.

1°) - On pourra trouver des élèments de la controverse entre Desargues et ses contradicteurs ou détracteurs dans l'ouvrage de Taton (1951) ou celui de Poudra (1864). Ajoutons cependant ces deux élèments : l'un est issu d'une recherche dans la "Biographie Universelle Ancienne et Moderne" (à Paris, Michaud frères, 1812) : A l'article "Desargues", Un certain père Colonia [que j'identifie entre plusieurs du même nom comme le père André de Colonia, 1617-1688, de l'ordre des minimes, anticalviniste notoire qui a édité ses libellés à Lyon ou Dominique de Colonia, 1660-1741, jésuite, professeur de rhétorique à Lyon auteur d'un catalogue des principaux livres, jansénistes ou suspects de l'être (1722)] annonçait qu'un dénommé Richer, chanoine de Provins, préparait une édition complète des oeuvres de G.D. mais que le projet fut sans suite. S'agit-il de l'abbé Claude Richer du Bouchet (1680 (ce qui infirmerait André au "bénéfice" de Dominique) - 1756) au chanoine de Provins, mathématicien et historien, qui a rédigé en 1701 une gnomonique universelle et en 1733 une Analyse Générale des méthodes nouvelles pour résoudre les problèmes, sous le nom de LAGNY, T XXIII, p. 150 dans le tome XI des mémoires de l'académie des sciences, issue de l'activité du cercle de Mersenne, ouvrage

* Déjà cité
** A.Blum : Abraham Bosse et la Société Française au XVIIe - Coll.Archives de l'Amateur - Ed A.Morance.

qui devait être suivi de 3 autres, terminés par Richer et qui n'ont point paru ?

- l'autre, plus connu, est que le texte de Desargues a circulé, original ou copie manuscrite de Ph de la Hire l'un des continuateurs de Desargues, et que ce texte est parvenu sans doute à Newton et Huggens, ainsi que les textes (perdus) de Pascal développant son "Essay sur les coniques".

2°) - Le cas Abraham Bosse ; l'ouvrage de A.Blum étant peu diffusé, voici quelques élèments biographiques :
Né à Tours en 1602, d'une famille de Huguenots, dans une ville d'éditeurs et de graveurs depuis la Renaissance, il fréquente l'Atelier de Melchior Tavernier, huguenot flammand, imprimeur en tailles - douces du roi.
Son modèle est Jacques Callot, bien que ses ~~modèles~~ sujets soient plus classiques : il réalisera 1500 pièces d'illustrations, témoignage de la vie sociale du temps des Louis XIII et XIV. Son oeuvre est marquée par son attachement aux moeurs lié à son calvinisme scrupuleusement vécu.
Rappelons que Calvin considère que chercher à représenter Dieu est une "chose excécrable" (sic) et que les arts plastiques doivent concourir à représenter l'ordre naturèl (les "ornements du divin créateur").
Il publie en 1645 un traité de gravure en taille douce et d'impression qui sera traduit en plusieurs langues et qui est assez déterminant.
Ses ouvrages consacrés à la Perspective, écrits en collaboration étroite avec G.Desargues auquel il voue un attachement sans borne et indéfectible, lui vaudront plus d'ennuis. Son insistance à imposer les idées de G.Desargues devaient faire "le tourment de ses jours". Il publie et illustre en 1643 la pratique du trait à preuves par M.D (Desargues) pour la coupe des pierres (stéréotomie) et la manière universelle de M.D. pour poser l'essieu et placer les heures aux cadrans. En 1648 la manière universelle M.D pour pratiquer la perspective par petit pied comme le géométral. En 1649 : ses "sentiments sur la distinction des diverses manières de peinture, dessin, et gravure".
La perspective y est présentée comme le Moyen," l'âme de la portraiture et peinture", pourvu qu'on ait par ailleurs exercé l'oeil et la main.
L'Académie des Beaux-Arts, protégée par le roi, se réunit début 1648.

Peintres et sculpteurs groupés à l'instigation de Ch le Brun voulant se soustraire aux vexations et abus de la vieille maîtrise, ont exclus les graveurs,cependant l'Académie sollicite A.Bossepour enseigner la Perspective à la manière de G.D. A.Bossecommence ses leçons "géomètrales et perspectives", le 9 mai 48. Elles sont imprimées par ailleurs. Mais il se lance en des considérations "hors de propos", d'ordre général, s'écartant de l'art classique en voie de formation. Malgré cela, il est agréé par la compagnie, sur propositions de Testelin, son secrétaire, le 4 Novembre 165I avec voix délibérative en toutes les assemblées, sans privilèges, mais sans obligations de contribution.Bosse demande alors confirmation de la distinction (lettre de provision) et que l'on ajoute les mots : "dépendances de la gravure". Ce fut l'étincelle qui mit le feu aux poudres ; incendie mémorable : Ch. le Brun futur 1er peintre du roi, s'élève contre A.Bosse; ~~il~~ le premier s'attache à une logique intellectuelle d'ensemble qui conduira au classicisme, A.Bosse faisant, lui, dépendre l'art de dessiner et de peindre d'une logique linéaire dont seule la perspective interprétée selon G.Desargues peut réveler les lois*. L'obsession d'A.Bosse devient de faire approuver son enseignement par l'Académie pour imposer les thèses universelles de G.Desargues; celle-ci, (nuance !) ne les admit que comme travail particulier d'A.Bosse.

- une des escarmouches porta sur le traité de la Peinture de Vinci, illustré par Poussin, considéré par beaucoup comme la règle de l'art et le guide de tous les vrais peintres ; Bosse assura y découvrir nombre d'erreurs.

- une autre, autour de la publication par le Bicheur, professeur à l'Académie d'une "Manière de pratiquer la perspective", dédiée à Le Brun qu'A.Bosse accusa de plagiat alors que Le Brun l'estime préférable à celle de M.G.D. Ce fut le coup de grâce. Ses incivilités ayant indisposé nombre de "collègues", A.Bosse fut exclus le 7 mai 1661. Il ouvrit une école à St Denis de la Chartre, que Le Brun s'employa à faire fermer par un arrêté royal du 24 Novembre 1662 sur le rapport du Sieur Colbert.

C'est aigri, en 1667 qu'il fait paraître une dernière défense : le "Peintre converty aux précises et universelles règles de son art"... Il meurt le 16/2/76.

---

* Pour la défense de l'oeuvre de G.D comme traité de Perspective, il signale qu'on peut faire les constructions sans sortir du tableau. Qu'on porte les ombres avec leur atténuation, "sans donner l'impression de divers soleils",etc...

Quelques questions se posent alors :
1°) -l'exclusion d'A.Bosse de l'Académie coïncide avec l'internement du surintendant Fouquet et la mise en selle de Colbert.
Une vérification rapide permet de s'assurer que ni Bosse, ni Desargues ne sont déshabitués de Vaux le Vicomte ; que Bosse agravé pour Louis XIV et sur son ordre, des ouvrages d'histoire naturelle, avec les frères Chatillon (ce qui prouve qu'il n'était pas en disgrâce) ; et que par contre, LE Brun a réalisé la décoration intérieure de Vaux avant de s'écarter fort opportunément de Fouquet pour se mettre dans le sillage de Colbert.
Devenu maître à penser de l'Académie, il fera le jeu du pouvoir de Colbert, puis du roi Soleil qui cherchent à régenter la pensée et la création : c'est le triomphe du classicisme, la limitation de l'édition, etc... Rien d'étonnant que quelques comptes personnels ou corporatistes se soient réglés à cette époque. Cependant, le "choix académique" "Vinci" contre "Desargues" mériterait que l'on s'attarde sur les conceptions du monde du premier (Aristote ou Platon?)

2°) - où se situent les clivages (pour simplifier) entre l'introduction "pernicieuse" d'une représentation de l'infini par le biais perspectiviste (et avec la précision arguésienne qui contraste avec le "flou" des lointains de la peinture renaissante où q.q fois même le point de fuite principal n'est pas signifié grâce au subterfuge d'une ouverture, "Veduta", qui permet de déboucher sur ces lointains), la négation de l'infini par l'église catholique avant qu'elle n'établisse l'équation l'infini = Dieu, la conception calviniste du monde, ainsi que le point de vue janséniste sur la question? (Pascal-Desargues, même combat ?)
Ne pourrait-on conclure d'une telle étude à une certaine censure des ouvrages fondateurs (sur demande d'un clan des dévots, par exemple) censure si facilement exercée dans cette fin du XVIIe ou la mise au pas est à l'ordre du jour?
Affaire à suivre.......

André Robert

La vie et l'oeuvre de G.Desargues (1591-1661) s'inscrit dans le cadre d'un moment essentiel de l'histoire culturelle de l'Occident: le "premier XVII° siècle". Il correspond pour la France au règne de Louis XIII et à la minorité de Louis XIV; il coïncide en Europe,au plan de la sensibilité,de l'esthétique et des mentalités,avec l'épanouissement du baroque.

Temps d'agitation,de mise en question radicale que jalonnent la Guerre de Trente Ans (1618-1648,avec un prolongement franco-espagnol jusqu'en 1659),la Révolution d'Angleterre (1640-1660), les troubles de la minorité de Louis XIV (la Fronde,1648-1653).

Temps de bilan aussi,phase terminale du prodigieux bouillonnement politique,religieux,culturel de la Renaissance où s'annoncent les prodromes d'une stabilisation. Des structures qui s'avéreront durables se mettent en place. La Réforme n'a pas submergé la Chrétienté,mais la Contre-Réforme n'a pas extirpé l'hérésie:les traités de Westphalie le reconnaissent (1648). Des modèles achevés d'état prennent forme: la République marchande des Provinces-Unies,la monarchie parlementaire britannique,la monarchie absolue française.

Le tournant du demi-siècle coïncide d'autre part avec un déplacement du centre de gravité de la civilisation occidentale. La prépondérance française va succéder à la prépondérance espagnole,de la bataille de Rocroi (1643) à la paix des Pyrénées (1659). Velasquez meurt en 1660, Calderon,le dernier géant,entré dans les ordres en 1651,a désormais produit tous ses chefs d'oeuvre et le Siècle d'Or s'éteint avec lui.

Une telle époque est nécessairement (et dans tous les domaines) une période conflictuelle. Il s'y oppose constamment deux forces contradictoires. L'une,puissamment créatrice,ivre de liberté et d'innovation, mais génératrice d'un permanent désordre. L'autre exprimant l'ordre et cherchant à canaliser,encadrer,orienter,productrice de normes et de règles.

D'un côté le baroque,de l'autre le classique.

•
• •

Le désordre s'identifie au baroque parce que celui-ci est beaucoup plus qu'une esthétique: il est une manière d'être,de sentir,de vivre. Le baroque exprime une libération des forces vitales de la Nature, irrationnelles,incontrôlées; il est l'acceptation,mieux l'exaltation,du contradictoire,du déséquilibre,de tout ce qui engendre le mouvement. Traduisant l'effervescence de la vie,il fait triompher l'instinctif,il refuse toute règle et il privilégie l'émotion,l'intuitif,le sentiment jusqu'à la véhémence. Il est essentiellement affirmation de liberté.

Ainsi se trouve promue l'esthétique du mouvant,du déséquilibre qui refuse en architecture la ligne droite et prône l'effet des courbes et des contre-courbes qui anime les façades (Borromini,Bernin),le goût du trompe-l'oeil qui joue avec l'ombre et la perspective(Caravage,La Tour) et qui peut aller jusqu'à une fascination pour l'illusion,l'artifice,le théâtral que traduit l'attrait pour les machines et les automate

Ainsi se trouve aussi exalté l'individualisme. Le baroque appelle une morale héroïque,hautement aristocratique qui recherche en toute chose le rare,l'extraordinaire. Vertu devient synonyme de qualité d'exception : l'homme vertueux est le "virtuose" (mot francisé par Molière en 1667). Il est le meilleur, l'incomparable, il l'affirme sans mesure à travers ce concept d'honneur qu'il est prêt à tout moment à défendre dans le sang, d'où la furie des duels. C'est l'étique du Cid.

Le baroque a le goût du mystère, du ténébreux, de l'occulte. Il est volontiers tenté par les interprétations magiques - c'est l'âge d'or de la nécromancie et de la sorcellerie - . Son vitalisme le conduit à recourir fréquemment dans l'art, la poésie, mais même dans la démarche scientifique à la métaphore végétale. Le monde végétal, son exubérance, sa luxuriance, sa permanente prolifération exprime mieux que toute autre image le bouillonnement de la vie, le mouvement toujours recommencé. Desargues lui-même use d'une symbolique botanique.

Le baroque libère la créativité dans tous les domaines, partout et constamment. Il est le désordre institutionnalisé.

Il en résulte une revendication de liberté de la pensée qui coïncide avec une intense curiosité. Liberté dans la recherche scientifique, contestation du schéma aristotélicien cautionné par l'Eglise et qui conçoit un monde ordonné, dimensionné, stable, cosmos anthropocentrique dont la Terre immobile occupe le centre. Les coperniciens, Kepler, Galilée sont à leur façon des baroques en décrivant un univers infini en mouvement. Et si Galilée voit dans la mathématique la clé de la mécanique céleste, d'autres ne reculent pas devant des interprétations carrément animistes. Kepler suppose dans le Soleil une âme motrice et explique la gravitation par l'affection mutuelle de deux corps voisins. L'Anglais Gilbert croit que les astres, comme les aimants, sont doués d'une vie mystérieuse.

.

. .

Face aux débordements irrationnels du baroque, des facteurs d'ordre se révèlent et réagissent, d'abord l'Eglise catholique, puis l'Etat monarchique et très précisément la monarchie française.

L'attitude de l'Eglise à l'égard du baroque est ambigüe. Elle a contribué à son succès quand, au terme du Concile de Trente initiateur de la Contre-Réforme (1545-1563), elle a décidé, pour reconquérir les âmes tentées par l'hérésie, de tabler sur le sentiment, l'émotion, l'effusion. Les Jésuites ont été les premiers à promouvoir un art religieux émouvant sinon théâtral, propre à frapper la sensibilité, jetant ainsi les bases de l'esthétique baroque en lui apportant la caution de l'orthodoxie. Rome, l'Italie sont devenues à l'aube du XVII° siècle la patrie du baroque. Mais très vite, l'Eglise s'est trouvée dépassée par le courant qu'elle avait d'abord encouragé.

Alors, elle réagit, d'abord par une répression idéologique. Elle engage la lutte contre l'occultisme et la sorcellerie populaire (on n'a jamais tant pourchassé les sorciers que dans les premières décennies du XVII° siècle). Plus grave, elle entre en guerre contre les nouvelles théories scientifiques au nom d'un aristotélisme plus dogmatisé que jamais. En 1616, le Saint-Office condamne l'héliocentrisme et la rotation de la Terre, début d'une démarche aboutissant au procès de Galilée de 1633 qui jette l'anathème sur une physique du mouvement régie par des lois mathématiques. Certes, il s'agit moins d'adopter une attitude anti-scientifique - beaucoup de savants sont des religieux - que d'interdire le libre développement d'une science qui s'épanouirait hors du contrôle de l'Eglise mais dans l'immédiat, il n'en demeure pas moins que cette démarche conduit à un rejet global. Quand, en 1613, Scheiner décrit les taches solaires qu'il a observées, la Sorbonne flétrit "une opinion erronée qui impose de l'ordure à l'oeil du monde".

Parallèlement, l'Eglise entreprend une reprise en main par le biais de l'instruction et de la catéchèse : amélioration de la qualité des prêtres et des prédicateurs (Bérulle fonde l'Oratoire en France en 1613), organisation de l'éducation des élites laïques par les Jésuites. Le type d'homme que forment les collèges jésuites est l'antithèse même de l'idéal baroque : il doit être calme, éviter les passions fortes, les émotions, assurer le primat de l'intelligence et de la raison. Ordre, ponctualité, obéissance aux règlements, émulation opposent la mesure et la discipline à la démesure et au désordre du baroque.

Dans le deuxième quart du siècle, la monarchie française va prendre le relais. Quand, en 1624, Richelieu entre au Conseil, le royaume est déchiré de troubles depuis la mort de Henri IV (1610). C'est alors, culturellement, une France baroque, celle de Rotrou, d'Urfé, de Scudéry, celle de Théophile de Viau et du premier Corneille, pleine de violence et d'excès, où s'affirme un courant libertin dont le septicisme débouche parfois sur l'irréligion.

Richelieu s'emploie d'abord à reconstruire le pouvoir d'état centralisé. Il entre en lutte contre toutes les dissidences,mais aussi contre l'individualisme baroque,lui qui écrit que "l'ordre de l'Etat exige une certaine uniformité des conduites". Entre la politique du Cardinal et les objectifs de l'Eglise,une convergence se dessine. Richelieu impose l'ordre d'Etat contre les initiatives individuelles(interdiction du duel,mise à l'écart des Grands);il prescrit une discipline sociale et entreprend d'encadrer la vie intellectuelle en créant l'Académie Française(1635),conçue non comme un colloque permanent,à l'image des Académies italiennes du XVIº siècle,mais comme une institution productrice de règles. Sa mort (1642) coïncidant avec celle de Louis XIII et annonçant une nouvelle minorité royale compromet un moment l'oeuvre entreprise. Non sans difficultés,Mazarin va la poursuivre.

C'est que la liberté développée par la sensibilité baroque ne se laisse pas aisément étrangler. Politiquement,la Fronde (1648-1653) apparaît le sursaut maladroit,anarchique contre la normalisation. Sur le plan intellectuel,le succès du jansénisme ("l'Augustinus" est de 1640)révèle une attitude d'opposition tant à l'égard de Rome et de son instrument,les Jésuites,qu'à l'égard de l'absolutisme monarchique uniformisateur. Mazarin,s'appuyant sur l'Eglise,brise ces nouvelles dissidences. Il triomphe de la Fronde. La bulle "Cum occasione" de 1653 condamne les propositions de Jansénius. En 1656,Arnauld,chef de file des Jansénistes,est chassé de la Sorbonne. Le Cardinal poursuit d'autre part l'entrprise d'encadrement de son prédécesseur. Il donne en 1655 ses statuts à l'Académie Royale de peinture et de sculpture,chargée de normaliser les Beaux-Arts comme l'Académie Française normalise la littérature. Quand il meurt en 1660,un nouveau pas a été franchi.

Sa disparition,la prise du pouvoir par le jeune Louis XIV créent néanmoins les conditions d'un possible renversement de la tendance. Il n'en sera rien: les hommes de Mazarin,Colbert,Le Tellier veillent. L'année 1661 - celle même de la mort de Desargues - est décisive. En écartant et en emprisonnant à vie Nicolas Fouquet,étonnant Surintendant des Finances,fastueux et génial,Colbert et Le Tellier anéantissent la personnification de l'esprit baroque en politique. Ils substituent l'administration à l'imagination,le règne des bureaux et des commis à l'improvisation permanente. L'année 1661 marque la victoire de l'esprit nouveau - qu'on appellera bientôt classique - sur la sensibilité baroque en France. L'évolution amorcée s'accélère. La Cour va encadrer et domestiquer la noblesse, porteuse des turbulences passées ; le lieutenant-général La Reynie va, dès 1667, mettre en place la première vraie police politique de l'histoire moderne ; le mercantilisme colbertien va imposer un étroit dirigisme d'état à l'économie ; les activités intellectuelles et culturelles vont tou es, les unes après les autres, se trouver enfermées dans le cadre de règles définies par des institutions d'Etat appropriées. L'Académie de Danse est créée en 1661, puis l'Académie des Inscriptions et Médailles en 1663. En 1666, c'est le tour de l'Académie des Sciences, suivie en 1669 de l'Académie de Musique et en 1671 de l'Académie d'Architecture.

L'ordre Louis-Quatorzien va devenir un modèle européen, système totalitaire et contraignant qui succède à l'explosion de liberté des premières décennies du siècle. Le baroque, réduit à une simple esthétique, va se survivre dans l'art décoratif et dans l'atmosphère confinée des petites cours d'Allemagne ou d'Italie. Le classicisme d'Etat triomphe.

# L'EUROPE AU XVII

| DATES | ANGLETERRE | EUROPE CONTINENTALE | FRANCE | ITALIE | ESPAGNE |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1598 Edit de Nantes | | 98 † Philippe |
| 1600 | 1603 † Elisabeth.<br>Jacques 1er Stuart | KEPLER: Astronomia Nova | 1608. F. de Sales : Introduction à la vie dévote. | 1609 † Caravage | Philippe III |
| 1610 | 1615: Harvey Circulation du Sang<br>1616: † Shakespeare | 1609: L'Espagne reconnait les Provinces Unies<br>1618 Guerre de 30 ans | 1610 LOUIS XIII<br>1613 Bérulle : l'Oratoire<br>Troubles de la Régence | 1610 Galilée: la lunette | 1614 † Greco<br>1616 † Cervantes |
| 1620 | 1620 Bacon : Novum Organum<br>1625 † Jacques 1er<br>Charles 1er | 1620 Rubens Le Coup de lance | 1624 : Richelieu<br>1627 Siège de la Rochelle<br>RICHELIEU | Bernin<br>Borromini | 1621 Philippe IV<br>1623 Velasquez<br>Olivares<br>Gouvernement d'Olivares |
| 1630 | Révolution d'Angleterre | 1632 Rembrandt Leçon d'Anatomie | 1635 Guerre Contre l'Espagne<br>1636 : Le Cid<br>1637 : Discours de la Méthode | 1632 Galilée Dialogues.<br>1633 : Condamnation | 1635 † Lope de Vega |
| 1640 | 1642 Hobbes De Cive<br>1649 † Ch. Ier | 1640 Jansenius Augustinus<br>1642 Rembrandt La Ronde de nuit<br>1648 Traités de Westphalie | 1641 : Méditations<br>1642 † Richelieu<br>1643 Louis XIV<br>MAZARIN<br>1647 : Pascal Exp^ces s/le vide<br>1648 FRONDE | 1644 Toricelli le baromètre<br>1646 Bernin Ste Thérèse | 1643 Défaite de Rocroi<br>1647 Velasquez les lances |
| 1650 | 1651 Hobbes Leviathan<br>1658 † Cromwell | | 1653 | Apogée du Baroque | 1659 Paix des Pyrénées |
| 1660 | 1660 Charles II<br>1666 Newton décompose la lumière | | 1660 † Mazarin<br>1661 Disgrâce de Fouquet<br>Règne Personnel de LOUIS XIV | 1667 † Borromini | 1665 † Philippe IV |
| 1670 | | | | | |

# LA PHILOSOPHIE AU TEMPS DE DESARGUES.

Catherine Lanier

## I . Cadres traditionnels.

Au collège, la pensée d'Aristote reste la substance de l'enseignement. La nouvelle philosophie se développe hors de l'institution à laquelle elle est d'ailleurs suspecte ; les jésuites résistent à l'introduction du cartésianisme. On peut noter une permanence de la répression contre les idées nouvelles. Jusqu'à la fin de l'ancien régime, les professeurs sont considérés comme les serviteurs de la tradition chrétienne et ses agents idéologiques.

## II . Problèmes et figures.

Sur le continent, le XVIIème est :

- le siècle de la "révolution scientifique"
- le siècle de la métaphysique.

Avec Descartes, la métaphysique s'émancipe de la tutelle théologique. Elle n'est plus étude des être surnaturels mais mise en place des rapports rationnels entre l'âme, Dieu et le monde. Le sujet connaissant découvre ses propres pouvoirs. Le cartésianisme contient en germes deux attitudes possibles : par le cogito il préfigure l'idéalisme transcendal de Kant.

Par le fait que le fondement de l'être et de la connaissance est trouvé en Dieu, il rend possible les grands systèmes métaphysiques. La première génération de post-cartésiens vont ainsi développer de grands systèmes de la nature.

En Angleterre, le climat intellectuel est très différent. La philosophie s'y intéresse d'avantage aux questions politiques, on voit naître les premières théories libérales. La philosophie de la connaissance est empiriste.

## III - Descartes, Pascal et Desargues

On a pu s'étonner du peu d'écho du "Brouillon Project" dans les milieux intellectuels de l'époque.

Descartes est un ami de Desargues mais semble peu intéressé à ses travaux. On a supposé à cela une double raison.

Descartes reproche à son ami le langage obscur qu'il emploie, mais au-delà de cette critique, on peut penser que Descartes reste "grec" en matière de science ; elle doit rester théorique et donc distincte des pratiques des artisans. Le lien avec les "arts" semble donc impur.....

En outre, à l'époque du B.P.x Descartes ne s'intéresse plus guère aux mathématiques qu'il pense avoir définitivement organisées.

L'influence de Desargues semble plus forte sur Pascal.

Selon Koyré, Pascal rencontre Desargues en 1639. Le jeune Pascal est le seul à comprendre la richesse du texte de Desargues.

Selon Serres, on peut trouver des schèmes arguésiens dans l'oeuvre apologétique de Pascal.

Daniel CHEVREAU
Claude DELAGARDE
Denis LANIER

# LE BROUILLON PROJECT

L'oeuvre mathématique de Desargues connue a été publiée avec commentaires par René TATON aux P.U.F en 1951. Il y est publiée surtout une version originale du "Brouillon project" retrouvée à la Bibliothèque Nationale.

Notre étude a porté principalement sur ce texte, ainsi que sur la lettre de Desargues à Mersenne du 4 avril 1638, qui en est une trés bonne introduction. (cf annexe II-)

Nous avons cherché, aprés une lecture collective et minutieuse de ces deux textes, a présenter de façon plus synthétique les objectifs et moyens mis en oeuvre par Desargues.

## I - OBJECTIFS.

Le but principal poursuivi par Desargues est de traiter "par un seul et même discours" tous les problèmes concernant les coniques, quels que soient leurs types et quel que soient le genre de droites (diamètres, tangentes...) qui y interviennent. Les applications à la perspective, aux "Monstres de l'heure au soleil", et à la coupe des pierres de taille doivent en découler alors naturellement.

## II - MOYENS MIS EN OEUVRES.

Le principal outil forgé par Desargues est le théorème appelé maintenant théorème de Desargues qui intervient au milieu du Brouillon project. Ce théorème permet de caractériser n'importe quelle conique passant par 4 points donnés, par une correspondance (nommé par Desargues involution) entre les points définis par n'importe quelle sécante à la conique.

Ce résultat conduit Desargues à faire, en amont, une étude assez précise et complète de l'involution sur une droite et en aval à utiliser, les notions réciproques de pôle et polaire par rapport à une conique qui permet de traiter tous les problèmes classiques.

Son ambition généralisatrice et la nature mathématiques de ses outils l'amène à définir le point à l'infini d'une droite, la droite à l'infini d'un plan, les faisceaux de droites et de plans etc...

La démonstration du"théorème de Desargues" est un bon exemple des méthodes arguésiennes. Desargues le démontre d'abord dans le quadrangle complet à l'aide de raisonnements sur des triangles et d'une utilisation intensive du théorème de Menelaüs. Il passe ensuite au cas du cercle en utilisant la notion de puissance d'un point par rapport à un cercle, puis transmet le résultat à une conique quelconque par une démonstration par perspective, la projectivité de l'involution ayant été démontrée dans la première partie.

On retrouve ce style de démonstrations dans des constructions assez spectaculaires dont les deux exemples suivants (cf Figures 1 et 2 de l'annexe I)

* Détermination du <u>centre</u> d'une conique.

Le plan parallèle au plan de section et contenant S coupe le plan de base (P) suivant NH. Soit F le pôle de NH relativement au cercle de base. L' intersection de SF avec le plan de section est le centre de la conique (voir Figure 1 pour l'ellipse et Figure 2 pour l'hyperbole).

Dans la projection de centre S : P $\longrightarrow$ $\pi$
cercle $\longrightarrow$ conique
NH $\longrightarrow$ Droite de l'infini
F, pôle de NH $\longrightarrow$ I centre de la conique (pôle de la droite de l'infini).

Ces deux cas de figures supposent F non à l'infini. Si F est à l'infini, on obtient la parabole.

* Détermination des <u>asymptotes</u> (Figure 2)

Les asymptotes peuvent être considérées comme les tangentes aux points à l'infini de l'hyperbole. Ce sont les images dans la projection centrale des tangentes au cercle de base, passant par F.

REMARQUES :-Ces démonstrations qui ont été inspirées à Desargues par ses "contemplations capricieuses du cône rencontré par divers plans", ne sont accompagnées d'aucune figure dans l'espace.
Il n'y a même qu'un seul schéma de conique sur les 20 figures du livre.

-Les justifications ont été données ci-dessus en langage moderne, car Desargues n'utilise pas explicitement la notion de projection. Cependant le raisonnement de Desargues est proche de celui indiqué ci-dessus.

## III - REMARQUES SUR LE STYLE ARGUESIEN

La première porte évidemment sur le style botanique des définitions du début du "Brouillon Project", qui apporte peu d'inconvénients (et beaucoup de jeux de mots) à la lecture.

La lecture de démonstrations, sans symbolisme algébrique et à base de proportions et de compositions de raisons est plus gênante pour le lecteur moderne : "car il y a bien plus de gens qui sçavent ce qu'est multiplication, qu'il n'y en a qui sçavent ce que c'est que composition de raisons" (lettre de Descartes à Desargues, 19 juin 1639).

Ce refus de l'algébrisation de la géométrie est d'ailleurs volontaire de la part de Desargues, dont l'objectif et les méthodes synthétiques vont à l'encontre de la géométrie analytique cartésienne.

Signalons pour finir les problèmes posés à Desargues par son utilisation de l'infini (grand ou petit), bien montrés par les extraits de l'Annexe II.

ANNEXE I

FIGURE 1

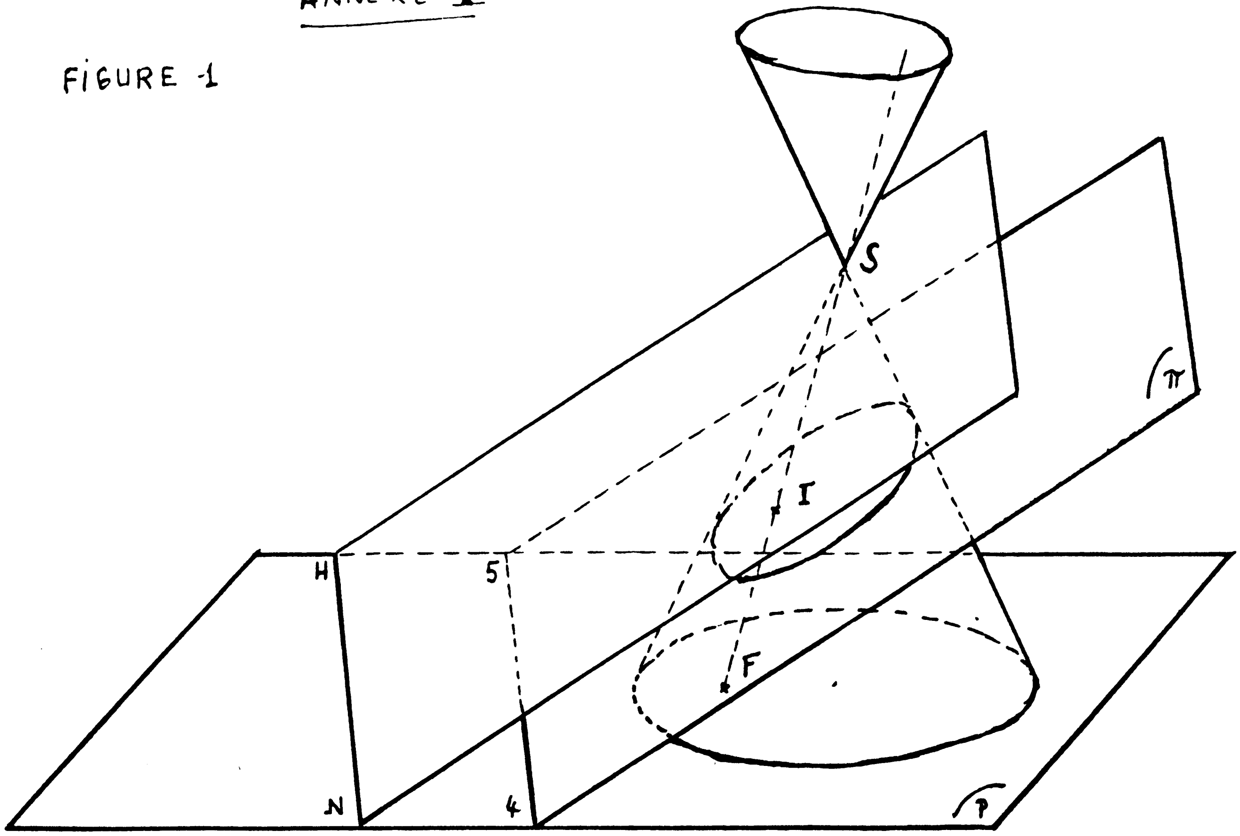
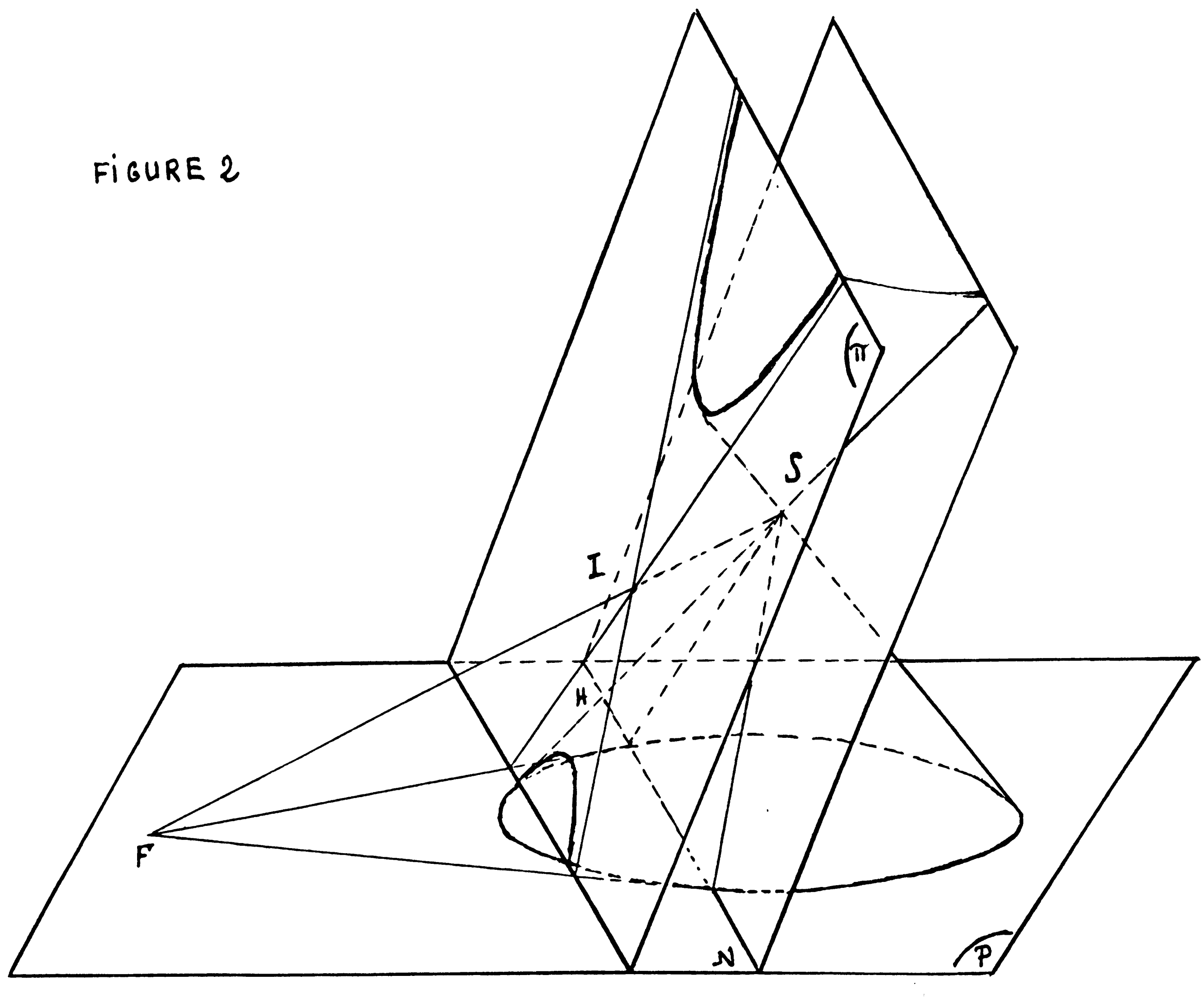



FIGURE 2



## II - Lettre de Desargues à Mersenne.

Mon R. Pere.

Estant au point d'aller faire un tour a la campaigne pour quelques jours, je me suis avisé de vous renvoyer les derniers papiers que vous avez reçus de Mr des Cartes, au moins ceux que vous m'aviez fait l'honneur de me confier. Sur quoy je vous diray tout au long ce qui en est peu venir a ma conoissance jusques à present. C'est que je n'ay peu despuis joindre Mr Roberval pour apprendre par sa propre bouche encore son opinion qu'il m'a desja dit, mais il ne m'en souvient pas asseurement. Pour Mr Pascal, je ne l'ay peu gouverner que fort peu, veu le desordre que vous scavez estre advenu despuis quinze jours & où il est envelopé. J'ay veu Monsieur Mydorge lequel m'a dit que Mr Roberval l'en a entretenu & auquel il s'est presque relasché en certaines choses dont je m'estonne bien. Et je luy en ay dit mes sentiments ausquelz, si ce que m'a dit Mr Mydorge est vray, je me fay fort de faire revenir Mrs Roberval & Pascal, lesquelz j'ay tousjours cogneuz gens qui traictent cette matiere purement d'honneur & sans aucune passion que pour la verité de quelle part qu'elle reluise & sans affectation de personne. Vous en pouvez asseurer Mr des Cartes sur ma parolle. A ce que j'en ay peu comprendre, il n'y a que du malentendu en la pluspart de cette affaire. En l'autre partie il y a quelque chose a dire que je vous expliqueray tout au long, comme on me l'a donné a entendre. Car jusques icy je ne sçay que par ouy dire et n'ay point veu le discours de M. Fermat contenant sa methode du plus petit & du plus grand, sinon ce que j'en ay veu dans la response susdicte de Monsr des Cartes [ou il n'y a que le seul exemple d'une touchante a une parabole dans lequel il y a un endroit qui dit soit fait egalité selon la methode superieure et methode n'y est pas; c'est pourquoy je n'ay peu tout suivre] (1) qui est la cause que je n'en sçaurois pas opiner plainement, comme aprez que je l'auray veüe et considérée. Mais en attendant vous sçaurez que dernierement Messieurs Pascal et Roberval m'ont chacun dit cy devant que Mr des Cartes s'estoit attaché par trop aux termes formels & serrez de la façon de parler de Mr de Fermat en cette occasion et qu'il failloit penser que si en ces exemples où Mr de Fermat donne le moyen de trouver la touchante d'un point a une parabole, il avoit pris au lieu de la parabole une hyperbole ou une elipse pour son exemple. Car comme dans l'exemple qu'il donne de la parabole il raisonne par des proprietez cogneües particulieres de la parabole, assavoir par la comparaison de la raison d'entre les deux pieces du diamettre de la parabole contenües despuis le point de son sommet jusques a chacune des deux ordonnées a ce mesme diametre, avec la raison d'entre les deux quarrez de ces deux ordonnées (2), au cas d'une hyperbole ou d'une elipse il n'auroit pas raisonné sur la mesme propriété, mais il auroit raisonné par des proprietez cogneües particulieres de l'hyperbole & de l'elipse, comme par exemple par la comparaison de la raison d'entre les deux rectangles des deux pieces du diametre de l'hyperbole ou d'un elipse contenües despuis chacun des deux points qu'y donnent deux ordonnées, jusque à chacune de ses rencontres avec les bords de la figure avec la raison d'entre les quarrez convenablement pris des mesmes deux ordonnées (3), ou par autres semblables choses ainsi cogneües particulieres à ces figures. Selon ma maniere de proceder universelle j'auray raisonné selon cette façon, tant au sujet de la parabole que des autres coupes de cone, comme estant une chose commune a toutes les coupes

---

(1) La phrase entre crochets se trouve en marge dans la lettre originale.

(2) Ainsi que le note Ch. Henry, Fermat utilise la définition alors classique de la tangente : droite ne rencontrant la courbe qu'en un seul point. L'inégalité évoquée se déduit facilement de l'équation de la parabole et du fait que tout point de la tangente est extérieur à la courbe. Mais il s'agit évidemment ici de raisonnements utilisant les méthodes et les théorèmes d'Apollonius relatifs aux équations des coniques dans le langage de l'algèbre géométrique.

(3) Ces inégalités peuvent s'obtenir assez aisément en utilisant l'équation de l'ellipse et en tenant compte du fait que tout point d'une de ses tangentes est extérieur à cette courbe.

[dont je scay bien que ils n'ont pas acoustumé de faire mention comme d'une proprieté generalement commune a toutes coupes, mais ils en font deux especes de proprietez, une particuliere a la parabole et l'autre particuliere aux autres coupes où je voy qu'ils n'ont pas...] (1).

Et m'ont asseuré lesdicts sieurs Pascal et Roberval, que vous scavez estre gens d'honneur et sans passion pour personne du monde en cette matiere, que ils ont employé de cette façon la methode des plus petites et plus grandes au faict des touchantes à l'hyperbole et à l'elipse en raisonnant sur chacune suivant les proprietez qui leur en sont particulieres et quelle leur a egalement bien réussi aussi bien en cela comme en la parabole en raisonnant par des proprietez particulieres de la parabole de façon que ce que dit M. des Cartes (qu'en substituant hyperbole ou elipse au lieu du mot de parabole cette methode alors se trouve fausse) est tout veritable; car si la methode est generale, les mesmes motz exprimants une mesme proprieté doivent convenir et servir a chacune espece de coupe. Or les mesmes motz de ce raisonnement signifient une chose veritable aussi bien aux hyperbole et elipse qu'en la parabole, mais le raisonnement ne sera pas alors fondé sur une propriété particulière à la nature de l'hyperbole ou de l'elipse, comme le raisonnement de cet exemple est fondé sur une proprieté particuliere a la nature de la parabole; et j'estime que c'est là une partie du malentendu où l'erreur est au choix de la proprieté pour raisoner dessus. Par ainsi Monsieur des Cartes a raison et Monsieur de Fermat n'a pas tort (2). Mais il y a plus.

C'est que M. Mydorge me dit que M. Roberval luy avoit sous-

(1) La phrase entre crochets se trouve en marge dans la lettre originale. Un mot manque à cet endroit dans notre transcription par suite du mauvais état du manuscrit.

(2) Un passage assez long se trouve en marge à cet endroit : « En relisant le tout j'ay voulu mettre hardiment cecy, a quoy je puis faire voir à MM. Pascal et Roberval qui y ont acquiescé, c'est que sans attendre plus de temps mon sens est encore que M. de Fermat ait quelque raison, si tant est que sa methode soit bonne pour chaque coupe de cone, en y raisonnant d'une propriété qui soit particuliere à la nature de l'exemple qu'on donne. Si est ce que je suis du sentiment de M. des Cartes qu'elle n'est pas generale et assurée, jusques à ce qu'elle soit ajustée de façon que le raisonnement estant pris d'une propriété commune ou naturelle ou essentielle a la nature de chacune des especes de coupe, le sens des mesmes paroles employées en ce raisonnement pour une seule espece de coupe convienne et serve generalement à chacune des autres especes de coupe. Autrement, quant à moy, je ne la nommeray pas une methode generale ny ne la recevray pas pour vraye jusques alors. »

tenu que l'intention de M. de Fermat n'estoit point de donner cette proposition de la parabole pour un exemple de sa maniere generale de trouver le plus grand et le plus petit; et qu'aussi cette matiere là ne tombe pas sous cette loy generale du plus grand et du plus petit et que en cette matière M. des Cartes s'abusoit de conter pour une plus grande cette touchante ainsi menée d'un point de la parabole comme la ligne *eb*. Et que cette plus grande est impossible en cela. A quoy M. Mydorge me dit qu'il avoit resisté quelque temps. Mais je trouvay qu'il s'estoit laissé persuader en quelque façon aux discours de M. Roberval qui n'insistera sans doute point avec moy sur cette pensée et je m'asseure de sa bonne foy que je luy feray demeurer d'accord que M. des Cartes a raison de comprendre dans la loy generale du plus grand et du plus petit ces touchantes menées d'un point à une coupe de cone & je dy a M. Mydorge une chose vraye qui est que je m'esmerveille qu'eux qui sont si habilles hommes en toutes les parties des Mathematiques, transcendants en la Géometrie, ayent encore la thoile devant les yeux qui leur face constituer un genre particulier de lignes des seules touchantes aux coupes de cone, different en toutes choses d'avec celles qui traversent la mesme coupe de cone quand ces lignes (que j'entens droites) viennent d'un mesme point.

Et moy que vous scavez qui n'ay de conoissance de ces matieres que par mes propres et particulieres contemplations, je m'enhardy lors de dire à M. Mydorge, contre son attente & son opinion, que par mes contemplations capricieuses du cone rencontré par divers plans en toutes façons, et des lignes et des figures qui s'engendrent en cette rencontre, j'ay trouvé que par une seule et mesme enonciation, construction et preparation ou pour dire mieux par un seul et mesme discours et sous de mesmes paroles, on declare un moyen de construire ou bien on declare les moyens de faire une construction d'un autre ordre par laquelle on voit egalement une pareille generation en toutes especes de plates coupes de cones de toutes especes de lignes droites qui ont et reçoivent des ordonnées, comme diametres & autres (1). & l'on voit semblablement une pareille

(1) En marge se trouve le passage suivant : « En chaque espece de coupe de cone par un plan, il y a deux especes de lignes droites de la nature qu'on nomme *ordonnées* et deux especes de lignes droites qui chacune reçoivent une de ces deux especes d'ordonnees. Et ces deux espèces la de lignes s'énoncent en mesmes paroles par un seul discours. Je ne veux pas dire que toutes les mesmes proprietez d'une des especes soient communes à l'autre mais elles en ont d'essentielles à la nature de leur reciproque generation qui sont communes aux deux especes. »

generation en chaque espece de plate coupe de cone, de toutes les especes d'ordonnées qu'il y a pour chaque espece de lignes qui reçoivent des dictes ordonnées. Et l'on voit une pareille generation à mesme temps de toutes leurs touchantes, chacune de ces touchantes estant membre d'un des corps de ces diverses especes d'ordonnées. Et semblablement par un autre seul et mesme discours et construction on voit une pareille generation en chaque espece de coupe de cone, des pointz qu'on nomme foyers, et en suitte leur scituation et quelques proprietez communes entre eux en chaque espece de coupe de cone. Le tout sans faire bande a part pour la parabole et sans en exclure le cercle, non plus pour les foyers que pour les diverses especes de droites qui reçoivent des ordonnées, ny pour les diverses especes d'ordonnées. Et aussi sans employer pour cela aucun des triangles par l'essieu ny faire distinction d'un principal diametre d'avec les autres entre lesquels on distingue nettement les essieux en chaque figure. Je scay bien qu'ils n'ont faict mention que d'une seule espece de lignes qui reçoivent des ordonnées assavoir des diametres seulement en chaque figure, et d'une seule espece aussi d'ordonnées en chaque figure, de quoy je m'estonne car je trouve que dans un mesme genre il y a deux especes de chaqune de ces sortes de lignes (1).

Je luy dis encore cecy qui fait au faict de question assavoir que je trouve que toute ligne droite estant menée a l'infiny au plan d'une coupe de cone, si elle rencontre comme que soit cette coupe de cone, elle a deux concours avec ses bords autant la touchante simplement que la diametrale infinie de la parabole. Et qu'en cette construction il y a trois especes de plus grand et de plus petit assavoir le plus grand et le plus petit de chacune de ces deux especes de concours de la droite avec les bords de la coupe de cone, voilà deux especes de plus grand et de plus petit dont Monsieur des Cartes nomme l'une espece la plus grande et la plus petite des droites menées du point (*e*) jusques à la figure, en quoy il a raison, et fault que chacun des entenduz en cette matiere l'accorde. L'autre espece est la plus grande et la plus petite des lignes que Mons[r] des Cartes nomme les menées outre la figure c'est-a-dire qui la traversent auquel cas cette ligne quoyqu'infinie a un autre concours encore avec le bord de la mesme figure et ces deux concours d'une droite avec

(1) Desargues fait allusion ici à la généralisation de la notion d'ordonnées : droites passant par le pôle d'une droite fixe située dans le plan d'une conique, qu'il développe à partir de la notion apollonienne beaucoup plus restrictive : droites parallèles au diamètre conjugué d'un diamètre donné.

les bordz d'une coupe de cone y sont toujours en quelle part que soit le point duquel on entend qu'elle soit menée, dedans, dehors et au bord de la coupe. La troisieme espece de plus grand et de plus petit que je trouve a chercher en pareille construction est la droite menée par un tel point de laquelle la pièce contenue dans la figure entre ses deux concours avec ses bords est la plus grande et la plus petite. Quand on y aura bien pensé, l'on trouvera que il en va ainsi quoy que veuille dire Mr Mydorge, etc. Et que la methode generale pour trouver le plus grand et le plus petit doit contenir les moyens de trouver chacune de ces trois especes et sous un mesme discours ou a peu prez. Que si la methode de M. de Fermat les contient j'estime qu'elle soit recevable sinon elle n'est pas generale mais particuliere. Et ainsi Monsieur des Cartes aura bien raison en disant qu'elle ne l'est pas. Je n'en sçay point encore la teneur pour l'essayer à ma mode, mais Monsieur Mydorge m'a dict que seule elle ne l'a peu conduire à une equation pour un semblable exemple d'une touchante a la parabole. Je n'en conclueray rien que je ne l'aye entendue. Et auparavant il la fault avoir, & possible il faut peu de chose pour la rendre universelle, et ainsi elle n'est pas a mespriser.

Touchant les autres objections de Mr de Fermat contre Mr des Cartes vous scavez que je vous dy au commencement sur le peu que j'en veis entre vos mains que ne ne trouvoy pas que Mr de Fermat entreprit cette objection de bonne sorte, à mon sentiment qui s'accommode mieux aux Meditations de Mr des Cartes que d'aucun autre, veu mesmes la conformité que je trouve de plusieurs observations que j'ay faictes avec ce qu'il escrit & dont j'entens ce me semble a peu prez tout ce que j'ay veu de luy hors sa Geometrie, et j'en suis jusques icy passablement satisfaict, et surtout de sa façon de conduire ses raisonnements. Quand j'auray davantage médité sur chaque chose s'il me demeurois quelque espece de scrupule, je vous le declareray. Mais vous scavez mon humeur et mon opinion qui est de croire que toute objection qui peut estre sauvée et resolüe me paroist un indice ou de l'ignorance ou de la chiquane en ce point de celuy qui l'a faicte (1). Et je ne me plais point comme vous scavez d'en faire que l'on puisse resoudre, et partant j'y veuz bien penser avant que seulement dire qu'on peut y en faire. Quand à sa Geométrie j'en entens quelque chose, mais si j'osoy l'en importuner ou vous, je seroy bien aise d'en avoir un peu de plus familière explication pour mon esprit grossier, et puisque l'auteur est vivant, estre délivré du travail necessaire à son deffault pour m'ajuster asseurement à sa pensée notamment dès l'entrée de la matiere. Et quoy que disent nos Messrs de Beaugrand et autres, j'ay sujet de soupçonner qu'ils ne l'entendent pas a fonds, je veus dire qu'ils ne possèdent pas bien plainement toutes les intentions de Monsieur des Cartes au sujet de sa Geometrie. Je dresseroy bien au besoin un memoyre des difficultez que j'y rencontre et où je m'arreste crainte d'enfourner mal d'abord dans l'intelligence de ses commencements ou je remarque et voy reluire quelque chose hors de la pensée ordinaire en la Geometrie et qui a de la conformité avec des pensées que je n'ay fait qu'effleurer de moy mesme. Le papier me va manquer, mais non pas la volonté d'estre toujours

Mon R. P.

Vostre tres affectionné serviteur,

G. Desargues.

(1) En marge se trouve la note suivante: « Car s'il ne voit pas la solution, il ne possède pas la chose plainement et s'il en voit la solution, il chicane. »

Extrait du brouillon Project.

*A Paris, ce 4 Apvril 1638.*

Chacun pensera ce qui luy semblera convenable ou de ce qui est icy deduit, ou de la maniere de le déduire. & verra que la raison essaye à cognoistre des quantitez infinies d'une part; ensemble des si petites que leurs deux extremitez opposées sont unies entre elles, & que l'entendement s'y pert, non seulement à cause de leurs inimaginables grandeur & petitesse, mais encore à cause que le raisonnement ordinaire le conduit à en conclure des proprietez dont il est incapable de comprendre comment c'est qu'elles sont (1).

**Quand un semblable plan de coupe rencontre un rouleau ailleurs qu'en son sommet, en façon que la droicte qui descrit ce rouleau ne se trouve en se mouvant jamais parallele à ce plan de coupe :**

**Si cette rencontre est à distance infinie l'évenement en est inimaginable & l'entendement trop foible pour comprendre comment peut estre ce que le raisonnement luy en fait conclure (47).**

En Geometrie on ne raisonne point des quantitez avec cette distinction, qu'elles existent ou bien effectivement en acte, ou bien seulement en puissance, ny du general de la nature avec cette decision, qu'il n'y ait rien en elle, que l'entendement ne comprenne. *A propos de la droicte infinie*, l'entendement se sent vaguer en l'espace duquel il ne sçait pas d'abord s'il continuë toujours, ou s'il cesse de continuer en quelque endroit. Afin de s'en esclaircir, il raisonne par exemple en cette façon; Ou bien l'espace continuë toujours, ou bien il cesse de continuer en quelque endroit; s'il cesse de continuer en quelque endroit, où que ce puisse estre, l'imagination y peut aller en temps. Or jamais l'imagination ne peut aller en aucun endroit de l'espace, auquel cet espace cesse de continuer; Donc l'espace & consequemment la droicte continüent toujours. Le mesme entendement raisonne encore & conclud les quantitez si petites que leurs deux extremitez opposées sont unies entre elles, & se sent incapable de comprendre l'une & l'autre de ces deux especes de quantitez, sans avoir subjet de conclure que l'une ou l'autre n'est point en la nature, non plus que les proprietez, qu'il a subjet de conclure de chacune d'elles encore qu'elles semblent impliquer, à cause qu'il ne sçauroit comprendre comment elles sont telles qu'il les conclud par ses raisonnemens (100).

LE THEOREME DE DESARGUES Version rédigée en Annexe du Traité de Perspective gravé et édité par A. BOSSE



## 2. Texte.

### (Première) Proposition Geometrique.

Quand des droites HD*a*, HE*b*, *c*ED, *lga*, *lfb*, H*l*K, D*g*K, E*f*K, soit en divers plans, soit en un mesme, s'entrerencontrent par quelconque ordre ou biais que ce puisse estre, en de semblables points; les points *c*, *f*, *g*, sont en une droite *cfg*. Car de quelque forme que la figure vienne, & en tous les cas; ces droites estants en divers plans, celles *abc*, *lga*, *lfb*, sont en un; celles DE*c*, D*g*K, K*f*E, en un autre; & ces poincts *c*, *f*, *g*, sont en chacun de ces deux plans; consequemment ils sont en une droite *cfg*. Et les mesmes droites estants en un mesme plan,

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *g*D-*g*K | *a*D-*a*H<br>*l*H-*l*K | *c*D-*c*E<br>*b*E-*b*H | *c*D-*c*E | *g*D-*g*K<br>*f*K-*f*E | Consequemment *c*, *g*, *f*, sont en une droite. |
| *f*K-*f*E | *l*K-*l*H<br>*b*H-*b*E | *b*H-*b*E | | | |

Et par converse les droites *abc*, HD*a*, HE*b*, DE*c*, HK, DK*g*, KE*f*, venants à se rencontrer par quelconque biais & forme, en des semblables points, & soit en divers plans soit en un mesme; toujours les droites *agl*, *bfl*, tendent ensemble à un mesme but *l*, en celle HK. Car ces droites estants en divers plans, celui HK*g*D*ag*, en est l'un; celuy HK*f*E*bf*, un autre; & celuy *cbagf*, un autre : & les droites H*l*K, *bfl*, *agl*, sont les entrecoupures de ces trois plans-là; consequemment elles tendent ensemble à un mesme but *l*. Et les mesmes droites estants en un seul plan; ayant mené du point *a*, jusques à la droite HK, celle *agl*, & puis menant celle *lb*, il vient d'estre demonstré qu'elle tend avec celle EK, à un point qui comme *f*, est en une droite avec ceux *c*, & *g*, qui est à dire qu'elle passe à *f*, & consequemment que les deux *ag*, *bf*, tendent ensemble à un but *l*, en celle HK. Et les mesmes droites encore estants en des plans divers, si par leurs points H, D, E, K, passent d'autres droites H*h*, D*d*, E*e*, K*k*, tendantes ensemble à un but à distance indéterminée, autrement paralleles entr'elles; & qui rencontrent l'un de ces plans *cbagfl*, comme aux points *hdek*; ceux *h*, *l*, *k*, sont en une droite; ceux *h*, *d*, *a*, en une; ceux *h*, *e*, *b*, en une; ceux *k*, *g*, *d*, en une; ceux *k*, *f*, *e*, en une; & ceux *c*, *e*, *d*, en une. Car de cette construction-là, les droites H*h*, K*k*, H*l*K, sont en un plan; celles *abc*, *bfl*, *klh*, en un autre; & les points *h*, *l*, *k*, sont en chacun de ces deux



plans. Consequemment ils sont en une droite; & ainsi de chaque autre ternaire. Et toutes ces droites-là sont en un mesme plan *cbagfl*, divisées à cause de ces paralleles venants des points H, D, E, K, chacune semblablement à sa correspondante en la

154.

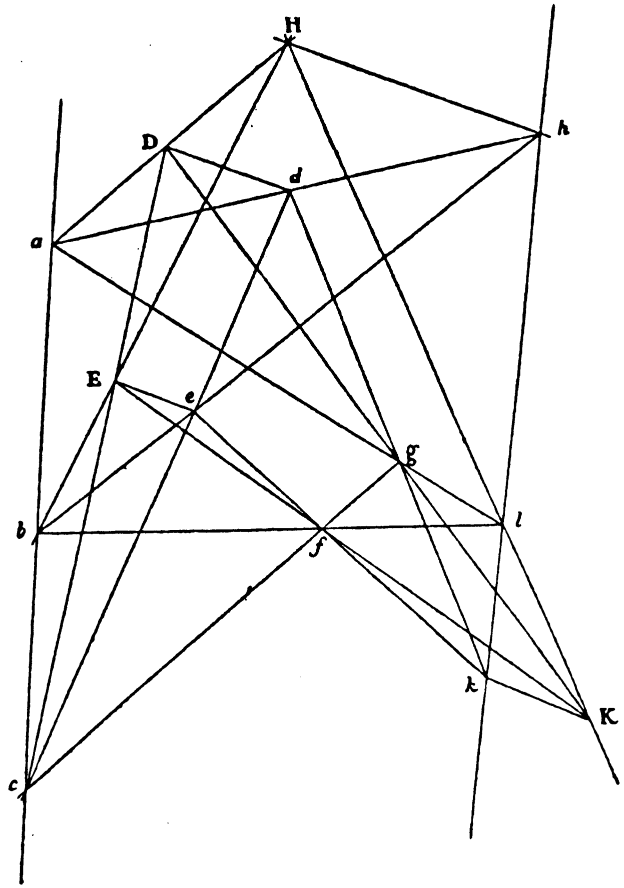



figure de divers plans. Ainsi la figure que les paralleles ont fait achever de faire en un seul plan *hdabcedgfkl*, correspond droite à droite; point à point; & raison à raison; à celle *abc*EH*lkgf*, de divers plans. Et l'on peut discourir de leurs proprietez sur l'une comme sur l'autre, & par ce moyen se passer de celle du relief en luy substituant celle d'un seul plan.

# bibliographie & iconographie

Jean-Pierre LE GOFF

SECTIONS :

- Sur le Dessin en Perspective (traités anciens et modernes)
- Histoire de l'Art/Etudes
- Histoire des Sciences et des Techniques
- Géométrie projective
- Diapositives
- Littérature.

N.B : Les livres marqués d'une astérisque contiennent de nombreuses illustrations techniques. Ceux marqués de deux contiennent de nombreuses reproductions de peintures et gravures.

o_o_o_o_o_o

POUR SAVOIR DE TOUT UN PEU :

- La Perspective . A.FLOCON et R.TATON - Que Sais-je Ed.P.U.F (vue et vision, Histoire, Perspective pratique, Géométrie Projective).

SUR LE DESSIN EN PERSPECTIVE :

I) - Traités modernes (en ordre de difficulté décroissante).

- La Perspective scientifique et artistique - M.BONBON - Ed EYROLLES
- La Mise en Perspective - G.MOLLE/D.HENNEBICQ - Ed EYROLLES
- Traité de Perspective et de tracé des ombres - Ed EYROLLES
- Précis de Perspective (abrégé du précèdent) - Ed EYROLLES
- Comment dessiner en perspective - J.M PARRAMON - Ed BORDAS

II) - Traités anciens (Perspective, Peinture, Architecture).

A) Un ouvrage moderne réunissant des planches de traités des siècles passés :

- Traités de Perspective - P.DESCARGUES - Coll.Dossiers Graphiques du chêne - Ed LE CHENE.

B) XIIIe siècle J.PECKHAM (1240-1292) : Prospectiva Communis (édité à Milan en 1480) qui reprend les travaux des anciens (Euclide,Alhazen Hipparque, Vitello, etc...) sur l'optique et la vision.

C) XVe siècle (Quattrocento en Italie, c'est à dire les années quatorze cent).

- Léo Battista ALBERTI (1404-1472)

De Pictura (manuscrit 1435, imprimé en 1540)
De Re aedificatoria (manuscrit 1452, imprimé 1485, en Français 1533)

à noter aussi : Ludi MATEMATICI (contenant entre autres les premiers éléments de la triangulation, utile aux cartographes). (Ed Moderne : 1980 Ed. GUANDA à Milan - Coll Q D F 66)

- Le FILARETE (Antonio di Firenze 1400 ? - 1469 ?)

Trattato di architettura, développement de la pensée d'Alberti.

- Piero Della FRANCESCA (1414 ? - 1492)
De Prospettiva Pingendi (1482-87)

- Fra Pacioli (1445-1514)
De Divina proportione (1509) Plagiat du précèdent.

- Léonard de VINCI (1452-1519)

Trattato della Pittura (ordonné d'aprés les Carnets de Notes du Peintre aprés 1519, par Francesco Malzi. Le Codex Atlanticus, publié en italien en 1651 à Paris, puis en français avec des gravures en taille-douce d'après les dessins originaux de Nicolas POUSSIN (1594-1665)- Ed complète, le codex Vaticanus est édité en 1882 à Vienne en italien et allemand par H.LUDWIG.

Ré-Ed Moderne de l'édition Italienne de 1786 de Bologne d'aprés celle de 1651 (Trad. en français, texte italien, et Vie de Vinci par Giorgio Vasari) Ed. J. de BONNOT - Paris.

Ed Moderne des CARNETS - Préface de Paul VALERY - 2 volumes à la NRF - Ed GALLIMARD.

- Jean PELERIN dit le VIATOR (1435?-1524)

De artificiali perspectiva (1505. Ed Françaises en 1509, 1626 et 1635)

- Albrecht DURER (1471-1528)

Under Weysung der Messung mit dem Zirckel und rychtscheyd.
in Linien ebnen und gantzen corporen. (1525 Nuremberg) (instruction pour mesurer à la règle et au compas)

Traité des Propositions du corps humain (Pesthume 1528)

Ed.Moderne du Traité des proportions, Lettres, Ecrits de A.DURER - Coll Miroirs de l'Art. Ed. HERMANN.

D) <u>XVI siècle</u>

- J.COUSIN (1490?-1560?) Livre de Perspective (1560)
- W.JAMITZER (1508-1585) Perspective (1568 Nuremberg)
- D.BARBARO (1513-1570) La Pratica della Prospettiva, opera motto proffitevolo a pittori, scultori, e architetti (1569)
- J.ANDROUET DUCERCEAU (1510?-1584?) Leçons de Perspective positive (1576)
- J.BAROZZI de VIGNOLA : Les 2 règles de la perspective (1583)
- G.UBALDO del MONTE (1545-1609) Perspective libri Sex
- J.VREDEMAN de VRIES (1527-1604?) Perspectives (1568) - Ed MODERNE : Ed. René BAUDOUIN- PARIS.

E) <u>XVIIe siècle</u>

- S. de CAUS (1567-1626) - Perspective avec raison des ombres et des miroirs (1612)
- M.JOUSSE (1607-1692) Réédition du VIATOR (1635)
- <u>G.DESARGUES</u> - théoricien de la perspective, le premier à mettre en oeuvre son cadre théorique (la géométrie dite projective) aux retombées pratiques multiples. (1591-1661).

1636 : Exemple de l'une des manières universelles touchant la practique de la perspective.

1639 : Brouillon Project d'une atteinte aux évenements des rencontres du Cone avec un plan

1640 : Manière universelle touchant la practique du trait à preuves pour la coupe de pierres

1640 : Manière universelle de poser le style aux rayons du soleil (gnomomique).

1643 : La pratique du trait à preuves (publié et illustré par A.BOSSE).

1643 : Manière universelle de poser l'essieu et les heures (idem)

1647 : Manière universelle pour pratiquer la Perspective par Petit-pied comme le géometral (Edité et illustré par Abraham BOSSE)

<u>Ed Moderne</u> : brouillon, project, vie et oeuvres de Desargues : R.TATON Ed P.U.F (1951)

- Abraham BOSSE (1602-1676) graveur; entièrement acquis aux idées de Desargues, il en fit défense et illustration dans 3 volumes cités ci-dessus (gnomonique coupe de Pierres/ Perspective) et 14 ouvrages sur le portrait, la gravure la sculpture, dont : un traité des pratiques perspectives (1665).

  Le peintre converty aux précises et universelles règles de son art (1667) (aprés son exclusion en 1661 de l'Académie des Beaux-Arts)

  <u>Ed Moderne</u> : Le Peintre converty- coll Miroirs de l'Art Ed HERMANN(1964)

-Jean François NICERON (1613-1646) (minime)

Perspective curieuse et magie artificielle des effets merveilleux de l'optique par la vision directe, la catoptrique etc... (1638 réédité en 52 et 1663)

-R.P DUBREUIL (1602-1670) (Jésuite)

Diverses méthodes universelles et nouvelles en tout ou en partie pour faire des perspectives (1642)

En 3 volumes : La perspective practique, nécessaire à tous peintres, graveurs sculpteurs, architectes, orfèvres, brodeurs, tapissiers et autres se servant du dessein. (1642-48)

-Jacques LE BICHEUR (1599-16666) peintre, l'un des contradicteur d'A.BOSSE à l'académie.

Traité de Perspective, dédié à Mr LE BRUN, peintre du Roy (1661)

-Grégoire HURET (1606-1607)
Optique de portraicture et pinture (Perspective pratique et spéculative, c'est à dire réfutation de Bosse, Desargues, Alberti et Vinci).

-Andréa POZZO (1642-1709) (Jésuite)
Prospettiva dei Pittori e Architetti (Tome 1 en 1693 - Tome 2 en 1700)
Son enseignement fut appliqué par les jésuites en chine et son traité adapté en chinois par Nien-Si-Yao et Giuseppe Castiglione en 1729.

N.B : Il existe bien sûr nombre de traités au delà du XVIIe inspirés de tel ou tel qui l'a précédé. On en trouvera référence dans :

Traités de Perspective (Lechêne)
Perspective scientifique (Eyrolles).

HISTOIRE DE L'ART/ETUDES SUR LA PERSPECTIVE ET LA PEINTURE

1) - ETUDES

- Erwin PANOFSKY - la Perspective comme forme Symbolique Ed. Minuit
- Erwin PANOFSKY - La Renaissance et ses avant-courriers dans l'art d'Occident. Ed-FLAMMARION.
- Pierre FRANCASTEL - La Figure et le lieu - Bibliothèque des Sciences Humaines Ed. N.R.F GALLIMARD
- A.CHASTEL - Fables, formes, figures Paris(1978)
- R.KLEIN - La forme et l'Intelligible - BSH Ed.N.R.F Gallimard
- A.CHASTEL et R.KLEIN - l'âge de l'humanisme - Paris (1963)
- Erwin PANOFSKY - l'Oeuvre d'art et ses significations - Ed N.R.F Gallimard
- E.H GOMBRICH - l'Art et l'illusion - Ed N.R.F Gallimard
- Hubert DAMISCH - Théorie du Nuage - Ed LE Seuil
- Charles BOULEAU - Charpentes (La géométrie secrète des peintres) - Ed Le Seuil
- J.François LYOTARD - Discours, Figure - Ed KLINKSIECK
- Roger CAILLOIS - Au coeur du Fantastique - Ed N.R.F Gallimard

- René HUYGHE - l'Art et l'Ame - Ed FLAMMARION
- Anthony BLUNT - La théorie des Arts en Italie de 1450 à 1600 - Coll-Idées/Arts Ed GALLIMARD
- Eugenio D'ORS - Du Baroque - Coll Idées/Arts - Ed GALLIMARD
- Il diffondersi della visione prospettica - Coll J.Maestri del colore - Ed FRATELLI FABBRI
- John BERGER - Voir le Voir - Ed Alain MOREAU - Coll Textualité
- Gustav René HOCKE - Labyrinthe de l'Art Fantastique - Bibliothèque Médiations - Ed DENOEL-GONTHIER
- Richard ALEWYN - l'Univers du Baroque - Bibl Méd - Ed DE NOEL GONTHIER
- William IVINS - Art and Geometry, Astudy in space intuitions - Ed DOVER PUBLICATIONS

## II)- HISTOIRE DE L'ART ET DES CIVILISATIONS

- L'Art Flamand - Robert GENAILLE - Coll Muses - Ed P.U.F
- La Renaissance (2 vol) - Elie Charles FLAMAND
- La Peinture au XVIIe (1 Vol) - Philippe DAUDY

  } in Histoire Intégrale de l'Art aux E:RENCONTRE (Lausanne).
- Génie de la Renaissance Italienne- Daniel ARASSE - Ed FRANCE-EMPIRE

Des opuscules :

- Histoire de la Peinture - Luc BENOIST - Que sais-je - P.U.F
- La Renaissance - Paul FAURE - Que sais-je - P.U.F
- Le Siècle des Médicis - Christian BEC - Que sais-je - P.U.F
- Le Manièrisme Italien - Pierre BARUCCO - Que sais-je - P.U.F

Des volumes :

- La civilisation de la Renaissance - J.DELUMEAU - Ed ARTHAUD
- La civilisation de la Renaissance en Italie - J.BURCKHARDT - Ed R.KLEIN (1958)

## III) - SUR TEL OU TEL PEINTRE (monographies ou livres d'Art ou essais)

- Michel SERRES : Esthétiques sur CARPACCIO - Coll Savoir Ed HERMANN
- Jean Louis SCHEFER : Le Déluge, La Peste, Paolo UCCELLO - Ed GALILEE
- Jean Louis FERRIER : HOLBEIN, les ambassadeurs - Col Médiations - Ed DENOEL-GONTHIER
- Cahiers de l'Art Mineur : Abraham BOSSE<br>Jacques CALLOT<br>William HOGARTH Ed l'IMAGE.

- DURER - Fedja Anzelewsky - Ed VILO
- VANEYCK - Henri Fancillon - Ed BEAULIEU
- BRUNELLESCHI - La naissance de l'Architecture Moderne - Ed de l'EQUERRE
- LE PARMESAN (Opara Completa del Parmigiamino) (Manieriste) - Coll Classici dell'arte - Ed RIZZOLI
- MONSU DESIDERIO (Architectures Fantastiques) - Dr Félix SLUYS - Coll Le Cabinet Fantastique - Ed du MINOTAURE
- ABRAHAM BOSSE et la Société Française au XVIIe - André BLUM - Coll Archives de l'Amateur - Ed Albert MORANCE
- Conversations avec CEZANNE - Ed MACULA
- Le Monde de M.C ESCHER - Ed du CHENE
- Le Miroir Magique de M.C ESCHER - Bruno Ernst - Ed CHENE
- PIRANESE : Les Prisons - Ed René BAUDOUIN
- PIRANESE - l'Oeuvre graphique - Ed du CHENE
- Nicolas de LARMESSIN - Les Costumes grotesques et les Métiers - Ed H.VEYRIER
- ARCIMBOLDO - le Merveilleux - A.P de Mandiargues - Ed R.LAFFONT.


IV - L'ANAMORPHOSE/LA CATOPTRIQUE/ILLUSIONS D'OPTIQUE


- Illusions - E LANNERS - Ed HIERETDEMAIN
- Jurgis BALTRUSAITIS - Anamorphoses ou magie artificielle des perspectives curieuses - Ed PYGMALION/OLIVIER PERRIN
- Jurgis BALTRUSAITIS : Aberrations, 4 essais sur la légende des formes - Ed.. O.PERRIN
- Jurgis BALTRUSAITIS : Le Miroir - Ed ELMAYAN LE SEUIL
- Anamorphoses - Catalogue de l'exposition PARIS/AMSTERDAM (1975-1976) Musée des Arts Décoratifs - PARIS
- M.Luckiesh : Visual Illusions - Ed DOVER Publications (New York)


V - EXTRAITS DE LIVRES OU DE REVUES


- Jacques LACAN VI La schize de l'oeil et du regard
  VII L'Anamorphose
  VIII La ligne et la lumière
  IX Qu'est-ce qu'un tableau ?

  in"Le Séminaire Livre XI, les concepts fondamentaux de la Psychanalyse" - Ed LE SEUIL.
- Jurgis Baltrusaitis : un musée des miroirs in MACULA N°2.
- Hubert DAMISCH : l'Origine de la Perspective in MACULA 5/6

HISTOIRE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES /(gnomonique/Cartographie/Coupe des Pierres).

I) - TECHNIQUES

- Cartes et Figures de la Terre. Catalogue de l'exposition (1980) au centre BEAUBOURG (PARIS)
- A la découverte de la Terre. Bibliothèque Nationale (1979)
- Premières images de la Terre. Ed CUENOT
- Coupe de Pierres/l'Art du trait. C.J Toussaint - Ed Ch.MOREAU/BAUDOUIN
- G.ALINHAC - Historique de la Cartographie - } Institut Géographique National (IGN-Paris).
- F.REIGNIER - Les Systèmes de projection et leurs applications - } Institut Géographique National (IGN-Paris).
- G.R CRONE - Maps and their Makers - Londres 1953

II) - HISTOIRE DES SCIENCES

- Histoire Générale des Sciences - Ed P.U.F
  Tome I : La Science antique et médiévale
  Tome II: La Science Moderne.

III) - HISTOIRE DES MATHS

- Descartes : Géométrie - Ed Moderne : the geometry (Anglais-Français ancien) Ed.DOVER Publications
- Pascal : Essay pour les coniques et autres travaux mathématiques in oeuvres complètes - La Pléiade - Ed. N.R.F GALLIMARD
- Desargues : Brouillon Project. René TATON - Ed P.U.F
- Kline : Mathematical thought from Ancient to Moderne times-Ed OXFORD Press
- A source Book in mathématics 1200-1800 - D.J STRUIK - Ed HARWARD Press
- Felix KLEIN : Le programme d'Erlangen - Col Discours de la méthode. Ed GAUTHIER VILLARS
- François LE LIONNAIS. Les grands courants de la pensée mathématique. Ed A.BLCHARD.
- Marius CLEYET-MICHAUD - Le nombre d'Or - Que sais-je - P.U.F
- A history of Cornic - Ed DOVER - Publications (la géométrie projective des anciens à nos jours).

GEOMETRIE PROJECTIVE

-"Unité 3 : Géometry" (De la perspective à la géométrie projective). Mathématics Foundation Course- Ed. The Open University Press.
- André DELACHET : La géométrie projective - Que sais-je ? P.U.F
- Traité des propriétés projectives des figures. J.V PONCELET-Paris 1822 Ed. GAUTHIER-VILLARS (1865)
- Les fondements de la Géométrie (2 volumes) - Bela KEREKJARTO-Ed GAUTHIER-VILLARS.

# LA NAISSANCE DE LA GEOMETRIE NON-EUCLIDIENNE

*par Rudolph BKOUCHE*

*I.R.E.M. de Lille*

Cet exposé reprend en partie les chapitres consacrés à la géométrie non-euclidienne du texte : " *Euclide, Klein, Hilbert et les autres* ... " à paraitre dans " *La Rigueur et le Calcul* ", publié par le groupe Epistémologie Inter-I.R.E.M.

On pourrait résumer l'exposé par le sous-titre suivant : " Pourquoi Lambert n'a pas inventé la géométrie non-euclidienne ? "

Parmi les méthodes de démonstration du postulat, des parallèles, on peut citer les tentatives de démonstration par l'absurde : on suppose que le postulat des parallèles n'est pas vérifié et on espère arriver à une contradiction ; la méthode a été, à ma connaissance, utilisée par les mathématiciens arabes, Al Haytham ( Alhazen ), Omar Khayyam, Nasir Al Din Al Tusi ; elle sera reprise au XVIIIème siècle par Sacchéri et Lambert, ce n'est pas ici le lieu d'en raconter les diverses péripéties, je renvoie par exemple à l'ouvrage de Bonola cité dans la bibliographie et aux textes originaux. Je citerai cependant la méthode de Lambert puisque c'est de lui qu'il s'agit.

On considère le quadrilatère ABCD dont les trois angles A, B, C sont droits, qu'en est-il du quatrième ? Trois cas sont possibles, D est aigu, obtus ou droit ; si le quatrième angle d'un quadrilatère donné ayant trois angles droits, est aigu ( reste : obtus, droit ) il en est de même pour tout quadrilatère ayant trois angles droits. Si l'angle D est droit, le postulat des parallèles est vérifié. Si l'angle D est obtus ceci contredit le postulat qui dit qu'on peut prolonger une droite indéfiniment. Reste le cas où l'angle D est aigu, Lambert développe les conséquences de cette hypothèse sans obtenir de contradiction, mieux il en déduit un certain nombre de propriétés qui seront celles de la géométrie hyperbolique ; par exemple il montre que la somme des angles d'un triangle est inférieure à deux droits et que la différence avec deux droits est proportionnelle à l'aire du triangle. Développant la trigonométrie, il montre que celle-ci ressemble à la trigonométrie sphérique, à ceci près que certaines lignes trigonométriques sont remplacées par des lignes hyperboliques, il en déduit que la *géométrie de l'angle aigu* est celle d'une sphère de rayon imaginaire. On peut remarquer d'ailleurs que l'hypothèse de l'angle obtus est vérifiée par les triangles sphériques.

Lambert est ainsi virtuellement en possession des trois types de géométrie, l'euclidienne correspond à l'hypothèse de l'angle droit, l'hyperbolique correspond à l'hypothèse de l'angle aigu, la sphérique correspond à l'hypothèse de l'angle obtus. Cependant pour qu'il en prit conscience, il eut fallu qu'il acceptat de considérer chacune de ces géométries comme susceptible de représenter le plan usuel, celui de la géométrie physique si l'on veut s'exprimer ainsi. Mais ceci ne pouvait se faire qu'à travers une distinction entre géométrie physique et géométrie mathématique qui n'avait pas de sens à l'époque. Lambert, bien qu'on puisse le considérer comme formaliste en tant que mathématicien pratiquant, est un homme du XVIIIème siècle en ce qui concerne la conception de l'espace ; l'espace n'est pas un objet mathématique au sens où nous l'entendons aujourd'hui, ni même un objet de la physique, il est le réceptable universel des phénomènes qu'ils soient d'ordre géométrique ou d'ordre physique ( si tant est que la différence a un sens à l'époque ! ) et on ne peut le penser en dehors de ces phénomènes. La géométrie sphérique ne saurait donc être un modèle du plan, encore moins la géométrie de la sphère imaginaire. C'est que la géométrie représente bien autre chose qu'une construction formelle à partir des postulats et d'axiomes a priori ( ce qu'on appelle aujourd'hui une construction hypothético-déductive ), les principes ne sont pas des hypothèses mais des vérités ; que l'espace euclidien représente la réalité physique, ou que conformément à la doctrine kantienne, l'espace ne soit qu'une forme a priori de la sensibilité, le scandale de la géométrie ( pour reprendre une expression de Dalembert ) ne réside pas dans la possibilité d'une construction non-euclidienne, mais dans la non-démonstration de ce postulat non-évident et pourtant vrai. La géométrie est une ( la distinction entre une géométrie mathématique et une géométrie physique, on l'a dit, n'a pas de sens ) et l'objet de la méthode déductive est de démontrer les *vérités* géométriques à partir des principes premiers dont l'évidence ne saurait être mise en doute. Et c'est ainsi un obstacle idéologique qui empêche Lambert en possession de ce qui sera le formalisme de la géométrie non-euclidienne d'expliciter le sens de son travail.

C'est un retour à une conception empiriste de la géométrie qui permettra aux fondateurs de la géométrie non-euclidienne, Gauss, Lobatchevski, Bolyai, de découvrir ( ou d'inventer, je laisse le choix du terme au lecteur ) celle-ci.

C'est Gauss qui écrit en 1817 que l'on ne peut démontrer par le seul raisonnement la nécessité de la géométrie euclidienne et que la connaissance géométrique relève de l'expérience.

Lobatchevski, quant à lui, considère non seulement que la géométrie est une *construction artificielle de l'imagination humaine* à partir de l'expérience du mouvement des corps, mais que cette construction géométrique peut-être multiple s'adaptant aux problèmes qu'elle veut résoudre.

Ceci étant, le fait essentiel découvert par les pères fondateurs, est la possibilité d'une bifurcation dans l'élaboration de la géométrie élémentaire : on peut énoncer le cinquième postulat, et dans ce cas on obtient la géométrie euclidienne, on peut aussi énoncer la possibilité de plusieurs parallèles menées par un point à une droite et c'est la géométrie non-euclidienne ainsi nommée par Gauss à cause des résultats surprenants qu'elle énonce : par exemple étant données deux droites du plan sans point commun, il n'y a qu'une seule sécante qui soit perpendiculaire à ces deux droites ce qui exclut la possibilité de quadrillage ; on y retrouve ainsi la géométrie de l'angle aigu de Lambert. Mais malgré cette appelation de Gauss, les méthodes des fondateurs restent euclidiennes, elles s'appuient sur les figures et sur une certaine intuition géométrique, et les propriétés topologiques implicites chez Euclide sont explicitées ce qui amène Gauss, Lobatchevski et Bolyai à préciser les conditions de validité de l'intuition géométrique. La possibilité de deux développements distincts mais chacun non contradictoire pose d'une part le problème de la multiplicité des géométries et par conséquent de leur validité sur le plan du raisonnement déductif, d'autre part le problème de savoir, parmi cette multiplicité, laquelle est la *vraie* géométrie, celle de l'espace physique, et par conséquent le problème de la détermination expérimentale de cette vraie géométrie.

C'est de ce double problème, validité logique et validité physique, si l'on accepte de s'exprimer ainsi, que naîtra la distinction entre la géométrie mathématique d'une part, la géométrie physique de l'autre.

D'une part la multiplicité des géométries nécessite la redéfinition de la notion d'espace en tant qu'objet mathématique, ce sera essentiellement l'oeuvre de Riemann définissant les multiplicités multidimensionnelles à travers leurs propriétés locales, ce qui deviendra la géométrie différentielle moderne, et de Klein explicitant à travers le programme d'Erlangen les relations entre groupes et géométrie.

Ce travail de redéfinition de la géométrie débouchera à la fin du XIXème siècle sur la synthèse hilbertienne, l'axiomatisation de la géométrie qui permettra d'élucider le fondement logique d'icelle.

D'autre part, la réflexion sur la géométrie physique et le lien entre celle-ci et la théorie mathématique qui la décrit se poursuivra avec Riemann, Helmholtz, Clifford, Poincaré et débouchera sur ce qu'on a appelé la géométrisation de la physique avec les théorie de la Relativité d'Einstein. Mais si cette géométrisation s'est faite à travers les nouvelles géométries, si comme le dit Reichenbach, les constructions géométriques *abstraites* jouent le rôle de *possibles* pour représenter le réel, c'est bien parce qu'elles puisent, fut-ce à travers de longs et multiples trajets, dans cette première géométrie qu'est l'étude des rapports spatiaux entre les corps, et qui a été codifiée il y a plus de deux mille ans par Euclide dans un traité qui reste toujours actuel. Les géométries nouvelles se présentent ainsi à la fois comme rupture et comme synthèse, une géométrie non-euclidienne au sens que Bachelard apporte au terme *non*.

En remettant en cause l'harmonie entre la géométrie rationnelle et la géométrie empirique qui semblait acceptée une fois pour toutes à travers la multiplicité des philosophies, depuis Euclide jusqu'à Kant, les pères fondateurs ont ainsi libéré la pensée de la gangue idéologique qui avait empêché Lambert de tirer les conséquences de ses constructions géométriques, mais en même temps ils ont permis une nouvelle conception du rapport entre le rationnel et l'empirique, et ici je renvoie au texte d'Einstein : *La géométrie et l'expérience* et au livre cité de Reichenbach.

Et puisqu'on a parlé de la théorie de la relativité, aussi mal-nommée par son créateur que le fut la géométrie non-euclidienne par Gauss, je terminerai en citant un autre exemple d'obstacle idéologique, celui qui fit que Poincaré, bien que possédant les éléments mathématiques et physiques nécessaires, ne sut découvrir ( ou inventer, au choix du lecteur ! ) la théorie de la Relativité. Poincaré restait empêtré dans ses conceptions philosophiques, son conventionalisme ne lui permet de remettre en question ni la géométrie euclidienne ni la mécanique rationnelle classique, ces deux sciences complétement achevées sur lesquelles reposait la physique de son époque, et s'il y a contradiction entre l'électromagnétisme et la mécanique, il ne saurait être question de soupconner la mécanique. Au contraire Einstein va oser faire le pas de la remise en question de la mécanique classique et lá géométrie euclidienne sur laquelle elle s'appuie, ce qui l'aménera à ses découvertes. Mais ici, c'est l'empiriste Poincaré qui est bloqué par ses préjugés et c'est le métaphysicien Einstein réfléchissant sur la structure de l'espace-temps et cherchant à définir les absolus qu'un certain relativisme galiléen avait cru éliminer de la science, qui va résoudre la crise. Et le terme consacré de théorie de la relativité est inadéquat, s'il y a un retour de l'absolu en physique c'est bien avec l'espace-temps géométrisé d'Einstein qui met fin au débat entre les partisans d'un espace absolu impossible à définir expérimentalement et ceux qui prennent à la lettre le relativisme galiléen niant toute possibilité d'un espace absolu. Mais avec l'intervention des géométries en physique, c'est l'espace qui devient objet d'étude de la physique et par conséquent sa structuration qui devient problème ; alors que le XIXème siècle après la découverte de la géométrie non-euclidienne s'était plus ou moins rassuré en acceptant comme la vraie la géométrie euclidienne parce que c'est sur elle que s'appuie l'édifice de la mécanique newtonnienne, on découvre que la géométrie de l'espace elle-même est fonction du problème qui se pose et l'on retrouve Lobatchevski qui affirme l'opportunisme fondamental de la science : parmi les possibles que fabrique le géomètre mathématicien, le physicien choisit celui qui lui permet de résoudre le problème, celui qui est *idoine* pour reprendre le terme de celui que je considère comme le plus pertinent épistémologue des des mathématiques contemporain, F. Gonseth. D'ailleurs, tout le monde le sait bien, le monde est euclidien, il n'y a qu'à regarder un cristal de quartz ou le quadrillage parfait d'une cité H.L.M., mais il est aussi riemannien nous apprend la théorie de la gravitation. Mais ces structures ne sont-elles autre chose que les constructions rationnelles de l'esprit humain confronté à la réalité ?

*Lille le 27 avril 1982*

# B I B L I O G R A P H I E


G. BACHELARD : - *Le Nouvel Esprit Scientifique.* P.U.F. - 1934.
- *La Philophie du Non.* P.U.F. Paris 1940.

R. BKOUCHE : - *Historique* in B. Senechal : *Groupes et Géométries.* Hermann Paris 1979.
- *Euclide, Klein, Hilbert et les autres...* in *La Rigueur et le Calcul* édité par le Groupe Epistémologie Inter-I.R.E.M. Cedic Paris 1982.

J. BOLYAI : - *La Science Absolue de l'Espace.* Traduction française : J. Houël. Mémoires Société Sciences Physiques et Naturelles. Bordeaux vol 5 1867.

R. BONOLA : - *Non Euclidean Geometry* ( 1912 ). English Translation H.S. Carslaw Dover Publi. New York 1955.

W.K. CLIFFORD : - *The Postulates of the Science of Space* in J.P. Newman : *The World of Mathematics.* Simon and Schuster. New York 1956.

ENGEL-STACKEL : - *Die Theorie de Parallélinen von Euclid bis auf Gauss.* Teubner, Leipzig 1895. Cet ouvrage contient des textes originaux de Saccheri, Lambert, Legendre, Gauss.

A. EINSTEIN : - *La Géométrie et l'Expérience* in *Réflexions sur l'électrodynamique, l'ether, la géométrie et la relativité.* Gauthier-Villars Paris 1972.

F. GONSETH : - *Les Fondements des Mathématiques.* Blanchard Paris 1926.
- *La Géométrie et le Problème de l'Espace.* Editions du Griffon Neuchatel 1949.

H. VON HELMHOLTZ : - *Epistémological Writings* English Translation. M.F. Lowe. Reidel Publ. Company Dordrecht. Boston 1977?
- *Sur les faits qui servent de base à la géométrie.* Traduction française J. Houël. Mémoire Société Sciences Physiques et Naturelles Bordeaux Vol 5 1867.

D. HILBERT : - *Les Fondemenents de la Géométrie* ( 1899 ). Traduction française et notes de Rossier. Dunod Paris 1971.

F. KLEIN : - *Le Programme d'Erlangen* ( 1872 ). Gauthier-Villars Paris 1974.

N. LOBATCHEVSKI : - *Nouveaux Principes de la Géométrie* ( 1835 ). Traduction française F. Mailleux. Mémoires Société Royale Sciences Liège - 3ème série tomme 2 - 1900.

- *Géométrie imaginaire.* Journal de Crelle XVII - 1837.
- *Etudes géométriques sur la théorie des parallèles.* Traduction française J. Houël. Mémoire de la société de Science Physique et Natuelle de Bordeaux. Vol 4 - 1800

H. POINCARE : - *La Science et l'Hypothèse.* Flammarion Paris 1902.

H. REICHENBACH : - *Philosophy of Space and Time* English Translation. M. Reichenbach and J. Freund. Dover New York 1957.

B. RIEMANN : - *Sur les Hypothèses qui servent de Fondement à la Géométrie* ( 1854 ). Traduction française J. Houël in *Oeuvres Mathématiques.* Blanchard Paris 1968.

A.P. YOUSCHKEVITCH : - *Les Mathématiques arabes.* Traduction française : M. Cazenave et K. Jaouiche. Vrin Paris 1976.