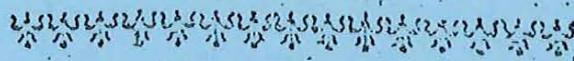


LES EQUATIONS A PARTIR
DE VIETE ET WALLIS

Odette DEPAIX (IREM de NANCY).



ZETETIQUE XIV.

Faire que Aq moins G plus soit égal à un carré, lequel soit plus petit que DA & plus grand que BA .

Soit supposé le carré de $A-F$, donc $Aq - 2FA + Fq$ sera égal à $Aq - Gp$, & par conséquent $Fq + Gq$

égal à A : mais pour autant que $Aq - Gp$ est moindre que DA , aussi Aq sera moindre que $DA + Gp$.

De rechef $Aq - DA$ sera moindre que Gp ; & partant A sera fait moindre $v(\frac{2}{4}Dq + Gp) + \frac{1}{2}D$. or

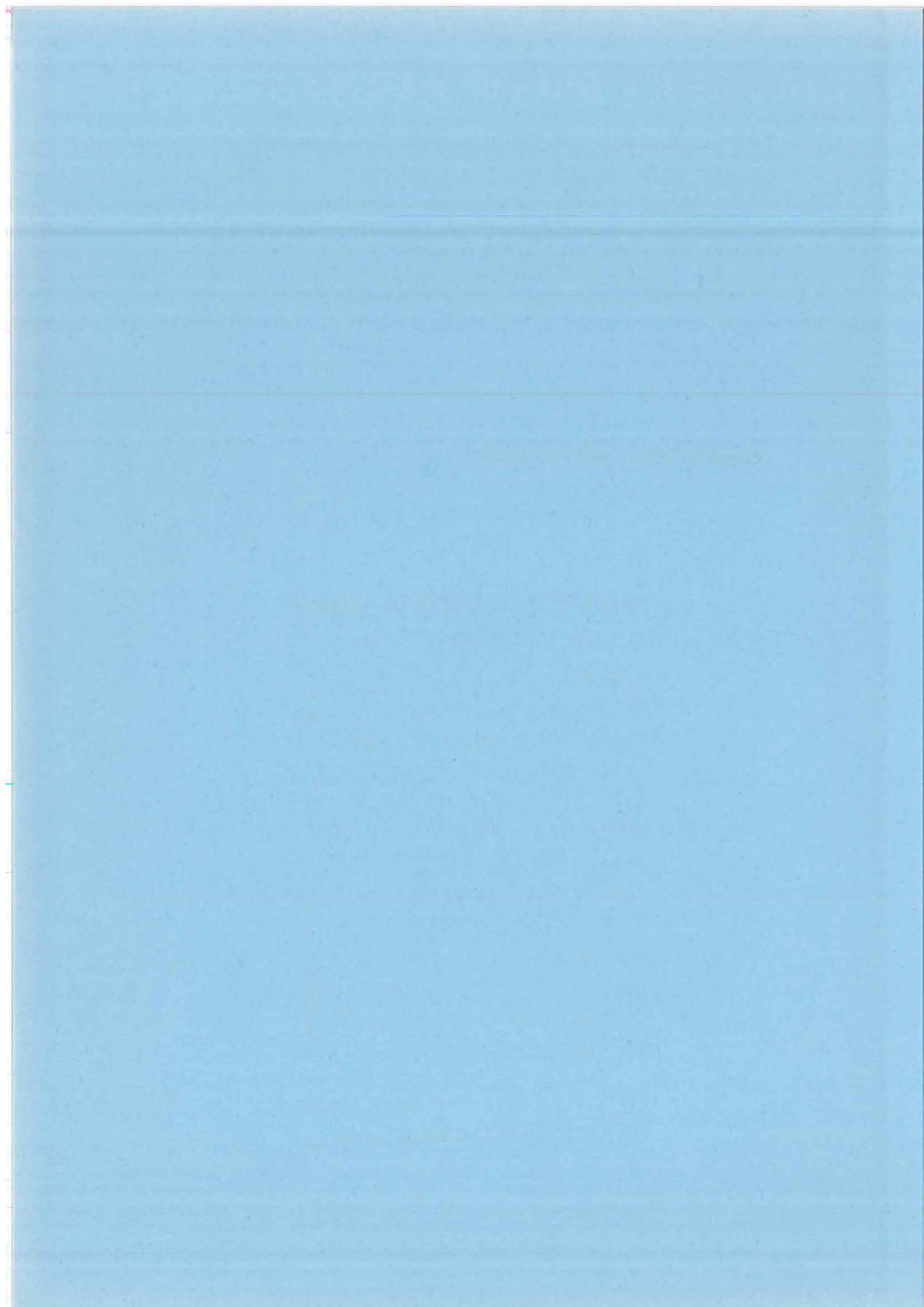
soit posé S , estre égal à $v(\frac{1}{4}Dq + Cp) + \frac{1}{2}D$. ou

moindre selon les conditions suivantes, donc A sera moindre que S . au contraire, pour autant que $Aq - Gp$ est plus grand que BA , Aq est plus grand $BA + Gp$; c'est

pour quoy A est plus grand que $v(\frac{1}{4}Bq + Cp) + \frac{1}{2}B$. & soit posé R , estre égal au plus grand que

$v(\frac{1}{4}Bq + Cp) + \frac{1}{2}B$. moindre neantmoins que

S , donc A sera plus grand que R , & sera constitué en-



Les équations à partir de Viète et Wallis.

par Odette Depaix (Nancy)

Secrétaire: Marie-Claude Werquin (Paris-Nord)

L'I.R.E.M. de Nancy a tenté durant l'année 1976-1977 une expérience d'utilisation de l'histoire des mathématiques dans la formation d'enseignants. Le travail s'est fait en trois groupes destinés à des professeurs de premier cycle, essentiellement des P.E.G.C. Les séances avaient lieu dans des villes différentes, mais les animateurs se réunissaient régulièrement.

Le thème de l'année, équations algébriques, a été choisi en fonction des programmes.

Dans la mesure du possible, les animateurs ont systématiquement utilisé des problèmes classiques et des textes originaux. Il est souvent difficile de se procurer des documents, les mathématiciens n'ont aucune formation d'archivistes. Surtout, il se pose fréquemment des problèmes de traduction.

Les buts de l'expérience étaient divers :

- Retrouver l'origine de raisonnements que l'on fait encore actuellement dans les classes.
- Donner (ou redonner) aux enseignants l'habitude de lire des livres (ou des documents I.R.E.M.)
- Résoudre des problèmes.
- Chercher si les grosses difficultés des élèves coïncident avec les difficultés historiques qui ont longtemps arrêté les mathématiciens.

A la première séance, Mme Depaix est arrivée avec un stock de problèmes. Après un bref laïus historique, le groupe s'est lancé avec ardeur ^{dans la résolution} de problèmes classiques du premier degré, de quelques problèmes ouverts, de quelques problèmes de Diophante.

La deuxième séance a été consacrée à l'étude du papyrus Rind (ex Brunschwig: Philosophie mathématique). Le texte sumérien était le suivant:

" Tu additionne l'aire et le côté d'un champ carré, tu trouve 45mn. Quel est le côté du champ? (i.e. $x^2 + x = 3/4$) . La solution est donnée sur le papyrus, non par un algorithme mais par une recette, valable seulement avec les valeurs numériques données. Des professeurs de maths du XX^{ème} siècle en sont tout déconcertés.

Ensuite le groupe a étudié des problèmes du premier degré de Diophante, tirés de l' Histoire des Mathématiques de Montucla. Montucla donne les énoncés (sans solution) en latin; ils ont été traduits par une classe d'un C.E.S. avec la collaboration du professeur de latin, puis résolus avec le professeur de maths. Les élèves ont été enchantés d'avoir à traduire autre chose que les éternels exploits guerriers de Jules César.

En ce qui concerne l'équation du second degré, l'interprétation géométrique a été violemment refusée. Pour des enseignants ayant une formation récente, une solution géométrique "à la règle et au compas" n'est pas une démonstration. Pour l'équation du troisième degré, il y a eu de gros ennuis avec les nombres complexes et les racines cubiques. Par exemple $(a + i b)^{1/3}$ est considéré comme une réponse satisfaisante. Pour les complexes, Mme Depaix a utilisé un cours de l'Ecole Polytechnique, datant d'environ 1800, c'est à dire d'une époque où l'interprétation géométrique n'existe pas encore.

Le groupe a ensuite étudié un texte de Wallis "On imaginary numbers" (tiré de : Source book in mathematics. D.E. Smith. Dover Publication Inc.) Le texte (9 pages) a été traduit de l'anglais par un des P.E.G.C. Il porte sur une construction géométrique des nombres complexes. Les stagiaires ont très vite perdu toute révérence envers les grands mathématiciens et ont fait preuve dans les commentaires qu'ils ont rédigés d'une sévérité pour le moins excessive: Wallis n'a pas vu que...; il est d'autant plus inexcusable que...;il est dommage que Wallis n'ait pas essayé de préciser

Mais ce n'est rien à côté de ce qui attend Viète! Les stagiaires sont ensuite passés à deux textes de Viète. Le premier est la résolution d'un

problème simple: trouver deux nombres dont on connaît la différence et le produit (Premier livre des Zététiques, traduction de Durival 1664). Le second (Quatrième livre des Zététiques, traduction de Durival 1664) porte sur le problème des vins de Diophante. Ils ont été complètement déroutés, non seulement par le langage du XVII^{ème} siècle, mais surtout par le style. En effet, l'écriture de Viète est très proche de l'expression orale: on dit ce genre de chose, mais on ne l'écrit pas. Ils ont enfin "noté" le texte de Viète comme une copie d'élève. Alors là!... On trouve en marge: Très mal posé! Données? Inconnues? Paramètre de discussion? Faute d'écriture etc...

Suivant une suggestion des animateurs, les stagiaires ont essayé de déterminer ce qu'est une équation. Il semble qu'une équation, ce soit un algorithme à suivre. Même les solutions évidentes sont souvent recalculées suivant la technique officielle. Le tâtonnement est en général refusé.

A ce moment, la discussion est devenue générale et la secrétaire de séance a renoncé à prendre des notes. Il surnage encore une bibliographie: Le groupe d'histoire des maths de l'I.R.E.M. de Dijon bénéficie de la richesse de la bibliothèque municipale d'Auxerre et de celle du lycée; Deux publications:

"égale zéro" Aperçu historique de la notion d'équation.

Huyghens "Traité de la lumière"

Sur Cardan, cf Documents et Recherche. Heuristique et Méthodologie. chez Hatier

Sur le calcul de la racine cubique, l'I.R.E.M. de Rouen a indiqué un texte de Stevin : Second livre d'arithmétique. Opérations p.25-32 . Il a été obtenu comme beaucoup d'autres en demandant par correspondance une photocopie à la bibliothèque de l'I.H.P. qui a un fond important de textes anciens.

QUELQUES TEXTES DE VIÈTE ET WALLIS POUR ILLUSTRER UNE ÉTUDE SUR LES EQUATIONS.

Durant l'année scolaire 76-77 un groupe de professeurs de premier cycle de l'enseignement secondaire s'est intéressé au développement chronologique de la notion d'équation. Cette étude avait pour objectifs essentiels :

- la recherche de modes de raisonnement les plus variés possibles
- un moyen d'analyser les difficultés rencontrées par les élèves, d'une part parce qu'elles sont en relation étroite avec celles, d'ordre historique rencontrées dans la construction des mathématiques mais aussi parce qu'une partie du travail personnel demandé aux professeurs du groupe (résolution d'exercices, lecture de textes anciens) leur a imposé le même type d'activité intellectuelle que celle qu'ils exigent de leurs élèves.

- et accessoirement la transmission aux jeunes enseignants d'une certaine culture classique.

Pour illustrer cette étude il fallait donc trouver - en dehors des textes de réflexion "à lire" - des extraits de livres anciens, simples, courts, faciles à dégager de leur contexte, proposant un exercice à résoudre et si possible peu connus. Nous désirions avant tout, ne pas nous laisser influencer par des commentaires savants mais officiels et préserver notre liberté de jugement quitte à nous tromper et à interpréter différemment l'intention de l'auteur suivant que le problème était étudié isolé de tout - ou réintégré dans son contexte. Aussi nos commentaires (actuels) des textes étudiés restent-ils provisoires et sujets à caution.

Pour trouver de tels textes nous avons utilisé d'abord les "Source Book" de Smith , dont nous avons lu quelques textes. Nous nous sommes plus particulièrement attachés à l'extrait : "à propos des nombres imaginaires" de Wallis . qu'un professeur a traduit en français que nous avons discuté et dont quelques collègues ont tiré des exercices pour la classe. Le texte présente une première interprétation géométrique ingénieuse mais discutable des nombres complexes (un résumé de cette interprétation est parue dans le bulletin AMO du Canada Volume XVII n° 1 p 11). Mieux qu'un texte définitif il permet de découvrir sur un exemple simple la genèse d'une découverte

mathématique, avec toute l'imagination qu'elle exige mais aussi la théorie incomplète et tout le travail de mise au point restait à faire.

Les autres textes utilisés proviennent d'une traduction en français de l'oeuvre de Viète par Durival.

Le premier texte tiré du premier livre des zététiques très clairement exposé est particulièrement simple puisqu'il s'agit de trouver deux segments connaissant leur différence et leur quotient. Néanmoins au premier abord il a rebuté plusieurs professeurs qui ont ensuite découvert combien un langage inhabituel est inhibant pour la compréhension.

Le deuxième texte tiré du 4ème livre des zététiques est le commentaire par Viète d'un ancien problème très connu et que nous avons étudié précédemment dans le groupe à propos d'équations diophantiennes; L'étude de la discussion de Viète, non formalisée mais très rigoureuse a mis en évidence les difficultés relatives aux notions d'inégalités, valeurs approchées, majorants et minorants...

Enfin le dernier texte tiré de l'algèbre et effections géométriques propose la résolution par approximations successives de certaines équations du second degré. (C'est une extension de la méthode d'extraction des racines carrées). On y trouve un effort de présentation en tableau des résultats, une analyse de la méthode utilisée qui tient plus de la description de l'algorithme que de sa justification et un début de discussion et de généralisation de la méthode (tout en trouvant l'exposé de Viète peu "mathématique", les professeurs du groupe n'ont toujours pas réussi à en rédiger un autre qui les satisfasse !).

Cet ensemble très restreint de textes a néanmoins été la source de beaucoup de travail. Ce fut même paraît-il dans certains CES l'occasion d'une collaboration interdisciplinaire fructueuse ! Mais la recherche de textes aussi simples n'est pas facile. Le hasard en l'occurrence une bibliothèque riche de traductions des textes algébriques de Viète - y a joué un rôle important et à l'occasion de cette recherche on se prend à rêver de documentation IREM riche et facile à consulter !