

Deux enquêtes sur la « géométrie pratique » romaine

Bernard PARZYSZ

Introduction

La géométrie « savante » de l'Antiquité classique nous est assez bien connue, même si un certain nombre d'ouvrages ont malheureusement disparu. Du côté de la géométrie « pratique », nous disposons aussi de quelques textes, notamment d'arpenteurs romains¹, qui nous renseignent sur leurs techniques et leurs instruments, mais sur d'autres corps de métiers nous ne disposons d'aucun document, écrit ou graphique, et nous en sommes réduits à interroger les artefacts eux-mêmes. Depuis plusieurs années je m'intéresse aux décors dits « géométriques » de l'époque impériale romaine réalisés par les mosaïstes, les fresquistes et les stucateurs, dans le but de retrouver leurs connaissances et leurs savoir-faire géométriques, de la conception du décor à sa mise en place *in situ*. Dans ce qui suit sont exposés les résultats de deux « enquêtes » menées dans ce domaine, conjointement avec deux archéologues spécialistes du décor, sur des objets du musée archéologique de Naples : la première sur une lame d'ivoire gravée trouvée à Pompéi et la seconde sur un ensemble de caissons de stuc provenant de Portici.

Une lame d'ivoire énigmatique

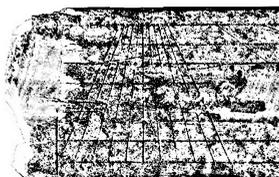
H. Eristov, spécialiste de la peinture romaine, avait vivement réagi à la lecture d'un article récent (Tuffreau-Libre et *al.*, 2013) dont une conclusion lui paraissait peu vraisemblable, et elle me proposa de m'intéresser à un objet tout à fait particulier.

1. Comme par exemple Hygin le Gromatique et Frontin (Guillaumin, 2005).

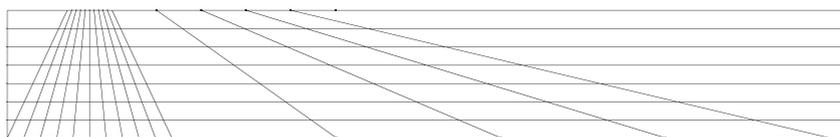
Il s'agit d'une lame rectangulaire en ivoire trouvée dans une maison de Pompéi (maison 3 de l'îlot 16) ensevelie par l'éruption du Vésuve, en l'an 79 de notre ère. Longue de 227 mm, large de 30 mm et épaisse de 3 mm (figure 1), elle comporte sur l'une de ses faces 23 traits rectilignes finement incisés : 8 traits longitudinaux parallèles et équidistants limités par deux perpendiculaires, et 15 traits convergents dont les extrémités libres sont situées sur les deux parallèles extrêmes (figure 1).



A - Vue d'ensemble



B - Gros plan de la partie gauche

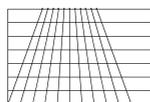


C - Dessin des tracés gravés

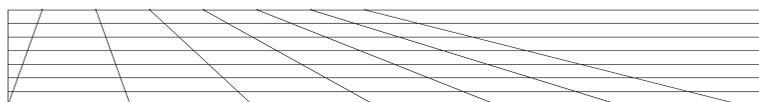
FIGURE 1 – La lame d'ivoire de Pompéi (A et B d'après Tuffreau-Libre et *al.*, 2013, fig. 21)

Les traits obliques se regroupent de toute évidence selon deux séries non disjointes (figure 2) :

- la série 1, constituée de 5 obliques situées de part et d'autre d'une verticale, ces 11 segments réalisant un découpage régulier sur les deux horizontales extrêmes ;
- la série 2, constituée de 6 obliques réalisant elles aussi un découpage régulier sur les deux horizontales extrêmes.



Série 1



Série 2

FIGURE 2 – Les deux séries de traits

On démontre que, sous ces hypothèses, les droites portant les traits des deux séries concourent en un même point O (figure 3)

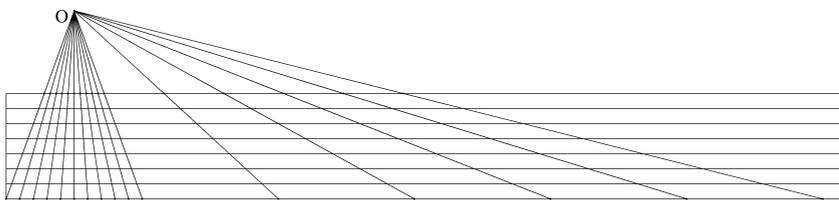


FIGURE 3 – Le point de concours unique

Les auteurs de l'article indiquent que le « tracé en faisceau évoque immédiatement une grille de perspective, telle qu'on la représente à partir de la Renaissance », dans lequel « le point central se trouverait immédiatement au-dessus de la règle, au sommet invisible de la pyramide » (*op. cit.*, p. 61). Ils concluent que ladite grille « pouvait être utilisée pour tracer des dessins de petite taille [...], le dessin ayant aussi vocation d'aide-mémoire des principes de perspective déjà connus de l'artiste » (*op. cit.* p. 64). Autrement dit : les Romains auraient déjà connu la perspective linéaire (théorisée par Leonbattista Alberti vers 1435).

Plusieurs constatations vont cependant à l'encontre de cette conclusion.

Tout d'abord, l'équidistance des horizontales ne correspond, ni à la représentation – classique à la Renaissance – des sols dallés (figure 4), ni à ce qu'on observe dans la peinture romaine, qui connaissait et utilisait pourtant la diminution de taille correspondant au plus grand éloignement des objets représentés, ainsi qu'on peut l'observer sur des peintures très abouties comme cette fresque de Boscoreale, près de Pompéi (figure 5).

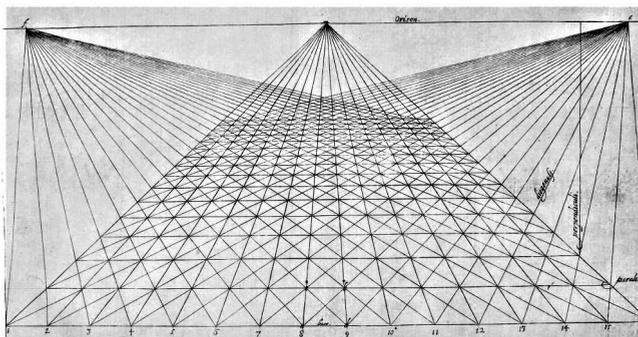


FIGURE 4 – Perspective albertienne (Vredeman, 1599, pl. 2)

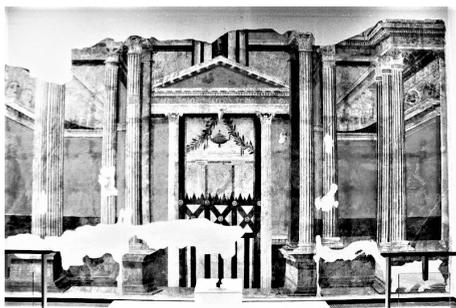


FIGURE 5 – Effet de l'éloignement sur la taille (cliché © Michel Wal, Wikimedia Commons)

Ensuite, le fait qu'aucune peinture romaine ne fait apparaître l'usage de la perspective à point de fuite principal ; la représentation de l'espace à cette époque recourt en fait à une « perspective en arête de poisson » (Panofsky, 1976), dans laquelle les images de droites parallèles convergent, non pas vers un unique point de fuite, mais vers des points différents, alignés sur l'axe vertical de la composition, (figure 6).

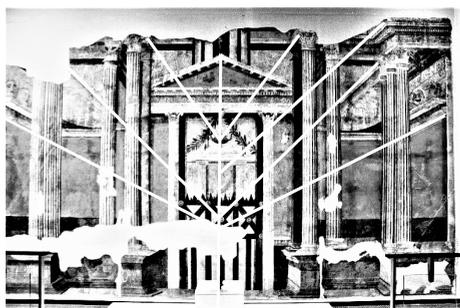


FIGURE 6 – Perspective « en arête de poisson »

Enfin, la réalisation des tracés sur la lame a demandé à l'évidence beaucoup de temps, de précision et de soin, comme en témoignent leur finesse et leur régularité. Un compas a très certainement été utilisé, comme le remarquent les auteurs de l'article cité à propos des obliques de la série 1 : « l'extrémité supérieure de ces lignes se marque par un point dans deux cas, indiquant l'emploi du compas dans la réalisation de ce tracé. » (*op. cit.*, p. 61).

Un tel investissement semble excessivement coûteux si l'on ne cherche qu'à produire un simple aide-mémoire relatif au concours des fuyantes vers un point de fuite unique.

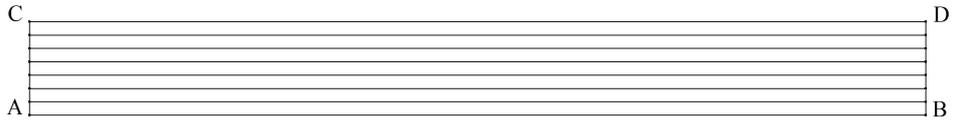
Pour mettre en évidence le travail nécessité par la réalisation de la gravure, Voici – bien sûr sous réserve – deux propositions de procédures de construction pour l'ensemble des tracés.

Première construction (figure 7) :

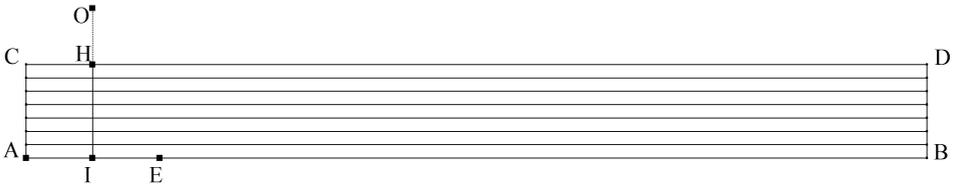
On part d'une lame plus large que l'actuelle (environ 40 mm).

1. *Mise en place des horizontales.* Pour cela, on commence par tracer l'horizontale inférieure $[AB]$, ainsi que ses perpendiculaires en A et B . Puis on mesure une même petite distance (3 mm environ) que l'on reporte 7 fois à partir du bas sur chacune de ces perpendiculaires (contrôle possible par les hauteurs totales : $AC = BD$), et on trace les 7 autres horizontales (figure 7 A).
2. *Mise en place du point O .* Sur $[AB]$ on porte une distance horizontale AE d'un $1/10^e$ de pied, on prend le milieu I de $[AE]$ et on trace la perpendiculaire $[IH]$ à $[AB]$, qu'on prolonge virtuellement jusqu'en un point O (figure 7 B).
3. *Mise en place des obliques.* On partage $[AI]$ en cinq² et on fait de même pour $[EI]$. Puis on reporte 4 fois la longueur AE sur $[AB]$. Enfin, on joint les points de subdivision au point O , en arrêtant les traits à l'horizontale supérieure (figure 7 C).

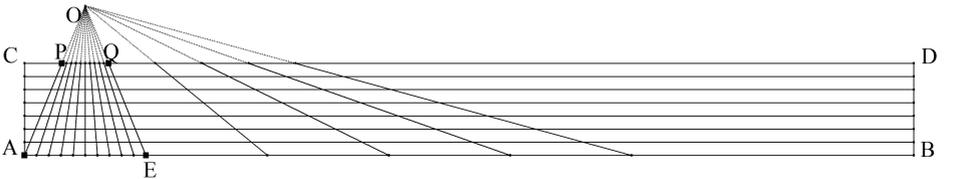
Il reste alors à rétrécir la lame, ce qui fait disparaître le point O .



A - Mise en place des horizontales



B - Mise en place du point O



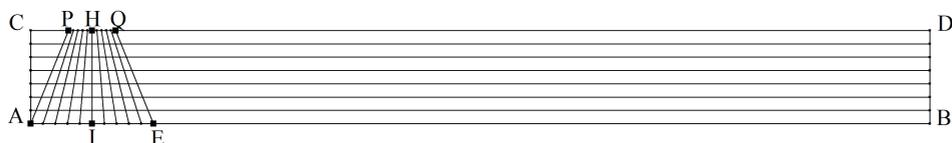
C - Mise en place des obliques

FIGURE 7 – Première construction de la gravure (proposition)

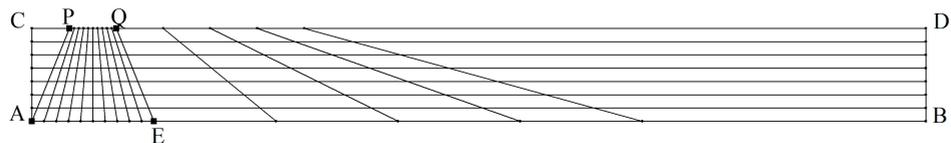
2. Vraisemblablement à l'estime.

On peut aussi envisager une autre construction, un peu plus délicate mais ne nécessitant pas l'étrécissement de la lame.

1. *Mise en place des horizontales.* On procède comme dans la première construction (figure 7 A).
2. *Mise en place de la série 1.* Sur $[AB]$ on porte une distance horizontale AE d'un $1/10^e$ de pied, on prend le milieu I de $[AE]$ et on trace la perpendiculaire $[IH]$. Puis on partage $[AI]$ en cinq³, on fait de même pour $[EI]$. On prend ensuite, sur l'horizontale supérieure, de part et d'autre de H , des longueurs HP et HQ inférieures à AI (5 mm environ) qu'on partage elles aussi en 5. On joint les points homologues sur $[AB]$ et $[CD]$ (figure 8 A).
3. *Mise en place de la série 2.* On reporte 4 fois les longueurs AE et PQ sur les horizontales extrêmes et on joint les points homologues, ce qui achève la construction (figure 8 B).



A - Mise en place de la série 1



B - Mise en place de la série 2

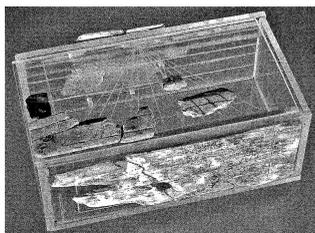
FIGURE 8 – Seconde construction de la gravure (proposition)

Comme on le voit, dans cette seconde construction il n'est pas nécessaire d'avoir recours à un centre d'homothétie extérieur à la lame pour tracer les obliques : il suffit de mettre en correspondance deux graduations égales (et de modules différents) sur deux parallèles.

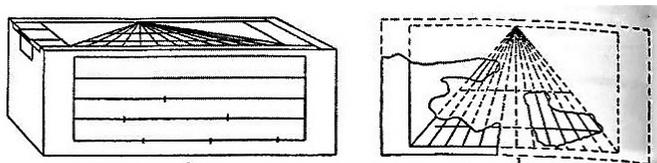
Quoi qu'il en soit, ayant récusé la référence à la perspective albertienne et le simple rôle d'aide-mémoire de la lame, il nous fallait lui trouver un autre usage, si possible moins anecdotique.

C'est alors qu'on nous signale un autre objet du musée de Naples, qui présente de fortes analogies avec la lame de Pompéi : il s'agit d'une boîte en ivoire – malheureusement incomplète – de 106 mm de long, dont le couvercle, présenté comme un cadran solaire, porte une série de traits gravés parallèles et une autre série de traits convergents (figure 9).

3. Vraisemblablement à l'estime.



A - Vue d'ensemble



B - Schémas

FIGURE 9 – Cadran solaire de Pompéi (d'après Ciarallo & De Carolis 2001, fig. 8)

Mais le réseau de lignes (analemme) d'un cadran solaire plan, indiquant la position de l'extrémité du gnomon en fonction de l'heure et de la date, ne présente pas cette forme : on y trouve certes des droites concourantes, mais en lieu et place des droites parallèles on a des coniques (figure 10). Il nous fallait donc encore chercher autre chose...

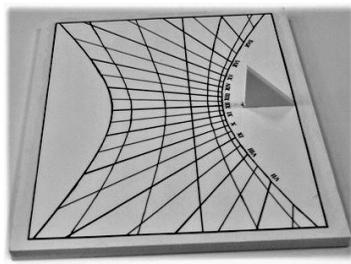


FIGURE 10 – Cadran solaire plan⁴

La face non gravée de la lame présente un décrochement longitudinal en creux de 4 mm de large et 1 mm de profondeur. Comme il rappelle celui qui se retrouve de nos jours sur les règles plates de dessinateur et qui a pour fonction d'éviter les taches d'encre, nous avons alors émis l'hypothèse que l'objet pouvait être en rapport avec le dessin technique. Nous avons pensé qu'il pouvait s'agir plus particulièrement d'une règle de réduction permettant de dessiner à différentes échelles⁵,

4. Réalisé par des élèves du collège Henri Dunant de Royan <http://etab.ac-poitiers.fr/coll-hdunant-royan/spip.php?article95>

5. Règle plus connue sous le nom de « kutsch » dans les agences d'architectes.

sans avoir à effectuer aucun calcul⁶, les distances réduites étant obtenues sur l'une des graduations en s'aidant d'un compas. Chaque ligne horizontale comporte ainsi 10 petites graduations égales sur sa partie gauche, et (au moins) 5 graduations dix fois plus grandes sur toute sa longueur.

Cette présence de graduations par 5 et 10 nous a conduits à chercher dans le système de mesures romain des unités dans le rapport de 1 à 10 et, en rapport avec l'utilisation d'une règle de réduction, nous avons trouvé deux couples : *palmus/gradus* (71,4 mm/714 mm) et *pes/decempeda* (29,6 cm/ 296,4 cm). L'utilisation de la règle permet d'obtenir 8 rapports de réduction s'échelonnant de façon régulière (Tableau 1) :

- entre 1/25 et 1/88 avec le *palmus* ;
- entre 1/10 et 1/350 avec le *pes*.

Ce sont les ordres de grandeur des échelles utilisées pour représenter l'espace dans les divers métiers du bâtiment : arpenteur, architecte, décorateur...

| <i>palmus</i> | | <i>pes</i> | |
|---------------|------|------------|-------|
| (haut) | 1/88 | (haut) | 1/350 |
| | 1/65 | | 1/260 |
| | 1/51 | | 1/205 |
| | 1/42 | | 1/170 |
| | 1/36 | | 1/145 |
| | 1/31 | | 1/125 |
| | 1/28 | | 1/110 |
| (bas) | 1/25 | (bas) | 1/100 |

TABLEAU 1 - Les rapports de réduction

La règle peut s'utiliser dans les deux sens :

- soit à partir des mesures réelles, pour obtenir une représentation à l'échelle ;
- soit à partir d'un dessin, pour trouver les dimensions réelles d'un objet à réaliser (fresque, objet, bâtiment...).

Exemple d'utilisation de la règle pour réaliser un dessin

1. on détermine l'échelle, c'est-à-dire la ligne graduée adéquate par rapport à la taille du dessin projeté ;
2. sur cette ligne, on prend au compas les distances réduites nécessaires à la réalisation du dessin

La figure 11 indique la façon d'obtenir la longueur représentant 32 pieds sur la troisième graduation de la règle à partir du bas.

6. Avantage appréciable, quand on pense à la complexité du système de numération romain, non positionnel.

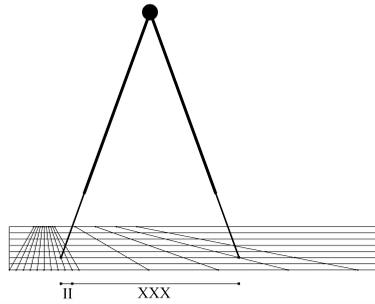


FIGURE 11 – Utilisation de la règle de réduction

L'étude de cet « objet mystère » peut servir de base à divers travaux de classe, notamment au niveau du lycée sur la représentation en perspective et sur l'homothétie, avec des activités comme par exemple (figure 12) se donner deux graduations égales parallèles et de modules différents dont les points sont numérotés, tracer une droite passant par l'origine (point 0) des deux graduations et continuer en progressant dans l'ordre des numéros. Qu'observe-t-on ? Et en commençant par joindre le point 0 de l'une des droites au point 3 de l'autre ? Et en progressant dans l'ordre inverse sur l'une des droites ? Et que se passe-t-il sur une troisième droite, parallèle aux deux premières ? Etc.

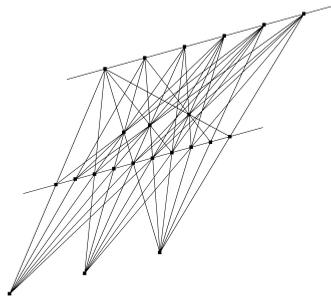


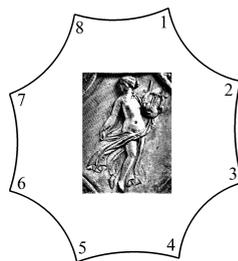
FIGURE 12 – Correspondances entre deux graduations parallèles

Des caissons de stuc oubliés

25 caissons de stuc octogonaux dormaient paisiblement dans les réserves du musée archéologique de Naples. Ils avaient été exhumés en 1754 près de Pompéi et, dès leur découverte, sertis dans des encadrements de bois à fond plat. Malgré l'accès aux carnets du fouilleur au service du roi Bourbon de Naples, Roque Joaquin de Alcubierre (1702-1780), on ignorait tout de la salle qu'ils décoraient et de leur disposition, et une archéologue spécialiste des stucs, N. Blanc, me proposa de chercher à le savoir (Parzys, Blanc, 2013).



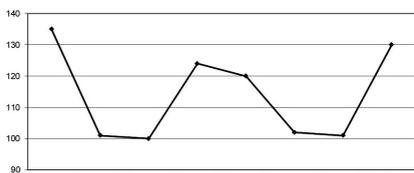
A - caisson 9860



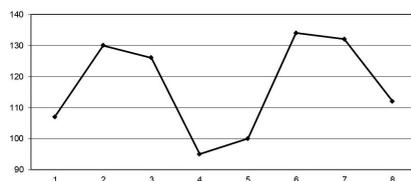
B - caisson 9737

FIGURE 13 – L'un des caissons (cliché Panmuti 1979)

Les caissons s'inscrivent dans un carré d'environ 65 cm de côté (figure 13 A) ; en leur centre est sculpté, soit un centaure (14 caissons), soit une bacchante (11 caissons). Ils présentent une courbure montrant qu'ils ornaient, non pas un plafond, mais une voûte (supposée semi-cylindrique, comme il était de règle à l'époque). Dans le but de préciser cette courbure, nous avons numéroté les sommets de l'octogone par rapport à l'orientation du personnage (figure 13 B) et nous⁷ avons effectué différentes mesures, notamment les épaisseurs du caisson en ces points. Nous avons alors obtenu 25 graphiques présentant en abscisses les numéros des sommets et en ordonnées les épaisseurs correspondantes (en mm). Nous nous sommes alors aperçus que ces graphiques étaient nettement de deux types (figure 14) : « en W » (20 caissons) et « en M » (5 caissons).



A - diagramme en W (caisson 9691)



B - diagramme en M (caisson 9713)

FIGURE 14 – Deux diagrammes d'épaisseur

Or, un graphique W correspond à un caisson pour lequel le personnage est orienté perpendiculairement à l'axe de la voûte, et un graphique M à un caisson orienté parallèlement à cet axe (figure 15).

7. Le « nous » est abusif, car ce sont en réalité N. Blanc et H. Eristov (UMR 8546 CNRS/ENS) qui sont descendues dans les réserves du musée pour pouvoir effectuer les mesures.

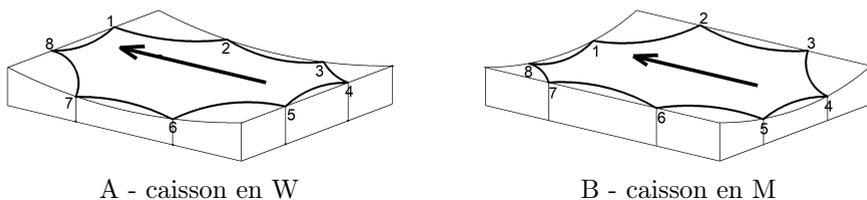


FIGURE 15 – Orientation des caissons

Nous avons en conséquence fait l'hypothèse que les caissons de type M se trouvaient sur la ligne sommitale de la voûte (personnage selon l'axe), et les caissons de type W de part et d'autre de cette ligne (tête du personnage vers le haut), d'autant plus que cette disposition est attestée dans d'autres bâtiments du monde romain, comme par exemple le tombeau des Valerii à Rome.

Nous avons déterminé un caisson moyen, ainsi que la différence d'épaisseur moyenne entre les 4 sommets « hauts » et les 4 sommets « bas ». La projection sur le plan médian du caisson nous a fourni son profil ; sur la figure 16, les points *A* et *B* représentent les sommets hauts et *C* et *D* les sommets bas, $CP = DQ$ est la différence d'épaisseur et *O* le centre du cercle support du profil.



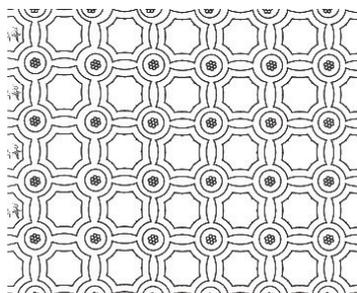
FIGURE 16 – Profil du caisson moyen

L'objectif étant de déterminer le rayon OM de la voûte à partir de nos données, nous avons estimé la flèche moyenne $MH = 30$ mm, ce qui, avec $AB = 635$ mm, nous a permis de calculer OM .

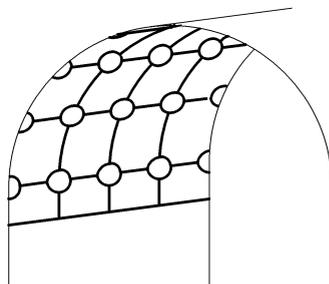
En posant $OM = R$, $AH = l$ et $MH = a$, on a $\sin(\widehat{AOM}) = l/R$ et $\cos(\widehat{AOM}) = (R - a)/R$. D'où $\frac{l^2 + (R - a)^2}{R^2} = 1$. On en déduit $R = \frac{a^2 + l^2}{2a}$, d'où, avec nos données numériques, $R \approx 1695$ mm.

La largeur de la voûte peut donc être estimée à 3,4 m environ et, puisque cinq caissons axiaux de la voûte ont été préservés, sa longueur était d'au moins 3,5 m. En tenant compte du fait que Joaquin Alcubierre fait état de l'existence de demi-caissons (non conservés) et en faisant l'hypothèse – confortée par l'existence de tracés directeurs sur d'autres voûtes romaines – que les caissons étaient mis

en place à partir d'une grille carrée de 70 cm de côté environ (figure 17 A), on peut alors proposer une voûte sur laquelle étaient disposés, de part et d'autre de la rangée axiale, trois rangées et demie de caissons de part et d'autre (figure 17 B).



A - Arrangement des caissons



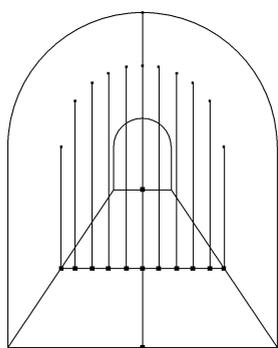
B - Disposition sur la voûte

FIGURE 17 – Proposition de restitution

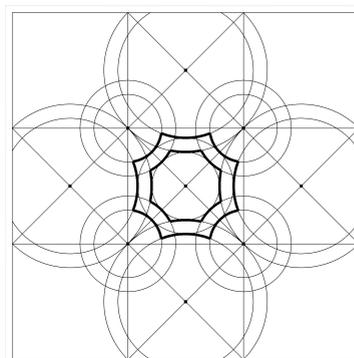
Nous nous sommes aussi posé la question de la mise en place du décor (qui fut sculpté *in situ*).

La première opération consistait à tracer le quadrillage délimitant les caissons. L'axe de la voûte et les traits perpendiculaires à l'axe de la voûte pouvaient être réalisés par relèvement (au fil à plomb) de tracés au sol (figure 18 A), et les traits parallèles à l'axe obtenus par équidistance par rapport à l'axe, avec des contrôles possibles – et souhaitables – au cours de la mise en place.

N.B. À l'occasion de ce travail, nous nous sommes aperçus que l'écart entre la mesure d'une longueur de 70 cm selon une génératrice de la voûte et la mesure en ligne droite n'atteignait pas 5 mm, ce qui reste très raisonnable⁸.



A - Tracé du réseau carré



B - Tracé des moulures

FIGURE 18 – Mise en place des caissons (proposition)

8. Les calculs correspondants ne dépassent pas le niveau du lycée et peuvent donner lieu à des activités de classe.

Une fois la grille installée, on pouvait passer à la réalisation des moulures. D'après ce qui précède, les tracés géométriques pouvaient sans inconvénient être réalisés sur la voûte comme ils l'auraient été sur une surface plane, et c'est bien ce qui semble avoir été le cas. Notre étude nous a conduits à conclure que les tracés circulaires permettant d'obtenir les filets (figure 18 B) sont successivement :

- pour le filet extérieur :
 - l'octogone régulier inscrit dans le carré ;
 - les cercles centrés aux sommets du carré, passant par les sommets de l'octogone ;
 - le cercle centré au centre du carré, tangent à ces 4 cercles ;
 - les cercles centrés aux centres des carrés adjacents, tangents au cercle précédent ;
- pour le filet intérieur :
 - les cercles centrés aux centres des carrés adjacents, passant par les sommets du carré initial ;
 - le cercle centré au centre du carré, tangent aux cercles précédents ;
 - les cercles centrés aux sommets du carré, tangents au cercle précédent.

Comme on peut le constater, beaucoup de ces cercles servaient pour les moulures de plusieurs caissons, ce qui facilitait la tâche des stucateurs et leur permettait également de contrôler d'éventuelles dérives.

Enfin, une fois les moulures réalisées, le sculpteur de figures pouvait commencer à œuvrer dans la partie centrale des caissons. Mais ceci est une autre histoire. . .

Conclusion

Ces deux enquêtes, menées conjointement avec des spécialistes du décor antique, nous ont montré qu'elles pouvaient être utiles à plusieurs titres. Tout d'abord en permettant à l'archéologue d'accéder à des informations qu'il n'aurait pu obtenir seul, ensuite en offrant au mathématicien l'occasion de s'attaquer à des problèmes qui ne sont peut-être pas toujours transcendants mais qui sont inhabituels et l'obligent à chercher un angle d'attaque qui n'est pas donné *a priori*. Le problème majeur est que ces spécialistes de deux domaines différents ne fréquentent en général pas les mêmes endroits et n'ont guère l'occasion de se rencontrer. Le domaine de l'archéologie est particulièrement riche sous ce rapport, et on peut y trouver abondamment matière à collaboration.

De telles enquêtes peuvent aussi – et ce n'est pas le moindre intérêt – fournir à l'enseignant de mathématiques de collège ou de lycée, ainsi qu'au formateur, des thèmes d'activités « réelles »⁹. Avec la lame d'ivoire de Pompéi, par exemple, nous avons rencontré les homothéties, le dessin à l'échelle, la perspective et le cadran solaire, avec les caissons de Portici ce sont la géométrie (du plan et de l'espace), et la statistique descriptive, et dans les deux cas une nous avons été amenés à réaliser une « vraie » modélisation, celle d'un objet matériel.

9. Au cycle 3, par exemple, on peut faire fabriquer un « kutsch » s'inspirant de la lame de Pompéi, qui permettra de reproduire des dessins à différentes échelles.

Nous avons également, à ces deux occasions, abordé l'histoire, les arts décoratifs, la mesure du temps, obtenu des aperçus sur des métiers antiques qui ne sont finalement pas si différents des nôtres. Une telle démarche s'inscrit d'ailleurs tout à fait dans le cadre des enseignements pratiques interdisciplinaires du cycle 4 : « Mobilisant au moins deux disciplines, ils permettent de construire et d'approfondir des connaissances et des compétences inscrites dans les programmes d'enseignement. Ils s'appuient sur une démarche de projet et conduisent à une réalisation concrète, individuelle ou collective. »¹⁰

Raison de plus pour jeter de temps en temps un coup d'œil au-delà de notre discipline...

Références bibliographiques

- CIARALLO Annamaria, DE CAROLIS Ernesto, 2001, *Pompéi - Nature, sciences et techniques*, Paris, Picard.
- GUILLAUMIN Jean-Yves, 2005, *Les arpenteurs romains. Tome 1 : Hygin le Gromatique. Frontin*, Paris, Les Belles Lettres.
- PANNUTI Ulrico, 1979, « Un complesso di stucchi romani provenienti di Portici », *Monumenti Antichi XLIX*, Roma, Accademia Nazionale dei Lincei, p. 259-272.
- PANOFSKY Erwin, 1927, 1976, *La perspective comme forme symbolique et autres essais*, Traduit de l'anglais par Guy Ballangé, Paris, Éditions de Minuit.
- PARZYSZ Bernard, BLANC, Nicole, 2013, « A puzzling set of stucco coffers from Portici. Archaeology and mathematics working together », *Nexus Network Journal* 15/2, Basel, Birkhäuser, p. 209-225.
- PARZYSZ Bernard, ERISTOV Hélène, 2018, « Une intrigante lame d'ivoire pompéienne », *Rivista di Studi Pompeiani XXIX*, Roma, L'Erma di Bretschneider, p. 21-29.
- TUFFREAU-LIBRE Marie, BRUNIE Isabelle, DARÉ Sébastien, 2013, « Peinture et perspective à Pompéi, un ensemble d'objets liés au travail pictural (I 16, 2.3.4.) », *Rivista di Studi Pompeiani XIV*, Roma, L'Erma di Bretschneider, p. 53-69.
- VREDEMAN FRISON Ioan, 1599, *Perspective*, Leyde.

10. <http://eduscol.education.fr/cid108061/epi-mise-en-oeuvre.html>