Circulation Transmission Héritage

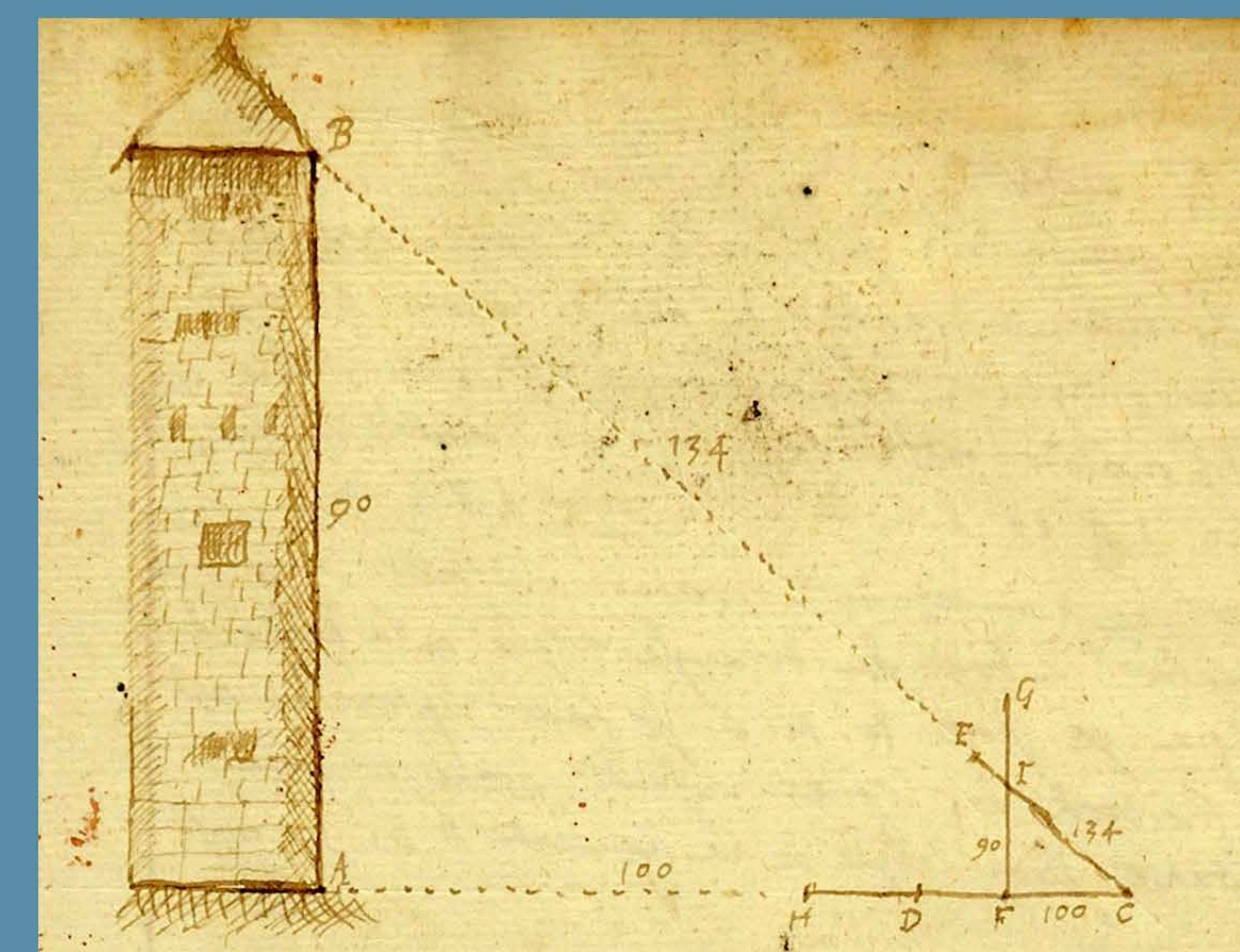
Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » sont différents. Cet ouvrage explore des moments historiques où des décalages, petits ou grands, nourrirent des héritages et furent le fruit des circulations et des transmissions. Il invite à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études qu'il rassemble mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.

ISBN : 978-2-902498-06-2
Édition et diffusion : IREM de Basse-Normandie
juin 2011

IREM
de Basse-
Normandie

Circulation Transmission Héritage
*histoire et épistémologie des mathématiques*

# Circulation Transmission Héritage



Actes du 18e colloque inter-IREM
histoire et épistémologie
des mathématiques
mai 2011

Université de Caen Basse-Normandie

# Circulation
# Transmission
# Héritage

Actes du XVIII[e] colloque inter-IREM
*Histoire et épistémologie des mathématiques*

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

## II. – D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

### II-2. – Transmettre et s'approprier

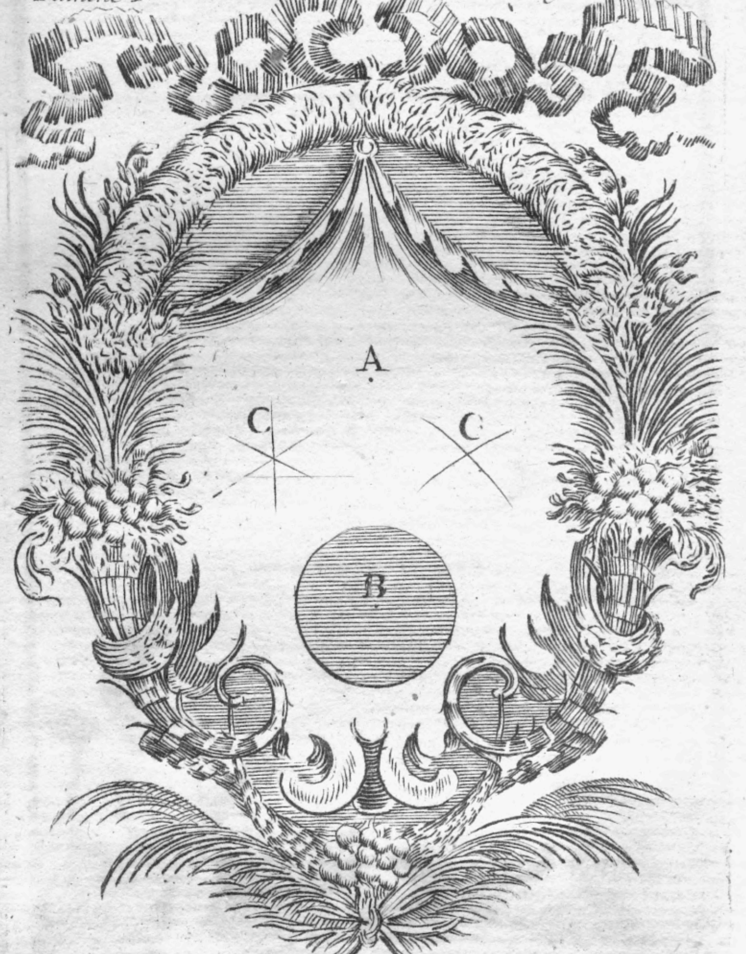
## II-2-X.
## Pages 545-554

## La question du mathématique

*Maryvonne Ménez-Hallez*

# Circulation
# Transmission
# Héritage

*Histoire et épistémologie des mathématiques*


A
C
C
B

Commission inter-IREM

*Épistémologie et histoire des mathématiques*

# Circulation
# Transmission
# Héritage

Actes du XVIII[e] colloque inter-IREM

*Histoire et épistémologie des mathématiques*

IREM de Basse-Normandie

Université de Caen / Basse-Normandie

Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

ISBN : 978-2-902498-06-2

Directeur de publication : Pierre Ageron, directeur de l'IREM de Basse-Normandie
Diffusion : IREM de Basse-Normandie, Université de Caen Basse-Normandie,
campus 2, 14032 Caen Cedex
Tél. : 02 31 56 74 02 – Fax. : 02 31 56 74 90
Adresse électronique : irem@unicaen.fr
Site Internet : http ://www.math.unicaen.fr/irem/
Coordination : Évelyne Barbin et Pierre Ageron
Comité de lecture : Pierre Ageron, Didier Bessot, Richard Choulet, Gilles Damamme, Guy Juge, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff, Pierrick Meignen, Thierry Mercier, François Plantade, Danielle Salles, Didier Trotoux et Éric Trotoux
Relecture générale : Pierre Ageron, Jean-Pierre Le Goff
Conception, illustration et mise en page du volume : Jean-Pierre Le Goff, Pierre Ageron, Didier Bessot et Didier Trotoux
Conception de l'affiche du colloque et de la couverture des actes : Patrice Gourbin
Impression et façonnage : Corlet numérique, 14110 Condé-sur-Noireau

Crédits photographiques de la couverture :
Bibliothèque de Caen, deux images tirées du manuscrit *in-fol.* 27 : *Pratique de geometrie*, de la main de Samuel Bochart (1599-1667)
– 1ère de couverture : mesure au *gonomètre* de la hauteur d'une tour, *f* °8 *r* °
– 4ème de couverture : mesure de la *gibbosité* de la mer entre Dieppe et la Rie (Rye), *f* °42 *v* °
Illustrations hors-texte :
Les 16 planches hors-texte des pages de l'ouvrage, paginées ii, viii, xiv, 28, 50, 94, 122, 240, 338, 360, 386, 446, 480, 502, 544 et 582, sont tirées de la *Pratique de la Geometrie, sur le papier et sur le terrein ; où par une methode nouvelle & singuliere l'on peut avec facilité & en peu de tems se perfectionner en cette science*, Par Sebastien Leclerc, Graveur du Roi. A Paris, Chez Ch. A. Jombert, Imprimeur-Libraire du Roi en son Artillerie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame. M. DCC. XLIV. (1744). *Avec Privilege du Roi.* (coll. part., clichés : jplg)

# Sommaire

## I-2. – Cours et manuels : enseigner pour transmettre



## I-3. – Les journaux savants : hériter et faire circuler



## I-4. – Les figures : accompagner les mots

# II. – D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

## II-1. – Hériter et inventer



## II-2. – Transmettre et s'approprier



## II-3. – Lire les Anciens, aujourd'hui

# II. – D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

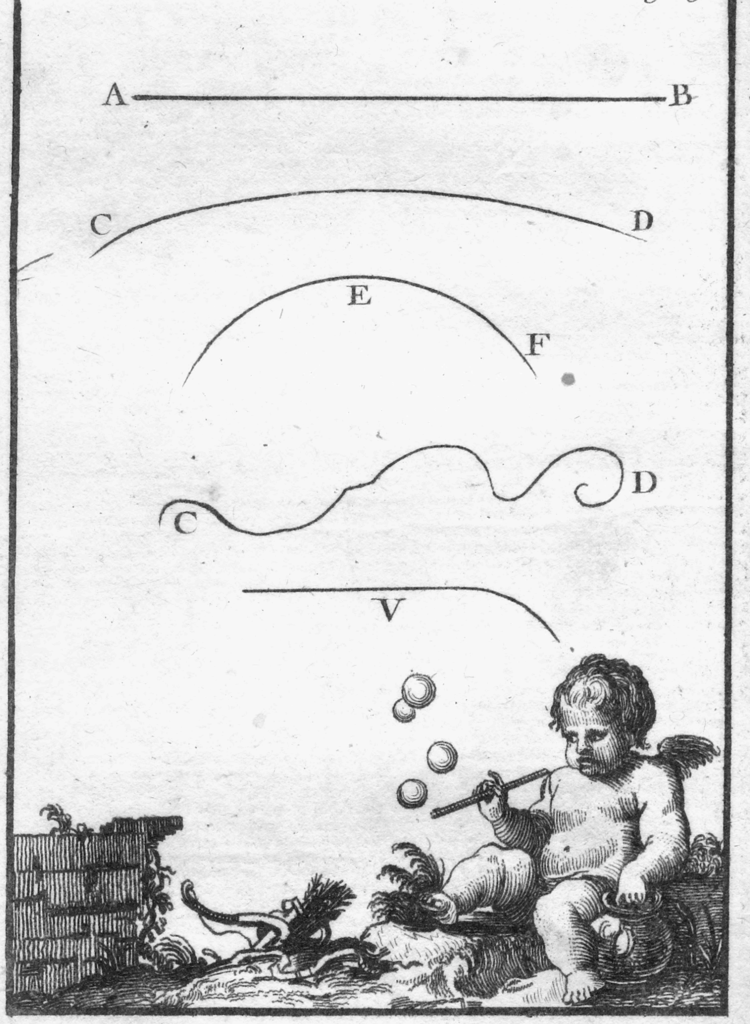
## II-1. – Hériter et inventer



## II-2. – Transmettre et s'approprier



## II-3. – Lire les Anciens, aujourd'hui


A
B
C
D
E
F
C
D
V

# Avant-propos

L'IREM de Basse-Normandie, institué dans l'université de Caen le 23 octobre 1973, cultive par précellence l'histoire des mathématiques. Dès l'origine, plusieurs de ses animateurs, professeurs de lycée, étaient conduits par une intuition : introduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques serait de nature à aider les élèves à y retrouver du sens, sens que le formalisme – des "maths modernes", notamment – tendait à dissimuler. Mais la discipline "histoire des sciences" n'était alors guère développée dans les universités. C'est ainsi que commença un colossal travail de recherche fondamentale et appliquée, d'édition de sources, de formation initiale et continue, d'actions interdisciplinaires. Nombreux sont ceux qui y ont contribué ; je veux citer au moins les noms de Jean-Pierre Le Goff, Didier Bessot et Denis Lanier et leur rendre ici un hommage plein d'amitié et d'admiration.

C'est à l'IREM de Basse-Normandie qu'il revint d'organiser le tout premier colloque inter-IREM d'histoire et épistémologie des mathématiques, au château de Tailleville, en mai 1977, puis le X$^{e}$ colloque d'une série devenue bisannuelle, sur le thème *La mémoire des nombres* – c'était à Cherbourg en mai 1994. Entre les deux, l'IREM de Basse-Normandie avait organisé, à l'initiative de l'Association pour le développement des études et recherches en histoire et épistémologie des mathématiques (ADERHEM), un colloque exceptionnel baptisé *Destin de l'art, dessein de la science* (octobre 1986). Enfin le XVIII$^{e}$ colloque inter-IREM, dont vous tenez en main les actes, s'est tenu en mai 2010 au cœur de l'université caennaise, dans l'amphithéâtre Henri Poincaré (qui enseigna deux années à Caen). Le thème retenu, *Circulation – Transmission – Héritage*, invitait à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études ici rassemblées mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Basse-Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.

Je remercie les institutions qui ont compris l'intérêt de cette manifestation : le ministère de l'Éducation nationale (via l'assemblée des directeurs d'IREM), la région Basse-Normandie, la ville de Caen, l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (régionale de Basse-Normandie), l'ADERHEM, et notre *alma mater* l'université de Caen Basse-Normandie.

Ce colloque n'aurait pu être organisé sans l'énergie déployée par Geneviève Jean, secrétaire de l'IREM, et par de nombreux animateurs de l'IREM, notamment Guy Juge, Éric Trotoux et Didier Trotoux. Enfin Jean-Pierre Le Goff, Didier Trotoux et Didier Bessot m'ont apporté une aide précieuse dans l'édition de ces actes. Que tous soient très chaleureusement remerciés.

Pierre Ageron
directeur de l'IREM de Basse-Normandie

# Présentation

## Auteurs, destinataires et lecteurs d'un texte : histoires de décalages.

Évelyne Barbin,
IREM des Pays de la Loire,
Centre François Viète, Université de Nantes

*La plus grande partie d'une œuvre se déroule sous la tyrannie de sa réception.*
Christophe Prochasson, « Ce que le lecteur fait de l'œuvre. Héritages et trahisons : la réception des œuvres », *Mill neuf cent*, 12, 1994.

Le Colloque inter-IREM « Histoire des mathématiques : circulation, transmission, héritage » s'inscrit bien dans la visée de « la réception des œuvres » de Hans Robert Jauss, dont Christophe Prochasson indique l'intérêt pour l'historien dans le texte cité en exergue. Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Le cas des manuels, y compris les plus récents, n'échappe pas à cette distinction, que connaît bien l'enseignant : le destinataire du manuel est l'élève de classe de quatrième, mais la lectrice est Vanessa. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » – en utilisant l'expression de Jauss – sont différents. Cet ouvrage propose quelques moments historiques de décalages, petits ou grands, qui nourrissent les héritages, qui sont le fruit des circulations et des transmissions.

Les aspects matériels de la circulation des textes, leurs véhicules, font l'objet de la première partie. L'histoire des mathématiques arabes est intéressante, puisqu'elles sont au carrefour de langues diverses, elles commencent avec des traductions et se perpétuent avec d'autres traductions, dans une sphère culturelle large, comme le montrent Ahmed Djebbar et Pierre Ageron. Avec la transmission des *Éléments* d'Euclide en Arménie, Frédéric Laurent délivre une partie peu connue de l'histoire. L'ouvrage d'Euclide, transmis par les Jésuites en Chine, y connut un sort étrange, puisque les lecteurs orientaux négligèrent les démonstrations qui faisaient le succès des *Éléments* ailleurs. L'exemple du décalage très abrupt de l'attente entre Occidentaux et Chinois est illustré dans cet ouvrage par Isabelle Martinez et Jean-Pierre Le Goff. L'écart plus ténu entre langue savante, le latin, et langue vernaculaire, ici un dialecte italien, est examiné avec précision par Gérard Hamon et Lucette Degryse à propos des *Quesiti* de Nicollo Tartaglia au XVI^e^ siècle.

Il existe deux types de véhicules adaptés à des destinataires particuliers, ce sont les manuels et les revues mathématiques. Les manuels sont écrits à partir de sources diverses et à destination de commençants, avec le souci d'un rendu intégral des « idées » ou à l'inverse dans celui d'une « adaptation » aux élèves. Du côté des sources, Martine Bühler et Anne Michel-Pajus analysent celles d'un ouvrage d'arithmétique niçois du XVI^e^ siècle. Du côté des réceptions, Pierre Ageron et Didier Bessot retracent les tribulations d'un manuel de géométrie au XVIII^e^ siècle. Comme le montrent Anne Boyé et Guillaume Moussard, l'enseignement des vecteurs présente un cas très complexe aux sources multiples – géométriques, algébriques et physiques –, qui a beaucoup changé selon les destinataires à différentes époques.

L'édition des revues scientifiques commence au XVII^e^ siècle. Les journaux savants sont écrits par des « savants » à destination de leurs confrères, membres d'Académies nationales ou de Sociétés provinciales. La spécialisation de revues aux seules mathématiques au XIX^e^ siècle est contemporaine de publications pour des publics eux aussi plus spécialisés, qu'ils soient enseignants, amateurs ou bien mathématiciens. La transmission par des revues multiplie le nombre de possibilités de mise en évidence de décalages, en augmentant le nombre des auteurs et en accordant la plume aux lecteurs. Les articles de Jeanne Peiffer, de Christian Gérini et de Norbert Verdier offrent un large panel de périodes et de publics pour diverses revues sur trois siècles.

Les figures mathématiques ne transcendent-t-elles pas les questions de transmission en offrant un langage qui serait universel ? De plus, ne s'agit-il pas d'un langage qui précède l'écriture ? Ces questions trouveront des éléments de réponse dans les articles d'Olivier Keller et de Jean-Pierre Cléro. Prise du point de vue de la réception historique des « textes », la première question recevrait une réponse plutôt relativiste. Un triangle est vu comme une aire par Euclide et comme ses trois côtés par Descartes, il est désigné par des lettres chez les mathématiciens grecs et par des couleurs chez les chinois.

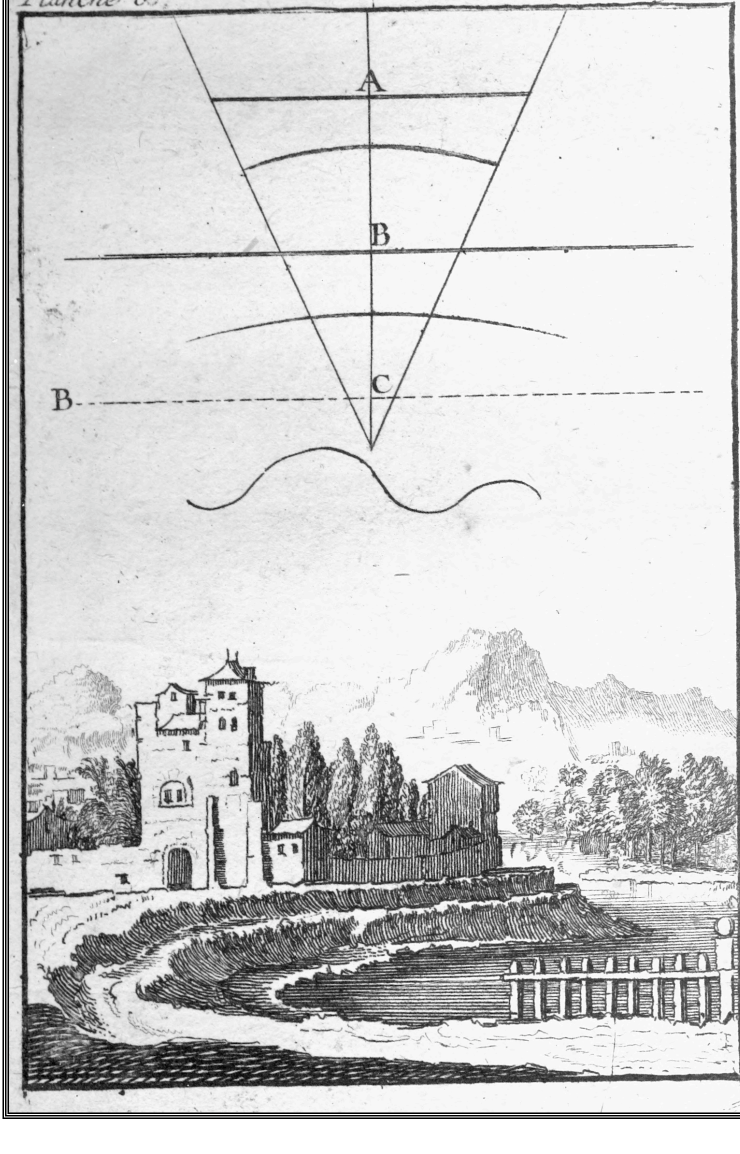
La seconde partie de cet ouvrage retourne à l'auteur d'un texte, mais sans abandonner la perspective du destinataire et du lecteur. En effet, l'auteur est lui-même un lecteur, et donc un texte peut être lu comme un maillon dans un échange dialogique. Car, comme l'explique Mikhaïl Bakhtine, un texte est écrit en réponse à d'autres auteurs de textes et il s'adresse à des lecteurs qui ont une « attitude responsive active ».

Lorsqu'un auteur doit écrire quelque chose qui lui paraît nouveau, c'est-à-dire susceptible d'aller au-delà des conceptions contemporaines, il doit aménager son texte. Autrement dit l'invention pose des problèmes accrus de transmission. C'est ce qu'analysent les articles de Jean-Paul Guichard, de Denis Lanier, Jean Lejeune et Didier Trotoux pour deux inventions mathématiques. L'histoire des mathématiques, qu'elle s'intéresse à des inventions ou des inventeurs, ne peut pas passer outre leurs intérêts sous-jacents, par exemple pour la nomographie présentée par Dominique Tournès. Le renouveau du genre biographique en histoire, indiqué par Gilles Damamme, va de pair avec une histoire des inventeurs dans le contexte intellectuel, social et culturel de leur époque. En suivant les propos de Pierre Ageron, cette perspective peut aussi être prise en compte dans l'écriture de l'histoire.

Le décalage entre un auteur et l'horizon d'attente de ses lecteurs contemporains est au cœur de la partie suivante. Évelyne Barbin explique que les contemporains de Descartes n'ont pas compris sa *Géométrie* de 1637 alors qu'elle semble aller de soi aujourd'hui. Lorsque que Jean Lejeune, Denis Lanier et Didier Trotoux utilisent le terme de précurseur, au dépit de l'histoire, n'est-ce pas pour écrire un grand décalage entre Gavarret et ses lecteurs ? Avec François Plantade et Jean-Pierre Le Goff, sont retracées les réceptions des œuvres de Grassmann et de Salomon de Caus. En vis-à-vis de ces articles, qui invitent à un relativisme constructif des « vérités mathématiques », Maryvonne Menez-Hallez pose la question du « mathématique ».

La dernière partie de l'ouvrage est plus orientée vers la lecture historique des textes. Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff et Didier Trotoux proposent une relecture d'une proposition d'Apollonius à partir de ses éditions et de ses traductions. Alain Bernard lit les *Arithmétiques* de Diophante comme un texte ancré dans différentes traditions antiques. Ainsi que le remarque Christophe Prochasson, « la tradition n'est pas un processus autonome de transmission », elle est au contraire un mécanisme de réappropriation du passé.

La thématique du colloque croise les questions d'enseignement et elle a vivement intéressé ceux qui dans les IREM associent l'histoire des mathématiques à son enseignement. Le riche sommaire de cet ouvrage en est le témoin.


A
B
B
C

# Section II

## D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

### 2. – Transmettre et s’approprier

# Circulation
# Transmission
# Héritage

Actes du XVIII[e] colloque inter-IREM
*Histoire et épistémologie des mathématiques*

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

## II. – D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

### II-2. – Transmettre et s'approprier

## II-2-X.
## Pages 545-554

## La question du mathématique

*Maryvonne Ménez-Hallez*

# La question du mathématique

Maryvonne Menez,
IREM de Lorraine,
philodonon@wanadoo.fr

> On croit habituellement qu'enseigner consiste à détenir un savoir et à le transmettre. Parmi les philosophes, depuis un certain Socrate, on a pu se rendre compte que ce n'est pas si simple. Enseigner peut vouloir dire être dans l'embarras, ne plus s'y retrouver, appeler au secours, faire le tri parmi les propositions secourables. D'une certaine façon, cet apparent désarroi suppose un grand savoir et, en un sens, il le transmet également.
>
> Roger-Pol Droit, *le Monde des livres*, 17 août 2006 (à propos de Wittgenstein)

> L'intérêt philosophique est la chose au monde la mieux partagée… quand il est éveillé !!

Qu'en est-il du désir du prof de maths ?
Que doit-il en être de son désir pour qu'il opère d'une façon correcte ?

Ce dont il s'agit, c'est de faire faire des maths, de faire en sorte que les élèves “s'y mettent”. Alors quels gestes[1] pour susciter l'envie, chez l'autre, d'inventer sa propre vie ? Quels moments d'adhésion, de séduction, de recul, d'interrogation nous orientent dans notre vie, notre manière d'enseigner ? Quelles réflexions sur la mathématique, les mathématiques, le mathématique peuvent accompagner l'enseignant de maths ? Ces questions seront ici abordées de trois points de vue : la mathématique comme science, les mathématiques que l'on pratique, le mathématique en question.

## 1. – La mathématique comme science

Partant du premier postulat d'Aristote « tous les hommes désirent naturellement savoir »[2] et du postulat de Jacques Rancière de l'égalité des intelligences, je propose un **premier geste** : la lecture d'un extrait de la *Lettre VII* de Platon. Lorsqu'il l'écrit, celui-ci a 75 ans et évoque pour les amis de Dion ses rencontres avec Denys, tyran de la colonie grecque de Syracuse

1 Au sens de Châtelet, décliné dans son livre *Les enjeux du mobile* (Paris : Seuil, 1993) et peut-être aussi au sens de Julie Roux qui revendique le mot, mais le développe peu dans *Inévitablement après l'école*, Paris : La Fabrique, 2007.
2 Aristote, *Métaphysique,* A, 1.

dont il espère faire un despote éclairé, et l'échec de ses tentatives politiques. Mais il ne cède en rien sur la nécessité de son enseignement :

> on ne peut espérer de voir la fin des misères humaines avant que les vrais philosophes n'arrivent à la tête des gouvernements ou que, par une providence toute divine, ceux qui ont le pouvoir dans les États ne deviennent eux-mêmes philosophes. [3]

Mon propos est d'étendre cet enseignement à toutes et tous. Cette lecture, que ce soit en co-formation d'adultes ou en classe avec des élèves, je l'appelle geste d'enseignement ; il eut pour moi toutes les conséquences d'un acte de réflexion qui sous-tend les actes à venir dans la science mathématique.

> Tant de science à acquérir, tant de travaux, un régime, un ordre si sévère […]
>
> Cette science[4] ne s'enseigne pas comme les autres avec des mots ; mais, après un long commerce, une vie passée ensemble dans la méditation de la chose même[5], elle jaillit tout-à-coup comme une étincelle, et devient pour l'âme un aliment qui la soutient à lui seul, sans autre secours.[6]

Cet extrait met bien en scène le paradoxe de tout apprentissage : c'est à la suite d'une longue familiarité avec la chose même, nous dit Platon, et lorsqu'on y a consacré sa vie, que soudain jaillit la lumière, à la façon d'une étincelle qui bondit, qui se produit dans l'âme et s'accroît désormais toute seule. Bien sûr, Platon a 75 ans quand il écrit cela ! Les lumières ont jailli pour lui comme pour nous dès la première rencontre avec ce que l'on peut nommer science ; il s'agit de s'y mettre, de faire cette première expérience et de persévérer, en sachant que c'est un processus sans fin, mais soutenu par les promesses de la joie de la connaissance sans cesse avivée. À mettre en parallèle avec les propos tenus à 90 ans par le grand peintre japonais Hokusaï : « je commence à savoir peindre ».

---

3 Platon, *Lettre VII*, 326a-b. Traduction utilisée : *Œuvres de Platon* traduites par Victor Cousin, tome XII$^{e}$ (Paris : 1839). Autre traduction (de Bernard Suzanne sur le site plato-dialogues.org) : « Il n'y aura de cesse aux maux de l'espèce humaine, avant que, soit l'espèce de ceux qui philosophent droitement et en vérité n'accède au pouvoir politique, soit ceux qui sont puissants dans les cités, par quelque grâce divine, ne se mettent réellement à philosopher. »

4 Platon ne réfère pas ici à la seule mathématique, mais à la connaissance philosophique en général ; cependant la mathématique est le domaine dans lequel il puise le plus souvent ses exemples. Dans l'*Encyclopædia universalis*, Alain Boutot écrit au mot *science* : « Avec Platon, la philosophie se constitue en science à part entière. La philosophie représente le faîte et le couronnement de l'édifice du savoir ; les autres sciences, c'est-à-dire l'arithmétique, la géométrie, l'astronomie ou l'harmonie n'étant qu'une sorte de propédeutique à la philosophie. »

5 En grec : *τὸ πρᾶγμα αὐτὸ* (la chose même, la chose de la pensée).

6 Platon, *Lettre VII*, 340 d-e, 341c-d (trad. Victor Cousin).

Et donc pour préciser la spécificité de la science dont parle Platon, continuons à lire cette lettre[7] :

> Il y a dans tout être trois choses qui sont les conditions de la science ; en quatrième lieu vient la science elle-même, et en cinquième lieu, il faut mettre ce qu'il s'agit de connaître, la vérité. La première chose est le nom, la seconde la définition, la troisième l'image ; la science est la quatrième[8].

En bon pédagogue, Platon prend un objet simple connu de tous : le cercle.

> Si on veut comprendre ce que je viens de dire, il n'y a qu'à choisir un exemple ; il servira pour tout le reste. Prenons le cercle. D'abord il a un nom, celui même que je viens de prononcer. Puis il a une définition, composée de noms et de verbes; en effet, ce dont les extrémités sont également distantes du centre, telle est la définition de ce qu'on appelle sphère, circonférence, cercle. Mais ce cercle est encore un dessin qu'on efface, une figure matérielle qui se brise ; tandis que le cercle lui-même auquel tout cela se rapporte ne souffre pourtant rien de tout cela, parce qu'il en est essentiellement différent. Vient ensuite la science, l'intelligence, l'opinion vraie[9] sur ce que nous venons de dire ; considérées collectivement, voilà un nouvel élément qui de par sa nature diffère de celle du cercle même[10] et des trois choses dont nous avons parlé. De ces quatre éléments, l'intelligence[11] est celui qui, par ses ressemblances et son affinité naturelle, se rapproche le plus du cinquième : les autres en diffèrent beaucoup plus. On peut faire les mêmes observations sur les lignes droites ou courbes, sur les couleurs, sur le bon, le beau, le juste, sur les objets que l'homme fait ou sur les corps naturels, comme le feu, l'eau et tant d'autres, sur tout animal, sur toute qualité de l'âme, sur les actions et les passions en général. Si l'on ne possède parfaitement ces quatre premiers éléments, on n'aura jamais la connaissance exacte du cinquième.[12] […]
>
> C'est quand on a bien examiné, en les éclairant les uns par les autres, les noms et les définitions, et les sensations de toute espèce, dans des discussions paisibles où l'envie n'aigrit ni les demandes ni les réponses, c'est alors seulement que la lumière de la science et de l'intelligence se

[7] Platon, *Lettre VII*, 342a-b (trad. Victor Cousin).

[8] En grec : *ὄνομα* (nom, signifiant) ; *λόγος* (signifié, référent virtuel) ; *εἴδωλον* (image, référent actuel) ; *ἐπιστήμη* (science).

[9] En grec : *ἐπιστήμη* ; *νοῦς* ; *ἀληθής τε δόξα.*

[10] En grec : *αὐτὸς ὁ κύκλος* (cercle en soi).

[11] En grec : *νοῦς.*

[12] Platon, *Lettre VII*, 342b-d.

> répand sur les objets et nous guide vers la perfection que la nature humaine peut atteindre.[13]

Le cercle, le cercle même, exemple de la chose, la chose même, *to pragma auto,* « cela même qui est connaissable et qui est vraiment ». Ce cinquième n'est autre que le premier, le nom, qui, tout en transcendant le langage, n'est possible que dans le langage et en vertu du langage, essence spirituelle de la chose, non pas comme une essence immuable, mais toujours en devenir tout en gardant son affectif, son historial, toujours même et autre. Il est important de s'arrêter sur cette assertion que l'élément évoqué en cinquième position n'est autre que le premier. La cinquième, la même chose,

> non plus cependant comme supposée par le nom et le logos à la manière d'un présupposé obscur et réel (un *hypokeimenon*), mais dans le milieu de sa connaissabilité dans la pure lumière par laquelle elle se révèle et s'annonce à la connaissance.[14]

La chose même n'est pas une simple hypostase du nom, un ineffable qui doit rester non-dit et qui ne serait préservé que de cette seule façon comme nom dans le langage de l'homme, c'est la dicibilité même et l'introduction à la circularité de la connaissance :

> Le retour du même engendre de la différence. Ce qui se répète comme le même va en raison du caractère de la discontinuité (ou de la région de singularité) produite, engendrer de la différence : une autre morphologie des formations symboliques. C'est cependant une répétition.[15]

Cette chose même est aussi comme l'unité des deux notions grecques de *chrema*, "ce dont il est fait usage", et *pragma*, "qui exige une action et y répond", elle est toujours « habitée par qui s'occupe d'elle » et vice-versa[16]. On n'en finit pas de cerner la chose même, de croire la tenir, de croire qu'on en est le captif :

> Dans ce rapport de mise en espacement réciproque le site où chacun se trouve actuellement inscrit est pour l'autre son site virtuel, l'indice d'une présence possible, qui pourrait tout aussi bien, en tant qu'elle est celle d'un autre, cacher la sienne.[17]

Cette lettre de Platon ouvre une réflexion que nous pouvons suivre chez Deleuze, et plus contemporainement chez Guitart ; tous deux sont des

---

13 Platon, *Lettre VII,* 344b-c (trad. Victor Cousin). La traduction de Luc Brisson (Paris : Garnier-Flammarion, 1994) donne : « Or après beaucoup d'efforts, lorsque sont frottés les uns contre les autres ces facteurs pris un à un : noms et définitions, visions et sensations… »

14 Giorgio Agamben, *La puissance de la pensée*, Paris : Rivages, 2006, p. 15.

15 Jean-Toussaint Desanti, *Un destin philosophique*, Paris : Hachette, 2008.

16 Jean-Toussaint Desanti, préface à : Gilles Châtelet, *Les enjeux du mobile*, Paris : Seuil, 1993, p. 14.

17 Jean-Toussaint Desanti, *op. cit.*, p. 15.

compagnons qui nous mettent en garde contre l'image des mathématiques communément répandue comme d'une science exacte dont le principal fonctionnement est le raisonnement axiomatico-déductif, aux dépens de toute la composante heuristique de cette même mathématique :

> Le paradoxal et l'ambiguïté sont au cœur des mathématiques, tant dans son agir quotidien non écrit que dans son souci théorique, contrairement à l'idée que le grand public en a.[18]

Dans un fonctionnement heuristique,

> le modèle est problématique et non plus théorématique : les figures ne sont considérées qu'en fonction des affections qui leur arrivent, sections, ablations, adjonctions, projections. On ne va pas d'un genre à ses espèces, par différences spécifiques, ni d'une essence stable aux propriétés qui en découlent, par déduction, mais d'un problème aux accidents qui le conditionnent et le résolvent. Il y a là toutes sortes de déformations, de transmutations, de passages à la limite, d'opérations où chaque figure désigne un "événement" beaucoup plus qu'une essence : le carré n'existe plus indépendamment d'une quadrature, le cube d'une cubature, la droite d'une rectification. Tandis que le théorème est de l'ordre des raisons, le problème est affectif, et inséparable des métamorphoses, générations et créations dans la science elle-même.[19]

Continuons avec l'objet de Platon. En lisant les phrases suivantes de Guitart :

> Supposez que je dessine un cercle. Alors s'explique toute seule l'idée de cercle, que l'intuition mathématique admet[20]

on entend une référence à Descartes pour qui, en mathématique, il n'y a qu'une vérité de chaque chose, et quiconque la trouve en sait autant qu'on peut en savoir. Guitart continue :

> Puis, je peux discourir indéfiniment (*e. g.* donner des équations, parler du centre et du rayon, d'un tas de données spécifiques que l'on rencontre à propos du cercle) pour faire comprendre le cercle et son usage. Mais ce cercle bien dessiné est d'emblée toute l'affaire expliquée, et la comprendre c'est un second temps. Mais ce qu'il y a exactement est montré, à voir, et ne peut se dire sans en dire trop ou pas assez. La vérité du cercle gît d'emblée dans ce dessin bien fait, et la dire, toujours un peu à côté, c'est simplement

[18] René Guitart, *Evidence et étrangeté*, Paris : PUF, 2000, p. 68.
[19] Gilles Deleuze et Félix Guattari, *Mille plateaux*, Paris : Minuit, 1980, p. 448.
[20] René Guitart, *op. cit.*, p. 31.

> nécessaire à l'avènement de l'intuition, de l'intuition non pas de ce qui est dit, mais de cela, le cercle, si cette intuition n'était pas là.[21]

Il développe ainsi à sa manière le « même » entre le premier et le cinquième du cercle platonicien, ainsi que le paradoxe entre le tout de la vérité de chaque chose et le développement infini de l'apprendre de la chose qui doit à tout moment être en mesure de **prouver** que la différence des points de vue sur la chose n'a pas déformé l'objet d'étude. Si l'on pose par exemple $S = \{(x, y)\ ;\ x^2 + y^2 = 1\}$ et $S' = (0, 1)/(0 = 1)$, a-t-on $S = S'$ ?

> La première formule décrit $S$ par un geste de découpe dans le plan (on extrait les points satisfaisant l'équation), et la seconde décrit $S'$ par un collage : à partir du segment (0, 1) on identifie ou colle l'une sur l'autre les deux extrémités 0 et 1. On a alors un théorème : $S = S'$. Ce "=" étant à lire comme il se doit (en bijection, isomorphe, homéomorphe, etc.) Vous avez un théorème dont la structure est du type : telle découpe équivaut à tel collage. En l'occurrence il est dit par ce théorème que nous avons là deux présentations du cercle. Mais laquelle "est" le cercle ? Aucune importance, justement. Si vous travaillez avec le cercle comme ci, vous pouvez le mettre comme ça. C'est ce que dit le théorème. Et la preuve du théorème est elle-même tout un jeu d'écriture à couper et à coller, jeu dans lequel certains couper peuvent valoir pour d'autres coller, etc.
>
> De façon plus technique disons que $S$ est décrit par limite projective (comme noyau ou égalisateur) et $S'$ par limite inductive (comme quotient ou conoyau ou coégalisateur). Le théorème dit que telle limite projective est isomorphe à telle limite inductive. Je vous affirme alors (c'est un théorème de Guitart et Lair) que toutes les structures mathématiques sont descriptibles ainsi comme réalisant des architectures de spécifications de limites projectives et de limites inductives, c'est-à-dire dans le fond des systèmes organisés d'instructions de couper et coller, des "maquettes" dont les architectures de spécifications sont des projets ou "esquisses" de coupures et de collages.
>
> Il y a une théorie mathématique des esquisses, dont je vous ferai grâce.[22] Dans cette théorie, on voit que les théorèmes mathématiques prennent foncièrement la forme d'énoncés comme $S = S'$ exprimant des équivalences entre des limites d'un type et des limites d'un autre. […] pour lire votre "maquette " $S$ […], je vais la transformer, en couper/coller, par exemple suivant le chemin d'une preuve de $S = S'$, et donc finir avec $S'$ que moi je connais déjà, évidemment, ou simplement qui, quand il arrive, me semble évident. Je pourrai alors, spéculairement, prendre l'un pour l'autre.

21 René Guitart, *op. cit.*, p. 31.

22 Cette théorie est née en 1966 des réflexions de Charles Ehresmann sur la notion de structure mathématique. Voir : « Esquisses et types des structures algébriques », *in* : *Buletinul Institutului Politenic din Iași* XIV, 1968, p. 1-14 et les cinquante volumes de la revue *Diagrammes*, 1979-2003. (Note des éditeurs.)

> Comme le chemin suivi est une preuve vraie, et ce n'est pas toujours le cas, ma « prise » de l'un pour l'autre n'est pas une méprise.[23]

Nous pourrions multiplier les exemples ; il serait nécessaire pour l'école que tout enseignant de mathématiques médite par exemple ce récit simple, mais très percutant :

> Or, le mathématicien au travail, l'amour au sens hégélien du terme, il le fait à tout bout de champ. Je crois que c'est Poincaré qui écrivait à peu près ceci : on ne peut pas faire de mathématiques sans tantôt désigner d'une même lettre des objets distincts, et tantôt désigner de plusieurs lettres un même objet. Pensez à la difficulté majeure qu'il y a pour accéder à l'algèbre : comment est-il possible de penser que $x$ *est* finalement 2, puisque dès le début $x$ *est* $x$, 2 *est* 2, et ce *sont* deux choses *distinctes ?* Je me souviens de l'extraordinaire mystère de cette énigme pour moi lorsque vers mes onze ans on commença à m'enseigner l'algèbre. Je fus deux ou trois semaines dans cette énorme chose, et n'en pouvait sortir. Mon professeur ne m'en sortait pas, qui me disait de continuer, de voir qu'en jouant (!) avec, ça marchait. Ne faites pas ça avec vos élèves, répondez à *leur* question. Un mathématicien peut bien dire cela (“joues avec, tu verras”) à un autre mathématicien, et encore ; du moins cet autre a-t-il le sens du “jeu” en général.
>
> De fait, je m'en sortis, à l'automne 1959, que parce que j'allai, en dernier recours, demander de l'aide à mon ancien instituteur Jean Batguzère qui immédiatement m'expliqua qu'une chose peut avoir plusieurs noms, que 2 et $x$ sont deux noms d'une même chose, ou mieux que $x$ est le nom d'une place dans le calcul où je finirai par déposer l'objet 2 pour que l'équilibre tienne, et que les différents “*est*” dans mon énigme étaient à entendre en des sens différents (est absolument identique à, vaut pour, désigne, etc.) Il faut initier à l'enjeu du jeu, pointer l'insu autour de quoi il pivote.[24]

## 2. – Faire des mathématiques

Le **deuxième geste** que je propose est une demande : la duplication du carré, ou « construire un carré d'aire double de celle d'un carré donné ». Je pose ce sujet chaque année, de la Sixième à la Terminale ; il correspond à la qualité demandée de mettre tous les élèves en réelle activité mathématique.

La consigne est la suivante : « Vous allez chercher en écrivant au brouillon tout ce que vous faites, vos idées, les idées du groupe. Vous pouvez discuter entre vous, vous disputer, utiliser les idées des autres, essayer des méthodes qui

---

23 René Guitart, *op. cit.,* p. 52-53.
24 René Guitart, *op. cit.,* p. 46-47.

finalement ne marchent pas, utiliser la calculatrice : tout est permis. Ce qui est important, c'est d'**écrire tout ce** qui se passe dans le groupe et dans votre tête. Les brouillons et l'énoncé du problème seront relevés. Racontez avec précision tous vos essais, même s'ils n'ont pas donné de solution. Écrivez toutes les questions que vous vous posez, avec ou sans réponse. Signalez quand vous changez de piste (par exemple, par un changement de couleur du stylo). Reproduisez les dessins que vous avez fait au brouillon. Et, bien sûr, faites un effort pour être compris par celui qui lit. »

« *C'est un carré plein de vent* » fut la première réponse de Paulo dans une classe non francophone ! Cette réponse a suggéré toute une réflexion sur les homonymies et a permis de travailler le mot "aire". Il n'est pas arrivé une seule fois que des élèves n'aient pas produit des écrits et dessins intéressants. Qu'est-ce qui fait que cet antique problème suscite de nos jours un intérêt que je peux qualifier d'universel ? Notons que ce problème permet des suites, "culturelles" et mathématiques. Dans toutes les classes de collège et souvent au-delà, l'hypothèse de proportionnalité entre le côté du carré et son aire est proposée dans un premier temps pour être invalidée ensuite. Puis on rencontre, comme dans l'histoire des mathématiques depuis l'Antiquité, deux grands types de recherche : numérique et géométrique. Du côté géométrique, les élèves proposent des réponses "exactes" et des réponses approchées. Au cours de leurs recherches, je leur propose de travailler des textes historiques en liaison avec leurs productions, comme le dialogue du *Ménon* de Platon, des extraits des *Nouveaux élémens de géométrie* d'Arnaud (XVII$^{e}$ siècle), des extraits des *Élémens de géométrie* de Clairaut (XVIII$^{e}$ siècle), des extraits des *Śulbasūtras* (environ III$^{e}$ siècle av. J.-C.), des extraits d'Euler (XVIII$^{e}$ siècle), de Stevin (XVI$^{e}$ siècle).

Je mets en lien l'existence de problèmes qui semblent pouvoir être réactivés à toute période de l'histoire humaine avec la question du mathématique.

## 3. – Le mathématique

Heidegger, dans *Qu'est-ce qu'une chose ?,* pose la question du mathématique et distingue explicitement le mathématique et la mathématique. Je ne donne qu'un extrait de ce texte, dont je pense que la lecture, comme celle de *L'origine de la géométrie* de Husserl, serait nécessaire dans toute formation d'enseignants de mathématiques :

> La question décisive s'énonce comme suit : Qu'appelle-t-on ici la "Mathématique" et le "mathématique " ? Il semble que nous ne puissions puiser la réponse à cette question que dans la mathématique elle-même. Mais c'est une erreur car la mathématique elle-même n'est qu'une élaboration déterminée du mathématique. […]

> Qu'en est-il du "mathématique" s'il ne peut être expliqué à partir de la mathématique ? Lorsqu'il s'agit de telles questions, nous sommes bien avisés de nous en tenir au mot. Certes il n'est pas toujours vrai que, toujours là où se trouve le mot, se trouve aussi la chose. Mais pour les Grecs desquels provient le mot, nous pouvons faire sans danger cette présupposition. Le mot "mathématique " vient du grec *mathemata*, ce qui peut être appris et donc ce qui peut être enseigné ; *mantanein* signifie apprendre ; *mathesis* signifie leçon dans le double sens de ce dont on s'instruit et de ce que l'on enseigne […]
> Les mathemata, ce sont les choses dans la mesure où nous en prenons connaissance au titre de ce que nous connaissons déjà d'avance : le corps en tant que corporéité, dans la plante la plantéité, dans l'animal l'animalité, dans la chose la choséité, etc. Ce véritable apprendre est ainsi un prendre suprêmement remarquable, un prendre dans lequel celui qui prend ne prend que ce qu'au fond il a déjà. À cet apprendre correspond aussi l'enseigner. Enseigner, c'est donner, offrir. Mais ce qui est offert dans l'enseignement n'est pas ce qui peut être appris ; ce qui est donné à l'élève, c'est seulement l'indication lui permettant de prendre par lui-même ce qu'il a déjà. Quand l'élève ne fait que prendre possession de quelque chose qui lui est offert, il n'apprend pas. Il ne commence à apprendre que lorsqu'il éprouve ce qu'il prend comme ce qu'il a déjà lui-même en propre. Là seulement est le véritable apprendre, où prendre ce qu'on a déjà, c'est se-donner-à-soi-même et où cela est éprouvé en tant que tel. Enseigner ne veut donc rien dire d'autre que laisser les autres apprendre, c'est-à-dire se porter mutuellement à l'apprendre. Apprendre est plus difficile qu'enseigner : seul celui qui peut vraiment apprendre – et seulement aussi longtemps qu'il le peut – celui-là seul est capable d'enseigner. Le véritable enseignant ne se distingue de l'élève qu'en ce qu'il peut mieux apprendre et a plus authentiquement la volonté d'apprendre. Dans tout enseigner, c'est l'enseignant qui apprend le plus.
>
> L'apprendre le plus difficile est celui-ci : porter à la connaissance réellement et à fond ce que depuis toujours nous savons.[25]

Que peut entendre l'enseignant de mathématiques concernant "le mathématique" ? Quels rapports peuvent entretenir ontologie et mathématique ? Que peut-il en être de l'essence des mathématiques que nous enseignons ? L'hypothèse sous-jacente peut se dire : il y un lien entre ontologie et praxis. Toutes ces réflexions ont un point de fuite, à savoir les deux questions ontologiques indissolublement liées : qu'est-ce qu'une chose ? qu'est-ce que l'homme ? dont l'antériorité est aussi non décidable que le toujours actuel dilemme de l'œuf et de la poule. Homme et chose se construisent dans d'incessants renvois symboliques sur ces couches, nappes de notre champ

---

25 Martin Heidegger, *Qu'est-ce qu'une chose ?,* trad. fr. J. Reboul et J. Taminiaux, Paris : Gallimard, 1971, p. 80 *& sqq*.

symbolico-charnel[26] où corps et esprit, penser, sentir et agir ne sont pas dissociés.

J'émets l'hypothèse que c'est de ce socle ontologique – mais le mot socle est impropre, on devrait dire, plutôt, que c'est de ces sables mouvants de l'ontologie que s'origine, que se fonde notre praxis,

> une action concertée par l'homme, quelle qu'elle soit, qui le met en mesure de traiter le réel par le symbolique.[27]

Le passage du réel au symbolique c'est, très schématisé, le passage de "ce qui nous arrive" au langage. Si je m'autorise à partir de cette phrase du psychanalyste Lacan pour traiter de la praxis de l'enseignant de mathématiques, c'est que je ne fais que suivre son hypothèse :

> Il faut […] partir de ce fondement que c'est le sujet qui est appelé – le sujet d'origine cartésienne. Ce fondement donne sa vraie fonction à ce qu'on appelle, dans l'analyse, la remémoration. La remémoration n'est pas la réminiscence platonicienne, ce n'est pas le retour d'une forme, d'une empreinte, d'un eïdos de beauté et de bien, qui nous vient de l'au-delà, d'un vrai suprême. C'est quelque chose qui nous vient des nécessités de structure, de quelque chose d'humble, né au niveau des plus basses rencontres et de toute la cohue parlante qui nous précède, de la structure du signifiant, des langues parlées de façon balbutiante, trébuchante, mais qui ne peuvent échapper à des contraintes dont les échos, le modèle, le style, sont curieusement à retrouver de nos jours dans les mathématiques.[28]

« Cohue parlante », humbles « rencontres » qui structurent horizontalement, verticalement et obliquement le champ symbolico-charnel dont nous nous originons sujet. Quel rôle peut-on attribuer aux mathématiques, à la mathématique, au mathématique ? Dans quels gestes peut s'incarner ce rôle ? C'est dans l'interstice, dans la réticence, dans le détail que quelque chose demande à s'exprimer **:**

> Un sourire entrevu peut, dans l'extrême contingence de sa singularité, faire basculer le monde… Tout dépend de la place qu'il occupe dans le champ symbolico-charnel.[29]

---

26 J'emprunte cette expression à Desanti.

27 Jacques Lacan, *Les quatre concepts fondamentaux de la psychanalyse*, Paris : Seuil, 1973, p. 57.

28 Jacques Lacan, *op. cit.,* p. 47.

29 Jean-Toussaint Desanti, *op. cit.,* p. 156.