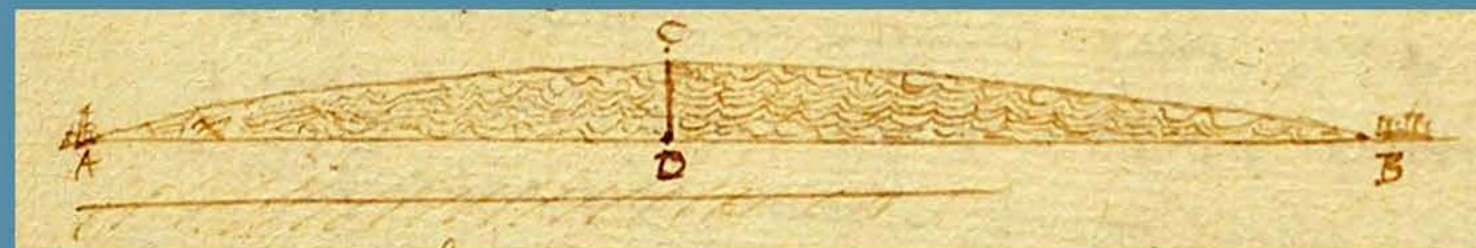


Circulation Transmission Héritage

Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » sont différents. Cet ouvrage explore des moments historiques où des décalages, petits ou grands, nourrissent des héritages et furent le fruit des circulations et des transmissions. Il invite à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études qu'il rassemble mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.



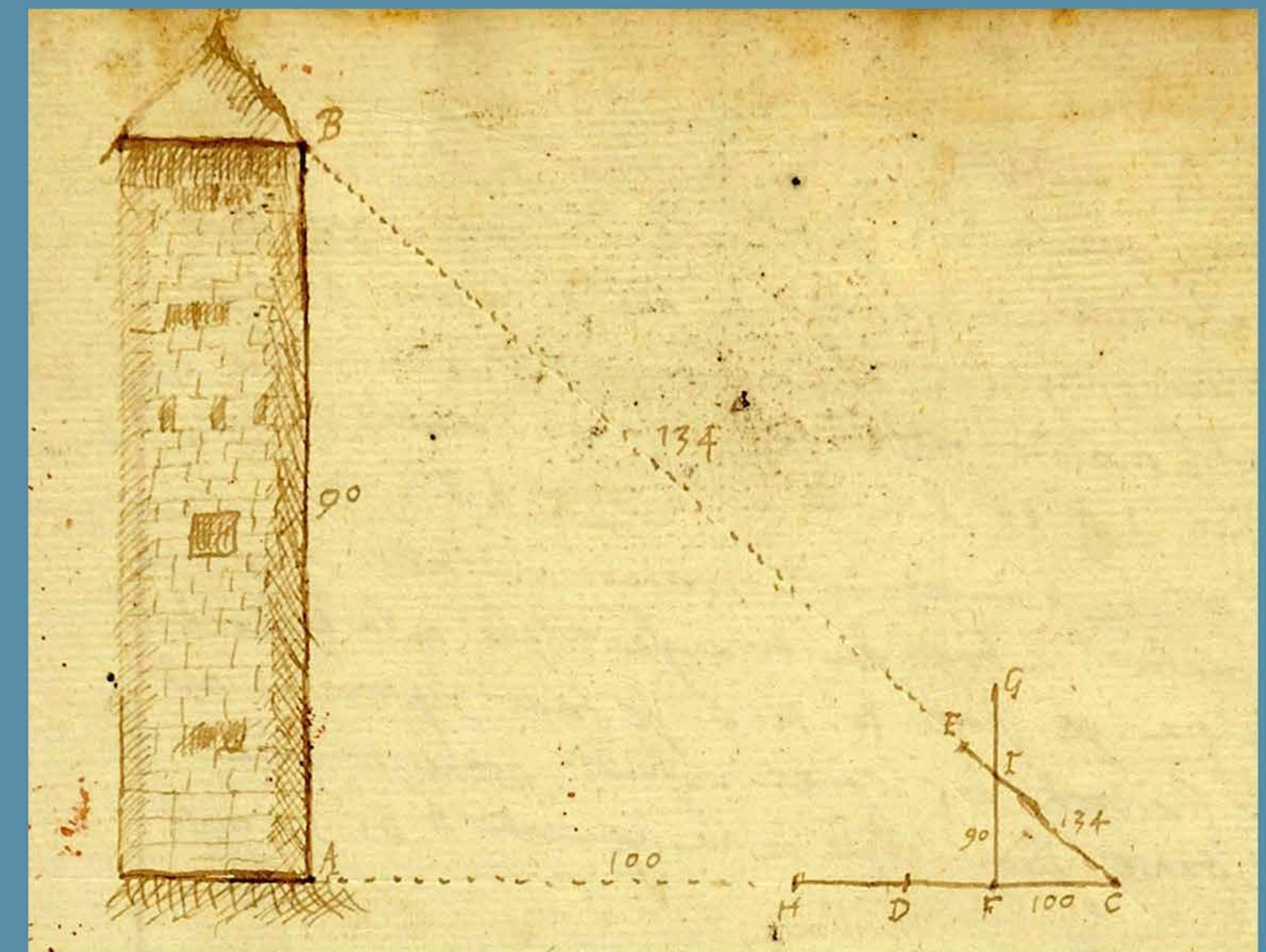
ISBN : 978-2-902498-06-2

Édition et diffusion : IREM de Basse-Normandie
juin 2011

IREM
de Basse-
Normandie

Circulation Transmission Héritage
histoire et épistémologie des mathématiques

Circulation Transmission Héritage



Actes du 18^e colloque inter-IREM
histoire et épistémologie
des mathématiques
mai 2011

Université de Caen Basse-Normandie

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII^e colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

II. – D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

II-2. – Transmettre et s’approprier

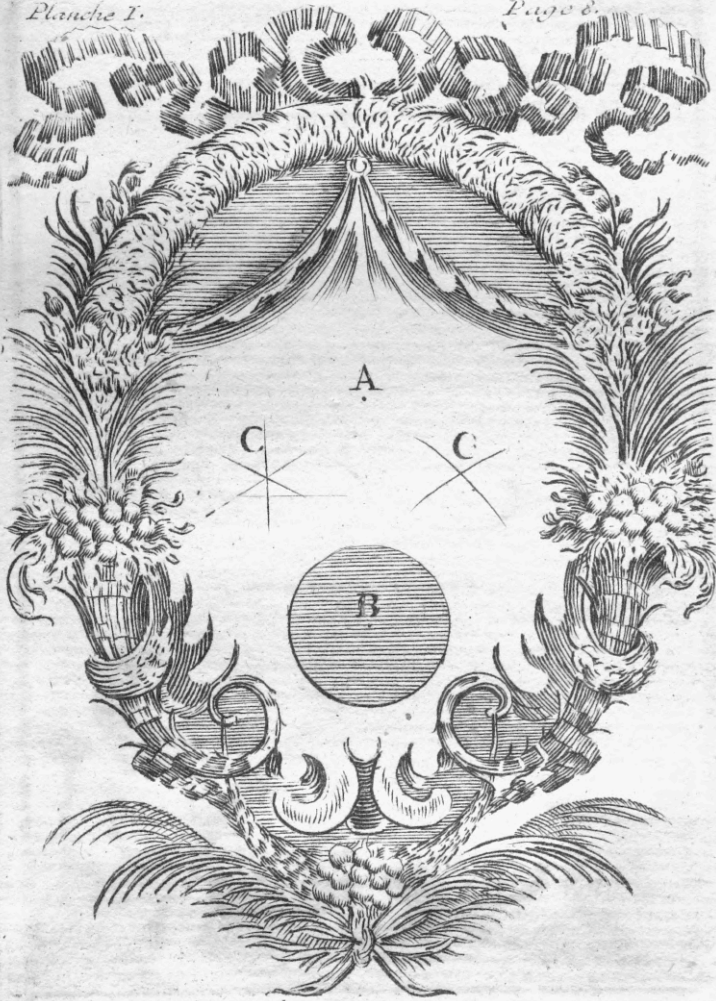
II-2-U. Pages 465-479

**Jules Gavarret (1809-1890) : précurseur
de l’introduction des statistiques inférentielles
en épidémiologie ?**

Jean Lejeune, Denis Lanier & Didier Trotoux

Circulation Transmission Héritage

Histoire et épistémologie des mathématiques



Commission inter-IREM
Épistémologie et histoire des mathématiques

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII^e colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

ISBN : 978-2-902498-06-2

© IREM de Basse-Normandie (Université de Caen Basse-Normandie), juin 2011

Directeur de publication : Pierre Ageron, directeur de l'IREM de Basse-Normandie

Diffusion : IREM de Basse-Normandie, Université de Caen Basse-Normandie,

campus 2, 14032 Caen Cedex

Tél. : 02 31 56 74 02 – Fax. : 02 31 56 74 90

Adresse électronique : irem@unicaen.fr

Site Internet : <http://www.math.unicaen.fr/irem/>

Coordination : Évelyne Barbin et Pierre Ageron

Comité de lecture : Pierre Ageron, Didier Bessot, Richard Choulet, Gilles Damamme, Guy Juge, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff, Pierrick Meignen, Thierry Mercier, François Plantade, Danielle Salles, Didier Trotoux et Éric Trotoux

Relecture générale : Pierre Ageron, Jean-Pierre Le Goff

Conception, illustration et mise en page du volume : Jean-Pierre Le Goff, Pierre Ageron, Didier Bessot et Didier Trotoux

Conception de l'affiche du colloque et de la couverture des actes : Patrice Gourbin

Impression et façonnage : Corlet numérique, 14110 Condé-sur-Noireau

Crédits photographiques de la couverture :

Bibliothèque de Caen, deux images tirées du manuscrit *in-fol.* 27 : *Pratique de geometrie*, de la main de Samuel Bochart (1599-1667)

– 1^{ère} de couverture : mesure au *gonomètre* de la hauteur d'une tour, $f^{\circ}8\ r^{\circ}$

– 4^{ème} de couverture : mesure de la *gibbosité* de la mer entre Dieppe et la Rie (Rye), $f^{\circ}42\ v^{\circ}$

Illustrations hors-texte :

Les 16 planches hors-texte des pages de l'ouvrage, paginées ii, viii, xiv, 28, 50, 94, 122, 240, 338, 360, 386, 446, 480, 502, 544 et 582, sont tirées de la *Pratique de la Geometrie, sur le papier et sur le terrain ; où par une methode nouvelle & singuliere l'on peut avec facilité & en peu de tems se perfectionner en cette science*, Par Sebastien Leclerc, Graveur du Roi. A Paris, Chez Ch. A. Jombert, Imprimeur-Libraire du Roi en son Artillerie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame. M. DCC. XLIV. (1744). *Avec Privilege du Roi.* (coll. part., clichés : jplg)

Sommaire

Sommaire	v
<i>Pierre Ageron</i>	
Avant-propos	ix
<i>Évelyne Barbin</i>	
Présentation	xi

I. – Les véhicules de la circulation mathématique

I-1. – La langue : traduire et faire comprendre

<i>Ahmed Djebbar</i>	
Les mathématiques en pays d'Islam : héritages, innovations et circulation en Europe	3
<i>Frédéric Laurent</i>	
Les éléments d'une transmission : petite histoire de la transmission des <i>Éléments</i> d'Euclide en Arménie	29
<i>Isabelle Martinez-Labrousse</i>	
Un essai de synthèse entre le théorème de Pythagore et la procédure <i>gou-gu</i>	51
<i>Gérard Hamon & Lucette Degryse</i>	
Le livre IX des <i>Quesiti et inventioni diverse</i> de Niccolò Tartaglia : langue et mathématiques	71
<i>Pierre Ageron</i>	
Les sciences arabes à Caen au XVII ^e siècle : l'héritage arabe entre catholiques et protestants	95
<i>Jean-Pierre Le Goff</i>	
La perspective selon Andrea Pozzo et son adaptation chinoise, ou, questions de regards obliques et croisés : de la distance entre deux pensées de la représentation	123

I-2. – Cours et manuels : enseigner pour transmettre

Martine Bühler & Anne Michel-Pajus

Règle de trois et proportionnalité dans une arithmétique
pratique niçoise du XVI^e siècle et dans ses sources 155

Pierre Ageron & Didier Bessot

De Varignon au père André :
tribulations normandes d'un cours de géométrie 181

Anne Boyé & Guillaume Moussard

L'enseignement des vecteurs au XX^e siècle : diversité
des héritages mathématiques et circulation entre disciplines 201

I-3. – Les journaux savants : hériter et faire circuler

Jeanne Peiffer

La circulation mathématique dans et par
les journaux savants aux XVII^e et XVIII^e siècles 219

Christian Gérini

Pour un bicentenaire : polémiques et émulation dans
les *Annales de mathématiques pures et appliquées* de Gergonne,
premier grand journal de l'histoire des mathématiques (1810-1832) 241

Norbert Verdier

Le *Journal de Liouville* et la presse de son temps : hériter, transmettre
et faire circuler des mathématiques au XIX^e siècle (1824-1885) 255

I-4. – Les figures : accompagner les mots

Olivier Keller

Surface, figure, ligne et point : un héritage de la préhistoire 281

Jean-Pierre Cléro

Qu'est-ce qu'une figure ? 297

II. – D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

II-1. – Hériter et inventer

Gilles Damamme

Quel héritage se transmet à partir des biographies de grands mathématiciens ?	331
--	-----

Pierre Ageron

Ibn Hamza a-t-il inventé les logarithmes ? Constitution et circulation du discours islamocentré sur l’histoire des mathématiques	339
---	-----

Jean-Paul Guichard

L’algèbre nouvelle de Viète et ses héritiers	361
--	-----

Denis Lanier, Jean Lejeune & Didier Trotoux

L’invention de la médiane	387
---------------------------------	-----

Dominique Tournès

Une discipline à la croisée d’intérêts multiples : la nomographie	415
---	-----

II-2. – Transmettre et s’approprier

Évelyne Barbin

Pourquoi les contemporains de Descartes n’ont-ils pas compris sa <i>Géométrie</i> de 1637 ?	449
--	-----

Jean Lejeune, Denis Lanier & Didier Trotoux

Jules Gavarret (1809-1890) : précurseur de l’introduction des statistiques inférentielles en épidémiologie ?	465
---	-----

François Plantade

H. G. Grassmann : une destinée linéaire ?	481
---	-----

Jean-Pierre Le Goff

Tout ce que vous avez toujours voulu savoir sur la vie et l’œuvre de Salomon de Caus	503
---	-----

Maryvonne Ménéx-Hallé

La question du mathématique	545
-----------------------------------	-----

II-3. – Lire les Anciens, aujourd’hui

Alain Bernard

Les <i>Arithmétiques</i> de Diophante : introduction à la lecture d’une œuvre ancrée dans différentes traditions antiques	557
--	-----

Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff & Didier Trotoux

Une relecture de la proposition 46 du livre IV des <i>Coniques</i> d’Apollonios de Pergé, de ses éditions et de ses traductions	583
--	-----

II. – D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

II-1. – Hériter et inventer

Gilles Damamme

- Quel héritage se transmet
à partir des biographies de grands mathématiciens ? 331

Pierre Ageron

- Ibn Hamza a-t-il inventé les logarithmes ? Constitution et circulation
du discours islamocentré sur l’histoire des mathématiques 339

Jean-Paul Guichard

- L’algèbre nouvelle de Viète et ses héritiers 361

Denis Lanier, Jean Lejeune & Didier Trotoux

- L’invention de la médiane 387

Dominique Tournès

- Une discipline à la croisée d’intérêts multiples : la nomographie 415

II-2. – Transmettre et s’approprier

Évelyne Barbin

- Pourquoi les contemporains de Descartes
n’ont-ils pas compris sa *Géométrie* de 1637 ? 449

Jean Lejeune, Denis Lanier & Didier Trotoux

- Jules Gavarret (1809-1890) : précurseur de l’introduction
des statistiques inférentielles en épidémiologie ? 465

François Plantade

- H. G. Grassmann : une destinée linéaire ? 481

Jean-Pierre Le Goff

- Tout ce que vous avez toujours voulu savoir
sur la vie et l’œuvre de Salomon de Caus 503

Maryvonne Ménéx-Hallez

- La question du mathématicien 545

II-3. – Lire les Anciens, aujourd’hui

Alain Bernard

- Les *Arithmétiques* de Diophante : introduction à la lecture
d’une œuvre ancrée dans différentes traditions antiques 557

Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff & Didier Trotoux

- Une relecture de la proposition 46 du livre IV des *Coniques*
d’Apollonios de Pergé, de ses éditions et de ses traductions 583

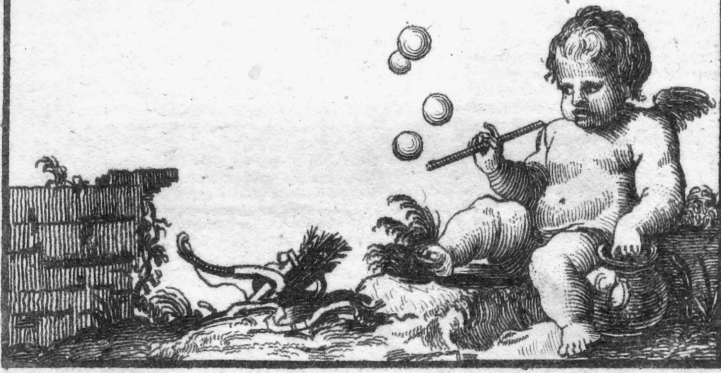
A ————— B

C ————— D

E ————— F

C ————— D

V —————



Avant-propos

L'IREM de Basse-Normandie, institué dans l'université de Caen le 23 octobre 1973, cultive par précellence l'histoire des mathématiques. Dès l'origine, plusieurs de ses animateurs, professeurs de lycée, étaient conduits par une intuition : introduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques serait de nature à aider les élèves à y retrouver du sens, sens que le formalisme – des “maths modernes”, notamment – tendait à dissimuler. Mais la discipline “histoire des sciences” n'était alors guère développée dans les universités. C'est ainsi que commença un colossal travail de recherche fondamentale et appliquée, d'édition de sources, de formation initiale et continue, d'actions interdisciplinaires. Nombreux sont ceux qui y ont contribué ; je veux citer au moins les noms de Jean-Pierre Le Goff, Didier Bessot et Denis Lanier et leur rendre ici un hommage plein d'amitié et d'admiration.

C'est à l'IREM de Basse-Normandie qu'il revint d'organiser le tout premier colloque inter-IREM d'histoire et épistémologie des mathématiques, au château de Tailleville, en mai 1977, puis le X^e colloque d'une série devenue bisannuelle, sur le thème *La mémoire des nombres* – c'était à Cherbourg en mai 1994. Entre les deux, l'IREM de Basse-Normandie avait organisé, à l'initiative de l'Association pour le développement des études et recherches en histoire et épistémologie des mathématiques (ADERHEM), un colloque exceptionnel baptisé *Destin de l'art, dessein de la science* (octobre 1986). Enfin le XVIII^e colloque inter-IREM, dont vous tenez en main les actes, s'est tenu en mai 2010 au cœur de l'université caennaise, dans l'amphithéâtre Henri Poincaré (qui enseigna deux années à Caen). Le thème retenu, *Circulation – Transmission – Héritage*, invitait à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études ici rassemblées mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Basse-Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.

Je remercie les institutions qui ont compris l'intérêt de cette manifestation : le ministère de l'Éducation nationale (via l'Assemblée des directeurs d'IREM), la région Basse-Normandie, la ville de Caen, l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (régionale de Basse-Normandie), l'ADERHEM, et notre *alma mater* l'université de Caen Basse-Normandie.

Ce colloque n'aurait pu être organisé sans l'énergie déployée par Geneviève Jean, secrétaire de l'IREM, et par de nombreux animateurs de l'IREM, notamment Guy Juge, Éric Trotoux et Didier Trotoux. Enfin Jean-Pierre Le Goff, Didier Trotoux et Didier Bessot m'ont apporté une aide précieuse dans l'édition de ces actes. Que tous soient très chaleureusement remerciés.

Pierre Ageron
directeur de l'IREM de Basse-Normandie

Présentation

Auteurs, destinataires et lecteurs d'un texte :
histoires de décalages.

Évelyne Barbin,
IREM des Pays de la Loire,
Centre François Viète, Université de Nantes

*La plus grande partie d'une œuvre se déroule sous la
tyrannie de sa réception.*

Christophe Prochasson, « Ce que le lecteur fait de l'œuvre. Héritages
et trahisons : la réception des œuvres », *Mill neuf cent*, 12, 1994.

Le Colloque inter-IREM « Histoire des mathématiques : circulation, transmission, héritage » s'inscrit bien dans la visée de « la réception des œuvres » de Hans Robert Jauss, dont Christophe Prochasson indique l'intérêt pour l'historien dans le texte cité en exergue. Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Le cas des manuels, y compris les plus récents, n'échappe pas à cette distinction, que connaît bien l'enseignant : le destinataire du manuel est l'élève de classe de quatrième, mais la lectrice est Vanessa. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » – en utilisant l'expression de Jauss – sont différents. Cet ouvrage propose quelques moments historiques de décalages, petits ou grands, qui nourrissent les héritages, qui sont le fruit des circulations et des transmissions.

Les aspects matériels de la circulation des textes, leurs véhicules, font l'objet de la première partie. L'histoire des mathématiques arabes est intéressante, puisqu'elles sont au carrefour de langues diverses, elles commencent avec des traductions et se perpétuent avec d'autres traductions, dans une sphère culturelle large, comme le montrent Ahmed Djebbar et Pierre Ageron. Avec la transmission des *Éléments* d'Euclide en Arménie, Frédéric Laurent délivre une partie peu connue de l'histoire. L'ouvrage d'Euclide, transmis par les Jésuites en Chine, y connut un sort étrange, puisque les lecteurs orientaux négligèrent

les démonstrations qui faisaient le succès des *Éléments* ailleurs. L'exemple du décalage très abrupt de l'attente entre Occidentaux et Chinois est illustré dans cet ouvrage par Isabelle Martinez et Jean-Pierre Le Goff. L'écart plus ténu entre langue savante, le latin, et langue vernaculaire, ici un dialecte italien, est examiné avec précision par Gérard Hamon et Lucette Degryse à propos des *Quesiti* de Nicollo Tartaglia au XVI^e siècle.

Il existe deux types de véhicules adaptés à des destinataires particuliers, ce sont les manuels et les revues mathématiques. Les manuels sont écrits à partir de sources diverses et à destination de commençants, avec le souci d'un rendu intégral des « idées » ou à l'inverse dans celui d'une « adaptation » aux élèves. Du côté des sources, Martine Bühler et Anne Michel-Pajus analysent celles d'un ouvrage d'arithmétique niçois du XVI^e siècle. Du côté des réceptions, Pierre Ageron et Didier Bessot retracent les tribulations d'un manuel de géométrie au XVIII^e siècle. Comme le montrent Anne Boyé et Guillaume Moussard, l'enseignement des vecteurs présente un cas très complexe aux sources multiples – géométriques, algébriques et physiques –, qui a beaucoup changé selon les destinataires à différentes époques.

L'édition des revues scientifiques commence au XVII^e siècle. Les journaux savants sont écrits par des « savants » à destination de leurs confrères, membres d'Académies nationales ou de Sociétés provinciales. La spécialisation de revues aux seules mathématiques au XIX^e siècle est contemporaine de publications pour des publics eux aussi plus spécialisés, qu'ils soient enseignants, amateurs ou bien mathématiciens. La transmission par des revues multiplie le nombre de possibilités de mise en évidence de décalages, en augmentant le nombre des auteurs et en accordant la plume aux lecteurs. Les articles de Jeanne Peiffer, de Christian Gérini et de Norbert Verdier offrent un large panel de périodes et de publics pour diverses revues sur trois siècles.

Les figures mathématiques ne transcendent-elles pas les questions de transmission en offrant un langage qui serait universel ? De plus, ne s'agit-il pas d'un langage qui précède l'écriture ? Ces questions trouveront des éléments de réponse dans les articles d'Olivier Keller et de Jean-Pierre Cléro. Prise du point de vue de la réception historique des « textes », la première question recevrait une réponse plutôt relativiste. Un triangle est vu comme une aire par Euclide et comme ses trois côtés par Descartes, il est désigné par des lettres chez les mathématiciens grecs et par des couleurs chez les chinois.

La seconde partie de cet ouvrage retourne à l'auteur d'un texte, mais sans abandonner la perspective du destinataire et du lecteur. En effet, l'auteur est lui-même un lecteur, et donc un texte peut être lu comme un maillon dans un échange dialogique. Car, comme l'explique Mikhaïl Bakhtine, un texte est écrit

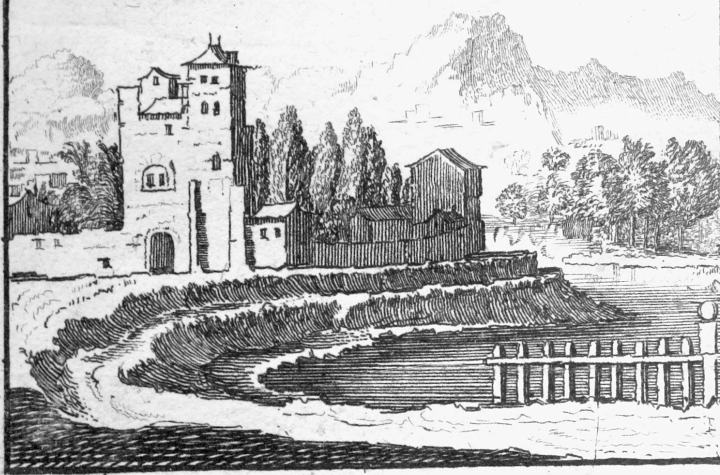
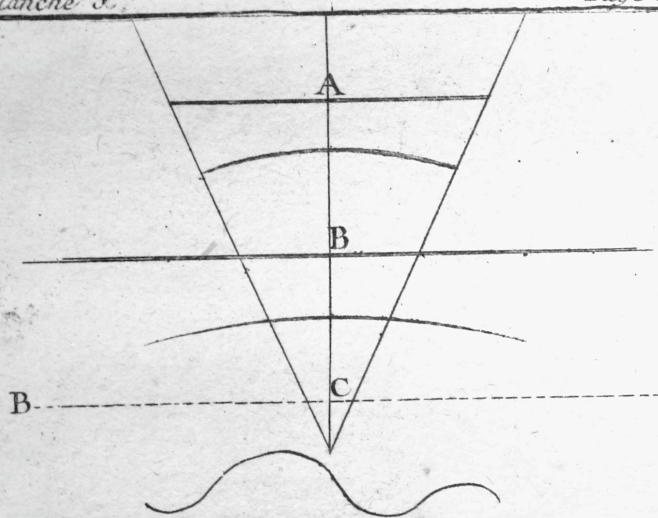
en réponse à d'autres auteurs de textes et il s'adresse à des lecteurs qui ont une « attitude responsive active ».

Lorsqu'un auteur doit écrire quelque chose qui lui paraît nouveau, c'est-à-dire susceptible d'aller au-delà des conceptions contemporaines, il doit aménager son texte. Autrement dit l'invention pose des problèmes accrus de transmission. C'est ce qu'analysent les articles de Jean-Paul Guichard, de Denis Lanier, Jean Lejeune et Didier Trotoux pour deux inventions mathématiques. L'histoire des mathématiques, qu'elle s'intéresse à des inventions ou des inventeurs, ne peut pas passer outre leurs intérêts sous-jacents, par exemple pour la nomographie présentée par Dominique Tournès. Le renouveau du genre biographique en histoire, indiqué par Gilles Damamme, va de pair avec une histoire des inventeurs dans le contexte intellectuel, social et culturel de leur époque. En suivant les propos de Pierre Ageron, cette perspective peut aussi être prise en compte dans l'écriture de l'histoire.

Le décalage entre un auteur et l'horizon d'attente de ses lecteurs contemporains est au cœur de la partie suivante. Évelyne Barbin explique que les contemporains de Descartes n'ont pas compris sa *Géométrie* de 1637 alors qu'elle semble aller de soi aujourd'hui. Lorsque que Jean Lejeune, Denis Lanier et Didier Trotoux utilisent le terme de précurseur, au dépit de l'histoire, n'est-ce pas pour écrire un grand décalage entre Gavarret et ses lecteurs ? Avec François Plantade et Jean-Pierre Le Goff, sont retracées les réceptions des œuvres de Grassmann et de Salomon de Caus. En vis-à-vis de ces articles, qui invitent à un relativisme constructif des « vérités mathématiques », Maryvonne Menez-Hallez pose la question du « mathématique ».

La dernière partie de l'ouvrage est plus orientée vers la lecture historique des textes. Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff et Didier Trotoux proposent une relecture d'une proposition d'Apollonius à partir de ses éditions et de ses traductions. Alain Bernard lit les *Arithmétiques* de Diophante comme un texte ancré dans différentes traditions antiques. Ainsi que le remarque Christophe Prochasson, « la tradition n'est pas un processus autonome de transmission », elle est au contraire un mécanisme de réappropriation du passé.

La thématique du colloque croise les questions d'enseignement et elle a vivement intéressé ceux qui dans les IREM associent l'histoire des mathématiques à son enseignement. Le riche sommaire de cet ouvrage en est le témoin.



Section II

D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

2. – Transmettre et s'approprier

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII^e colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

II. – D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

II-2. – Transmettre et s’approprier

II-2-U. Pages 465-479

**Jules Gavarret (1809-1890) : précurseur
de l’introduction des statistiques inférentielles
en épidémiologie ?**

Jean Lejeune, Denis Lanier & Didier Trotoux

Jules Gavarret (1809-1890) : précurseur de l'introduction des statistiques inférentielles en épidémiologie ?

Jean Lejeune,
en collaboration avec Denis Lanier et Didier Trotoux,
IREM de Basse-Normandie,
jeannotlejeune@orange.fr

Dans l'introduction de son ouvrage, *The History of Statistics : The Measurement of Uncertainty before 1900*, Stephen M. Stigler fait remarquer que l'application de nouveaux outils à une discipline ne se transmettait pas immédiatement à d'autres disciplines où elle aurait pourtant pu être très utile. Ainsi écrit-il : « By the 1830s statistical methods were widely used in astronomy, [...] Yet it is only in the twentieth century that we find these same methods making substantial inroads onto the social sciences. » [8, p. 2].

La question posée par Stigler pourrait aussi s'appliquer à la transmission, dans les années 1830, des outils statistiques à la médecine et à l'épidémiologie et se doubler de la question suivante : pourquoi, dans le cas de l'épidémiologie, fallut-il attendre plus de 80 ans entre l'apparition des nouveaux outils de la statistique inférentielle et leur application effective à l'épidémiologie ?

Aujourd'hui, en médecine et en épidémiologie, pour comparer l'efficacité de divers traitements, il paraît évident de s'appuyer sur les outils de la statistique inférentielle. Concernant l'apparition d'une pathologie et l'efficacité moyenne de divers traitements thérapeutiques sur l'ensemble de la population, ces outils constituent une aide à la décision. Les données d'enquêtes ou d'essais cliniques sont en partie aléatoires parce qu'elles proviennent seulement d'une partie de la population. La décision doit être assortie de la probabilité de se tromper en la prenant. Dans ce cas, il est fait appel à la théorie des tests.

Ces outils permettent aussi de fournir l'encadrement de la valeur numérique d'un paramètre inconnu ou d'une différence de paramètres inconnus concernant toute la population. Cet encadrement est bien sûr aléatoire car calculé à partir d'une partie supposée avoir été tirée de façon aléatoire dans toute la population. Il est assorti du degré de confiance que l'intervalle produit par cet encadrement recouvre bien la quantité inconnue. Dans ce cas, il est fait appel à la théorie des intervalles de confiance.

À la question : « y a-t-il eu, au début du XIX^e siècle, transmission à la médecine et à l'épidémiologie des techniques de la statistique inférentielle ? », Edward Huth, dans un article datant de 2006 [H], semble répondre affirmativement puisqu'il fait remonter à la publication en 1840 du livre *Principes généraux de statistique médicale ou développement des règles qui doivent présider à son emploi*, d'un médecin français, Jules Gavarret (1809-1890), le premier travail sur l'application des statistiques inférentielles aux données thérapeutiques pour aboutir à des jugements critiques sur la valeur des thérapies. Ce jugement est confirmé par Alain-Jacques Valleron qui, dans un rapport de l'Académie des Sciences publié en 2006, dit qu'il fut « sans doute le premier à utiliser la démarche du test statistique afin d'évaluer si des proportions observées étaient significativement différentes. » [V, p. 9].

Dans un premier temps, nous présenterons le contexte dans lequel a été écrit ce livre, ce que nous semblent être les apports de Gavarret et nous évoquerons ensuite les problèmes posés par sa transmission dans la discipline médicale et dans l'épidémiologie.

1. – Le contexte

L'ouvrage de Gavarret comportant un important rappel sur le contexte, nous utiliserons des citations issues de cet ouvrage pour éclairer ce contexte tel qu'il se présentait à l'époque.

1.1. – La naissance de la “méthode numérique” en épidémiologie et les polémiques qui s'ensuivirent

Au tout début de l'introduction au *Rapport...* de Valleron [V], il est rappelé que l'épidémiologie « décrit les variations de fréquence des maladies dans les groupes humains, et recherche les déterminants de ces variations. Elle vise à la compréhension des causes des maladies, et à l'amélioration de leurs traitements et moyens de prévention. » Jusqu'à un époque récente, « l'expérience des siècles » et le jugement du praticien suffisaient pour déterminer l'influence de certains facteurs sur l'apparition d'une maladie pour un groupe d'individus, avec des affirmations telles qu'en substance : la saison est un facteur important pour l'apparition des maladies pulmonaires.

C'est en 1835 que, dans un ouvrage qu'il intitula *Recherches sur les effets de la saignée dans quelques maladies inflammatoires et sur l'action de l'émétique et des vésicatoires dans la pneumonie* [Lo], Pierre-Charles-Alexandre Louis (1787-1872), éminent clinicien, utilisa des indicateurs statistiques pour « montrer que l'usage de la saignée, pratiquée systématiquement grâce à des sangsues (environ 20 millions de sangsues importées en 1830...) pour traiter les pneumonies ne se justifiait pas. » [V, p. 9].

L'introduction d'indicateurs statistiques, en particulier en médecine, constitue ce qu'on a appelé la "méthode numérique". Elle déclencha à l'Académie des Sciences cette même année puis à l'Académie de Médecine en 1837, une vive polémique entre ceux qui voyaient, dans l'utilisation de statistiques, une avancée importante et ceux qui pensaient qu'il fallait surtout se reposer sur l'expérience du praticien en présence d'un malade particulier.

Deux camps étaient en présence. Le premier camp regroupait ceux pour qui « l'esprit de systématisation et de généralisation, loin de servir à l'avancement de la science, ne saurait qu'en enrayer le progrès » [G, p. 5]¹ à cause des erreurs qui ont pu être faites en généralisant hâtivement à partir d'un « groupe trop restreint de phénomènes » [G, p. 4]. Le second camp pensait que « le résultat immédiat d'une telle doctrine serait de condamner le médecin à se renfermer dans la considération exclusive des faits particuliers. » [G, p. 5].

Pour les tenants de la "méthode numérique", il s'agit de bannir la « funeste habitude [...] de se servir de mots vagues et indéterminés, tel que *souvent, rarement* » [G, p. 19] et « de recommander l'emploi des rapports numériques » [G, p. 19].

Cette communication de Louis marque donc la naissance de l'école française dite de la "méthode numérique" et de la statistique en épidémiologie. Il s'agit, à partir d'observations, d'utiliser des indicateurs numériques pour caractériser l'influence d'un facteur ou pour comparer les effets de deux ou plusieurs modalités d'un même facteur sur un groupe d'individus. Ce savant forma beaucoup d'étudiants venus des États-Unis et d'Angleterre et contribua ainsi à développer en dehors de France l'épidémiologie numérique [Li].

1.2. – Plusieurs exemples de la "méthode numérique" et les interrogations sur leurs conclusions

Gavarret utilise dans son ouvrage des données recueillies par Louis pour caractériser la mortalité due à la fièvre typhoïde – pour plus tard en contester les conclusions [G, p. 141] :

Cet habile observateur, dans ses recherches sur la fièvre typhoïde, a essayé d'éclairer la thérapeutique de cette maladie en se livrant à l'analyse la plus minutieuse de 140 cas de cette maladie. Les sujets observés sont répartis ainsi qu'il suit :

52	morts.
88	guéris.
140	malades.

La mortalité moyenne est donc, dans ce cas, égale à 0,37143.

¹ Les références des citations de Gavarret seront notées [G, p. x], x étant le numéro de page. Les passages en italique dans l'ouvrage le restent dans les citations qui suivent.

C'est-à-dire qu'en prenant ce rapport par la mesure de l'influence des moyens curatifs employés, on devrait poser en loi qu'il doit mourir 37 143 personnes sur 100 000 malades ou approximativement 37 sur 100 malades.

Plus loin, afin d'illustrer l'apport de la "méthode numérique" pour comparer « deux médications », il reprend la suggestion de Louis consistant à comparer deux groupes de 500 malades [Lo, p. 75]. Louis affirme qu'on peut tirer « une conclusion rigoureuse » à partir des moyennes calculées sur ces groupes [Lo, p. 76]. Gavarret prend les deux exemples suivants [G, p. 156-158] :

1er Exemple [...]. Supposons que dans une épidémie, 500 malades, pris au hasard ayant été soumis à une médication, et 500 autres également ayant été pris au hasard, à un traitement différent, on ait obtenu les résultats suivants :

1ère médication	2ème médication
100... morts	150... morts
400... guéris	250... guéris
500... malades	500... malades
En calculant la mortalité moyenne, nous serions conduits à la proposition suivante :	En calculant la mortalité moyenne, nous serions conduits à la proposition suivante :
Sous l'influence de cette première médication il doit mourir 20 000 personnes sur 100 000 malades	Sous l'influence de cette seconde médication, il doit mourir 30 000 personnes sur 100 000 malades

En se conformant à la manière de raisonner de Louis, on en conclurait que la première médication est préférable à la seconde.

[...]

2ème Exemple. Supposons que dans une épidémie, 500 malades, pris au hasard ayant été soumis à une médication, et 500 autres également ayant été pris au hasard, à un traitement différent, on ait obtenu les résultats suivants :

1ère médication	2ème médication
100... morts	130... morts
400... guéris	370... guéris
500... malades	500... malades
En calculant la mortalité moyenne, nous serions conduits à la proposition suivante :	En calculant la mortalité moyenne, nous serions conduits à la proposition suivante :
Sous l'influence de cette première médication il doit mourir 20 000 personnes sur 100 000 malades	Sous l'influence de cette seconde médication, il doit mourir 26 000 personnes sur 100 000 malades

En raisonnant toujours d'après les mêmes principes, on en conclurait nécessairement que la première médication doit être préférée à la seconde.

La "méthode numérique", aboutit dans les deux derniers exemples, à la même conclusion. Gavarret remet en cause le seul recours à la comparaison des proportions observées pour conclure à un classement des « médications ».

Devant une série d'observations, issues ou non d'une expérience, doit-on se contenter d'une étude de ces observations (ou d'un rapport numérique calculé à partir de ces observations), ou bien peut-on, à partir de ces nombres, découvrir une loi générale sur l'ensemble de la population étudiée dont sont issues ces observations et avec quel degré de certitude ?

Si on admet qu'il existe une "erreur" entre la valeur de la caractéristique étudiée sur une observation (ou d'une statistique issue d'observations) et la moyenne inconnue de cette caractéristique dans toute la population étudiée, cette "méthode numérique" suffit-elle pour conclure ?

Gavarret pense que Louis est conscient de cette question des "erreurs" entre les observations et la moyenne inconnue de cette caractéristique dans toute la population étudiée. En effet, il cite une phrase de Louis tirée de la *Recherche sur les effets de la saignée* : « les erreurs étant les mêmes pour deux groupes de malades traités par des procédés différents, ces erreurs se compensent et peuvent être négligées sans altérer sensiblement l'exactitude des résultats. » [G, p. 20].

En termes modernes, si μ_1 (resp. μ_2) est la moyenne de la caractéristique étudiée sur l'ensemble de la population ayant subi le traitement M_1 (resp. M_2), si $\bar{x}_1$ (resp. $\bar{x}_2$) est la moyenne des observations numériques sur un échantillon de malades soumis au traitement M_1 (resp. M_2), l'observation de la statistique $\delta x = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$ peut-elle conduire à une décision quant à la différence $\delta\mu = \mu_1 - \mu_2$?

À cette question, Louis répond donc oui car il suppose implicitement que, pour chaque observation $x_{1,i}$ issue de la population M_1 , $\bar{x}_{1,i} = \mu_1 + \varepsilon_{1,i}$ et de même, pour chaque observation $x_{2,j}$ issue de la population M_2 , $\bar{x}_{2,j} = \mu_2 + \varepsilon_{2,j}$ ce qui est exact mais son hypothèse se traduit par $\sum_i \varepsilon_{1,i} = 0$ et $\sum_j \varepsilon_{2,j} = 0$.

Dans ce cas, par exemple, l'observation de $\delta\bar{x} > 0$ entraînera la décision $\delta\mu > 0$ car alors $\delta\bar{x} = \delta\mu$. Mais aussitôt après Gavarret écrit : « Mais c'est précisément sur cette compensation des erreurs que les doutes ont été élevés » [G, p. 20].

À cette première critique, Gavarret en ajoute une deuxième. A-t-on déterminé « les conditions auxquelles doivent satisfaire les cas particuliers pour qu'on fût autorisé à les disposer les uns à côté des autres dans un même relevé » [G, p. 22], autrement dit la moyenne observée $\bar{x}_1$ (resp. $\bar{x}_2$) provient-elle

d'observations que l'on peut considérer comme ayant la même loi de probabilité ?

Une troisième critique apparaît alors lorsqu'il s'agit de comparer des proportions [G, p. 22-23] :

[...] croit-on qu'il suffira, pour avoir la véritable mesure de l'influence de la médication expérimentée, d'additionner d'un côté le nombre de morts, de l'autre le nombre total des malades, et de diviser cette première somme par la seconde ? En agissant ainsi, on aura ce que l'on peut appeler la mortalité moyenne. Pour que les indications fournies par cette moyenne aient quelque valeur, le nombre des cas observés est-il indifférent ? une mortalité de un dixième, déduite de la considération de vingt ou trente expériences a-t-elle la même autorité que si elle était déduite de trois cents, quatre cents, mille faits bien constatés ? et si la valeur d'une proposition varie avec les nombres sur lesquels elle s'appuie, à quoi tient un semblable résultat, comment, étant donné la composition d'une statistique, peut-on déterminer le degré de confiance que méritent ses indications ?

Gavarret pose ainsi en quelques phrases une grande partie des problèmes de la statistique inférentielle moderne (puissance d'un test, longueur de l'intervalle de confiance, mesure du risque quand une décision est prise...). Il en vient même alors, dès son introduction, à fustiger les conclusions de Louis pour lequel [G, p. 24] :

cent sept cas de pneumonie, quarante quatre d'érysipèle de la face, vingt-trois d'angine gutturale, ont paru suffisants pour établir le peu d'efficacité de la saignée dans le traitement de ces trois phlegmasies aiguës.

2. – Qui est donc Jules Gavarret, quels sont ses apports ?

Jules Gavarret naquit le 28 janvier 1809 à Astaffort (Lot-et-Garonne) dans une famille bourgeoise et fut admis à l'École Polytechnique en 1829 où il eut comme professeur Siméon-Denis Poisson. Nommé sous-lieutenant d'artillerie fin 1831, il démissionna au début de 1833 pour continuer ses études scientifiques. Son compatriote le Dr Gabriel Andral, fervent partisan de la "méthode numérique", l'associa en 1838 à ses recherches sur l'hématologie médicale, sur les altérations du sang dans les cas de maladie et l'incita à faire ses études de médecine. Ils publièrent ensemble de nombreux ouvrages. Il obtint la chaire de physique médicale de la faculté de médecine de Paris le 14 janvier 1844 après avoir soutenu une thèse de concours sur les *Lois générales de l'électricité dynamique*. Il mourut à la retraite le 21 août 1890 après avoir publié des ouvrages sur des sujets aussi divers que *Des images par réflexion et par réfraction*, *De la chaleur produite par les êtres vivants*, *L'acoustique biologique* ou encore *La télégraphie électrique*.

Ses apports à la statistique inférentielle sont contenus dans l'ouvrage *Principes généraux de statistique médicale ou développement des règles qui doivent présider à son emploi*, dans lequel il va s'attacher à [G, p. 26] :

- 1° Déterminer ce que l'on doit entendre par *faits semblables* ou *comparables*, propres à rentrer dans la rédaction d'une statistique ;
- 2° Prouver que toute conclusion déduite *d'un petit nombre de faits* ne mérite en *thérapeutique* aucune confiance, que toute statistique, pour fournir des indications admissibles, doit contenir *plusieurs centaines d'observations* ;
- 3° Faire voir comment les lois déduites *a posteriori* ne sont jamais vraies que dans certaines *limites d'oscillation*, et donner le moyen de déterminer *ces limites* dans chaque travail particulier.

Il annonce alors que « les principes du *calcul des probabilités*, en nous fournissant le moyen de résoudre d'une manière rigoureuse ces trois grandes difficultés, nous permettront de tracer avec certitude les règles de l'emploi de la statistique en médecine » [G, p. 27].

Dans la recherche de la probabilité des événements, il distingue le « calcul direct » et le « calcul inverse ».

Le « calcul direct » est celui qui permet d'assigner à un événement le rapport : « nombre de cas favorables » sur « nombre de cas possibles ». Mais Gavarret fait remarquer [G, p. 53] : « Qui oserait, en effet, essayer d'assigner *a priori* toutes les circonstances favorables et contraires à la guérison d'un malade quelconque soumis à une médication connue ? ». Ce calcul est donc écarté.

Le « calcul inverse » est celui qui est « fondé sur la *loi des grands nombres* ». Il « fournit les règles à suivre pour déterminer la probabilité d'un événement quelconque » [G, p. 53].

En utilisant ce calcul inverse, Gavarret pense qu'il pourra résoudre les deux problèmes suivants [G, p. 54] :

- 1^{er} *Problème*. Déterminer la véritable influence d'une médication donnée dans une maladie également donnée.
- 2^{me} *Problème*. Classer rigoureusement, par ordre d'influence, les diverses médications conseillées dans la même affection.

2.1. – « Déterminer la véritable influence d'une médication donnée dans une maladie également donnée. »

La loi de grands nombres lui donne une réponse à ce problème [G, p. 74] :

Il résulte en effet du théorème de Poisson [...], que du moment où l'on possède relativement à un événement une statistique composée d'un très grand nombre de faits comparables, on peut toujours, à l'aide des nombres contenus dans cette statistique, calculer l'*erreur* qu'il y aurait à prendre le

rapport de fréquence qu'elle fournit par la véritable chance moyenne de cet événement.

Pour une expérience qui amène à la réalisation d'un des deux événements contraires E et F , Gavarret énonce, dans son « annexe A », ce théorème de Poisson de la façon suivante [G, p. 254-256] :

Cette chance moyenne de l'événement sur laquelle nous n'avons aucune notion, si ce n'est qu'elle est tout aussi invariable que l'ensemble des causes possibles dont elle résulte, nous la désignons, quelle qu'elle soit par la lettre B .

Supposons maintenant qu'une très longue suite d'observations relatives aux événements E et F ait donné les résultats suivants :

m = le nombre de fois que E est arrivé.

n = le nombre de fois que F est arrivé.

μ = le nombre total des observations faites.

en sorte que : $m + n = \mu$.

[...]

On peut donc dire en toute certitude, que pour une statistique composée d'un très grand nombre de faits comparables, il y a la probabilité

très grande $P = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty e^{-t^2} dt$ que la chance moyenne (B) de

l'événement E est comprise entre les limites
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{m}{\mu} + u \sqrt{\frac{2m.n}{\mu^3}} \\ \frac{m}{\mu} - u \sqrt{\frac{2m.n}{\mu^3}} \end{array} \right.$$

Aujourd'hui, pour un échantillon de taille $n \geq 30$, le calcul d'un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha$ avec $0 < \alpha < 1$ pour une proportion inconnue p s'effectue ainsi :

- Si Z est une variable aléatoire qui suit une loi normale centrée réduite, on note z_α le nombre réel tel que $P(-z_\alpha < Z < z_\alpha) = 1 - \alpha$ et on note f la fréquence observée de l'événement E pour n expériences :

- Un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha$ pour p est donné par $[f - e, f + e]$ avec $e = z_\alpha \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$.

Des formules simplifiées sont souvent utilisées en classes de lycée et de B. T. S. dans le cas où le niveau de confiance est de 95% (donc $\alpha = 0,05$). En effet, z_α est alors égal à 1,96, arrondi à 2, et l'expression $f(1-f)$ est majorée par $\frac{1}{4}$, ce qui donne un intervalle de confiance de la forme $[f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}}]$.

Le théorème de Poisson revient à prendre $e = 2\sqrt{\frac{2f(1-f)}{n}}$.

Un calcul à partir des tables de la loi normale centrée réduite montre que $P(-2,823 < Z < 2,823) = 0,9953$. Or $2,823 \approx 2\sqrt{2}$; il s'ensuit qu'en appliquant la formule utilisée aujourd'hui, on retrouve bien la formule utilisée par Gavarret avec un niveau de confiance de $P = 0,9953$, « c'est-à-dire 212 à parier contre 1 » [G, p. 257], et donc un risque $\alpha = 1 - P = 0,0047$ (0,47 %). Il a en fait repris le niveau utilisé par Poisson pour l'étude de jugements de jury.

Il applique cette formule aux résultats de Louis dans ses recherches sur la fièvre typhoïde sur 140 cas où 52 sont morts et 88 sont guéris. La mortalité moyenne était – rappelons-le – égale à 0,37143. Il calcule l'erreur possible et conclut [G, p. 141] :

Si, à l'aide des principes de la loi des nombres, nous cherchons à déterminer l'étendue de l'erreur possible dont est entachée une semblable conclusion, nous la trouvons égale à 0,11550.

En sorte que tout ce que nous apprend, en réalité, le travail de Louis, c'est que sous l'empire des moyens curatifs employés dans ses 140 observations, le nombre des morts doit varier [...] approximativement entre 49 et 26 sur 100 malades.

C'est, nous semble-t-il, la première fois que, dans le domaine médical, la “méthode numérique” est enrichie d'un encadrement de l'“erreur” que l'on peut commettre en confondant la “chance moyenne” avec la fréquence d'apparition de l'événement.

2.2. – « Classer rigoureusement, par ordre d'influence, les diverses médications conseillées dans la même affection »

Soient $M_1, M_2, \dots, M_k$, k médications pour la même maladie et $p_1, p_2, \dots, p_k$, les probabilités de mourir. Le problème consiste, à partir de l'observation des fréquences de mortalités $f_1, f_2, \dots, f_k$, d'aboutir à une décision quant à un ordre possible des p_j . Gavarret pense que pour résoudre ce problème de classification de méthodes thérapeutiques, « on doit les comparer deux à deux » [G, p. 144]. Aujourd'hui, on sait que ce problème n'a pas de solution évidente et que cette comparaison deux à deux, outre qu'elle peut aboutir à des résultats totalement contradictoires *in fine*, entraîne une augmentation du risque de première espèce, ici le risque de décider à tort que les méthodes n'ont pas la même efficacité.

Pour effectuer cette comparaison deux à deux, il énonce sa méthode [G, p. 145-146] :

On devra donc, une fois les deux relevés médicaux effectués, calculer à l'aide des nombres qu'ils renferment, la *limite* compatible avec l'*invariabilité des causes* de mort et de guérison. On devra ensuite comparer cette *limite* avec la *différence* qui existe entre les mortalités moyennes fournies par les deux statistiques ; il pourra alors arriver deux cas :

1. La *différence* entre les deux mortalités moyennes déduites des deux relevés, est supérieure à la *limite* calculée. On doit nécessairement en conclure que l'une des deux médications vaut mieux que l'autre, et qu'il y a lieu de préférer celle qui a fourni les résultats les plus favorables.

2. La *différence* entre les mortalités moyennes déduites des deux relevés, est inférieure à la *limite* calculée. Alors, bien que l'une des deux médications ait paru avoir une sorte de supériorité, cependant comme les résultats définitifs ne diffèrent entre eux que d'une quantité assez petite pour rentrer dans les *limites des erreurs possibles* dans les conclusions *a posteriori*, tout porte à croire que ces deux médications exercent la même influence et il n'y a pas lieu de préférer l'une à l'autre.

Pour calculer cette limite, il s'appuie encore sur la formule de Poisson qu'il explicite dans son annexe B, en substance :

Une première série d'observations a donné les résultats suivants :

m = le nombre de fois que E est arrivé ;

n = le nombre de fois que F est arrivé ;

μ = le nombre total des observations faites.

Une deuxième série d'observations a donné les résultats suivants :

m' = le nombre de fois que E est arrivé ;

n' = le nombre de fois que F est arrivé ;

μ' = le nombre total des observations faites.

Alors, avec une probabilité $P = 0,9953$, « la différence entre les rapports $\frac{m}{\mu}$ et $\frac{m'}{\mu'}$, fournis par les deux statistiques, ne dépassera pas la quantité

$$2\sqrt{\frac{2m \cdot n}{\mu^3} + \frac{2m' \cdot n'}{\mu'^3}} \gg [\text{G, p. 267}].$$

Ici, il s'agit bien d'un problème de test de comparaison de proportions (ou de comparaison de lois de probabilité). En d'autres termes, si p_1 (resp. p_2) est la probabilité de mortalité avec la médication M_1 (resp. M_2), si f_1 (resp. f_2) est la fréquence observée des morts à la suite de la médication M_1 (resp. M_2), une limite l est calculée ainsi que la différence $d = |f_1 - f_2|$. Si $d > l$, on rejette l'hypothèse dite "hypothèse nulle", $H_0 : p_1 = p_2$, et on décide que $p_1 < p_2$ (resp. $p_1 > p_2$) si $f_1 < f_2$ (resp. $f_1 > f_2$). Si $d < l$, on ne rejette pas $H_0 : p_1 = p_2$.

La "méthode numérique" utilisée par Louis est beaucoup plus simple puisqu'il décide que $p_1 = p_2$ si $f_1 = f_2$, et que $p_1 < p_2$ (resp. $p_1 > p_2$) si $f_1 < f_2$ (resp. $f_1 > f_2$).

À partir d'une même différence entre mortalités, Gavarret montre, en utilisant les exemples précédents, que les conclusions peuvent être différentes que celles obtenues par la méthode de Louis.

Dans le premier exemple, la différence entre les deux mortalités moyennes était de « 10 000 sur 100 000 malades », soit $d = 0,10$. La limite calculée à partir des données est $l = 0,07694$ [G, p. 156].

La *différence* entre mortalités obtenues est supérieure à cette *limite des erreurs possibles* dans la conclusion *a posteriori*, nous devons donc reconnaître qu'en réalité la première médication est supérieure à la seconde.

Dans ce cas, les deux méthodes conduisent à la même conclusion.

Dans le deuxième exemple, la différence entre les deux mortalités moyennes était de « 6 000 sur 100 000 malades », soit $d = 0,06$. La limite calculée à partir des données est $l = 0,07508$.

Évidemment, puisque la *différence* entre les deux mortalités moyennes est inférieure à cette *limite des erreurs possibles* dans la conclusion *a posteriori*, nous devons reconnaître, que cette variation dans les résultats ne nous enseigne rien, que nous ne sommes pas autorisés à préférer une des deux méthodes à l'autre. Ceci ne veut pas dire que l'une des deux méthodes thérapeutiques employées ne vaille réellement pas mieux que l'autre, mais seulement que les différences constatées entre leurs effets dans 500 expériences tentées de part et d'autre ne sont pas suffisantes pour indiquer laquelle vaut le mieux. [G, p. 158].

La “méthode numérique” de Louis aurait conclu ici à la supériorité de la première méthode. Il est remarquable que les conclusions de Gavarret s'assortissent de précautions qui n'aboutissent pas, quand l'hypothèse nulle n'est pas rejetée, à l'affirmation : “les traitements sont identiques” – ce qui est aujourd'hui encore le lot commun de beaucoup d'utilisateurs de statistiques.

Cependant, dans le cas de rejet de l'hypothèse nulle, Gavarret formule la décision : “existence d'une différence entre les deux traitements” comme une proposition certaine alors qu'en réalité la probabilité de se tromper en affirmant ceci est asymptotiquement égale à 0,47%. Il est prisonnier de la formule de Poisson qui semble ne donner la formule que pour ce risque de première espèce. Il est vrai qu'il explique avant que, pour lui, cette probabilité de se tromper est si petite qu'elle autorise à énoncer cette proposition comme une certitude.

Autre remarque, le test utilisé ici, qui repose en fait sur un intervalle de confiance de la différence des proportions, n'est certes pas le plus puissant qui existe, mais il a le mérite d'avoir un risque de premier espèce qui est celui annoncé (c'est-à-dire 0,47%). Gavarret, en testant la différence des

proportions, ne tombe pas dans le piège courant qui consiste à calculer séparément pour p_1 et pour p_2 des intervalles de confiance de niveau $1 - 0,0047 = 0,9953$ et à décider que $p_1 \neq p_2$ si ces intervalles ne se chevauchent pas.

Il applique bien sûr sa méthode à d'autres données que ces données "d'école". En particulier, en utilisant les statistiques concernant la mortalité du choléra à Paris survenu en 1832, une commission avait conclu à partir d'une différence de 0,000417 entre les mortalités moyennes des hommes et des femmes que « le choléra devait sévir plus fortement sur le sexe féminin que sur le sexe masculin » [G, p. 236-237]. En calculant la limite $l = 0,000949$ à partir des données fournies, il conclut que c'est « à tort que la commission s'est appuyée sur cette variation pour poser qu'en règle générale les femmes étaient plus que les hommes exposées à mourir du choléra » [G, p. 237].

L'ouvrage de Gavarret renferme bien d'autres applications – notamment l'étude des « constitutions saisonnières » – et d'autres surprises concernant les méthodes statistiques, surprises qui peuvent être consultées dans un document disponible sur le site Internet de l'IREM de Basse Normandie.

3. – Les transmissions ou non-transmissions

L'apport de Gavarret à l'utilisation des statistiques en médecine semble considérable puisque pour la première fois, comme le fait remarquer Huth, il a mis en œuvre la suggestion de Pierre-Simon Laplace qui en 1825, dans son *Essai Philosophique sur les probabilités*, émettait l'idée d'appliquer le calcul des probabilités pour découvrir le meilleur traitement à une maladie.

3.1. – Quelles transmissions ?

Nul doute que Gavarret a bénéficié d'une transmission "institutionnelle" dans la première moitié du XIX^e siècle, puisque Poisson a été son professeur. Il a remarquablement adapté à l'épidémiologie naissante les techniques statistiques utilisées par Poisson pour les jugements de jurys et surtout en a compris le sens. Une étude plus complète serait nécessaire pour savoir si dans la première moitié du XIX^e siècle, d'autres disciplines que la médecine ont pu approcher les travaux de Poisson et en extraire des enseignements quant à l'application des statistiques inférentielles à leur discipline, réalisant ainsi une transmission "transversale".

La biographie de Gavarret atteste que ses sujets d'intérêt étaient très variés, comme beaucoup de savants de cette époque qui ne se cantonnaient pas à leur domaine de prédilection. Logiquement, on pourrait s'attendre à une réponse positive à cette question.

3.2. – Quelles non-transmissions ?

Non-transmission à l'intérieur de la médecine

Même si David E. Lilienfeld & Abraham M. Lilienfeld mentionnent dans *The French Influence on the Development of Epidemiology* que « Dedicating his *Essay on the Philosophy of Medical Science* to Louis, Bartlett gave examples of both the calculation an use of confidence limits for mortality rates, based on a publication by Jules Gavarett [*sic*] in 1840 », il faut bien constater que Gavarret a disparu depuis très longtemps de la mémoire des épidémiologistes.

Plusieurs explications sont possibles.

a) Au regard de ses objectifs, Gavarret a échoué sur au moins deux problèmes : celui du classement des thérapeutiques et celui de la prévision de l'apparition d'une maladie. Mais il a introduit avec justesse la notion d'intervalle de confiance et celle de test pour toute décision quant à un traitement thérapeutique, notions qui sont aujourd'hui universellement appliquées.

b) L'imperméabilité du corps médical à des apports extérieurs pendant une certaine époque. Une sociologie du corps médical pourrait peut être fournir une explication.

À l'intérieur du milieu médical, Gavarret a été aussitôt contesté dans un rapport de la Faculté de Médecine, publié en 1840, principalement sur trois points :

- les constitutions saisonnières : ce rapport explique qu'il n'y avait nul besoin de statistiques pour affirmer que certaines maladies soient plus fréquentes en hiver et au printemps qu'en été ;

- l'utilisation des probabilités : ce rapport explique que ce qui est applicable au tirage de boules ne peut s'appliquer en médecine car il y a des causes qui produisent toujours les mêmes effets ;

- l'incertitude que calcule Gavarret sur les résultats de Louis à partir de ses formules : ce rapport argumente que Gavarret s'appuie sur des nombres qui ne reflètent pas toute la réalité et qu'il oublie beaucoup d'autres facteurs.

Une étude plus attentive de l'ouvrage de Gavarret pourrait faire découvrir qu'il a été conscient, en particulier sur le troisième point, que la présence de plusieurs facteurs pour prédire un phénomène était un obstacle que tentera de franchir Ronald A. Fisher avec la technique des plans d'expériences mais cela beaucoup plus tard (1935).

c) Le rôle de l'idéologie scientifique dominante. Valleron fait remarquer que « La fin du XIX^e siècle et le début du XX^e siècle furent en revanche relativement silencieux parce que la démarche épidémiologique est fondée essentiellement sur l'analyse de la variabilité, alors que l'idéologie scientifique dominante de cette époque était le déterminisme » [V, p. 7].

d) Le rôle de la collecte des données. Les conditions mises par Gavarret pour pouvoir utiliser les techniques de statistiques inférentielles, à savoir entre autres – plus d’une centaine d’observations, observations faites dans les mêmes conditions – ont dû faire reculer ceux qui auraient pu tenter de se servir de ces techniques.

e) La relative contradiction groupe/individu. Celle-ci était un argument majeur des opposants à la “méthode numérique” arguant que chaque individu était particulier et ne pouvait pas être assimilé à un élément d’une population. Gavarret avait déjà prévu cette objection. Il dit en effet [G, p. 82] :

il y aurait erreur grave à penser que la notion de la chance moyenne d’un événement déduite d’une longue série d’épreuves, puisse jamais indiquer ce qui arrivera dans tel ou tel cas particulier [...] Cette chance moyenne ne doit jamais être employée qu’à la prévision des limites entre lesquelles peut varier le résultat final d’une grande collection de faits.

Et plus loin [G, p. 83] :

il tombe sous le sens que jamais une statistique faite ne pourra servir à prévoir quelle est la chance de condamnation de tel ou tel accusé, ni la chance de naissance d’un garçon dans tel ou tel mariage particulier.

Mais comme le fait remarquer Valleron, « l’épidémiologie fut quasiment absente de France jusqu’à la fin des années 1950 » [V, p. 10].

Non-transmission à l’intérieur des mathématiques

Ce constat est plus étonnant. Il a fallu attendre 1934 pour que Jerzy Neymann définisse le concept d’intervalle de confiance (sans mentionner ni le rôle de Gavarret, ni celui de Poisson) et pour voir apparaître les premiers grands travaux des fondateurs de la statistique inférentielle.

Doit-on y voir un désintérêt des probabilistes “purs” pour ce qui pouvait leur sembler n’être que des applications de formules à des données numériques ? Et pourtant, c’est William S. Gosset (1876-1937) et Ronald A. Fisher (1890-1962), deux chercheurs d’abord préoccupés d’applications, qui donnèrent un élan décisif aux statistiques inférentielles. Des recherches ultérieures permettront sans doute de répondre à ces questions.

Bibliographie

- [G] Jules GAVARRET, *Principes généraux de statistique médicale ou développement des règles qui doivent présider à son emploi*, Paris : Béchét jeune et Labé, 1840. Abrégé en [G, p. x] pour les citations.
- [H] Edward J. HUTH, « Jules Gavarret's *Principes généraux de statistique médicale* : a pioneering Text on the statistical Analysis of the Results of Treatments », in : *The James Lind Library Bulletin : Commentaries on the History of Treatment Evaluation*, Oxford : The James Lind Library, 2006.
- [La] Jean-Marc LANGE, « L'émergence des bio-statistiques au XIX^e siècle », in : *Épidémiologie pour une éducation raisonnée à l'incertitude*, Paris : Vuibert-ADAPT-SNES, 2006, p. 39-49.
- [L, 1820] Pierre-Simon LAPLACE, *Théorie analytique des probabilités*, 3^e éd., Paris : Vve Courcier, 1820.
- [L, 1825] Pierre-Simon LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, 5^e éd., Paris : Bachelier, 1825.
- [Li] David E. LILIENFELD & Abraham M. LILIENFELD, « The French Influence on the Development of Epidemiology », in : Abraham M. LILIENFELD, *Times, Places and Persons : Aspects of the History of Epidemiology*, Baltimore : Johns Hopkins University Press, 1980.
- [Lo] Pierre-Charles-Alexandre LOUIS, *Recherche sur les effets de la saignée dans quelques maladies inflammatoires*, Paris : Baillière, 1835. Cet ouvrage est une version augmentée d'un mémoire publié dans les *Archives générales de médecine* de 1828, n°18, p. 321-336.
- [P] Siméon-Denis POISSON, *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités*, Paris : Bachelier, 1837.
- [S] Stephen M. STIGLER, *The History of Statistics : The Measurement of Uncertainty before 1900*, Cambridge (Mass.) ; London : The Belknap Press of Harvard University Press, 1986.
- [V] Alain-Jacques VALLERON (éd.), *L'épidémiologie humaine : condition de son développement en France, et rôle des mathématiques. Rapport sur la science et la technologie n° 23*, Les Ulis : EDP Sciences, 2006.

