Circulation Transmission Héritage

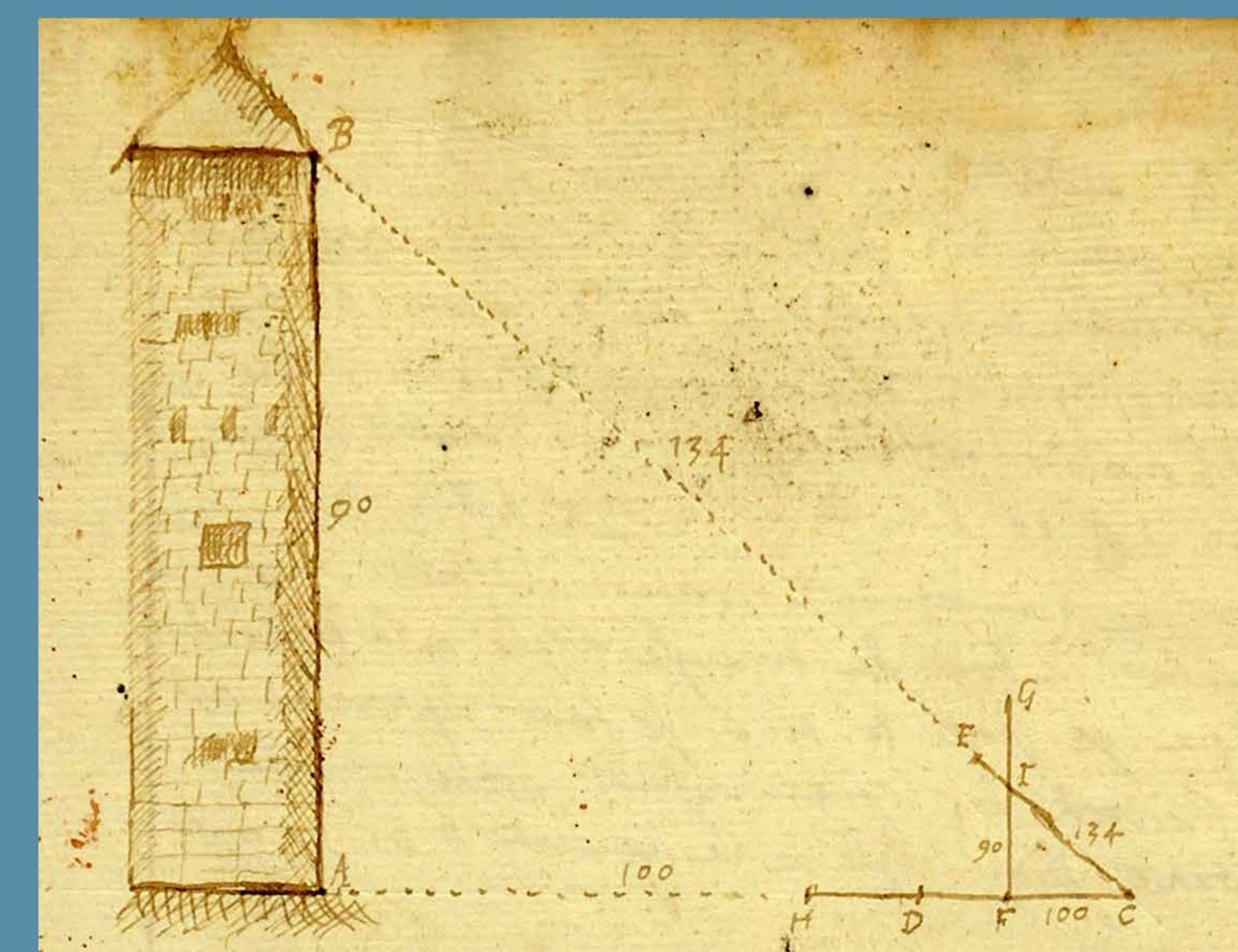
Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » sont différents. Cet ouvrage explore des moments historiques où des décalages, petits ou grands, nourrirent des héritages et furent le fruit des circulations et des transmissions. Il invite à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études qu'il rassemble mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.

ISBN : 978-2-902498-06-2
Édition et diffusion : IREM de Basse-Normandie
juin 2011

IREM
de Basse-
Normandie

Circulation Transmission Héritage
histoire et épistémologie des mathématiques

Circulation Transmission Héritage



Actes du 18e colloque inter-IREM
histoire et épistémologie
des mathématiques
mai 2011

Université de Caen Basse-Normandie

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII[e] colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

II. – D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

II-1. – Hériter et inventer

II-1-S.
Pages 415-445

Une discipline à la croisée d'intérêts multiples : la nomographie

Dominique Tournès

Circulation
Transmission
Héritage

Histoire et épistémologie des mathématiques

Planche I. Page 6.

Commission inter-IREM
Épistémologie et histoire des mathématiques

Circulation
Transmission
Héritage

Actes du XVIII[e] colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

ISBN : 978-2-902498-06-2
© IREM de Basse-Normandie (Université de Caen Basse-Normandie), juin 2011
Directeur de publication : Pierre Ageron, directeur de l'IREM de Basse-Normandie
Diffusion : IREM de Basse-Normandie, Université de Caen Basse-Normandie,
campus 2, 14032 Caen Cedex
Tél. : 02 31 56 74 02 – Fax. : 02 31 56 74 90
Adresse électronique : irem@unicaen.fr
Site Internet : http ://www.math.unicaen.fr/irem/
Coordination : Évelyne Barbin et Pierre Ageron
Comité de lecture : Pierre Ageron, Didier Bessot, Richard Choulet, Gilles Damamme, Guy Juge, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff, Pierrick Meignen, Thierry Mercier, François Plantade, Danielle Salles, Didier Trotoux et Éric Trotoux
Relecture générale : Pierre Ageron, Jean-Pierre Le Goff
Conception, illustration et mise en page du volume : Jean-Pierre Le Goff, Pierre Ageron, Didier Bessot et Didier Trotoux
Conception de l'affiche du colloque et de la couverture des actes : Patrice Gourbin
Impression et façonnage : Corlet numérique, 14110 Condé-sur-Noireau

Crédits photographiques de la couverture :
Bibliothèque de Caen, deux images tirées du manuscrit *in-fol.* 27 : *Pratique de geometrie*, de la main de Samuel Bochart (1599-1667)
– 1ère de couverture : mesure au *gonomètre* de la hauteur d'une tour, *f* °8 *r* °
– 4ème de couverture : mesure de la *gibbosité* de la mer entre Dieppe et la Rie (Rye), *f* °42 *v* °
Illustrations hors-texte :
Les 16 planches hors-texte des pages de l'ouvrage, paginées ii, viii, xiv, 28, 50, 94, 122, 240, 338, 360, 386, 446, 480, 502, 544 et 582, sont tirées de la *Pratique de la Geometrie, sur le papier et sur le terrein ; où par une methode nouvelle & singuliere l'on peut avec facilité & en peu de tems se perfectionner en cette science*, Par Sebastien Leclerc, Graveur du Roi. A Paris, Chez Ch. A. Jombert, Imprimeur-Libraire du Roi en son Artillerie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame. M. DCC. XLIV. (1744). *Avec Privilege du Roi.* (coll. part., clichés : jplg)

Sommaire

I. – Les véhicules de la circulation mathématique

I-1. – La langue : traduire et faire comprendre

I-2. – Cours et manuels : enseigner pour transmettre

I-3. – Les journaux savants : hériter et faire circuler

I-4. – Les figures : accompagner les mots

II. – D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

II-1. – Hériter et inventer

II-2. – Transmettre et s'approprier

II-3. – Lire les Anciens, aujourd'hui

II. – D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

II-1. – Hériter et inventer

II-2. – Transmettre et s'approprier

II-3. – Lire les Anciens, aujourd'hui

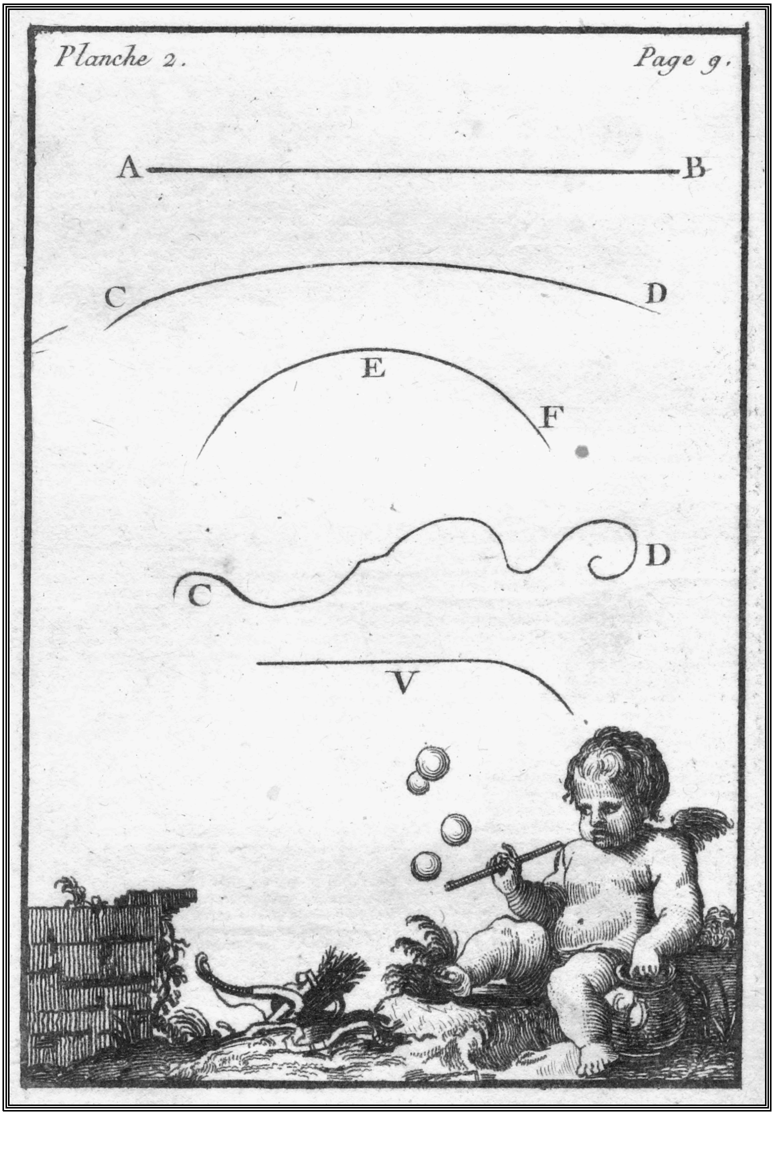


Planche 2.
Page 9.
A
B
C
D
E
F
C
D
V

Avant-propos

L'IREM de Basse-Normandie, institué dans l'université de Caen le 23 octobre 1973, cultive par précellence l'histoire des mathématiques. Dès l'origine, plusieurs de ses animateurs, professeurs de lycée, étaient conduits par une intuition : introduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques serait de nature à aider les élèves à y retrouver du sens, sens que le formalisme – des "maths modernes", notamment – tendait à dissimuler. Mais la discipline "histoire des sciences" n'était alors guère développée dans les universités. C'est ainsi que commença un colossal travail de recherche fondamentale et appliquée, d'édition de sources, de formation initiale et continue, d'actions interdisciplinaires. Nombreux sont ceux qui y ont contribué ; je veux citer au moins les noms de Jean-Pierre Le Goff, Didier Bessot et Denis Lanier et leur rendre ici un hommage plein d'amitié et d'admiration.

C'est à l'IREM de Basse-Normandie qu'il revint d'organiser le tout premier colloque inter-IREM d'histoire et épistémologie des mathématiques, au château de Tailleville, en mai 1977, puis le X^e^ colloque d'une série devenue bisannuelle, sur le thème *La mémoire des nombres* – c'était à Cherbourg en mai 1994. Entre les deux, l'IREM de Basse-Normandie avait organisé, à l'initiative de l'Association pour le développement des études et recherches en histoire et épistémologie des mathématiques (ADERHEM), un colloque exceptionnel baptisé *Destin de l'art, dessein de la science* (octobre 1986). Enfin le XVIII^e^ colloque inter-IREM, dont vous tenez en main les actes, s'est tenu en mai 2010 au cœur de l'université caennaise, dans l'amphithéâtre Henri Poincaré (qui enseigna deux années à Caen). Le thème retenu, *Circulation – Transmission – Héritage*, invitait à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études ici rassemblées mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Basse-Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.

Je remercie les institutions qui ont compris l'intérêt de cette manifestation : le ministère de l'Éducation nationale (via l'assemblée des directeurs d'IREM), la région Basse-Normandie, la ville de Caen, l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (régionale de Basse-Normandie), l'ADERHEM, et notre *alma mater* l'université de Caen Basse-Normandie.

Ce colloque n'aurait pu être organisé sans l'énergie déployée par Geneviève Jean, secrétaire de l'IREM, et par de nombreux animateurs de l'IREM, notamment Guy Juge, Éric Trotoux et Didier Trotoux. Enfin Jean-Pierre Le Goff, Didier Trotoux et Didier Bessot m'ont apporté une aide précieuse dans l'édition de ces actes. Que tous soient très chaleureusement remerciés.

Pierre Ageron
directeur de l'IREM de Basse-Normandie

Présentation

Auteurs, destinataires et lecteurs d'un texte : histoires de décalages.

Évelyne Barbin,
IREM des Pays de la Loire,
Centre François Viète, Université de Nantes

La plus grande partie d'une œuvre se déroule sous la tyrannie de sa réception.
Christophe Prochasson, « Ce que le lecteur fait de l'œuvre. Héritages et trahisons : la réception des œuvres », *Mill neuf cent*, 12, 1994.

Le Colloque inter-IREM « Histoire des mathématiques : circulation, transmission, héritage » s'inscrit bien dans la visée de « la réception des œuvres » de Hans Robert Jauss, dont Christophe Prochasson indique l'intérêt pour l'historien dans le texte cité en exergue. Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Le cas des manuels, y compris les plus récents, n'échappe pas à cette distinction, que connaît bien l'enseignant : le destinataire du manuel est l'élève de classe de quatrième, mais la lectrice est Vanessa. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » – en utilisant l'expression de Jauss – sont différents. Cet ouvrage propose quelques moments historiques de décalages, petits ou grands, qui nourrissent les héritages, qui sont le fruit des circulations et des transmissions.

Les aspects matériels de la circulation des textes, leurs véhicules, font l'objet de la première partie. L'histoire des mathématiques arabes est intéressante, puisqu'elles sont au carrefour de langues diverses, elles commencent avec des traductions et se perpétuent avec d'autres traductions, dans une sphère culturelle large, comme le montrent Ahmed Djebbar et Pierre Ageron. Avec la transmission des *Éléments* d'Euclide en Arménie, Frédéric Laurent délivre une partie peu connue de l'histoire. L'ouvrage d'Euclide, transmis par les Jésuites en Chine, y connut un sort étrange, puisque les lecteurs orientaux négligèrent les démonstrations qui faisaient le succès des *Éléments* ailleurs. L'exemple du décalage très abrupt de l'attente entre Occidentaux et Chinois est illustré dans cet ouvrage par Isabelle Martinez et Jean-Pierre Le Goff. L'écart plus ténu entre langue savante, le latin, et langue vernaculaire, ici un dialecte italien, est examiné avec précision par Gérard Hamon et Lucette Degryse à propos des *Quesiti* de Nicollo Tartaglia au XVI^e^ siècle.

Il existe deux types de véhicules adaptés à des destinataires particuliers, ce sont les manuels et les revues mathématiques. Les manuels sont écrits à partir de sources diverses et à destination de commençants, avec le souci d'un rendu intégral des « idées » ou à l'inverse dans celui d'une « adaptation » aux élèves. Du côté des sources, Martine Bühler et Anne Michel-Pajus analysent celles d'un ouvrage d'arithmétique niçois du XVI^e^ siècle. Du côté des réceptions, Pierre Ageron et Didier Bessot retracent les tribulations d'un manuel de géométrie au XVIII^e^ siècle. Comme le montrent Anne Boyé et Guillaume Moussard, l'enseignement des vecteurs présente un cas très complexe aux sources multiples – géométriques, algébriques et physiques –, qui a beaucoup changé selon les destinataires à différentes époques.

L'édition des revues scientifiques commence au XVII^e^ siècle. Les journaux savants sont écrits par des « savants » à destination de leurs confrères, membres d'Académies nationales ou de Sociétés provinciales. La spécialisation de revues aux seules mathématiques au XIX^e^ siècle est contemporaine de publications pour des publics eux aussi plus spécialisés, qu'ils soient enseignants, amateurs ou bien mathématiciens. La transmission par des revues multiplie le nombre de possibilités de mise en évidence de décalages, en augmentant le nombre des auteurs et en accordant la plume aux lecteurs. Les articles de Jeanne Peiffer, de Christian Gérini et de Norbert Verdier offrent un large panel de périodes et de publics pour diverses revues sur trois siècles.

Les figures mathématiques ne transcendent-t-elles pas les questions de transmission en offrant un langage qui serait universel ? De plus, ne s'agit-il pas d'un langage qui précède l'écriture ? Ces questions trouveront des éléments de réponse dans les articles d'Olivier Keller et de Jean-Pierre Cléro. Prise du point de vue de la réception historique des « textes », la première question recevrait une réponse plutôt relativiste. Un triangle est vu comme une aire par Euclide et comme ses trois côtés par Descartes, il est désigné par des lettres chez les mathématiciens grecs et par des couleurs chez les chinois.

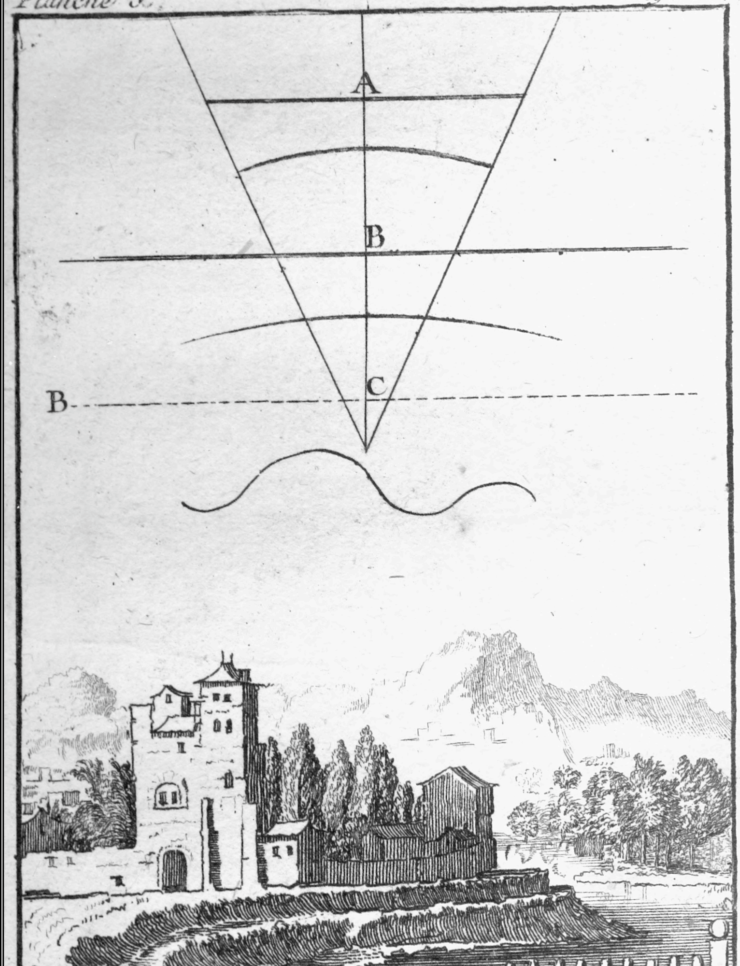
La seconde partie de cet ouvrage retourne à l'auteur d'un texte, mais sans abandonner la perspective du destinataire et du lecteur. En effet, l'auteur est lui-même un lecteur, et donc un texte peut être lu comme un maillon dans un échange dialogique. Car, comme l'explique Mikhaïl Bakhtine, un texte est écrit en réponse à d'autres auteurs de textes et il s'adresse à des lecteurs qui ont une « attitude responsive active ».

Lorsqu'un auteur doit écrire quelque chose qui lui paraît nouveau, c'est-à-dire susceptible d'aller au-delà des conceptions contemporaines, il doit aménager son texte. Autrement dit l'invention pose des problèmes accrus de transmission. C'est ce qu'analysent les articles de Jean-Paul Guichard, de Denis Lanier, Jean Lejeune et Didier Trotoux pour deux inventions mathématiques. L'histoire des mathématiques, qu'elle s'intéresse à des inventions ou des inventeurs, ne peut pas passer outre leurs intérêts sous-jacents, par exemple pour la nomographie présentée par Dominique Tournès. Le renouveau du genre biographique en histoire, indiqué par Gilles Damamme, va de pair avec une histoire des inventeurs dans le contexte intellectuel, social et culturel de leur époque. En suivant les propos de Pierre Ageron, cette perspective peut aussi être prise en compte dans l'écriture de l'histoire.

Le décalage entre un auteur et l'horizon d'attente de ses lecteurs contemporains est au cœur de la partie suivante. Évelyne Barbin explique que les contemporains de Descartes n'ont pas compris sa *Géométrie* de 1637 alors qu'elle semble aller de soi aujourd'hui. Lorsque que Jean Lejeune, Denis Lanier et Didier Trotoux utilisent le terme de précurseur, au dépit de l'histoire, n'est-ce pas pour écrire un grand décalage entre Gavarret et ses lecteurs ? Avec François Plantade et Jean-Pierre Le Goff, sont retracées les réceptions des œuvres de Grassmann et de Salomon de Caus. En vis-à-vis de ces articles, qui invitent à un relativisme constructif des « vérités mathématiques », Maryvonne Menez-Hallez pose la question du « mathématique ».

La dernière partie de l'ouvrage est plus orientée vers la lecture historique des textes. Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff et Didier Trotoux proposent une relecture d'une proposition d'Apollonius à partir de ses éditions et de ses traductions. Alain Bernard lit les *Arithmétiques* de Diophante comme un texte ancré dans différentes traditions antiques. Ainsi que le remarque Christophe Prochasson, « la tradition n'est pas un processus autonome de transmission », elle est au contraire un mécanisme de réappropriation du passé.

La thématique du colloque croise les questions d'enseignement et elle a vivement intéressé ceux qui dans les IREM associent l'histoire des mathématiques à son enseignement. Le riche sommaire de cet ouvrage en est le témoin.


A
B
C
B

Section II

D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

1. – Hériter et inventer

Circulation
Transmission
Héritage

Actes du XVIII[e] colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

II. – D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

II-1. – Hériter et inventer

II-1-S.
Pages 415-445

Une discipline à la croisée d'intérêts multiples : la nomographie

Dominique Tournès

Une discipline à la croisée de savoirs et d'intérêts multiples : la nomographie

Dominique Tournès,
IREM de la Réunion & Laboratoire d'informatique
et de mathématiques (LIM EA 2525),
dominique.tournes@univ-reunion.fr

La nomographie, ou science des abaques, a pour objet la construction et l'utilisation des tables graphiques destinées à représenter les relations à un nombre quelconque de variables. C'est une discipline qui, depuis trois siècles, est révélatrice de nombreuses circulations de savoirs. Située au carrefour de préoccupations pratiques (comment concevoir des abaques simples utilisables par des personnes sans formation mathématique approfondie ?) et théoriques (comment caractériser les équations pouvant être résolues par un abaque de type donné ?), elle fut le théâtre d'une interaction permanente, parfois source de malentendus, entre travaux des ingénieurs et travaux des mathématiciens. Parallèlement, sa constitution en tant que discipline autonome, la reconstruction *a posteriori* de ses origines, tant réelles que supposées, et sa diffusion progressive à travers le monde donnèrent lieu à de nombreux plagiats, redécouvertes, conflits de priorité et adaptations aux différentes traditions nationales. Enfin, conçue à l'origine pour les besoins des ingénieurs civils et militaires, la nomographie fut tardivement assimilée par d'autres domaines comme la médecine ou la statistique, dans lesquels elle s'avéra particulièrement féconde. Nous tenterons d'analyser ici dans quelle mesure ces héritages, transmissions et circulations entre milieux nationaux et professionnels hétéroclites, constituent un exemple significatif de la façon dont une discipline nouvelle avide de reconnaissance est susceptible de bousculer les frontières établies.

1. – Qu'est-ce que la nomographie ?

En calcul digital, on utilise fréquemment des tables numériques. Le but de ces tables, qui rassemblent les résultats de nombreux calculs faits une fois pour toutes, est d'éviter à l'utilisateur la répétition d'opérations fastidieuses. L'analogue existe dans le calcul graphique : des tables graphiques constituées de lignes ou de points cotés, avec des échelles convenablement graduées, mobiles ou non, donnent par simple lecture la valeur cherchée en fonction de celles des paramètres. Les tables graphiques ont été appelées d'abord "abaques" puis "nomogrammes", et la discipline qui s'occupe de leur étude et de leur emploi a reçu le nom de "nomographie". Nous allons commencer par examiner les principaux types d'abaques en suivant l'ordre historique de leur apparition.

1.1. Abaques à lignes concourantes

Les premières tables graphiques destinées au calcul sont issues des efforts de la Révolution française pour imposer un nouveau système de poids et mesures. Afin d'aider la population à s'approprier la réforme, la loi du 18 germinal an III prescrivait une simplification des outils de conversion : « Au lieu des tables de rapports entre les anciennes et les nouvelles mesures, qui avaient été ordonnées par le décret du 8 mai 1790, il sera fait des échelles graphiques pour estimer ces rapports sans avoir besoin d'aucun calcul » [Fa, 1879, p. 72]. C'est pour répondre à cet appel d'offre que Louis-Ézéchiel Pouchet (1748-1809), un manufacturier de coton de Rouen, proposa en 1797 des abaques constitués de deux faisceaux de lignes droites cotées, verticales et horizontales, à travers lesquels passe un faisceau de courbes, cotées elles aussi. Ces abaques sont dits "à lignes concourantes" ou "cartésiens". Par exemple, pour la multiplication $\gamma = \alpha\beta$, le procédé permet de remplacer la table de Pythagore par un faisceau d'hyperboles d'égale cote. Sur cette table graphique, la multiplication s'exécute instantanément par simple lecture [Fig. 1]. Pour des valeurs qui n'apparaissent pas directement sur le graphique, on interpole à vue. Enfin, la même table sert, de manière évidente, à effectuer les divisions et les extractions de racines carrées.

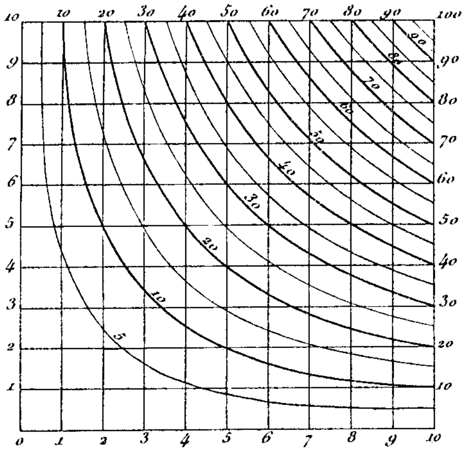


Fig. 1. – Table de multiplication de Pouchet

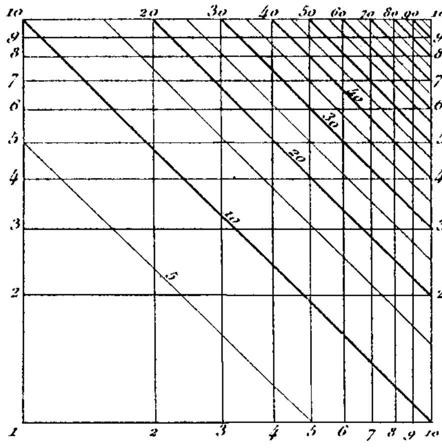


Fig. 2. – Table de multiplication de Lalanne

Ce mode de représentation s'applique plus généralement à toute relation entre trois variables. D'autres exemples isolés de traduction graphique de tables à double entrée se rencontrent ainsi dans la première moitié du XIX[e] siècle, principalement dans le domaine de l'artillerie, mais c'est surtout Léon-Louis Lalanne (1811-1892), ingénieur des ponts et chaussées, qui fit franchir un pas décisif à la théorie des abaques. En 1843 paraît à Paris la traduction française d'un *Cours complet de météorologie* de Ludwig Friedrich Kämtz, professeur de physique à l'université de Halle. Dans un *Appendice* à ce cours, Lalanne énonce de manière systématique que toute loi à trois variables peut être représentée graphiquement de la même manière qu'une surface topographique à l'aide de ses lignes de niveau cotées. En cette même année 1843, Lalanne présente à l'Académie des sciences un mémoire dans lequel il expose l'idée d'utiliser des échelles non régulières sur les axes des abscisses et des ordonnées : en remplaçant les variables primitives par des fonctions auxiliaires de celles-ci, convenablement choisies, il est possible, dans certains cas, de ramener à des droites les lignes de niveau cotées. Dans l'exemple de la multiplication [Fig. 2], après avoir constaté que la relation $\gamma = \alpha\beta$ s'écrit aussi $log\, \gamma = log\, \alpha + log\, \beta$, , il suffit de graduer les axes avec les nouvelles variables $x = log\, \alpha$ et $y = log\, \beta$ pour que le faisceau d'hyperboles de Pouchet devienne un faisceau de droites d'équations $x + y = log\, \gamma$.

Par analogie avec un phénomène d'optique, Lalanne qualifie d'« anamorphose » cette transformation. Il introduit aussi le mot "abaque" dans ce contexte. Auparavant, un abaque était une table à calculer en forme de damier, sur laquelle on disposait et déplaçait des jetons. Lalanne considère que les nouvelles tables graphiques, dans la mesure où on y lit le résultat cherché à l'intersection d'une horizontale et d'une verticale, sont également des sortes de damiers servant à compter, d'où l'extension de sens conférée au mot "abaque", destinée à inscrire l'art du calcul dans la continuité. Après Lalanne, le mot fut définitivement adopté pour désigner toutes les tables graphiques servant au calcul. C'est également Lalanne qui introduisit le mot "isoplèthe" pour désigner une ligne d'égale cote.

Lalanne a obtenu une diffusion massive des abaques cartésiens dans le secteur des travaux publics, où ses idées arrivèrent à un moment favorable. En effet, la loi du 11 juin 1842 avait décidé l'établissement d'un réseau de grandes lignes de chemin de fer organisé en étoile à partir de Paris et, pour exécuter rapidement cette décision, on éprouva la nécessité de disposer de nouveaux moyens d'évaluation des terrassements considérables à effectuer. En 1843, l'administration française adressa à tous les ingénieurs concernés des tables graphiques pour le calcul des superficies de déblai et de remblai relatives au profil des voies ferrées et des routes.

Après Lalanne, les abaques à lignes concourantes se répandirent rapidement, au point de devenir, dans le troisième quart du XIX[e] siècle, des outils courants dans le monde des ingénieurs français. C'est l'ingénieur belge Junius Massau (1852-1909) qui prit le relais de Lalanne pour en enrichir la méthode et le champ d'application. Professeur à l'école du génie civil de l'université de Gand, Massau s'est distingué dans le champ des sciences de l'ingénieur en contribuant de manière inventive à la mécanique rationnelle, à la nomographie et, surtout, à l'intégration graphique, discipline dont il est considéré comme le créateur. Pour l'essentiel, ses apports à la théorie des abaques sont contenus dans deux gros mémoires publiés en 1884 et en 1887.

Après avoir rappelé les travaux de Lalanne dont il s'inspire, Massau développe des « principes nouveaux sur la représentation des fonctions ». Pour représenter une fonction γ définie par l'équation $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$, il part de deux séries de courbes arbitraires $F_1(x, y, \alpha) = 0$ et $F_2(x, y, \beta) = 0$, qu'il appelle les « lignes des α » et les « lignes des β », et qui déterminent un système de coordonnées curvilignes (α, β) par rapport aux coordonnées rectangulaires (x, y). L'équation $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$ définit alors les « lignes des γ » en coordonnées α et β, lignes dont l'équation en coordonnées x et y s'obtiendrait en éliminant α et β entre les trois relations précédentes. Massau introduit ainsi une notion d'anamorphose généralisée, avec l'idée sous-jacente qu'un changement de coordonnées du type $x = f(\alpha, \beta), y = g(\alpha, \beta)$ se traduit par une déformation du plan qui conserve la propriété du concours de trois lignes et, par suite, ne change rien au fonctionnement de l'abaque. De ce point de vue, l'anamorphose géométrique de Lalanne correspond au cas particulier $x = f(\alpha), y = g(\beta)$, dans lequel on se contente d'effectuer des allongements ou raccourcissements indépendants dans la direction des x et dans celle des y.

Massau cherche ensuite quelles sont les fonctions que l'on peut représenter en utilisant trois faisceaux de droites, sans imposer aux deux premiers faisceaux d'être parallèles aux axes de coordonnées. Dans ce cas, les lignes des α, des β et des γ doivent avoir des équations respectives de la forme :

$$f_1(\alpha)\, x + g_1(\alpha)\, y + h_1(\alpha) = 0,$$
$$f_2(\beta)\, x + g_2(\beta)\, y + h_2(\beta) = 0,$$
$$f_3(\gamma)\, x + g_3(\gamma)\, y + h_3(\gamma) = 0,$$

et la condition de concours, provenant de l'élimination de x et de y, s'écrit :

$$\begin{vmatrix} f_1(\alpha) & g_1(\alpha) & h_1(\alpha) \\ f_2(\beta) & g_2(\beta) & h_2(\beta) \\ f_3(\gamma) & g_3(\gamma) & h_3(\gamma) \end{vmatrix} = 0.$$

C'est donc lorsqu'on pourra mettre sous cette forme une relation $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$ qu'elle sera représentable par un abaque à droites concourantes.

Les déterminants du type précédent, appelés "déterminants de Massau", ont joué un rôle important dans l'histoire ultérieure de la nomographie ; on les rencontre dans des travaux de recherche jusqu'à nos jours.

1.2. Abaques hexagonaux

Une variante des abaques cartésiens a été imaginée par Charles Lallemand (1857-1938), ingénieur des mines. Il s'agit des "abaques hexagonaux", qui ont incontestablement prolongé l'intérêt pour les abaques à droites concourantes. Nous sommes à l'époque où s'élabore en France un large programme de travaux publics. Son exécution exige une connaissance plus précise du relief du sol, d'où la décision d'entreprendre ce que les géodésiens appellent le nivellement d'ensemble du pays : complémentaire de la triangulation qui fixe la position des points du sol en projection horizontale, le nivellement a pour objet d'en déterminer les altitudes. À partir de 1880, Lallemand fut chargé de créer un Service du nivellement général de la France, qui vit officiellement le jour en 1884. C'est dans ce contexte qu'il imagina les abaques hexagonaux, conçus comme un procédé graphique permettant d'automatiser les calculs, longs et fastidieux, nécessaires à l'exploitation des innombrables mesures faites sur le terrain. Les efforts de Lallemand permirent de tripler la précision des résultats antérieurs, tout en réduisant sensiblement les prix de revient.

Au début d'un mémoire rédigé à l'usage interne de son service [Lall, 1885, p. 4], Lallemand note que les abaques à lignes concourantes sont pénibles à construire, même lorsqu'on s'est ramené à des droites parallèles ; de plus, l'entrecroisement des lignes fatigue les yeux et l'esprit, causant à la longue des erreurs. Une première idée simplificatrice de notre ingénieur consiste à remarquer que, si l'on considère un abaque à trois faisceaux de droites parallèles, il suffit, pour repérer ces droites, de couper chaque faisceau par une droite quelconque et de marquer la cote de chaque "isoplèthe" à côté de son point d'intersection avec la transversale correspondante. On peut alors effacer les trois faisceaux de droites en ne conservant que les trois transversales graduées, appelées des "échelles linéaires" [Fig. 3]. Pour relier entre elles ces échelles, on se sert d'un transparent, appelé "indicateur", sur lequel sont tracés trois axes respectivement parallèles aux directions des faisceaux effacés. Il suffit alors de déplacer ce transparent sur l'abaque parallèlement à lui-même pour qu'il puisse remplacer les "isoplèthes". L'utilisateur, au lieu de se perdre dans les nombreuses lignes d'un abaque cartésien, peut ainsi se concentrer sur les seules droites utiles à son calcul.

Cette première avancée est déjà intéressante en soi, puisqu'il s'agit d'un véritable processus de compression de données faisant gagner beaucoup de place sur la feuille de papier.

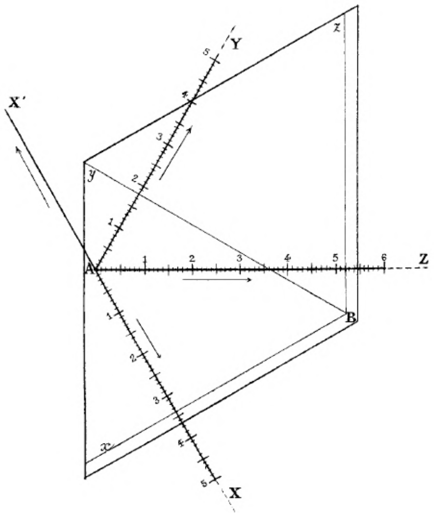


Fig. 3. – La règle de l'addition graphique de Lallemand

Cependant, l'inconvénient résiduel d'un tel abaque est qu'il faut utiliser *a priori* des unités différentes, convenablement liées entre elles, pour la construction des trois échelles linéaires. C'est là qu'intervient la seconde idée simplificatrice de Lallemand, contenue dans une « règle de l'addition graphique » qu'il énonce ainsi : « La somme des projections d'un segment de droite sur deux axes faisant entre eux un angle de 120°, est égale en grandeur et en signe, à la projection du même segment sur la bissectrice intérieure de l'angle de ces axes » [Lall, 1885, p. 9].

La preuve de ce résultat est élémentaire [Fig. 3] : si l'on désigne par α l'angle orienté que fait le vecteur $\overrightarrow{AB}$ avec la bissectrice intérieure AZ des axes AX et AY inclinés à 120°, tout revient à constater l'égalité

$$\cos(\alpha + 60°) + \cos(\alpha - 60°) = 2\cos\alpha\cos 60° = \cos\alpha.$$

Si l'on emploie la même unité pour graduer régulièrement les échelles linéaires AX, AY et AZ, et si les axes de l'indicateur sont placés perpendiculairement aux trois échelles, ils vont intercepter ces dernières en des points dont les abscisses vérifient la relation $x + y = z$. Étant donné que les échelles d'une part, les axes de l'indicateur d'autre part, sont parallèles aux diagonales d'un hexagone régulier, les abaques exploitant la règle de l'addition graphique sont dits « hexagonaux ». En combinant les idées précédentes avec l'anamorphose géométrique de Lalanne, on peut construire sur les axes des échelles non régulières $x = f(\alpha)$, $y = g(\beta)$ et $z = h(\gamma)$, et représenter ainsi par un abaque hexagonal toute équation à trois variables de la forme $f(\alpha) + g(\beta) = h(\gamma)$.

Les idées novatrices de Lallemand, dont nous avons exposé les deux plus importantes, ont permis de représenter par des abaques hexagonaux des relations faisant intervenir davantage que trois variables. Par exemple, l'abaque de la figure 4, utilisé dans le Service du nivellement, est constitué par la juxtaposition de quatre abaques reliés entre eux par des échelles communes. Si l'on avait opté pour un abaque classique à entrecroisement, la superposition des faisceaux de droites correspondant aux mêmes équations aurait conduit à une épure totalement illisible.

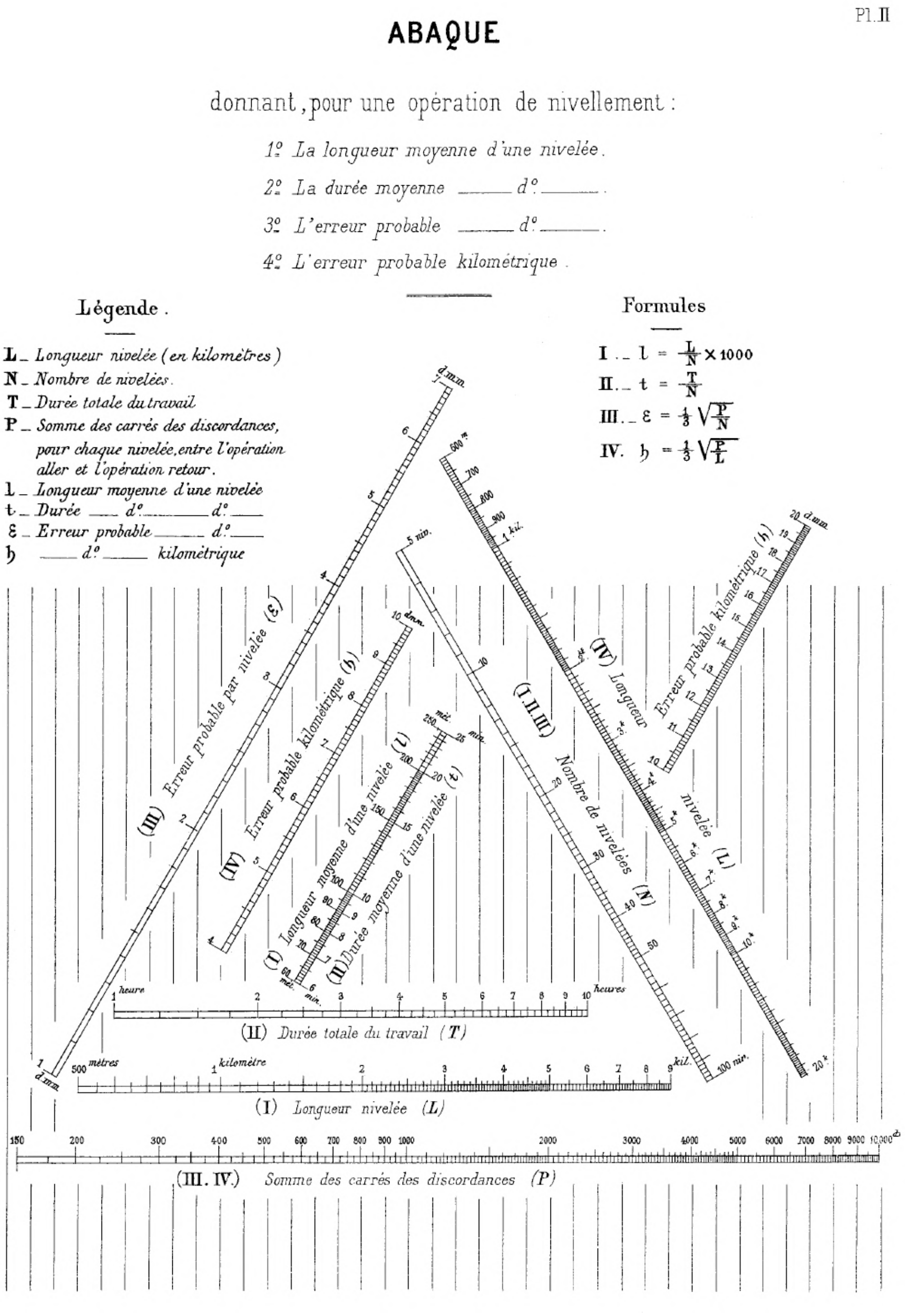


Fig. 4. – Un abaque hexagonal de Lallemand [Lall, 1885, pl. II]

1.3. Nomogrammes à points alignés

Au moment même où les publications de Massau et Lallemand faisaient entrer les abaques à lignes concourantes dans une phase de maturité, un nouveau personnage intervint pour orienter tout autrement les recherches sur les tables graphiques. Philibert Maurice d'Ocagne (1862-1938), entré à l'École polytechnique en 1880, fit ensuite toute sa carrière dans le corps des ponts et chaussées. En particulier, il fut appelé, de 1891 à 1901, comme adjoint de Lallemand au Service du nivellement. Parallèlement, il enseigna sans relâche pendant 45 ans, à l'École polytechnique, à l'École des ponts et chaussées et à la Sorbonne. En lien étroit avec cette double activité d'ingénieur et d'enseignant, Ocagne poursuivit toute sa vie des recherches qui se sont traduites par plus de 400 publications. Au sein de cette œuvre foisonnante qui aborde de nombreux thèmes, c'est essentiellement la partie concernant les abaques qui lui a valu la célébrité.

Le premier apport d'Ocagne à la science des abaques eut lieu en 1884, alors qu'il était âgé de seulement 22 ans. Exploitant au mieux les acquis de la géométrie projective, il définit alors deux nouveaux systèmes de coordonnées tangentielles dans le plan, qu'il appelle respectivement « coordonnées parallèles et axiales », et se sert du premier de ces systèmes pour élaborer un « procédé nouveau de calcul graphique », auquel il parvient à donner une portée très générale en 1890, ce qui le conduit à la publication, l'année suivante, d'un traité de synthèse intitulé *Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques*. C'est dans ce texte fondateur qu'apparaît pour la première fois le terme de "nomographie" (du grec νόμος, loi, pour évoquer la représentation graphique d'une loi reliant plusieurs variables, c'est-à-dire d'une équation).

Pour introduire son procédé, Ocagne part du constat que la plupart des équations rencontrées dans la pratique sont représentables par un abaque à trois systèmes de droites et que trois de ces "isoplèthes", prises chacune dans l'un des systèmes, se correspondent lorsqu'elles se coupent en un même point. L'idée fondamentale est alors de construire par dualité, en substituant l'usage de coordonnées tangentielles à celui de coordonnées ponctuelles, une figure corrélative de la précédente : chaque droite de l'abaque initial sera transformée en un point, et trois droites concourantes seront transformées en trois points alignés. Les trois systèmes de droites cotées deviendront trois courbes cotées, formant ce qu'Ocagne appelle un « abaque à points isoplèthes ». Pour préciser cela, considérons trois courbes quelconques, définies par des équations paramétriques

$$x = \frac{f_i(t)}{h_i(t)}, \qquad y = \frac{g_i(t)}{h_i(t)} \qquad (i = 1, 2, 3).$$

Trois points de cotes $t = \alpha$, $t = \beta$, et $t = \gamma$, pris respectivement sur ces trois courbes, sont alignés lorsque :

$$\begin{vmatrix} f_1(\alpha) & g_1(\alpha) & h_1(\alpha) \\ f_2(\beta) & g_2(\beta) & h_2(\beta) \\ f_3(\gamma) & g_3(\gamma) & h_3(\gamma) \end{vmatrix} = 0.$$

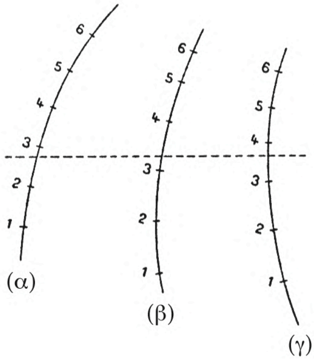


Fig. 5. – Principe d'un abaque à points alignés

Une relation donnée entre trois variables est donc représentable par un abaque à points isoplèthes si, et seulement si, elle peut être mise sous la forme d'un déterminant du type précédent. On reconnaît sans surprise un déterminant de Massau, car il est clair que le problème des abaques à droites concourantes et celui des abaques à points alignés, duaux l'un de l'autre, sont mathématiquement équivalents. L'utilisation d'un abaque à points alignés est particulièrement simple [Fig. 5]. Dans la pratique, pour ne pas abîmer l'abaque, on ne trace pas réellement la droite auxiliaire sur le papier : on se sert, soit d'un transparent marqué d'un trait fin rectiligne, soit d'un fil mince que l'on tend entre les points à joindre.

Les avantages des abaques à points alignés sont indéniables : simplicité de construction, suppression des erreurs de lecture anciennement dues à la nécessité de suivre les lignes pour aller lire leurs cotes, plus grande précision des interpolations à vue. Par ailleurs, l'alignement étant conservé par homographie, on peut transformer facilement une table graphique de ce type pour que ses courbes soient disposées au mieux sur la feuille de papier. Enfin, tout comme les abaques hexagonaux de Lallemand, la méthode des points isoplèthes permet de remplacer trois systèmes de droites par trois échelles linéaires dans une sorte de processus de compression de données, mais le procédé d'Ocagne couvre le cas général de trois faisceaux de droites quelconques, alors que celui de Lallemand ne concernait que trois faisceaux de droites parallèles. Grâce au gain de place obtenu sur la feuille de papier, on peut, là encore, juxtaposer facilement plusieurs abaques à trois variables et ainsi représenter graphiquement une relation à un nombre quelconque de variables, pourvu que cette relation ait pu être décomposée en une suite de relations à trois variables, chacune ayant une variable commune avec la suivante.

La figure 6 donne ainsi un exemple d'abaque à douze variables, dû au commandant du génie Léopold Bertrand, destiné à traiter les problèmes relatifs à la distribution des eaux.

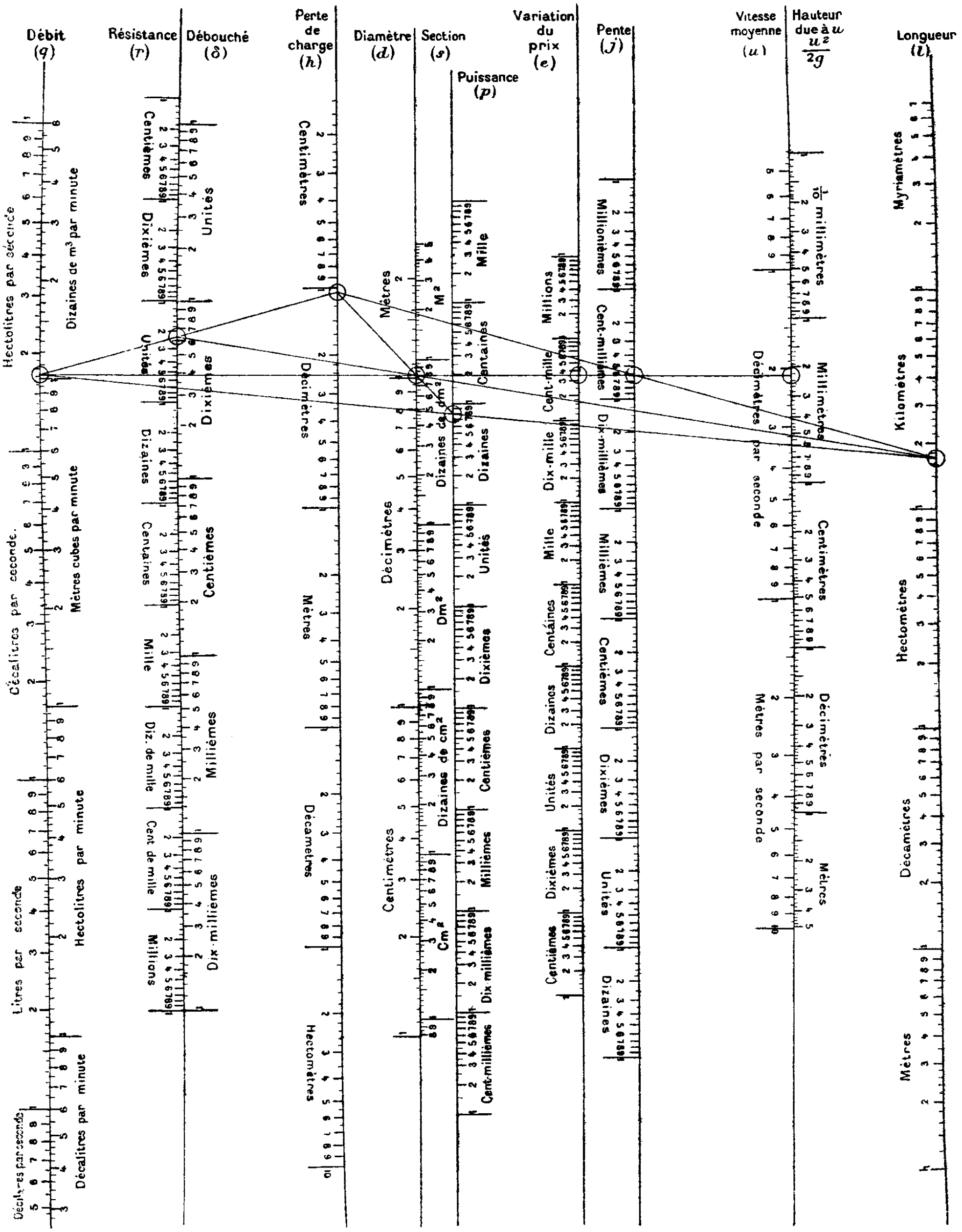


Fig. 6. – Abaque à points alignés pour la distribution des eaux [O, 1899, p. 162]

Après la publication de sa brochure de 1891, Ocagne approfondit la théorie et les applications de la méthode des points isoplèthes jusqu'à la publication d'un traité beaucoup plus imposant en 1899, le fameux *Traité de nomographie. Théorie des abaques. Applications pratiques*, qui devint pour longtemps l'ouvrage de référence de la nouvelle discipline. Dans ce traité, Ocagne emploie encore le terme consacré d'"abaque" pour désigner n'importe quelle table graphique ; par contre, il abandonne l'adjectif "isoplèthe" et recourt, pour les nouveaux abaques qu'il a créés, à l'expression plus simple d'"abaques à points alignés". Un peu plus tard, en 1902, il introduit le terme générique de "nomogramme" pour remplacer "abaque", réservant ce dernier aux tableaux graphiques offrant l'aspect d'un damier [O, 1902, p. 68]. À partir de là, les nomogrammes à points alignés sont rapidement adoptés par un grand nombre d'ingénieurs au profit des applications les plus diverses. Au tournant du XX^e^ siècle, la nomographie, corps de doctrine en pleine expansion, est d'ores et déjà bien installée dans le paysage des sciences appliquées.

2. – Interactions entre ingénieurs et mathématiciens

2.1. Le problème de l'anamorphose

Lalanne, plus ingénieur que mathématicien, n'a pas cherché à caractériser les relations à trois variables se prêtant à une représentation par des abaques à droites concourantes. Augustin-Louis Cauchy, par contre, dans le rapport sur le mémoire de Lalanne qu'il a rédigé en 1843 pour l'Académie des sciences, a soulevé cette question théorique et a commencé à la traiter en décrivant la forme générale des équations auxquelles s'applique directement le procédé de l'anamorphose, à savoir la forme $h_1(\gamma)f_1(\alpha) + h_2(\gamma)f_2(\beta) = h_3(\gamma)$.

Restait à déterminer quelles sont les relations à trois variables susceptibles d'être ramenées à la forme réduite de Cauchy. Une première avancée est présentée en 1867 devant l'Académie des sciences de Turin par Paul de Saint-Robert (1815-1888), qui démontre qu'une équation donnée $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$ peut être réduite à la forme $f(\alpha) + g(\beta) = h(\gamma)$ si, et seulement si

$$\frac{\partial^2(\ln \mathrm{R})}{\partial\alpha\partial\beta} = 0, \text{ où } \mathrm{R} = \frac{\partial \mathrm{F}/\partial\alpha}{\partial \mathrm{F}/\partial\beta} = \frac{\partial\gamma/\partial\alpha}{\partial\gamma/\partial\beta}.$$

Les abaques correspondant à cette dernière équation, du même type que celui qu'avait construit Lalanne pour la multiplication, sont formés de trois faisceaux de droites parallèles ayant pour directions respectives les axes de coordonnées et la droite d'équation $x + y = 0$. Au départ, l'objectif de Saint-Robert était de fabriquer une règle à calcul, analogue à la règle logarithmique usuelle, pour évaluer rapidement la différence d'altitude en fonction des variations de la pression barométrique et de la température. C'est pour cela qu'il devait se ramener à une relation additive entre trois échelles parallèles convenablement graduées, l'une étant mobile entre les deux autres [S].

Un peu plus tard, le problème de l'anamorphose simple est résolu dans toute sa généralité à deux reprises, tout d'abord par Massau [M, 1884, p. 73], puis, indépendamment, en 1886 par l'ingénieur des mines français Léon Lecornu[1]. Chacun d'eux trouve une condition nécessaire et suffisante pour qu'une relation $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$ puisse se ramener à la forme de Cauchy $h_1(\gamma) f_1(\alpha) + h_2(\gamma) f_2(\beta) = h_3(\gamma)$. Cette condition, obtenue par des dérivations successives, est assez compliquée : elle est constituée de deux équations aux dérivées partielles du cinquième ordre. Une fois la condition satisfaite, les fonctions recherchées sont déterminées par trois quadratures dans la méthode de Lecornu et par quatre quadratures dans la méthode équivalente de Massau.

Pour ce qui est de l'anamorphose généralisée introduite par Massau en 1884, tout revient, comme nous l'avons vu plus haut, à déterminer des conditions pour qu'une relation $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$ puisse se mettre sous la forme d'un déterminant

$$\begin{vmatrix} f_1(\alpha) & g_1(\alpha) & h_1(\alpha) \\ f_2(\beta) & g_2(\beta) & h_2(\beta) \\ f_3(\gamma) & g_3(\gamma) & h_3(\gamma) \end{vmatrix} = 0.$$

Il s'agit bien d'une extension du problème puisque la condition de Massau fait intervenir jusqu'à six fonctions indépendantes, alors que celle de Cauchy n'en comportait que quatre au plus. L'étude théorique de l'anamorphose généralisée, nettement plus difficile, fut effectuée un peu plus tard dans le contexte dual équivalent des nomogrammes à points alignés.

En 1898, Ernest Duporcq (1873-1903), ingénieur des télégraphes, est le premier à tenter une solution par une voie algébrique pure, c'est-à-dire ne faisant pas appel à des équations aux dérivées partielles, mais la caractérisation qu'il obtient est quasiment impraticable, même pour des équations simples. En 1912, Thomas Hakon Gronwall (1877-1932) aborde le problème d'une façon très différente. Ce mathématicien d'origine suédoise s'était d'abord distingué par des recherches en mathématiques pures, mais, ne parvenant pas à obtenir un poste de professeur de mathématiques en Suède, il avait été conduit à réorienter sa carrière : après avoir passé un diplôme d'ingénieur civil à Berlin en 1902, il avait émigré aux États-Unis en 1904 pour y exercer son nouveau métier dans diverses entreprises de construction de ponts et de chemins de fer. Après 1912, il deviendra « mathématicien consultant » et se spécialisera dans les mathématiques appliquées et industrielles. À son tour, il se penche sur le problème de l'anamorphose générale. Dans le même esprit que ce qu'avaient fait Saint-Robert, Massau ou Lecornu pour les abaques d'alignement, Gronwall, supposant la fonction F analytique, obtient une condition nécessaire

[1] Léon Lecornu (Caen, 1854 – Saint-Aubin-sur-Mer, 1940) était alors maître de conférences de mathématiques à la faculté des sciences de Caen. De 1881 à 1892, il y était à ce titre chargé des enseignements élémentaires, tandis qu'Henri Poincaré, puis Charles Girault assuraient les cours plus avancés (note des éditeurs).

par une suite de différentiations partielles du déterminant jusqu'à l'élimination, à l'aide de la relation $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$, des fonctions inconnues qui en constituent les coefficients. Il lui faut tout de même sept pages de calculs pour aboutir à la condition qu'il doit exister une intégrale commune C à deux équations aux dérivées partielles fort compliquées. Gronwall établit ensuite que la condition est suffisante. En supposant acquise l'existence d'une intégrale commune C, il montre comment déterminer explicitement des fonctions qui conviennent, et précise que les diverses solutions sont obtenues à une homographie près. Pour ce qui est de la fonction auxiliaire C sur laquelle tout repose, il se contente d'écrire : « Dans un travail ultérieur, je formerai explicitement l'intégrale commune des équations aux dérivées partielles » [Gr, p. 61]. Ce travail annoncé n'a apparemment jamais vu le jour. Dans la suite de l'article, Gronwall retrouve les critères de Saint-Robert, Massau et Lecornu, et améliore ces derniers en donnant une méthode de réduction sans aucune quadrature. Les spécialistes salueront unanimement ce brillant exposé, tout en marquant fortement leur scepticisme quant à ses éventuelles retombées pratiques [So, 1921, vol. 1, p. 22].

La contribution de Gronwall reçut un écho dans la communauté mathématique américaine. En mars 1913, lors d'un colloque de l'*American Mathematical Society*, Oliver Dimon Kellogg (1878-1932) présente une communication dans laquelle il donne une nouvelle condition d'existence d'un nomogramme à points alignés, plus simple et plus facile à mettre en œuvre [Ke]. Comme nous l'avons vu, l'inconvénient majeur du critère de Gronwall est que tout repose sur la détermination d'une intégrale commune à deux équations aux dérivées partielles. Si l'on ne trouve pas cette intégrale, on est bloqué. Kellogg, s'efforçant en conséquence d'éviter toute résolution d'équation différentielle, parvient à dégager un critère qui ne fait intervenir que des opérations de différentiation et la détermination du rang de certaines matrices. Par ailleurs, sa démarche est novatrice en ce qu'il étudie de manière rigoureuse l'indépendance linéaire des fonctions qui entrent en jeu, là où ses prédécesseurs, s'en tenant à une sorte de calcul formel, raisonnaient implicitement comme si les fonctions étaient toujours indépendantes. Kellogg commence donc par dégager un critère intéressant de dépendance linéaire de n fonctions analytiques à plusieurs variables à l'aide de la matrice formée par les n fonctions et toutes leurs dérivées partielles jusqu'à l'ordre $n-1$, matrice qui doit être de rang inférieur à n. Tout repose ensuite sur ce théorème. Kellogg en déduit quatre conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une fonction admette une représentation sous forme de déterminant et soit irréductible. Il détermine également deux autres ensembles de conditions pour traiter les cas réductibles. Comme annoncé, le critère de Kellogg, bien qu'assez fastidieux à vérifier, est toujours effectif.

Par son approche basée sur une étude rigoureuse des relations de dépendance linéaire entre fonctions de plusieurs variables, Kellogg a ouvert la voie au traitement moderne du problème de l'anamorphose générale, tel qu'il a été conduit par le mathématicien polonais Mieczyslaw Warmus (1918-2007). Ce dernier a commencé sa carrière comme assistant de Hugo Steinhaus à la nouvelle université de Wroclaw créée après la guerre. En 1955, il devient directeur de la section des méthodes numériques et graphiques de l'École polytechnique de Wroclaw. C'est là qu'en janvier 1958, il soutient sa dissertation en vue de l'habilitation comme professeur, publiée l'année suivante en anglais sous le titre *Nomographic functions*. Warmus, commençant par analyser les recherches précédentes de Duporcq, Gronwall et Kellogg, considère qu'elles conduisent à des calculs trop fastidieux pour un usage pratique. Dans la voie prometteuse ouverte par Kellogg, il va se doter d'outils pour prendre en compte efficacement le problème de l'indépendance linéaire des fonctions, mais dans un cadre purement algébrique, sans utilisation de différentiations, se rangeant finalement au point de vue initial de Duporcq. Warmus définit rigoureusement la notion de “fonction nomographique”, c'est-à-dire de fonction représentable par un déterminant de Massau et non réductible à des fonctions plus simples, et parvient à classifier ces fonctions en sept types principaux s'excluant mutuellement. Pour chaque type principal, Warmus détermine les formes non équivalentes de déterminants de Massau auxquelles une fonction de ce type peut se ramener. Au total, on obtient dix-sept classes d'équivalence, ainsi qu'un schéma de calcul qui permet, pour une fonction donnée, soit de déterminer sa forme réduite de Massau, soit de conclure qu'elle n'est pas nomographique. L'algorithme, assez complexe, occupe une vingtaine de pages, mais on peut considérer qu'il constitue une réponse complète et effective au problème de l'anamorphose. Dans les années 1950 et après, des recherches ont continué à être menées dans les pays de l'Est pour améliorer et compléter les résultats de Warmus.

2.2. Le treizième problème de Hilbert

Au-delà du problème central de la représentation nomographique des relations à trois variables définissant implicitement des fonctions de deux variables, se pose celui de la représentation des fonctions de trois variables ou plus. Les ingénieurs ont exploré diverses voies dans cette direction, la première consistant à décomposer les fonctions d'un nombre quelconque de variables en un enchaînement fini de fonctions de deux variables, ce qui se traduit, ainsi que nous l'avons déjà observé sur les figures 4 et 6, par l'utilisation conjointe de plusieurs abaques à trois variables, chacun étant relié au suivant par l'intermédiaire d'une variable commune. Une telle préoccupation pratique a trouvé un écho inattendu dans la formulation du 13^e^ problème de Hilbert, l'un des fameux 23 problèmes qui ont été présentés au Congrès international des mathématiciens de 1900. La question, intitulé « Impossibilité de la résolution de l'équation générale du septième degré au moyen de fonctions de deux arguments seulement », repose sur le constat de départ que, jusqu'au sixième degré, les équations algébriques sont nomographiables. En effet, jusqu'au quatrième degré, les solutions s'expriment par une combinaison finie d'additions, de soustractions, de multiplications, de divisions, d'extractions de racines carrées et de racines cubiques, autrement dit par des fonctions d'une ou deux variables. Pour les degrés 5 et 6, les transformations classiques de Tschirnhaus conduisent aux équations réduites $f^5 + xf + 1 = 0$ et $f^6 + xf^2 + yf + 1 = 0$, dont les solutions ne dépendent à nouveau que d'un ou de deux paramètres. C'est donc avec le septième degré qu'un véritable problème apparaît, ainsi que le remarque Hilbert : « Or il est probable que les racines des équations du septième degré sont des fonctions de leurs coefficients qui n'appartiennent pas à la classe susdite des fonctions que l'on peut construire par le moyen d'un enchaînement fini de fonctions de deux arguments. Pour le prouver, il serait nécessaire de démontrer *que l'équation du septième degré* $f^7 + xf^3 + yf^2 + zf + 1 = 0$ *est impossible à résoudre au moyen de fonctions continues quelconques de deux arguments seulement* » [Hi, rééd. Gabay, p. 35].

En 1901, Ocagne a trouvé une façon de nomographier l'équation du septième degré en faisant intervenir un alignement de trois points, deux étant portés par des échelles simples et le troisième par une échelle double. Hilbert a rejeté cette solution, car elle faisait intervenir un élément mobile. Sans entrer dans le détail, nous retiendrons qu'il y a eu un dialogue intéressant entre un ingénieur et un mathématicien raisonnant selon deux points de vue différents. Dans les termes formulés par Hilbert, il a fallu attendre 1957 pour que le 13e problème soit résolu négativement par Vladimir Arnold, qui a prouvé à la surprise générale que toute fonction continue de trois variables pouvait se décomposer en fonctions continues de deux variables seulement.

3. – La naissance d'une discipline

Après avoir introduit les principaux concepts de la nomographie et évoqué les problèmes mathématiques qui leur sont associés, nous allons nous tourner vers des considérations d'une autre nature pour envisager globalement, du point de vue épistémologique et sociologique, un corpus de savoir qui a pris sens à un moment donné et dont la société a largement reconnu l'utilité scientifique et économique. Tout d'abord, il convient de s'interroger sur les éléments qui ont pu contribuer à faire de la nomographie une discipline à part entière, acceptée comme telle par tous.

3.1. Un fondateur autoproclamé

La naissance d'une discipline est un phénomène étrange : des îlots de savoirs et de techniques, non reliés entre eux, sont présents depuis longtemps en des lieux divers, imbriqués dans des contextes particuliers, plusieurs fois oubliés et réinventés, et puis soudain on assiste à une sorte de cristallisation qui structure ces connaissances éparses, les décontextualise et leur confère une fécondité insoupçonnée. Ce processus est, en général, associé à un personnage que l'histoire retient comme le fondateur de la discipline, voire son unique créateur, rejetant injustement dans l'oubli les apports partiels et balbutiants, mais néanmoins cruciaux, de ses prédécesseurs. Maurice d'Ocagne tient incontestablement ce rôle pour la nomographie. Cependant, derrière l'action d'un individu particulier, qui sert de catalyseur et qui, s'il n'avait pas existé, aurait probablement été remplacé par un autre, il y a presque toujours la réalité d'un besoin fort de la société auquel la nouvelle discipline va apporter une réponse. Pour la nomographie, cet état de fait est reconnu par Ocagne lui-même : « Cette discipline spéciale est née du besoin qui s'impose à tous les techniciens d'échapper à la sujétion de calculs laborieux, fatigants et sujets à erreur » [O, 1899, 2e éd., p. v].

La brochure publiée par Ocagne en 1891 a servi de bréviaire à la nouvelle science. Son titre, à lui seul, est déjà tout un programme : *Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques. Essai d'une théorie générale. Règles pratiques. Exemples d'application*. Dans ce titre, il y a d'abord le terme nouveau de "nomographie". Cela n'a rien d'anodin : nommer, baptiser quelque chose en créant un nouveau mot plutôt qu'en employant une périphrase, c'est reconnaître à cette chose une existence autonome, mais c'est aussi en revendiquer implicitement la paternité. La brochure de 1891 est effectivement le premier traité rassemblant les éléments de la science des abaques. Réalisant une brillante synthèse des principaux écrits antérieurs – ceux de Lalanne, Lallemand, Massau et les siens propres – Ocagne a épuré et unifié les techniques en question pour leur donner une forme se prêtant à une diffusion auprès d'un large public. Le texte de 1891 comprend en effet, sans développement inutile, ce que tout ingénieur devrait connaître à propos des abaques. Ocagne, à peine âgé de 28 ans, s'y montre encore relativement modeste : c'est ainsi qu'il accorde nettement plus de place aux abaques hexagonaux de Lallemand qu'à ses propres abaques à points isoplèthes. Par la suite, Ocagne prend de l'assurance et développe une stratégie systématique pour s'approprier le plus complètement possible la nouvelle discipline. Dans le grand *Traité de nomographie* de 1899, et encore plus dans la seconde édition de ce traité en 1921, il accorde la place principale à ses nomogrammes d'alignement, présentant souvent les résultats des autres auteurs comme des cas particuliers ou des ébauches de sa propre théorie générale. La fonction de ce traité assez indigeste de près de 500 pages a sans doute été davantage de donner du poids à la nomographie et à son fondateur vis-à-vis de la communauté scientifique, que d'être réellement utile au praticien : en effet, rempli de développements théoriques ardus et d'exemples sophistiqués, il se situe très loin de la réalité quotidienne de l'ingénieur de terrain.

Après 1891, l'action militante d'Ocagne se déploie tout d'abord sur le plan symbolique du vocabulaire. Au départ, il y a seulement le terme "nomographie", censé marquer le véritable point de départ de la science des abaques. Puis, comme on l'a rapporté plus haut, Ocagne abandonne les dénominations utilisées par ses prédécesseurs, par exemple les mots "abaque" ou "isoplèthe" dus à Lalanne, pour les remplacer par des créations personnelles. Au-delà de la question emblématique du vocabulaire, les efforts d'Ocagne ont porté en second lieu sur la création d'enseignements pour diffuser la nouvelle science en cours de constitution. Il va de soi qu'une discipline ne peut se développer et survivre durablement que si elle est transmise aux nouvelles générations. La rédaction de traités de synthèse participe déjà de cette intention en identifiant, en simplifiant et en structurant les connaissances utiles qui méritent d'être retenues, mais cela ne suffit pas : il faut aussi créer et expérimenter des enseignements réels, et les accompagner de documents pédagogiques pouvant servir de modèles à d'autres enseignants qui ne sont pas forcément des spécialistes de la discipline naissante. Ocagne s'y est attelé avec énergie tout au long de sa carrière, que ce soit dans ses enseignements à l'École des ponts et chaussées et à l'École polytechnique, ou dans le cours libre de calcul graphique et nomographie qu'il ouvrit à la Sorbonne en 1907, publié sous forme d'un petit livre très riche qui connut trois éditions [O, 1908]. Les efforts d'enseignement d'Ocagne firent rapidement des émules en France et à l'étranger, à tel point que les créations de cours de nomographie se multiplièrent dans toute l'Europe dès le début du XX^e^ siècle [O, 1902, p. 81-82].

Par ailleurs, la volonté de rattacher la nomographie aux mathématiques, plutôt qu'aux sciences de l'ingénieur, apparaît comme une constante chez Ocagne. Il faut y voir une autre facette de son militantisme pour promouvoir la science des abaques. Toute sa vie, il a cherché la reconnaissance des mathématiciens, persuadé sans doute que cela conférerait de la valeur et de la noblesse au corps de doctrine qu'il avait fondé. Il remporta un premier succès en 1889, lorsque la Commission internationale du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques adopta le mot "nomographie" pour désigner la division X3 de ce répertoire. Un peu plus tard, en 1893, il présenta une communication au Congrès international des mathématiciens de Chicago, dans laquelle il commença à évoquer certains problèmes théoriques posés par la représentation graphique des équations. Hilbert étant présent à Chicago, ce fut peut-être le point de départ de la réflexion qui conduisit ce dernier à formuler en termes nomographiques son treizième problème, ainsi que nous l'avons vu précédemment. Ocagne trouva ainsi l'occasion de participer à un débat de haut niveau entre mathématiciens. Par la suite, il continua d'envoyer sans relâche des articles aux principales revues de mathématiques pour attirer l'attention de ses collègues sur les progrès théoriques de "sa" spécialité. Pour finir, il vécut certainement son entrée à l'Académie des sciences en 1922 comme une reconnaissance définitive de la nomographie par la communauté scientifique.

3.2. Trois créateurs pour un fauteuil

L'action militante permanente d'Ocagne a fortement contribué à le faire apparaître comme l'unique créateur de la nomographie. De fait, à partir du début du XX^e^ siècle, nombreux sont les ouvrages français et étrangers qui ne citent quasiment que lui lorsqu'il est question d'abaques. Pourtant, d'autres ingénieurs pouvaient légitimement revendiquer une place importante dans la constitution de la nouvelle discipline : outre Massau et Lallemand, qui avaient fortement renouvelé la science des abaques dans les années 1883-1885 en même temps qu'Ocagne, il y avait aussi Rodolphe Soreau (1865-1935), un ingénieur des chemins de fer dont nous n'avons pas parlé jusqu'ici, mais dont les contributions théoriques avaient été essentielles à partir de 1901 pour la classification et la détermination des formes réduites des équations nomographiables, et qui écrivit, tout comme Ocagne, un grand traité de synthèse [So, 1921]. Si Massau disparut en 1909 avant que la discipline acquière une importance propre à susciter des conflits de priorité, par contre, une vive polémique eut lieu en 1922 entre Lallemand, Soreau et Ocagne au sujet des origines de la nomographie et sur la paternité de plusieurs notions nouvelles. Cette querelle s'exprima à travers sept articles parus entre le 9 janvier et le 15 novembre 1922 dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* et dans la *Revue générale des sciences* : deux textes de Lallemand, quatre d'Ocagne et un de Soreau.

Le 9 janvier, se penchant sur la genèse de la science des abaques, Lallemand reconnaît à Ocagne le mérite d'avoir, en 1884, transformé les abaques à trois faisceaux de droites en abaques à points alignés, mais il note que ces nouveaux abaques, comme les précédents, ne traduisent que des relations à trois variables. En revanche, Lallemand revendique d'avoir, dès 1883, « par l'emploi combiné de deux règles très simples, dites de l'*addition* et de la *multiplication graphiques*, réussi à créer, sous le nom d'*Abaques hexagonaux*, la première *méthode générale de représentation graphique d'une équation à un nombre quelconque de variables* ». Ce n'est que postérieurement qu'Ocagne aurait étendu à plus de trois variables sa méthode des points alignés, grâce à deux artifices qui, en fait, avaient déjà été utilisés avant lui : en effet, il s'agissait, soit de remplacer une échelle de points cotés par un réseau de points à deux cotes, idée qui se rencontre dès 1869 dans un abaque à quatre variables des ingénieurs suisses Émile-Oscar

Ganguillet et Wilhelm Rudolph Kutter pour représenter la loi de l'écoulement de l'eau dans les canaux, soit de décomposer l'équation proposée en un enchaînement d'équations à trois variables dont les abaques peuvent s'accoler deux à deux, solution déjà exploitée avec les abaques hexagonaux. Dans la suite, Lallemand résume les résultats importants obtenus par la nomographie en les attribuant, pour l'essentiel, à Soreau, dont le traité, dit-il, « est le document le plus considérable et le plus complet publié sur la matière ». Au final, le rôle d'Ocagne, fortement minoré, se trouve à peu près réduit à l'application des théories de Chasles à l'invention de la méthode des points alignés.

Le 16 janvier, Ocagne répond que de nombreux types très généraux d'équations à plus de trois variables sont facilement représentables par des nomogrammes à points alignés, alors qu'avec des abaques hexagonaux, ce n'est possible que dans des cas très particuliers. À propos de la prétendue antériorité du graphique de Kutter et Ganguillet, il réplique qu'il ne s'agit que d'un exemple isolé dont personne n'a pu tirer de principe général pendant plus de vingt ans, avant que lui-même ne pense à faire appel au principe de dualité.

Le 30 janvier, Lallemand reprend l'étude comparée des abaques hexagonaux et des abaques à points alignés. Il passe en revue les différents types canoniques d'équations et, pour chacun d'eux, met en évidence assez honnêtement les avantages et les inconvénients pratiques de chacune des méthodes, en donnant assez souvent l'avantage aux points alignés. Pour répondre à l'argument de manque de généralité que lui adresse Ocagne, il fait remarquer que le cas générique de l'équation $F(\alpha, \beta, \gamma) = 0$, représentée par des courbes de niveau en γ dans un damier formé d'horizontales et de verticales respectivement cotées en α et β, n'est finalement qu'un cas particulier d'abaque hexagonal, si l'on considère qu'il s'agit d'une échelle binaire cotée en α et γ, accolée à une échelle linéaire en β.

Le 30 avril, Ocagne revient longuement sur les principes de représentation des équations à plus de trois variables. Il montre que les abaques hexagonaux ne permettent de traiter que certaines équations dissociables en une suite d'équations à trois variables. À l'opposé, les nomogrammes à points alignés permettraient une véritable représentation plane d'une relation comprenant jusqu'à six dimensions, sans aucune dissociation en nomogrammes de dimension inférieure : en effet, on peut facilement réaliser un alignement entre trois échelles binaires correspondant chacune à deux variables. Au-delà de ces aspects théoriques, Ocagne joue de l'argument selon lequel l'arbitrage en faveur des nomogrammes à points alignés aurait été rendu sans appel par les praticiens.

Le 5 septembre, Soreau intervient à son tour dans le débat, car il se sent lui aussi visé. Il commence par rappeler que c'est Lallemand qui a, le premier, constitué un corps de doctrine permettant de réaliser la représentation plane de relations à un nombre quelconque de variables. Il rejette comme arbitraires et artificielles les distinctions d'Ocagne. Soreau passe ensuite à des arguments d'une autre nature, reprochant à Ocagne de vouloir s'approprier tout ce qui touche à la science des abaques et de ne tolérer aucune incursion dans ce qu'il croit être son domaine. Pour remettre les choses à leur place, Soreau rappelle que les principales avancées théoriques de la nomographie ne sont pas dues à Ocagne, mais à Saint-Robert, Massau, Lecornu, Gronwall et lui-même.

Dans un dernier article du 15 novembre, Ocagne répond à ces accusations, qu'il trouve injustes, en faisant notamment remarquer que les recherches théoriques évoquées par Soreau n'ont présenté qu'un intérêt purement spéculatif, alors que lui, dans ses traités, a systématiquement proposé aux praticiens des résultats concrètement utilisables. Au final, les participants à cet intense débat de 1922 détiennent tous trois leur part de vérité, mais il est patent qu'ils développent leurs arguments selon des points de vue et des logiques différents, ce qui les amène de temps à autre à la limite de la mauvaise foi. Pour nous, ces échanges restent particulièrement instructifs, car ils nous révèlent la façon dont une discipline naissante, bien qu'issue d'un long cheminement collectif, a eu tendance à se personnaliser autour d'un seul individu et à rejeter dans l'ombre ses autres contributeurs.

3.3. Une histoire reconstruite *a posteriori*

Si les principaux personnages de la nomographie se sont quelque peu querellés à propos de leurs mérites respectifs, ils ont tous, en revanche, œuvré de concert à la reconstruction *a posteriori* d'une histoire de leur discipline sur la longue durée. En effet, leurs traités et autres publications de synthèse contiennent systématiquement de longues introductions à caractère historique et de nombreuses notes complémentaires de même nature, chaque auteur reprenant, en les enrichissant, les informations de ses prédécesseurs. Par ailleurs, dès que les auteurs allemands prennent connaissance des premiers travaux d'Ocagne, ils se lancent à leur tour dans des recherches bibliographiques et découvrent de nouveaux travaux anciens susceptibles d'être considérés comme des anticipations des procédés nomographiques modernes : mentionnons notamment Paul Luckey, qui, dans deux articles de 1923 et 1927, va repousser encore davantage les origines de la nomographie en remontant jusqu'à la science grecque antique et la science arabe médiévale. À la suite de Luckey, Ocagne publia d'ailleurs en 1926 un article intitulé « Le calcul nomographique avant la nomographie » pour, comme à son habitude, synthétiser et reprendre à son compte les découvertes les plus récentes. À travers ces recherches historiques, les fondateurs de la nomographie poursuivent deux objectifs en partie contradictoires. Il s'agit pour eux, d'une part, de trouver un maximum d'anticipations de la science des abaques pour donner après coup de la profondeur temporelle à leur discipline naissante, mais aussi, d'autre part, de minorer l'importance de tous les exemples anciens identifiés, en faisant bien remarquer que ce ne sont que des cas particuliers isolés n'ayant donné lieu à aucune théorie générale, afin de ne rien enlever à leurs mérites propres de créateurs du nouveau corps de doctrine.

Contentons-nous de mentionner ici quelques-unes des anticipations retrouvées des abaques, en remontant progressivement dans le temps. Tout d'abord, on a pu rattacher à la méthode des points alignés d'Ocagne deux exemples antérieurs à 1884 : outre l'abaque d'hydraulique de Ganguillet et Kutter, daté de 1869 et déjà évoqué plus haut, il y a aussi un exemple plus ancien, qu'August Ferdinand Möbius a publié en 1841. Möbius fournit en fait deux solutions pour construire des tables graphiques de multiplication : la première repose sur le théorème des transversales de Menelaüs, la seconde provient du fait que la droite qui joint les points d'ordonnées y_1 et y_2 de la parabole d'équation $y^2 = x$ coupe l'axe de cette parabole au point d'abscisse $-y_1 y_2$.

En ce qui concerne la représentation des surfaces au moyen de la projection de leurs courbes de niveau, Lalanne cite lui-même plusieurs précurseurs de ses lignes isoplèthes. En 1737, le géographe français Philippe Buache présente à l'Académie des sciences une carte de la Manche sur laquelle sont tracées les lignes d'égale profondeur de la mer de 10 en 10 brasses. Une quarantaine d'années plus tard, Marc Bonifas, dit Ducarla, professeur établi à Genève, utilise le même procédé, cette fois pour des cartes terrestres, en marquant des chiffres à côté des courbes de niveau équidistantes pour indiquer les hauteurs de ces courbes. Dans le même ordre d'idées, on peut mentionner les lignes d'égale déclinaison de l'aiguille aimantée tracées par l'astronome anglais Edmond Halley sur une mappemonde, et le tracé des méridiens magnétiques, dont l'idée revient à Leonhard Euler. On a même signalé deux exemples encore plus anciens d'utilisation de courbes cotées : l'un en 1557 dans l'*Astronomique discours* de l'astronome écossais James Bassantin pour des études sur le mouvement des astres, l'autre en 1665 dans l'*Art des fontaines* du Père jésuite Jean François, qui rapporte que les Hollandais faisaient figurer des lignes d'égal niveau sur leurs cartes de dessèchement. Enfin, on a pu comparer à l'anamorphose de Lalanne la projection cylindrique de Gerardus Mercator, qui, grâce à une nouvelle échelle des latitudes, permet de remplacer les loxodromies de la sphère par des lignes droites. Pour ce qui est de l'application des lignes cotées au calcul, on a trouvé une anticipation des tables graphiques de Pouchet dans celles que George Margetts publia en 1790 dans ses recueils *Horary Tables* et *Longitude Tables*. En suivant Luckey, Ocagne ajoute d'ailleurs que les abaques cartésiens particuliers de Margetts et Pouchet ont été précédés de « beaucoup d'autres remontant même jusqu'aux origines de la science grecque et de la science arabe, tels que l'*Analemna* de Ptolémée, l'astrolabe plan et certains quadrants arabes dont divers succédanés se retrouvent chez les mathématiciens de l'Europe occidentale au temps de la Renaissance » [O, 1926, p. 58-59]. Il est effectivement avéré que des procédés évoquant étrangement la nomographie moderne ont été exploités depuis fort longtemps pour la construction des cadrans solaires, cadrans lunaires, astrolabes et autres instruments astronomiques.

On a pu aussi rattacher à l'histoire de la nomographie l'ensemble des règles et cercles à calcul, qui apparaissent *a posteriori* comme des nomogrammes à échelles mobiles. La règle à calcul à échelles logarithmiques, instrument d'origine anglaise datant du XVII[e] siècle, équivalent graphique des tables de logarithmes, a probablement été le nomogramme le plus célèbre et le plus utilisé jusque dans les années 1970, avant son remplacement par les calculatrices électroniques de poche.

Nous ne poursuivrons pas davantage cette énumération de représentations graphiques qui précèdent chronologiquement ce qui nous est apparu depuis le début de ce chapitre comme étant la “nomographie” et qui, jointes à bien d'autres passées ici sous silence, permettraient d'écrire après coup une sorte de “préhistoire” de cette discipline, à l'instar de ce qu'ont tenté de faire ses fondateurs au début du XX[e] siècle. L'intérêt de l'énumération est plutôt d'illustrer et de renforcer ce que nous suggérions plus haut, à savoir, d'une part, qu'une collection d'exemples et d'applications isolés, aussi nombreux et ingénieux soient-ils, ne suffit pas à constituer en soi une discipline, mais également, d'autre part, qu'une discipline n'a aucune chance de naître s'il n'existe pas au préalable un riche héritage de pratiques dans lesquels les concepts et techniques nécessaires sont implicitement présents.

4. – La conquête de nouveaux territoires

Pour achever de parcourir les différentes facettes de ce processus de constitution de la nouvelle discipline, il nous reste à analyser les circonstances de sa diffusion internationale et l'extension à de nouveaux domaines du champ de ses applications.

4.1. Nouveaux territoires géographiques

Au départ, la nomographie fut une science essentiellement française. Cependant, elle essaima rapidement dans des pays de plus en plus nombreux. Ocagne, avec son militantisme infatigable, fut naturellement le premier à se dépenser pour faire connaître sa création au-delà des frontières. Il exposa les principes de la nomographie dans une communication au Congrès international de Chicago en 1893, dans des cycles de conférences à l'étranger (à

Saint-Pétersbourg en 1910, à Édimbourg en 1914, à Bruxelles en 1920), dans des publications en italien et en allemand. Par ailleurs, son ouvrage principal, le *Traité de nomographie* de 1899, fit l'objet d'au moins 59 adaptations totales ou partielles en 14 langues [O, 1955, p. 386-387] : allemand (17 dont 1 en Autriche), anglais (8 dont 5 aux États-Unis et 1 aux Indes anglaises), arabe (1 en Égypte), espagnol (2), finlandais (1), hollandais (3), hongrois (1), italien (4), japonais (3), norvégien (1), polonais (2), roumain (1), russe (14), tchèque (1).

Cette répartition de langues est déjà intéressante en soi, avec l'allemand qui arrive en tête, suivi du russe. Pour la confirmer et la préciser, nous avons analysé les langues d'un corpus de 1488 publications sur la nomographie (voir tableau ci-après et [Fig. 7]), rassemblé notamment à partir des bases de données *Zentralblatt MATH* et *MathSciNet*. Il convient de préciser que ces bases de données ne répertorient que les publications ayant un rapport avec les mathématiques. En particulier, sauf exception, elles ne dépouillent pas les articles parus dans les revues techniques et de sciences de l'ingénieur, ni dans les revues de sciences physiques, astronomiques, chimiques, biologiques, médicales ou économiques, qui, pourtant, ont toutes contenu et contiennent encore de nombreux travaux ayant trait à la nomographie. Il est donc probable que notre corpus ne recouvre qu'une partie de la littérature nomographique existante. Cependant, cet ensemble de références nous semble suffisamment important pour que le spectre linguistique qui s'en dégage puisse être considéré comme significatif.

	1795-1921	1922-1945	1946-1972	1973-2009	Total
Français	153	77	24	18	272
Allemand	51	199	80	15	345
Italien	9	21	11	1	42
Espagnol	6	2	8	0	16
Néerlandais	0	15	3	0	18
Anglais	14	64	74	67	219
Russe	4	32	232	126	394
Roumain	0	0	45	8	53
Bulgare	0	0	25	17	42
Tchèque	4	8	18	2	32
Polonais	0	0	11	1	12
Hongrois	0	0	9	1	10
Slovaque	0	0	7	1	8
Autres langues	1	8	12	4	25
Total	242	426	559	261	1488

Pour simplifier la présentation des résultats de l'enquête, nous avons défini quatre grandes périodes. La première va de 1795 à 1921, soit des premiers abaques de Pouchet jusqu'aux grands traités d'Ocagne et Soreau : c'est la phase initiale de constitution de la discipline. Deux autres coupures, l'une en 1945, l'autre en 1972, ont ensuite été retenues. La fin de la Seconde Guerre mondiale, en 1945, se traduit d'abord par une redéfinition des frontières politiques et des équilibres économiques en Europe, ce qui n'a pas manqué d'avoir des conséquences importantes sur l'activité scientifique et les langues de publication, mais c'est aussi le moment où entrent en service les premiers ordinateurs, qui ont commencé à faire basculer les pratiques de calcul de l'analogique vers le digital. Dans le même ordre d'idées, l'année 1972 a été choisie car elle voit apparaître les premières calculatrices électroniques de poche, suivies peu après par les premiers ordinateurs personnels : elle représente donc une étape importante pour repérer un éventuel déclin du calcul graphique et, plus généralement, du calcul analogique. Cette dernière coupure coïncide aussi, plus ou moins, avec la montée en puissance de l'anglais comme langue de publication adoptée par des scientifiques du monde entier.

Pendant la période initiale 1795-1921, le français domine sans surprise, conséquence du fait que la nomographie a été essentiellement créée par des ingénieurs français et qu'elle ne s'est pas encore beaucoup diffusée dans les pays non francophones. Jusqu'à la parution de la brochure d'Ocagne en 1891, le français est même la langue quasi exclusive des publications, l'allemand n'entrant véritablement en jeu que dans le courant des années 1890.

Entre 1922 et 1945, l'allemand prend progressivement le dessus sur le français et devient la langue principale de la littérature nomographique. C'est incontestablement le reflet de la suprématie scientifique et économique de l'Allemagne durant ces années-là, ainsi que de son influence culturelle sur toute une partie de l'Europe, dans laquelle des chercheurs de nombreuses nationalités publient en allemand. En parallèle, des travaux sur la nomographie commencent à paraître avec un temps de retard en Angleterre et aux États-Unis et, encore plus tardivement, en Russie.

Après la Seconde Guerre mondiale, pendant les années 1946-1972, on observe un changement profond de la situation. C'est le russe qui devient, de loin, la première langue de la science des abaques. Plus généralement, alors que cette spécialité tend à décliner à l'Ouest, elle devient un domaine de recherche extrêmement vivace dans les pays de l'Est, avec, à côté du géant russe, des écoles très dynamiques en Roumanie, en Bulgarie, en Tchécoslovaquie, en Pologne et en Hongrie. Pour prendre véritablement la mesure du développement de la nomographie dans les pays de l'ex-bloc soviétique, il faudrait pouvoir comptabiliser aussi dans ce groupe les publications en allemand issues de l'Allemagne de l'Est, ainsi que les nombreuses publications en français et en anglais signées par des chercheurs de l'Est pour faire connaître leurs résultats à l'Ouest. On pourrait avancer l'hypothèse que la Russie et ses satellites ont trouvé dans la nomographie, plus généralement dans les méthodes graphiques, des techniques performantes de calcul à coût très faible, permettant de compenser, dans une certaine mesure, le retard qui était le leur dans l'équipement en calculateurs électroniques et autres instruments scientifiques de pointe.

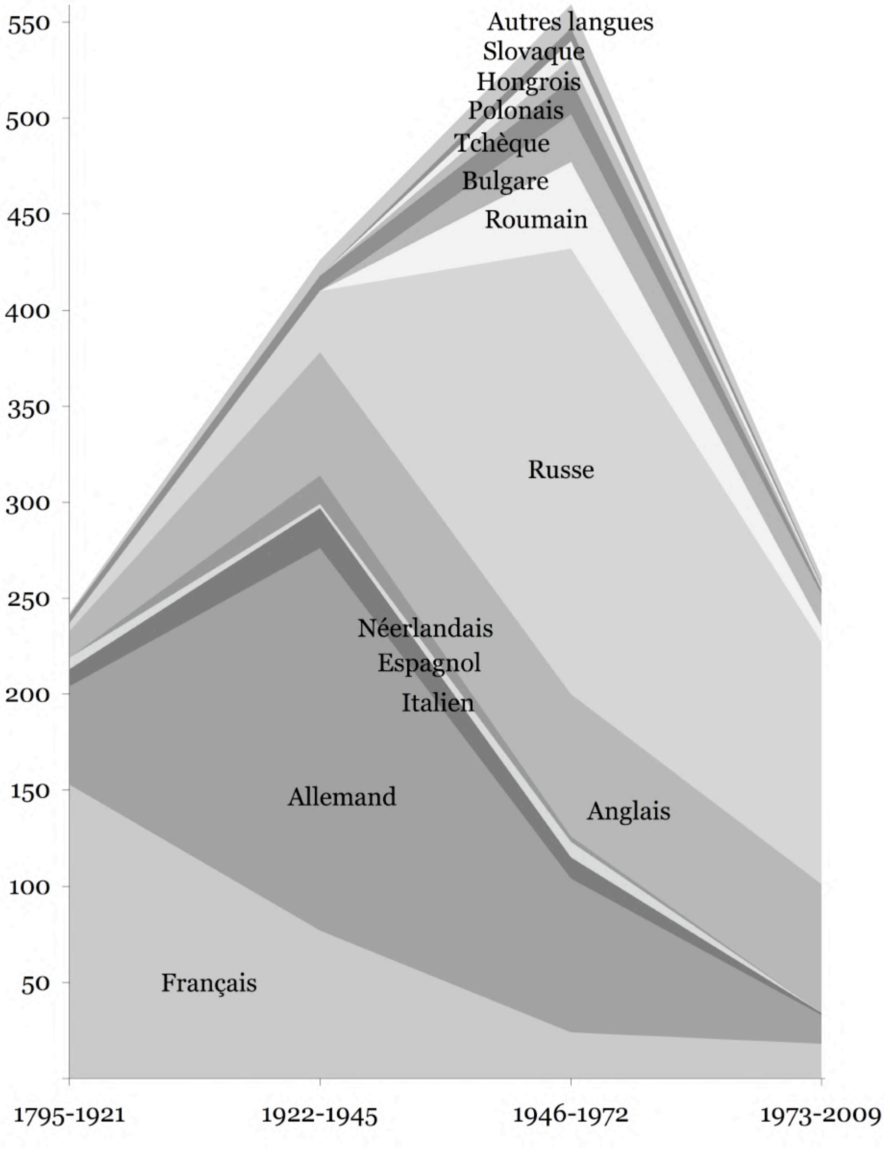


Fig. 7. – Les langues de la nomographie

La dernière période, qui va de 1973 à nos jours, fait apparaître un déclin sensible des recherches sur la nomographie. La généralisation des calculatrices de poche et des ordinateurs à faible prix enlève inévitablement de l'attrait aux méthodes graphiques. De plus, les résultats déjà acquis sur les abaques étant largement suffisants pour traiter la quasi-totalité des applications envisageables, les quelques courants de recherche qui subsistent se cantonnent à un registre purement spéculatif (anamorphose générale, problèmes abstraits de représentation des fonctions, abaques spatiaux à points coplanaires, etc.). Cela ne signifie pas que la nomographie n'est plus utilisée : on verra, au contraire, qu'elle reste extrêmement présente dans certains domaines comme la médecine, mais cela traduit le fait qu'elle n'est plus guère une spécialité vivante au sein des mathématiques. Par ailleurs, pour ce qui est de la répartition des langues utilisées dans cette dernière période, on observe encore une prédominance des pays de l'Est. Les publications qui subsistent en anglais et en français ne doivent pas faire illusion : elles sont, en grande partie, produites par des chercheurs de l'Est (en général roumains pour ce qui est du français).

4.2. Nouveaux territoires professionnels

En même temps que la nomographie se diffusait dans le monde entier dans la première moitié du XX^{e} siècle, elle étendit progressivement son domaine d'intervention à de nouveaux secteurs de la vie scientifique, économique et sociale. La situation initiale peut être évaluée en 1907, quand Ocagne classifie les applications de la nomographie en 14 rubriques :

1. Physique générale	8. Géodésie
2. Électricité	9. Topographie
3. Résistance des matériaux	10. Artillerie
4. Hydraulique	11. Aviation
5. Constructions navales	12. Assurances
6. Machines	13. Recherche des lois empiriques
7. Calculs nautiques	14. Calcul graphique général

Si l'on excepte le cas un peu à part des assurances, cette liste reprend l'ensemble des domaines traditionnels d'intervention des ingénieurs civils et militaires. Cela donne déjà une bonne idée du champ très large d'activités humaines investi par la nomographie dans la première phase de son existence. Le cheminement parcouru ensuite par la nouvelle discipline pendant son âge d'or est révélé par un autre inventaire réalisé en 1950 par Douglas Payne Adams sous le titre *An Index of Nomograms*. Adams a rassemblé environ 700 références, issues du dépouillement de 97 périodiques américains et classées en 21 sections :

1. Mathematics	11. Building, Structures, Surveying, Soils, Cement
2. Physics	12. Highways, Railroads, Trucking
3. Chemical Engineering and Chemistry	13. Machine Design
4. Electricity, Electronics, Radio	14. Machine Tools
5. Hydraulics and Power	15. Welding, Foundry, Sheet Metal
6. Waterworks and Sewerage	16. Metals
7. Oil and Gas and By-Products	17. Mining
8. Illumination	18. Paper
9. Aeronautics	19. Textiles
10. Heating, Piping, Ventilating,	20. Medicine
Air Conditioning, Insulation, Refrigeration	21. Food

Cette liste parle d'elle-même. S'il ne nous semble pas utile de revenir encore sur le rôle joué par la nomographie dans les sciences de l'ingénieur, par contre, nous allons étudier un peu plus en détail comment, au cours de cet âge d'or, la nomographie a essaimé, de manière plus inattendue, vers d'autres secteurs de la société dans lesquels elle a contribué, directement ou indirectement, à des progrès substantiels.

Pour commencer, c'est entre 1914 et les années 1930 que la nomographie a été adoptée par les statisticiens. Dès 1845, Lalanne indiquait que sa méthode graphique pourrait également servir à la distribution géographique de données statistiques ; plus précisément, il envisageait de dresser des cartes sur lesquelles on exprimerait la répartition de la population par des courbes cotées d'égale population spécifique, les cotes indiquant le nombre d'habitants par unité d'aire. Ce n'est qu'en 1874 que Louis-Léger Vauthier, mettant en pratique la suggestion de Lalanne, dessina une carte avec des lignes d'égale densité pour visualiser la distribution de la population de Paris. Cette technique de remplacement des tables à double entrée par des courbes d'égal élément fut une source de résultats fructueux pour Francis Galton dans ses travaux de 1886 sur le concept de corrélation de deux variables statistiques. Plus tard, en 1894, dans son étude des tables de naissances, Galton dessina les courbes d'égal taux de natalité en fonction de l'âge du père et de celui de la mère, courbes qu'il appela « *isogens* » et qui lui permirent de mettre en évidence la loi selon laquelle ce taux ne dépend que de la somme des âges des deux parents. Cependant, malgré ces quelques utilisations précoces des courbes d'égal élément, les abaques ne furent agréés par les statisticiens que plus tard, après la popularisation des travaux d'Ocagne. Tout commence véritablement en 1914, lorsque le mathématicien britannique Karl Pearson, l'un des fondateurs de la statistique moderne, inclut trois abaques dans ses *Tables for Statisticians and Biometricians*. Ensuite, c'est surtout pendant les années 1920 et 1930 que la plupart des formules usuelles de statistiques sont réduites à une représentation nomographique et que l'on conçoit même des règles à calcul spécialisées comprenant des échelles supplémentaires adaptées aux opérations statistiques les plus courantes. Le mouvement est lancé pour longtemps, puisqu'en 1961, dans un article intitulé « Nomographie et statistique », Tran Van Quang analyse finement les avantages que présente encore l'utilisation de la nomographie en statistiques, malgré la concurrence nouvelle du calcul électronique.

Un autre secteur dans lequel la nomographie s'est implantée avec succès est celui des sciences chimiques, biologiques et médicales, ce qui n'est pas sans rapport, d'ailleurs, avec l'utilisation croissante des statistiques dans ces spécialités. En 1918, Horace Grove Deming, professeur associé de chimie à l'université de l'Illinois, publie *A Manual of Chemical Nomography*, destiné à fournir aux chimistes des solutions graphiques simples aux problèmes numériques qu'ils rencontrent quotidiennement dans leur travail, notamment lors du mélange de plusieurs ingrédients pour obtenir un produit de composition donnée. En ce qui concerne la médecine, un événement fondateur est la parution, en 1928, du livre intitulé *Blood : A Study in General Physiology*, fruit de longues années de recherches conduites par Lawrence Joseph Henderson, physiologiste à Harvard. Henderson avait découvert que, dans le sang, il y a au moins sept composants principaux et quelques autres moins importants, tous en interaction chimique les uns avec les autres, mais il n'arrivait pas à décrire simplement l'ensemble de ces interactions. Dans un premier temps, il songea à des abaques à entrecroisement pour représenter séparément chacune des sept variables en fonction de deux quelconques des autres, ce qui le conduisit à réaliser 105 abaques à partir de ses données expérimentales. Il tenta ensuite de superposer plusieurs de ces abaques sur un même graphique, de façon à relier entre elles plus de trois variables : comme on s'en doute, il en sortit des réseaux de courbes surchargés et difficilement lisibles. Sans le savoir, Henderson revivait ainsi en accéléré la première période de l'histoire de la nomographie jusqu'à redécouvrir par lui-même les limites pratiques des abaques à lignes concourantes. En 1921-1922, à l'occasion d'un voyage en Europe, il rendit visite à Ocagne à Paris, qui lui expliqua comment transformer ses abaques cartésiens confus et partiels en un unique nomogramme à points alignés traduisant clairement l'équilibre global d'un système biologique complexe [Fig. 8].

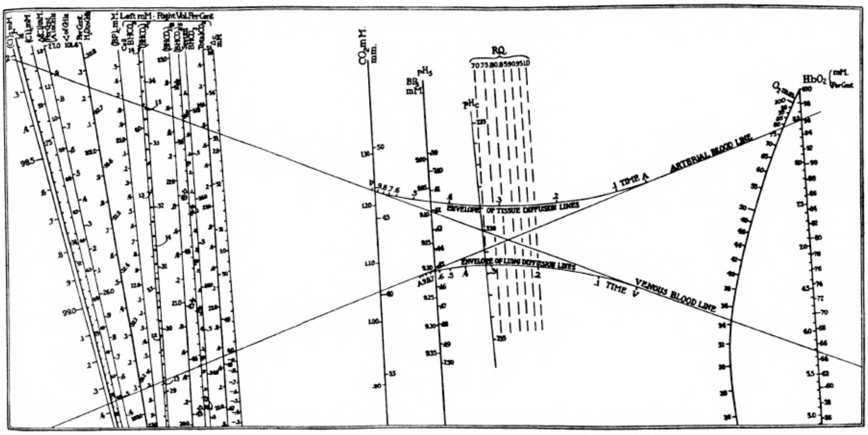


Fig. 8. – Nomogramme du sang de Henderson [He, p. 148]

À la suite d'Henderson, l'utilisation des nomogrammes s'est répandue de manière importante en médecine, pour des recherches physico-chimiques sur le sang et la respiration, pour représenter tout ce qui peut être quantifié en fonction de mesures corporelles, pour des usages pharmacologiques et toxicologiques, etc. Depuis, les abaques sont très employés dans la recherche et dans l'enseignement, mais aussi au cabinet médical et à l'hôpital, pour le diagnostic des pathologies et le dosage des médicaments à administrer, notamment en situation d'urgence. La médecine est probablement le secteur dans lequel la nomographie reste aujourd'hui la plus vivante.

Contentons-nous de citer un article publié en 2006 par Fernando J. Bianco, chef du service d'urologie de la *George Washington University* : « Ces améliorations paradigmatiques dans le pronostic du cancer sont aisément reconnues par les médecins et transmises aux patients grâce à des instruments puissants appelés nomogrammes. […] Actuellement, il y a plus de 1700 publications en rapport avec les nomogrammes enregistrées dans *Medline*, dont 1100 sont apparues depuis les années 1990 avec l'avènement et l'évolution de l'ère numérique […]. En résumé, les nomogrammes ont conforté les patients et les médecins dans leur combat contre le cancer » [B, p. 884-885] (trad. de l'auteur).

Conclusion

La nomographie présente l'avantage pour l'historien d'être une discipline bien documentée dont la naissance, l'âge d'or et le déclin se sont déroulés sur une période récente et assez courte. Elle peut donc être étudiée avec profit en tant qu'exemple paradigmatique du processus selon lequel un ensemble disparate de savoirs et de pratiques est susceptible, sous la pression d'une demande sociale, de cristalliser à un moment donné pour se constituer en un corps de doctrine cohérent et autonome. Dans cette perspective, la façon dont des héritages anciens, à la fois assumés et reniés, ont été reconstitués *a posteriori*, la difficile définition de la place du nouveau corpus de connaissances entre des territoires scientifiques délimités de longue date, la compétition entre divers acteurs pour revendiquer la paternité des concepts et des outils, les conditions de circulation des savoirs entre nationalités et entre spécialités professionnelles, l'émergence de nouveaux problèmes théoriques et la conquête de nouveaux champs d'application dans des domaines inattendus, nous sont apparus comme autant d'éléments caractéristiques de la fondation et de l'institutionnalisation d'une discipline.

Bibliographie

[A] Douglas Payne ADAMS, *An index of nomograms*, The Technology Press of Massachussetts Institute of Technology, New York : Wiley & London : Chapman & Hall, 1950.

[B] Fernando J. BIANCO, « Nomograms and medicine », *European Urology* 50, 2006, p. 884-886.

[C, B & L] Augustin-Louis CAUCHY, Élie de BEAUMONT & Gabriel LAMÉ, « Rapport sur un Mémoire de M. Léon Lalanne, qui a pour objet la substitution de plans topographiques à des tables numériques à double entrée », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 17, 1843, p. 492-494.

[De] Horace Grove DEMING, *A Manual of Chemical Nomography*, Champaign (Illinois) : The University Press, 1918.

[Du] Ernest DUPORCQ, « Sur la théorie des abaques à alignements », *Bulletin des sciences mathématiques, 2e série,* t. 22, 1898, p. 287-291.

[Fa, 1879] Antonio FAVARO, *Leçons de statique graphique. Première partie. Géométrie de position*, trad. de l'italien par Paul Terrier, Paris : Gauthier-Villars, 1879.

[Fa, 1885] Antonio FAVARO, *Leçons de statique graphique. Deuxième partie. Calcul graphique*, trad. de l'italien par Paul Terrier, avec appendice et notes du traducteur, Paris : Gauthier-Villars, 1885.

[Ga, 1886] Francis GALTON, « Regression towards mediocrity in hereditary stature », *The Journal of the Anthropological Institute of Great Britain and Ireland* 15, 1886, p. 246-263.

[Ga, 1894] Francis GALTON, « Results derived from the natality table of Körösi by employing the method of contours or isogens », *Journal of the Royal Statistical Society* 57, 1894, p. 702-708.

[Gr] Thomas Hakon GRONWALL, « Sur les équations entre trois variables représentables par des nomogrammes à points alignés », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, *6e série,* t. 8 (1912), p. 59-102.

[He] Lawrence Joseph HENDERSON, *Blood : A Study in General Physiology*, New Haven (Connecticut) : Yale University Press, 1928.

[Hi] David HILBERT, « Mathematische Probleme », *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 1900, p. 253-297 ; trad. fr. de Léonce Laugel, « Sur les problèmes futurs des mathématiques », *in : Compte rendu du deuxième Congrès international des mathématiciens tenu à Paris du 6 au 12 août 1900*, Ernest Duporcq (éd.), Paris : Gauthier-Villars, 1902, p. 58-114 ; rééd. Paris : Jacques Gabay, 1990.

[Kä] Ludwig Friedrich KÄMTZ, *Cours complet de météorologie, trad. de l'allemand et annoté par Charles Martins, avec un appendice contenant la représentation graphique des tableaux numériques, par Léon Lalanne*, Paris : Paulin, 1843.

[Ke] Oliver Dimon KELLOGG, « Nomograms with points in alignment », *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 63, 1914, p. 159-173.

[La, 1843] Léon-Louis LALANNE, « Mémoire sur la substitution de plans topographiques à des tables numériques à double entrée, sur un nouveau mode de transformation des coordonnées, et sur ses applications à ce système de tables topographiques », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 16, 1843, p. 1162-1164.

[La, 1846] Léon-Louis LALANNE, « Sur les tables graphiques et sur la géométrie anamorphique appliquée à diverses questions qui se rattachent à l'art de l'ingénieur », *Annales des ponts et chaussées, 2e série*, t. 11, 1846, p. 1-69 + pl. 98-101.

[Lall, 1885] Charles LALLEMAND, *Les abaques hexagonaux. Nouvelle méthode générale de calcul graphique, avec de nombreux exemples d'application, notamment au calcul des profils en travers dans les projets de chemins de fer, de canaux, de routes, etc., à la poussée des terres, au calcul des intérêts composés, à plusieurs problèmes usuels de géométrie, au calcul des erreurs dans le nivellement, etc.*, Paris : ministère des travaux publics, 1885.

[Lall, 1922a] Charles LALLEMAND, « Sur la genèse et l'état actuel de la science des abaques », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 174, 1922, p. 82-88.

[Lall, 1922b] Charles LALLEMAND, « Sur les avantages comparés des abaques hexagonaux et des abaques à points alignés », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 174, 1922, p. 253-258.

[Le] Léon LECORNU, « Sur le problème de l'anamorphose », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 102, 1886, p. 813-816.

[Lu, 1923] Paul LUCKEY, « Zur älteren Geschichte der Nomographie », *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften* 29, 1923, p. 54-59.

[Lu, 1927] Paul LUCKEY, « Zur Geschichte der Nomographie », *Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht* 58, 1927, p. 455-465.

[M, 1884] Junius MASSAU, « Mémoire sur l'intégration graphique et ses applications. Livre III. Calcul d'un projet de route », *Annales de l'Association des ingénieurs sortis des écoles spéciales de Gand* 7, 1884, p. 53-132 + pl. 4-8.

[M, 1887] Junius MASSAU, « Mémoire sur l'intégration graphique et ses applications. Livre IV. Application à la stabilité des constructions en maçonneries », *Annales de l'Association des ingénieurs sortis des écoles spéciales de Gand* 10, 1887, p. 1-535 + pl. 1-7.

[O, 1884] Maurice d'OCAGNE, « Procédé nouveau de calcul graphique », *Annales des Ponts et Chaussées, 6e série, t.* 8, 1884, p. 531-540 + pl. 40.

[O, 1891] Maurice d'OCAGNE, *Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques. Essai d'une théorie générale. Règles pratiques. Exemples d'application*, Paris : Gauthier-Villars, 1891.

[O, 1899] Maurice d'OCAGNE, *Traité de nomographie. Théorie des abaques, applications pratiques,* Paris : Gauthier-Villars, 1899. *Traité de nomographie. Étude générale de la représentation graphique cotée des équations à un nombre quelconque de variables, applications pratiques, 2e éd. entièrement refondue, avec de nombreux compléments*, Paris : Gauthier-Villars, 1921.

[O, 1900] Maurice d'OCAGNE, « Sur la résolution nomographique de l'équation du septième degré », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 131, 1900, p. 522-524.

[O, 1902] Maurice d'OCAGNE, « Sur quelques travaux récents relatifs à la nomographie », *Bulletin des sciences mathématiques, 2e série*, vol. 26, 1902, p. 67-83.

[O, 1907] Maurice d'OCAGNE, « Les progrès récents de la méthode nomographique des points alignés », *Revue générale des sciences pures et appliquées* 18, 1907, p. 392-395.

[O, 1908] Maurice d'OCAGNE, *Calcul graphique et nomographie*, Paris : Doin, 1908 ; 2e éd. revue et corrigée, 1914 ; 3e éd., 1924.

[O, 1922a] Maurice d'OCAGNE, « Sur l'examen comparatif de diverses méthodes nomographiques », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 174, 1922, p. 355-356.

[O, 1922b] Maurice d'OCAGNE, « Coup d'œil sur les principes fondamentaux de la nomographie », *Revue générale des sciences pures et appliquées* 33, 1922, p. 230-239.

[O, 1922c] Maurice d'OCAGNE, « À propos de l'histoire de la nomographie », *Revue générale des sciences pures et appliquées* 33, 1922, p. 620-623.

[O, 1926] Maurice d'OCAGNE, « Le calcul nomographique avant la nomographie », *Annales de la Société scientifique de Bruxelles* 46, 1926, p. 55-66.

[O, 1955] Maurice d'OCAGNE, *Histoire abrégée des sciences mathématiques*, Paris : Vuibert, 1955.

[Pe] Karl PEARSON, *Tables for Statisticians and Biometricians*, Cambridge : Cambridge University Press, 1914.

[Po] Louis-Ézéchiel POUCHET, *Métrologie terrestre, ou Tables des nouveaux poids, mesures et monnoies de France. Nouvelle édition, considérablement augmentée*, Rouen : Guilbert & Herment, an V (1797).

[S] Paul de SAINT-ROBERT, « De la résolution de certaines équations à trois variables par le moyen d'une règle glissante. Caractère auquel on reconnaît qu'une telle résolution est possible. Graduation à la règle », *Memorie della Reale Accademia delle scienze di Torino* 2-25, 1871, p. 53-62.

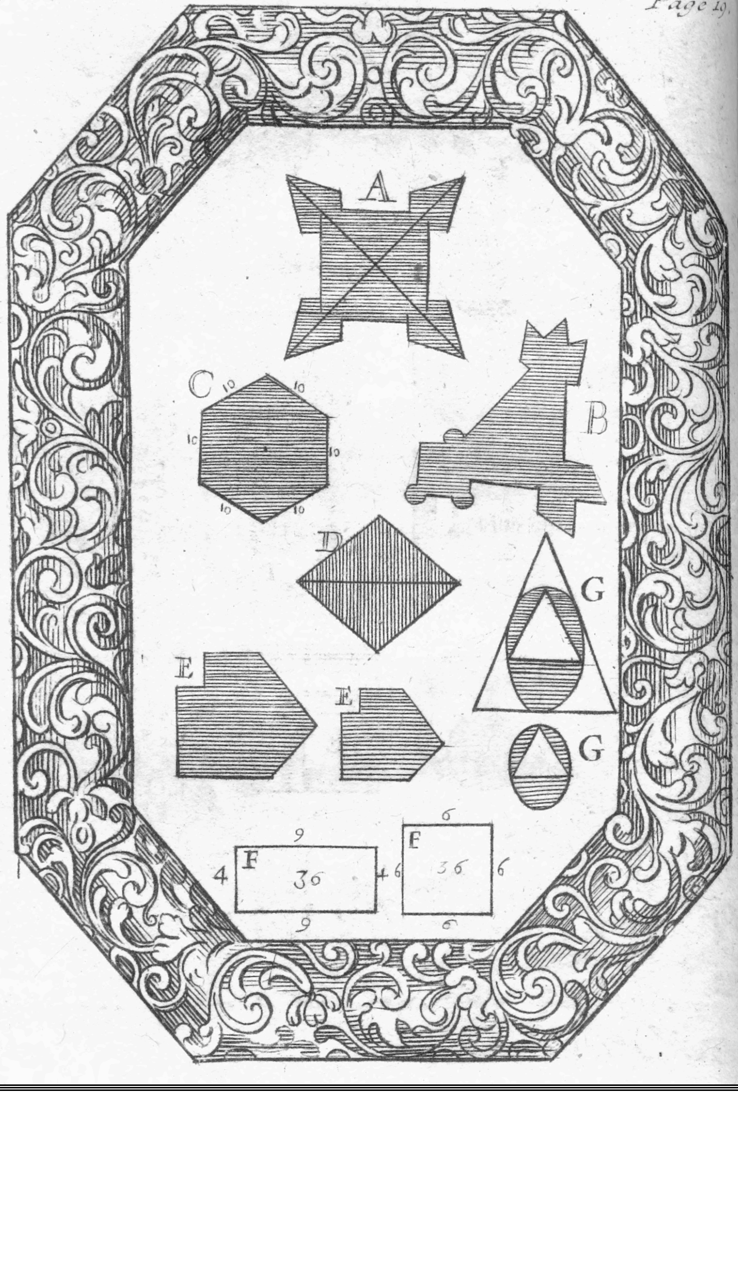
[So, 1902] Rodolphe SOREAU, « Contribution à la théorie et aux applications de la nomographie », *Mémoires de la Société des ingénieurs civils de France*, 1901, p. 191-512 ; réimpr. Paris : Béranger, 1902.

[So, 1921] Rodolphe SOREAU, *Nomographie ou Traité des abaques*, 2 vol., Paris : Chiron, 1921.

[So, 1922] Rodolphe SOREAU, « Pour servir à l'histoire de la nomographie », *Revue générale des sciences pures et appliquées* 33, 1922, p. 518-523.

[V] Tran VAN QUANG, « Nomographie et statistique », *Revue de statistique appliquée*, vol. 9, n°3, 1961, p. 47-76.

[W] Mieczyslaw WARMUS, *Nomographic functions*, Warszawa : Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, 1959.


A
B
C
10
10
10
10
10
10
D
G
E
E
G
9
6
F
4
36
4
6
F
36
6
9
6