

Circulation Transmission Héritage

Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » sont différents. Cet ouvrage explore des moments historiques où des décalages, petits ou grands, nourrissent des héritages et furent le fruit des circulations et des transmissions. Il invite à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études qu'il rassemble mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.



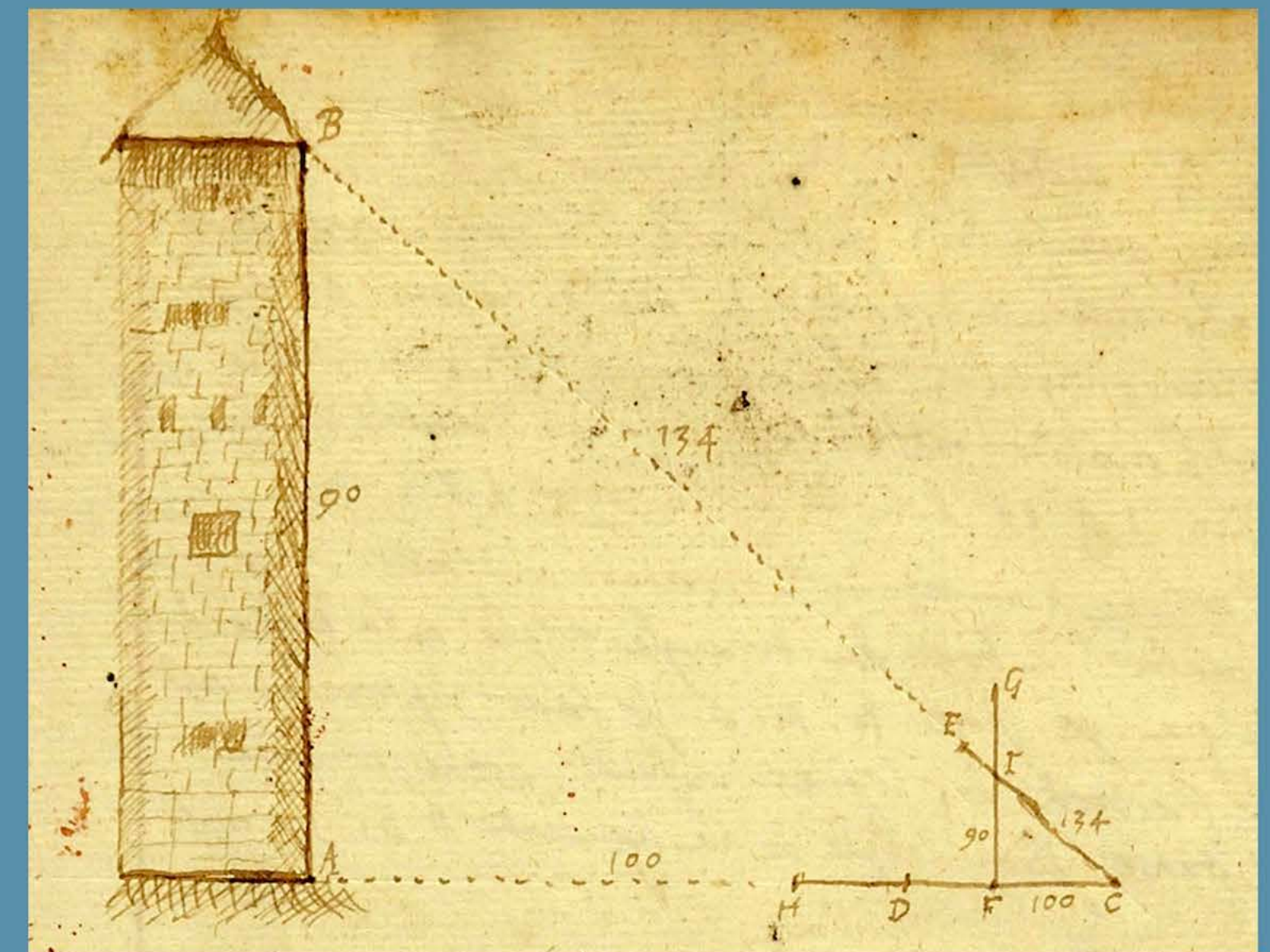
ISBN : 978-2-902498-06-2

Édition et diffusion : IREM de Basse-Normandie
juin 2011

IREM
de Basse-
Normandie

Circulation Transmission Héritage *histoire et épistémologie des mathématiques*

Circulation Transmission Héritage



Actes du 18^e colloque inter-IREM
histoire et épistémologie
des mathématiques
mai 2011

Université de Caen Basse-Normandie

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII^e colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

II. – D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

II-1. – Hériter et inventer

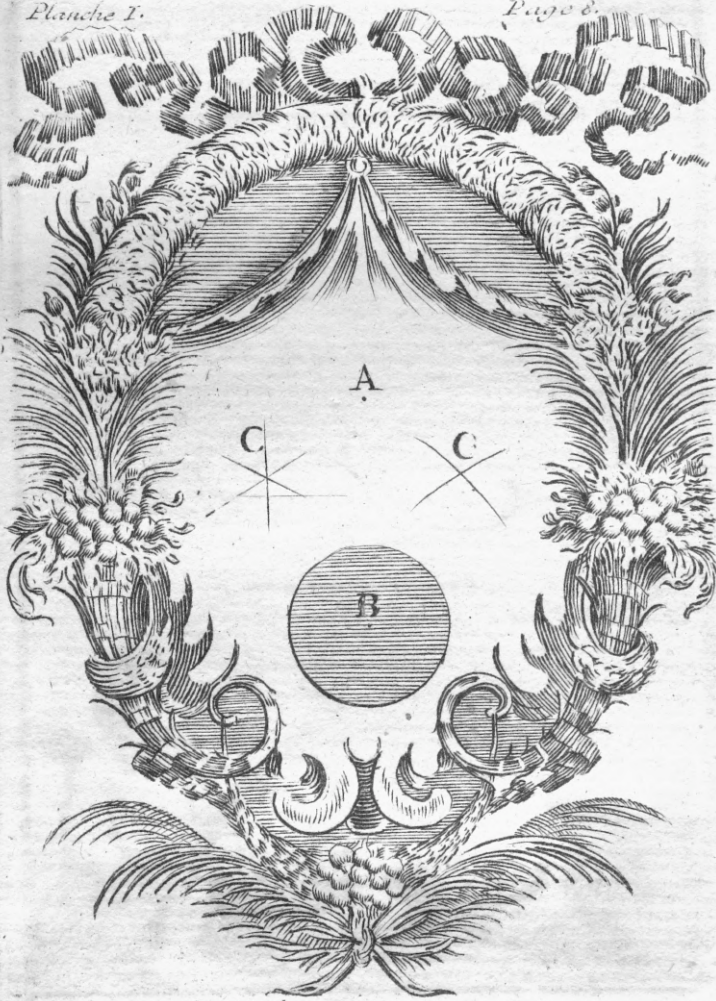
II-1-P. Pages 339-359

**Ibn Hamza a-t-il inventé les logarithmes ?
Constitution et circulation du discours
islamocentré sur l’histoire des mathématiques**

Pierre Ageron

Circulation Transmission Héritage

Histoire et épistémologie des mathématiques



Commission inter-IREM
Épistémologie et histoire des mathématiques

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII^e colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

ISBN : 978-2-902498-06-2

© IREM de Basse-Normandie (Université de Caen Basse-Normandie), juin 2011

Directeur de publication : Pierre Ageron, directeur de l'IREM de Basse-Normandie

Diffusion : IREM de Basse-Normandie, Université de Caen Basse-Normandie,

campus 2, 14032 Caen Cedex

Tél. : 02 31 56 74 02 – Fax. : 02 31 56 74 90

Adresse électronique : irem@unicaen.fr

Site Internet : <http://www.math.unicaen.fr/irem/>

Coordination : Évelyne Barbin et Pierre Ageron

Comité de lecture : Pierre Ageron, Didier Bessot, Richard Choulet, Gilles Damamme, Guy Juge, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff, Pierrick Meignen, Thierry Mercier, François Plantade, Danielle Salles, Didier Trotoux et Éric Trotoux

Relecture générale : Pierre Ageron, Jean-Pierre Le Goff

Conception, illustration et mise en page du volume : Jean-Pierre Le Goff, Pierre Ageron, Didier Bessot et Didier Trotoux

Conception de l'affiche du colloque et de la couverture des actes : Patrice Gourbin

Impression et façonnage : Corlet numérique, 14110 Condé-sur-Noireau

Crédits photographiques de la couverture :

Bibliothèque de Caen, deux images tirées du manuscrit *in-fol.* 27 : *Pratique de geometrie*, de la main de Samuel Bochart (1599-1667)

– 1^{ère} de couverture : mesure au *gonomètre* de la hauteur d'une tour, $f^{\circ}8\ r^{\circ}$

– 4^{ème} de couverture : mesure de la *gibbosité* de la mer entre Dieppe et la Rie (Rye), $f^{\circ}42\ v^{\circ}$

Illustrations hors-texte :

Les 16 planches hors-texte des pages de l'ouvrage, paginées ii, viii, xiv, 28, 50, 94, 122, 240, 338, 360, 386, 446, 480, 502, 544 et 582, sont tirées de la *Pratique de la Geometrie, sur le papier et sur le terrain ; où par une methode nouvelle & singuliere l'on peut avec facilité & en peu de tems se perfectionner en cette science*, Par Sebastien Leclerc, Graveur du Roi. A Paris, Chez Ch. A. Jombert, Imprimeur-Libraire du Roi en son Artillerie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame. M. DCC. XLIV. (1744). *Avec Privilege du Roi*. (coll. part., clichés : jplg)

Sommaire

Sommaire	v
<i>Pierre Ageron</i>	
Avant-propos	ix
<i>Évelyne Barbin</i>	
Présentation	xi

I. – Les véhicules de la circulation mathématique

I-1. – La langue : traduire et faire comprendre

<i>Ahmed Djebbar</i>	
Les mathématiques en pays d'Islam : héritages, innovations et circulation en Europe	3
<i>Frédéric Laurent</i>	
Les éléments d'une transmission : petite histoire de la transmission des <i>Éléments</i> d'Euclide en Arménie	29
<i>Isabelle Martinez-Labrousse</i>	
Un essai de synthèse entre le théorème de Pythagore et la procédure <i>gou-gu</i>	51
<i>Gérard Hamon & Lucette Degryse</i>	
Le livre IX des <i>Quesiti et inventioni diverse</i> de Niccolò Tartaglia : langue et mathématiques	71
<i>Pierre Ageron</i>	
Les sciences arabes à Caen au XVII ^e siècle : l'héritage arabe entre catholiques et protestants	95
<i>Jean-Pierre Le Goff</i>	
La perspective selon Andrea Pozzo et son adaptation chinoise, ou, questions de regards obliques et croisés : de la distance entre deux pensées de la représentation	123

I-2. – Cours et manuels : enseigner pour transmettre

Martine Bühler & Anne Michel-Pajus

Règle de trois et proportionnalité dans une arithmétique
pratique niçoise du XVI^e siècle et dans ses sources 155

Pierre Ageron & Didier Bessot

De Varignon au père André :
tribulations normandes d'un cours de géométrie 181

Anne Boyé & Guillaume Moussard

L'enseignement des vecteurs au XX^e siècle : diversité
des héritages mathématiques et circulation entre disciplines 201

I-3. – Les journaux savants : hériter et faire circuler

Jeanne Peiffer

La circulation mathématique dans et par
les journaux savants aux XVII^e et XVIII^e siècles 219

Christian Gérini

Pour un bicentenaire : polémiques et émulation dans
les *Annales de mathématiques pures et appliquées* de Gergonne,
premier grand journal de l'histoire des mathématiques (1810-1832) 241

Norbert Verdier

Le *Journal de Liouville* et la presse de son temps : hériter, transmettre
et faire circuler des mathématiques au XIX^e siècle (1824-1885) 255

I-4. – Les figures : accompagner les mots

Olivier Keller

Surface, figure, ligne et point : un héritage de la préhistoire 281

Jean-Pierre Cléro

Qu'est-ce qu'une figure ? 297

II. – D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

II-1. – Hériter et inventer

Gilles Damamme

Quel héritage se transmet à partir des biographies de grands mathématiciens ?	331
--	-----

Pierre Ageron

Ibn Hamza a-t-il inventé les logarithmes ? Constitution et circulation du discours islamocentré sur l’histoire des mathématiques	339
---	-----

Jean-Paul Guichard

L’algèbre nouvelle de Viète et ses héritiers	361
--	-----

Denis Lanier, Jean Lejeune & Didier Trotoux

L’invention de la médiane	387
---------------------------------	-----

Dominique Tournès

Une discipline à la croisée d’intérêts multiples : la nomographie	415
---	-----

II-2. – Transmettre et s’approprier

Évelyne Barbin

Pourquoi les contemporains de Descartes n’ont-ils pas compris sa <i>Géométrie</i> de 1637 ?	449
--	-----

Jean Lejeune, Denis Lanier & Didier Trotoux

Jules Gavarret (1809-1890) : précurseur de l’introduction des statistiques inférentielles en épidémiologie ?	465
---	-----

François Plantade

H. G. Grassmann : une destinée linéaire ?	481
---	-----

Jean-Pierre Le Goff

Tout ce que vous avez toujours voulu savoir sur la vie et l’œuvre de Salomon de Caus	503
---	-----

Maryvonne Ménéx-Hallé

La question du mathématique	545
-----------------------------------	-----

II-3. – Lire les Anciens, aujourd’hui

Alain Bernard

Les <i>Arithmétiques</i> de Diophante : introduction à la lecture d’une œuvre ancrée dans différentes traditions antiques	557
--	-----

Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff & Didier Trotoux

Une relecture de la proposition 46 du livre IV des <i>Coniques</i> d’Apollonios de Pergé, de ses éditions et de ses traductions	583
--	-----

II. – D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

II-1. – Hériter et inventer

<i>Gilles Damamme</i> Quel héritage se transmet à partir des biographies de grands mathématiciens ?	 331
<i>Pierre Ageron</i> Ibn Hamza a-t-il inventé les logarithmes ? Constitution et circulation du discours islamocentré sur l’histoire des mathématiques	 339
<i>Jean-Paul Guichard</i> L’algèbre nouvelle de Viète et ses héritiers	 361
<i>Denis Lanier, Jean Lejeune & Didier Trotoux</i> L’invention de la médiane	 387
<i>Dominique Tournès</i> Une discipline à la croisée d’intérêts multiples : la nomographie	 415

II-2. – Transmettre et s’approprier

<i>Évelyne Barbin</i> Pourquoi les contemporains de Descartes n’ont-ils pas compris sa <i>Géométrie</i> de 1637 ?	 449
<i>Jean Lejeune, Denis Lanier & Didier Trotoux</i> Jules Gavarret (1809-1890) : précurseur de l’introduction des statistiques inférentielles en épidémiologie ?	 465
<i>François Plantade</i> H. G. Grassmann : une destinée linéaire ?	 481
<i>Jean-Pierre Le Goff</i> Tout ce que vous avez toujours voulu savoir sur la vie et l’œuvre de Salomon de Caus	 503
<i>Maryvonne Ménéx-Halléx</i> La question du mathématicien	 545

II-3. – Lire les Anciens, aujourd’hui

<i>Alain Bernard</i> Les <i>Arithmétiques</i> de Diophante : introduction à la lecture d’une œuvre ancrée dans différentes traditions antiques	 557
<i>Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff & Didier Trotoux</i> Une relecture de la proposition 46 du livre IV des <i>Coniques</i> d’Apollonios de Pergé, de ses éditions et de ses traductions	 583

A ————— B

C ————— D

E ————— F

C ————— D

V —————



Avant-propos

L'IREM de Basse-Normandie, institué dans l'université de Caen le 23 octobre 1973, cultive par précellence l'histoire des mathématiques. Dès l'origine, plusieurs de ses animateurs, professeurs de lycée, étaient conduits par une intuition : introduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques serait de nature à aider les élèves à y retrouver du sens, sens que le formalisme – des “maths modernes”, notamment – tendait à dissimuler. Mais la discipline “histoire des sciences” n'était alors guère développée dans les universités. C'est ainsi que commença un colossal travail de recherche fondamentale et appliquée, d'édition de sources, de formation initiale et continue, d'actions interdisciplinaires. Nombreux sont ceux qui y ont contribué ; je veux citer au moins les noms de Jean-Pierre Le Goff, Didier Bessot et Denis Lanier et leur rendre ici un hommage plein d'amitié et d'admiration.

C'est à l'IREM de Basse-Normandie qu'il revint d'organiser le tout premier colloque inter-IREM d'histoire et épistémologie des mathématiques, au château de Tailleville, en mai 1977, puis le X^e colloque d'une série devenue bisannuelle, sur le thème *La mémoire des nombres* – c'était à Cherbourg en mai 1994. Entre les deux, l'IREM de Basse-Normandie avait organisé, à l'initiative de l'Association pour le développement des études et recherches en histoire et épistémologie des mathématiques (ADERHEM), un colloque exceptionnel baptisé *Destin de l'art, dessein de la science* (octobre 1986). Enfin le XVIII^e colloque inter-IREM, dont vous tenez en main les actes, s'est tenu en mai 2010 au cœur de l'université caennaise, dans l'amphithéâtre Henri Poincaré (qui enseigna deux années à Caen). Le thème retenu, *Circulation – Transmission – Héritage*, invitait à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études ici rassemblées mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Basse-Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.

Je remercie les institutions qui ont compris l'intérêt de cette manifestation : le ministère de l'Éducation nationale (via l'Assemblée des directeurs d'IREM), la région Basse-Normandie, la ville de Caen, l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (régionale de Basse-Normandie), l'ADERHEM, et notre *alma mater* l'université de Caen Basse-Normandie.

Ce colloque n'aurait pu être organisé sans l'énergie déployée par Geneviève Jean, secrétaire de l'IREM, et par de nombreux animateurs de l'IREM, notamment Guy Juge, Éric Trotoux et Didier Trotoux. Enfin Jean-Pierre Le Goff, Didier Trotoux et Didier Bessot m'ont apporté une aide précieuse dans l'édition de ces actes. Que tous soient très chaleureusement remerciés.

Pierre Ageron
directeur de l'IREM de Basse-Normandie

Présentation

Auteurs, destinataires et lecteurs d'un texte :
histoires de décalages.

Évelyne Barbin,
IREM des Pays de la Loire,
Centre François Viète, Université de Nantes

*La plus grande partie d'une œuvre se déroule sous la
tyrannie de sa réception.*

Christophe Prochasson, « Ce que le lecteur fait de l'œuvre. Héritages
et trahisons : la réception des œuvres », *Mill neuf cent*, 12, 1994.

Le Colloque inter-IREM « Histoire des mathématiques : circulation, transmission, héritage » s'inscrit bien dans la visée de « la réception des œuvres » de Hans Robert Jauss, dont Christophe Prochasson indique l'intérêt pour l'historien dans le texte cité en exergue. Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Le cas des manuels, y compris les plus récents, n'échappe pas à cette distinction, que connaît bien l'enseignant : le destinataire du manuel est l'élève de classe de quatrième, mais la lectrice est Vanessa. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » – en utilisant l'expression de Jauss – sont différents. Cet ouvrage propose quelques moments historiques de décalages, petits ou grands, qui nourrissent les héritages, qui sont le fruit des circulations et des transmissions.

Les aspects matériels de la circulation des textes, leurs véhicules, font l'objet de la première partie. L'histoire des mathématiques arabes est intéressante, puisqu'elles sont au carrefour de langues diverses, elles commencent avec des traductions et se perpétuent avec d'autres traductions, dans une sphère culturelle large, comme le montrent Ahmed Djebbar et Pierre Ageron. Avec la transmission des *Éléments* d'Euclide en Arménie, Frédéric Laurent délivre une partie peu connue de l'histoire. L'ouvrage d'Euclide, transmis par les Jésuites en Chine, y connut un sort étrange, puisque les lecteurs orientaux négligèrent

les démonstrations qui faisaient le succès des *Éléments* ailleurs. L'exemple du décalage très abrupt de l'attente entre Occidentaux et Chinois est illustré dans cet ouvrage par Isabelle Martinez et Jean-Pierre Le Goff. L'écart plus ténu entre langue savante, le latin, et langue vernaculaire, ici un dialecte italien, est examiné avec précision par Gérard Hamon et Lucette Degryse à propos des *Quesiti* de Nicollo Tartaglia au XVI^e siècle.

Il existe deux types de véhicules adaptés à des destinataires particuliers, ce sont les manuels et les revues mathématiques. Les manuels sont écrits à partir de sources diverses et à destination de commençants, avec le souci d'un rendu intégral des « idées » ou à l'inverse dans celui d'une « adaptation » aux élèves. Du côté des sources, Martine Bühler et Anne Michel-Pajus analysent celles d'un ouvrage d'arithmétique niçois du XVI^e siècle. Du côté des réceptions, Pierre Ageron et Didier Bessot retracent les tribulations d'un manuel de géométrie au XVIII^e siècle. Comme le montrent Anne Boyé et Guillaume Moussard, l'enseignement des vecteurs présente un cas très complexe aux sources multiples – géométriques, algébriques et physiques –, qui a beaucoup changé selon les destinataires à différentes époques.

L'édition des revues scientifiques commence au XVII^e siècle. Les journaux savants sont écrits par des « savants » à destination de leurs confrères, membres d'Académies nationales ou de Sociétés provinciales. La spécialisation de revues aux seules mathématiques au XIX^e siècle est contemporaine de publications pour des publics eux aussi plus spécialisés, qu'ils soient enseignants, amateurs ou bien mathématiciens. La transmission par des revues multiplie le nombre de possibilités de mise en évidence de décalages, en augmentant le nombre des auteurs et en accordant la plume aux lecteurs. Les articles de Jeanne Peiffer, de Christian Gérini et de Norbert Verdier offrent un large panel de périodes et de publics pour diverses revues sur trois siècles.

Les figures mathématiques ne transcendent-elles pas les questions de transmission en offrant un langage qui serait universel ? De plus, ne s'agit-il pas d'un langage qui précède l'écriture ? Ces questions trouveront des éléments de réponse dans les articles d'Olivier Keller et de Jean-Pierre Cléro. Prise du point de vue de la réception historique des « textes », la première question recevrait une réponse plutôt relativiste. Un triangle est vu comme une aire par Euclide et comme ses trois côtés par Descartes, il est désigné par des lettres chez les mathématiciens grecs et par des couleurs chez les chinois.

La seconde partie de cet ouvrage retourne à l'auteur d'un texte, mais sans abandonner la perspective du destinataire et du lecteur. En effet, l'auteur est lui-même un lecteur, et donc un texte peut être lu comme un maillon dans un échange dialogique. Car, comme l'explique Mikhaïl Bakhtine, un texte est écrit

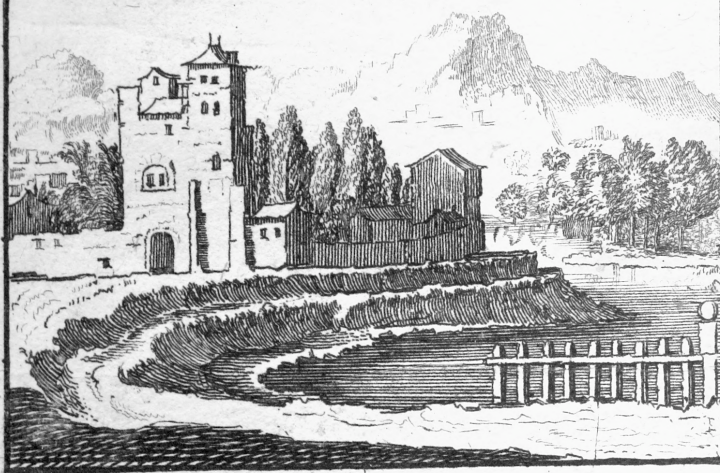
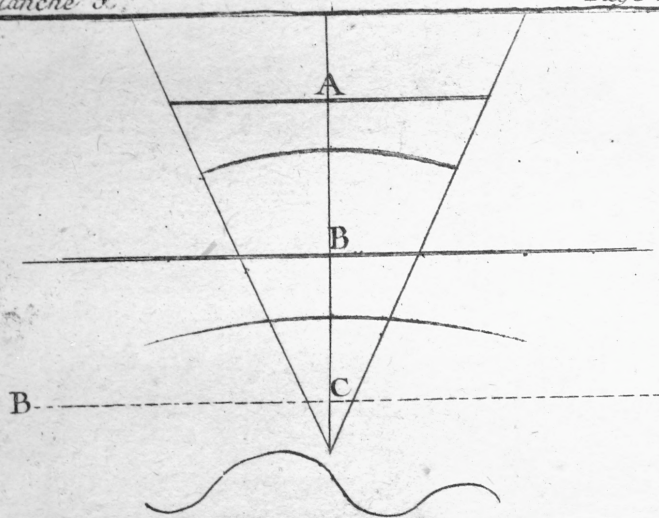
en réponse à d'autres auteurs de textes et il s'adresse à des lecteurs qui ont une « attitude responsive active ».

Lorsqu'un auteur doit écrire quelque chose qui lui paraît nouveau, c'est-à-dire susceptible d'aller au-delà des conceptions contemporaines, il doit aménager son texte. Autrement dit l'invention pose des problèmes accrus de transmission. C'est ce qu'analysent les articles de Jean-Paul Guichard, de Denis Lanier, Jean Lejeune et Didier Trotoux pour deux inventions mathématiques. L'histoire des mathématiques, qu'elle s'intéresse à des inventions ou des inventeurs, ne peut pas passer outre leurs intérêts sous-jacents, par exemple pour la nomographie présentée par Dominique Tournès. Le renouveau du genre biographique en histoire, indiqué par Gilles Damamme, va de pair avec une histoire des inventeurs dans le contexte intellectuel, social et culturel de leur époque. En suivant les propos de Pierre Ageron, cette perspective peut aussi être prise en compte dans l'écriture de l'histoire.

Le décalage entre un auteur et l'horizon d'attente de ses lecteurs contemporains est au cœur de la partie suivante. Évelyne Barbin explique que les contemporains de Descartes n'ont pas compris sa *Géométrie* de 1637 alors qu'elle semble aller de soi aujourd'hui. Lorsque que Jean Lejeune, Denis Lanier et Didier Trotoux utilisent le terme de précurseur, au dépit de l'histoire, n'est-ce pas pour écrire un grand décalage entre Gavarret et ses lecteurs ? Avec François Plantade et Jean-Pierre Le Goff, sont retracées les réceptions des œuvres de Grassmann et de Salomon de Caus. En vis-à-vis de ces articles, qui invitent à un relativisme constructif des « vérités mathématiques », Maryvonne Menez-Hallez pose la question du « mathématique ».

La dernière partie de l'ouvrage est plus orientée vers la lecture historique des textes. Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff et Didier Trotoux proposent une relecture d'une proposition d'Apollonius à partir de ses éditions et de ses traductions. Alain Bernard lit les *Arithmétiques* de Diophante comme un texte ancré dans différentes traditions antiques. Ainsi que le remarque Christophe Prochasson, « la tradition n'est pas un processus autonome de transmission », elle est au contraire un mécanisme de réappropriation du passé.

La thématique du colloque croise les questions d'enseignement et elle a vivement intéressé ceux qui dans les IREM associent l'histoire des mathématiques à son enseignement. Le riche sommaire de cet ouvrage en est le témoin.



Section II

D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

1. – Hériter et inventer

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII^e colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

II. – D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

II-1. – Hériter et inventer

II-1-P. Pages 339-359

**Ibn Hamza a-t-il inventé les logarithmes ?
Constitution et circulation du discours
islamocentré sur l’histoire des mathématiques**

Pierre Ageron

Ibn Hamza a-t-il découvert les logarithmes ?

Constitution et circulation du discours islamocentré
sur l'histoire des mathématiques

Pierre Ageron,
IREM de Basse-Normandie & Université de Caen,
ageron@unicaen.fr

Prologue : Lâfi

Cette étude est née d'une conversation avec Lâfi, étudiant saoudien venu en 2007 frapper à la porte de mon bureau. Ayant appris que j'étais arabisant et m'intéressais à l'histoire des mathématiques arabes, il souhaitait travailler avec moi. Un sujet l'intéressait particulièrement : **comment les Arabes ont inventé les logarithmes**. Je fus alarmé, car jamais je n'avais lu que des mathématiciens arabes aient contribué à l'élaboration des logarithmes¹. Dès le lendemain, Lâfi posait sur mon bureau deux ouvrages d'histoire des sciences, écrits en langue arabe et publiés à Baghdâd pour l'un et Riyâd pour l'autre. Dans le premier, on décrivait les recherches d'un certain Ibn Hamza al-Maghribî, présentées comme « le fondement sur lequel furent bâtis les logarithmes. » Dans l'autre, l'auteur allait plus loin : ce Ibn Hamza ayant écrit sur les logarithmes 23 ans avant Napier, il ne faisait aucun doute que l'Écossais l'avait purement et simplement plagié.

Cependant, les histoires des sciences arabes écrites en français qui sont dans ma bibliothèque ne mentionnaient en aucun lieu Ibn Hamza. Je fis part de mes doutes à Lâfi. Nous interrogeâmes bien sûr Google, mais n'obûmes que peu de choses : un article de journal algérien cependant [Ill. 11], qui allait dans le sens des livres que possédait Lâfi. La même requête réitérée en caractères arabes suscita en revanche une avalanche de textes plus ou moins longs, dupliqués à l'infini sur des forums de discussion : Ibn Hamza y était invariablement présenté comme l'inventeur des logarithmes, et ceci 23 ans (parfois 24 ans ou 25 ans) *avant John Napier*. De plus en plus intrigué, je décidais de me donner le temps de la réflexion. Je proposais à Lâfi, à titre d'entraînement possible sans délai, d'examiner quelques manuscrits arabes de

¹ Par exemple l'ouvrage *Histoire de logarithmes* publié par la commission inter-IREM (Paris, 2006) ne mentionne aucun mathématicien de langue arabe, exception faite d'une allusion à Ibn Yûnus à qui est prêtée l'utilisation de la règle de prostaphérèse $\cos a \cdot \cos b = 1/2 (\cos(a+b) + \cos(a-b))$ pour transformer les produits en somme (il semble que cette règle n'apparaisse en réalité dans aucun écrit de Ibn Yûnus).

zoologie conservés à la bibliothèque de Caen². À peine avait-il effleuré ce travail qu'il quitta Caen pour Reims. J'étudiai donc seul les manuscrits caennais, sans que ne me quittât la pensée de retracer un jour l'histoire qui me permettrait de résoudre ces deux énigmes : que contenaient donc les travaux arithmétiques du maghrébin Ibn Hamza ? et surtout, indépendamment même de cela, comment pouvaient-ils atteindre une telle notoriété dans le monde arabe et demeurer parfaitement inconnus en Europe ?

1. – Du Grand Bazar aux Langues O'

Tout commença dans le Grand Bazar d'Istanbul, le *Kapalıçarşı*, en 1888. Un jeune ingénieur turc fraîchement formé en France et passionné d'histoire des sciences, nommé Sâlih et surnommé "Zekî" (l'intelligent), acheta chez un bouquiniste un épais manuscrit mathématique. Il contenait un traité d'arithmétique, composé à la Mecque en l'an 999 de l'Hégire (1591) par un certain 'Alî bin Wâlî Ibn Hamza al-Maghribî, originaire d'Alger et ayant vécu à Istanbul³. Bien que le traité fût rédigé en turc, son titre était purement arabe : *tuhfat al-a'dâd li al-dhawî al-rushd wa al-sadâd*, le trésor des nombres, pour qui est doté de raison et de bon sens. Sâlih Zekî en comprit vite l'intérêt : sous une forme un peu plus développée, il y retrouvait l'original système de notations algébriques découvert en 1854 par Woepcke chez le mathématicien andalou al-Qalasâdî. Dix années plus tard, Sâlih Zekî, devenu directeur de l'Observatoire d'Istanbul, exposa sa trouvaille dans un article du *Journal asiatique*⁴ donnant aussi en note un plan détaillé du manuscrit de Ibn Hamza. Il mit ensuite en chantier une grande histoire des sciences mathématiques, écrite en turc ottoman⁵. Première histoire de ce genre écrite par un musulman à l'époque contemporaine, elle visait avant tout à exalter les succès des scientifiques des pays d'Islam en mathématiques.

Deux volumes parurent à Istanbul en 1329 de l'Hégire (1913) sous le titre *Âsâr-ı Bâkiye* (Les vestiges qui restent) : l'un sur la trigonométrie, l'autre sur l'arithmétique et l'algèbre. Sâlih Zekî y utilisa aussi bien des travaux historiques européens – ceux notamment de Jean-Étienne Montucla, Paul Tannery et Moritz Cantor – que des manuscrits originaux – comme celui de Ibn Hamza,

² Voir dans ce volume : Pierre Ageron, « Les sciences arabes à Caen au XVII^e siècle ».

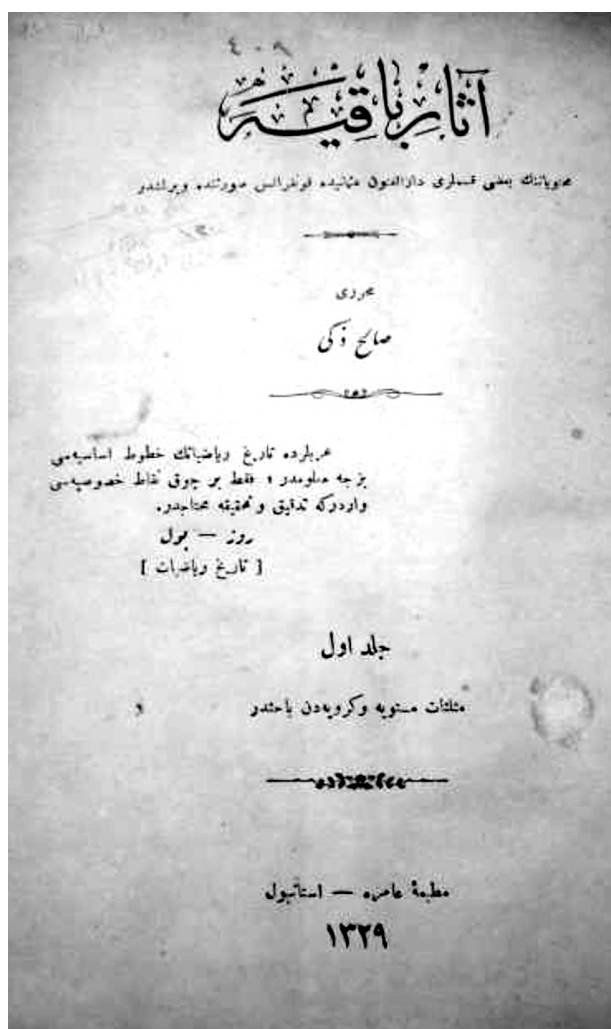
³ Sur la vie de Ibn Hamza, un film documentaire de 4 min 28 s en arabe intermédiaire égyptien a été produit et diffusé par *Egyptian TV* en 2008. On peut le visionner par exemple à l'adresse : www.youtube.com/watch?v=wMWnHOvy-kY.

⁴ Sâlih Zekî, « Notation algébrique chez les Orientaux », *Journal asiatique*, série 9, n°11, 1898, p. 35-52.

⁵ Le turc ottoman diffère beaucoup du turc moderne, qui s'en distingue par l'adoption en 1929 de l'alphabet latin à la place de l'alphabet arabe et surtout par la « turquification » d'une syntaxe et d'un lexique naguère très influencés par l'arabe et le persan. Voir à ce sujet : Nicolas Vatin, « De l'Osmanli au turc de Turquie. Les aventures d'une langue », *Revue de l'Occident musulman et de la Méditerranée* 50, 1988, p. 68-84.



Ill. 1 – Portrait anonyme d'après photographie de Sâlih Zekî Bey (1864-1921)



Ill. 2 – La première page du premier volume des *Âsâr-ı Bâkiye* de Sâlih Zekî Bey (Istanbul, 1329 de l'Hégire = 1913 en calendrier grégorien).

dont il put à cette occasion tirer de nouveaux éléments. Et c'est ainsi qu'apparut la toute première allusion au rôle supposé de Ibn Hamza dans la découverte des logarithmes : en 1913, dans les *Âsâr-ı Bâkiye*, volume II, page 290. Quelques lignes seulement, mais qui ont suscité un écho inimaginable qui ne s'est pas tu bientôt un siècle après.

Les *Âsâr-ı Bâkiye* n'ont pourtant jamais été traduits⁶. Mais des quelques lignes qui nous intéressent, on disposa relativement tôt d'une version française qui connut une diffusion importante. On la trouve dans le petit livre *La science chez les Turcs Ottomans* (Paris, 1939). L'auteur de ce livre, Abdülhak Adnan Adıvar, médecin de formation, était un homme politique turc. D'abord ami d'Atatürk, il s'en était éloigné politiquement et avait été contraint à l'exil en France et Angleterre en compagnie de sa femme, la romancière féministe Halide Edip, divorcée de Sâlih Zekî. À Paris, il enseigna aux Langues O'. Impressionné par les *Âsâr-ı Bâkiye*, dont il donna pour *Isis* un long compte-rendu⁷, il entreprit des travaux de recherche en histoire des sciences. Il rencontra l'Italien Aldo Mieli (1879-1950), lui aussi réfugié à Paris, qui encourageait les recherches sur les sciences non occidentales et accueillait deux de ses articles dans sa revue d'histoire des sciences *Archeion*⁸. Ces articles devinrent les deux premiers chapitres de *La science chez les Turcs Ottomans*. Dans le deuxième, on lit ceci :

Dans la dernière année du X^e siècle de l'Hégire (1591) un mathématicien d'origine algérienne, IBN HAMZA AL-MAGHRÎBÎ ('ALÎ BIN WELÎ) qui s'était établi à Istanbul, nous a laissé un traité d'arithmétique en turc de 512 pages. Ce traité, qui répond au titre de *Tohfât al-a'dad li-dwi al-rusd we-al-sedad*, contient toutes les opérations arithmétiques des nombres entiers et des fractions et donne des notions élémentaires sur l'algèbre. Dans le chapitre des proportions, en parlant des propriétés de la progression géométrique, il pose la proposition suivante : dans une progression géométrique qui commence par 1, l'exposant de chaque terme est égal à la somme des exposants de deux côtés de ce terme moins 1. D'après lui l'exposant (*us*) c'est le numéro du terme dans la progression arithmétique et les deux côtés d'un terme (*dil*⁹) dans les progressions géométriques sont deux nombres dont le produit est le terme en question. Par exemple dans

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

⁶ Il en existe désormais une transposition en turc moderne (Ankara, 2003), que je n'ai pu consulter. Elle s'est poursuivie en 2004 par la publication d'un volume III resté manuscrit.

⁷ *Isis* XIX, p. 506-515.

⁸ Abdülhak Adnan Adıvar, « La science chez les Turcs ottomans du commencement jusqu'à la fin du moyen-âge », *Archeion*, 19, Rome, 1937, p. 347-367 ; « La science chez les Turcs ottomans du commencement des temps modernes jusqu'aux premières années du XVII^e siècle », *Archeion* 21, Rome, 1938, p. 35-61.

le terme de 128 a comme exposant le 8 et la somme des exposants de ses côtés est $2 + 7 = 9$; donc l'exposant du terme 128 est $(2 + 7) - 1 = 8$. SALIH ZEKI BEY dans son Histoire de la mathématique orientale, après avoir exposé cet énoncé arithmétique, ajoute que si IBN HAMZA, au lieu de prendre la série des nombres commençant par 1, avait pris celle commençant par 0, il aurait pu arriver à inventer les logarithmes 25 ans avant NAPIER.

Si le travail de Abdülhak Adnan Adıvar fut globalement bien accueilli, ce passage sur Ibn Hamza fut immédiatement exposé à de vives critiques de la part de deux grands connaisseurs des mathématiques islamiques. La première fut celle de Paul Luckey (1884-1949) qui s'exprima ainsi⁹ (je traduis de l'allemand) :

L'auteur met à profit l'Histoire de la mathématique orientale de *Sālih Zeki Bey* parue en langue turque en 1910. D'après elle, si l'Algérien *Ibn Hamza al-Mağribī* avait, dans son ouvrage d'arithmétique écrit en turc à la fin du 16e siècle, remplacé dans ses investigations sur la suite géométrique 1, 2, 4, 8, ... la suite associée 1, 2, 3, 4, ... qu'il considère par la suite 0, 1, 2, 3, ..., il aurait pu parvenir 25 ans avant *Napier* à l'invention des logarithmes. Si l'on suit avec l'auteur cette façon de penser de l'historien des mathématiques turc, alors la même chose aurait pu être mise au crédit d'*Archimède*, non mentionné par l'auteur, plus de 1800 ans avant : les considérations de *Ibn Hamza* doivent remonter en dernière analyse à son comptage du sable. Un siècle déjà avant *Ibn Hamza*, nous voyons menée en Occident chez *Chuquet* l'amélioration que *Zeki Bey* aurait souhaitée chez l'Algérien, et en 1544 *Stifel* était allé encore plus loin. Nous importe beaucoup plus la question de savoir où *Ibn Hamza* a puisé.

Cette dernière phrase contient le point le plus important. Il peut paraître curieux d'inverser ainsi la question comme le fait Luckey. Il me semble pourtant qu'en demandant ainsi où se trouve l'origine des réflexions de Ibn Hamza, il posait, d'emblée, la bonne question méthodologique. Mais tous ceux qui, par la suite, se sont intéressés à Ibn Hamza, se sont focalisés sur son rôle éventuel de précurseur. Or la notion même de précurseur est douteuse, et je crois que les bons historiens des sciences ont appris à s'en méfier. Certes les noms d'Archimède, de Stifel et de Chuquet apparaissent souvent dans les exposés occidentaux de l'histoire des logarithmes : en réalité, rien ne venant témoigner d'une appropriation de leurs travaux par Napier, je ne suis pas sûr qu'ils y aient vraiment leur place¹⁰. Plutôt que de chercher plus ou moins au

⁹ *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* 64, 1939, notice 0011.02.

¹⁰ Voici le passage d'Archimède évoqué par Luckey : « Si des nombres sont en proportion à partir de l'unité et que certains de ceux qui sont dans la même proportion sont multipliés entre eux, le produit sera dans la même proportion éloigné d'autant de nombres dont le plus petit facteur est éloigné, en

hasard des précurseurs, qui risquent fort de rester des points isolés de l'histoire de la transmission des idées mathématiques, il me semble plus raisonnable de poser la question en termes ascendants. J'évoquerai ainsi à la fin de ce travail une source de Ibn Hamza qui n'a jamais été signalée, peu contestable pourtant puisque Ibn Hamza l'évoque lui-même !

La seconde critique vint de George Sarton (1884-1956), connu comme l'auteur d'une monumentale et inachevée *Introduction to the history of science* qui rendit aux sciences islamiques médiévales la place qui leur revient. Il commença son compte-rendu pour sa revue *Isis*¹¹ en disant la confiance que lui inspiraient le sérieux du travail de Abdülhak Adnan Adıvar et ses connaissances linguistiques, mais il tiqua lui aussi sur le cas de Ibn Hamza, attirant l'attention sur la singularité de la méthode (cinématique) de Napier :

L'Algérien IBN HAMZA AL-MAGHRIBI ('ALI IBN WALI) qui écrit en 1591 un traité d'arithmétique en turc y compara des progressions arithmétique et géométrique et aurait pu découvrir les logarithmes avant NAPIER (p. 75). Sans doute, mais l'idée était dans l'air au XVI^e siècle et beaucoup ont failli faire cette grande découverte par cette méthode qui était d'ailleurs la plus naturelle. Ce qui est extraordinaire, ce n'est pas tant que NAPIER publia enfin cette découverte (en 1614) mais qu'il le fit par une autre méthode !

Abdülhak Adnan Adıvar rentra dans son pays en 1939, suite au décès d'Atatürk. *La science chez les Turcs ottomans* fut alors traduite en turc et publiée en 1943 à Istanbul, en caractères latins (mais dans une langue encore très ottomane), sous le titre *Osmanlı türklerinde ilim*. Dans le passage sur Ibn Hamza, l'auteur avait inséré « une critique du professeur G. Sarton » : il s'agissait de la phrase « Sans doute, mais l'idée était dans l'air... » citée ci-dessus, qu'il avait traduite littéralement en turc. L'ouvrage fut réédité en 1970 ; entre temps, la politique de purification linguistique du turc avait fait son œuvre : j'ai constaté que le passage sur Ibn Hamza, quoique inchangé sur le fond, donne un échantillon saisissant de la désarabisation du vocabulaire. Une dernière édition parut en 1982. Mais la phrase sur Ibn Hamza et Napier devait être reprise jusqu'à nos jours dans une infinité de monographies, dictionnaires, encyclopédies en langue turque¹².

proportion, de l'unité dans la progression, et il sera éloigné de l'unité de la somme moins un des nombres dont les facteurs sont éloignés de l'unité. » Archimède, *Arénaire*, in : *Œuvres*, t. II, trad. Ch. Mugler, Paris, 1970, p. 148.

¹¹ *Isis* XXXII-1, 1940, p. 186-189 (compte-rendu en français).

¹² Voir par exemple : Ekmeleddin İhsanoglu, Ramazan Şeşen & Cevad İzgi, *Osmanlı matematik literatürü tarihi*, Istanbul, 1999, t. 1, p. 120.

2. – Dans le monde arabe : le rôle de Qadrî Tûqân

La première histoire des sciences mathématiques en langue arabe fut publiée en 1941 à Beyrouth et au Caire. Elle était l'œuvre de Qadrî Hâfidh Tûqân (1911-1971), professeur de mathématiques et homme politique palestinien, issu d'une grande famille de Naplouse. Son livre *turâth al-'arab al-'ilmî fî al-riyâdiyyât wa al-falak* ce qui signifie "le patrimoine scientifique des Arabes en mathématiques et astronomie". Il fut écrit avec une visée nettement nationaliste : il s'agissait de restaurer la confiance des Arabes en eux-mêmes. La Ligue des États arabes en finança d'ailleurs une deuxième édition, largement enrichie (1954). Rapidement épuisée, elle fut remplacée par une troisième édition en 1963, réimprimée en 1968. Qadrî Hâfidh Tûqân composa un autre livre, *'ulamâ' al-'arab wa mâ a'tûhu al-badâra* (Les savants arabes et ce qu'ils ont donné à la civilisation), qui tout en reprenant des éléments du précédent allait au-delà des seules mathématiques. Au sujet de Ibn Hamza, Qadrî Hâfidh Tûqân reprit le point de vue des historiens turcs et tenta de minorer l'objection de Sarton, dont il eut visiblement connaissance (je traduis de l'arabe) :

Si Ibn Hamza avait utilisé avec la progression géométrique mentionnée la progression arithmétique qui commence par 0, il aurait inventé les logarithmes mis en place par Neper et Bürgi 24 ans après lui. (...) De plus, il nous a été prouvé, à partir d'une recherche sur les exploits de Ibn Hamza al-Maghribî et ses recherches sur les progressions arithmétiques et géométriques, qu'il avait préparé la voie à ceux qui sont venus après lui dans la maîtrise des logarithmes. En vérité, je n'avais pas dans l'idée que les recherches d'un savant arabe comme Ibn Hamza soient en soi le fondement et le premier pas vers l'établissement des bases des logarithmes. Certes, quelques-uns disent que Napier n'était pas informé de ces recherches et qu'il n'y a rien emprunté. C'est possible, mais les recherches de Ibn Hamza sur les progressions ne donnent-elle pas une idée de l'ampleur de l'avance qu'avait atteint l'esprit arabe dans les domaines des sciences mathématiques ? Ces recherches ne sont-elles pas le chemin qui préparait le fondement des logarithmes ?¹³

Georges Sarton, qui avait appris l'arabe au début des années 1930, fut naturellement un lecteur attentif de *turâth al-'arab al-'ilmî*, dont il rendit compte dans *Isis* en 1946¹⁴. Après avoir dit le plaisir que lui avait procuré cette lecture, où il voyait un signe de la renaissance intellectuelle du monde arabe, il revint cette fois plus longuement sur le sujet de Ibn Hamza (je traduis de l'anglais) :

En ce qui concerne Ibn Hamza al-Maghribi que M. Tukan appelle le découvreur des principes des logarithmes (p. 240), je dois confesser qu'il

¹³ Qadrî Hâfidh Tûqân, *'ulamâ' al-'arab wa mâ a'tûhu al-badâra*, s. d., p. 59

¹⁴ *Isis* XXXVI-2, 1946, p. 140-142. Le compte-rendu de Sarton est daté du 30 octobre 1944.

m'était entièrement inconnu, mais ce n'est pas surprenant puisqu'il n'écrivait pas en arabe, mais en turc, et florissait à la fin du seizième siècle. Il était de naissance algérienne, mais passa la plus grande partie de sa vie à Istanbul, pendant le règne de Mourad III (1574-95), où il acheva son travail le plus important, *Tuhfat al-a'dâd fi-l-hisâb*, en turc. Ceci a été discuté par Sâlih Zekî, que Tukan suit. Je n'ai pas la possibilité de faire des investigations sur cette question très intéressante, mais il suffira de remarquer (1) qu'à cette époque, l'idée de comparer et juxtaposer progressions arithmétique et géométrique était venue à beaucoup d'esprits occidentaux, (2) que de cette comparaison aux logarithmes, il y avait encore un très grand fossé (il semble petit à nous qui connaissons les logarithmes, mais était très grand pour ceux qui avaient encore à les inventer), (3) qu'à cette époque, aucun mathématicien occidental n'aurait penser à apprendre le turc pour obtenir des informations mathématiques. Il est bien plus probable que Ibn Hamza ait été familier de livres occidentaux ; en tout cas, à la fin du seizième siècle, nous devons postuler une source occidentale plutôt qu'orientale, bien que des investigations puissent réfuter cette hypothèse. Le Turc Ibn Hamza peut peut-être être ajouté aux nombreux mathématiciens qui ont esquissé l'idée de logarithme, mais cette grande invention est nettement une réalisation occidentale et n'a pas été menée à bien avant le début du dix-septième siècle. Les Arabes auraient pu inventer les logarithmes, mais ils ne l'ont pas fait. On ne gagne rien à faire des revendications excessives. (...) C'est insensé.

Cette énergique mise au point présente quand même des aspects que je trouve curieux. Ainsi Sarton commence par déclarer Ibn Hamza « entièrement inconnu de lui » alors qu'il en avait lui-même parlé dans la même revue (la sienne) quelques années plus tôt. Puis, tout en dénonçant les affirmations excessives de Tûqân, il en avance lui-même qui semblent tout aussi fragiles. Ainsi, rien ne prouve que la science européenne des XVI^e et XVII^e siècles soit restée imperméable aux idées venues du monde musulman : en réalité, d'assez nombreux cas tardifs de transmission ont été repérés qui ne sont pas passés par la traduction. Quant à affirmer *a priori* que « nous devons postuler une source occidentale plutôt qu'orientale » aux travaux de Ibn Hamza, cela me semble un postulat au moins aussi hasardeux que celui qui consiste à supposer une source turque à Napier.

En 1956, lors d'un Symposium à Bordeaux où l'on s'interrogeait sur les raisons du déclin culturel de l'Islam, Willy Hartner, professeur à Francfort, prit clairement le contrepied de ce postulat. Prenant acte du fait que Ibn Hamza « est regardé par les historiens orientaux modernes (Sâlih Zekî et Qadrî Hâfidh Tûqân) comme inventeur du principe logarithmique », il ajouta très raisonnablement :

Dans le cas où se confirmerait cette assertion, il ne faudrait pas nécessairement envisager une influence européenne, comme le fait M. Sarton : car on n'exclura pas la possibilité qu'Ibn Hamza ait été amené à sa découverte indépendamment, mais en analogie avec les mathématiciens européens (Nicolas Chuquet, Michael Stifel, Jost Bürgi) ...

Dans ce débat, ni Tuqân, ni Sarton, ni Hartner n'avait eu accès au texte de Ibn Hamza. On verra que cette situation étrange s'est poursuivie jusqu'à ce jour. Tous les auteurs arabes qui vont être cités dans cette section n'ont eu autre source d'information que Qadrî Hâfidh Tûqân (et donc, indirectement, Sâlih Zekî).

En juillet 1957 se tint à Royaumont un colloque sur la science au seizième siècle. Boubaker ben Yahia, pharmacien et historien des sciences tunisien né en 1914, y dressa un tableau de la science dans les pays musulmans. Il consacra une partie de son intervention à Ibn Hamza, d'après les livres de Qadrî Hâfidh Tûqân et Abdûlhak Adnan Adivar, qu'il conclut ainsi : « Al Maghrebî nous a laissé sur les progressions des propositions d'une valeur incontestable, et s'il avait été un peu favorisé par le hasard, il aurait été sans nul doute le premier à découvrir les logarithmes. »¹⁵ Le même auteur collabora à l'*Histoire générale des sciences* dirigée par René Taton et attira l'attention du public français sur Ibn Hamza¹⁶,

savant d'origine algérienne (...) dont le traité d'arithmétique et d'algèbre, en langue turque, contient des idées fort remarquables. L'auteur qui avait fait ses études à Constantinople retourna dans cette ville après un séjour dans son pays natal. Son ouvrage contient des propositions intéressantes sur les progressions ; ce qui fit dire à l'historien Sâlih Zakî : Si Ibn Hamza, au lieu de prendre la série des nombres commençant par 1 avait pris celle qui commence par 0, il aurait été amené à inventer les logarithmes, 25 ans avant Neper. Dans l'état actuel de la recherche en histoire des sciences exactes dans les pays musulmans, on peut considérer Ibn Hamza comme le dernier représentant digne d'intérêt parmi les savants de l'Islam.

J'en viens maintenant aux deux livres que m'avait prêtés Lâfi, l'étudiant saoudien. Le premier était un recueil d'*Études sur l'histoire des sciences chez les Arabes* par Hikmat Najîb 'Abd al-Rahmân, professeur à l'université de Mossoul (Iraq). Un chapitre y est consacré à l'histoire des logarithmes chez les Arabes, évoquant Sinân bin Fath al-Harrânî al-Hâsib, Ibn Yûnus al-Sadfi al-Misrî, Abû al-Hasan 'Alî bin Ahmad al-Nasawî et bien sûr Ibn Hamza al-Maghribî¹⁷.

¹⁵ Henri Michel, Alexandre Koyré (dir.), *La science au seizième siècle*, Paris, 1960, p. 225.

¹⁶ René Taton (dir.), *Histoire générale des sciences*, vol. 3, partie 1, Paris, 1957, p. 651.

¹⁷ Hikmat Najîb 'Abd al-Rahmân, *dirâsât fî târîkh al-'ulûm 'ind al-'arab*, Baghdad, 1977, ici cité d'après la quatrième édition de 1985, p. 139-142.

L'information détaillée donnée sur ce dernier vient entièrement de Qadrî Hâfidh Tûqân. On y lit notamment (je traduis de l'arabe) :

Ses recherches devinrent le fondement sur lequel furent bâtis les logarithmes. (...) [II] a mentionné de manière complètement claire la relation entre les progressions géométriques et arithmétiques, cette relation sur laquelle s'appuient les logarithmes. (...) Ce qui précède nous montre que les Arabes ont, avant les Occidentaux, établi le fondement et le commencement du calcul des logarithmes et préparé les bases de cette partie des sciences mathématiques afin que ses règles soient complétées et que ses tables soient établies.

Le second livre était une *Introduction à l'histoire des mathématiques chez les Arabes et les musulmans*¹⁸ (1981) due au saoudien 'Alî bin 'Abdallâh al-Daffâ' al-Tamîmî, l'un des historiens des sciences actuellement les plus populaires dans le monde arabe. Après un doctorat aux Etats-unis, 'Alî al-Daffâ' a obtenu un poste de professeur de mathématiques dans son pays, où ses étudiants l'ont surnommé *malik al-takâmul* (« le roi de l'intégrale ») et a publié une trentaine de livres sur l'histoire des sciences « chez les Arabes et les musulmans » plutôt apologétiques et surtout appuyés sur des sources de seconde main, exclusivement arabophones et anglophones. Il mentionna Ibn Hamza à partir de ce qu'en avait dit Qadrî Hâfidh Tûqân et accusa Napier d'avoir volé l'invention de Ibn Hamza et dissimulé son rôle. Il reprit ce discours dans l'ouvrage *Mathematical sciences in Islamic civilization*¹⁹, rédigé en anglais avec Galal Shawky, dont un compte-rendu non signé pour *Zentralblatt für Mathematik* note que les auteurs

dévient parfois des vues que défendent communément les érudits occidentaux, par exemple dans leur chapitre sur les logarithmes. Al-Daffâ' et Shawky croient que les logarithmes ont été inventés par les mathématiciens musulmans Sinân ibn Fath (10^e siècle), Ibn Yûnus (mort en 1008) and Ibn Ḥamza al-Maghribî (16^e siècle), et que leurs travaux ont été traduits en latin et étaient connus de Napier, Briggs et Bürgi, les inventeurs des logarithmes selon la vision standard. Ils suggèrent aussi que les scientifiques occidentaux ont consciemment déformé l'histoire (Vol. I, p. 194, 195). Cependant ils n'apportent pas de preuve solide à l'appui de leurs affirmations. Ils donnent beaucoup de citations à partir de sources secondaires, mais sont incapables de produire un texte arabe (ou la

¹⁸ 'Alî bin 'Abdallâh al-Daffâ', *al-madkhal ilâ târikh al-riyâdiyyât 'ind al-'arab wa al-muslimîn*, Beyrouth, 1981. D'abord irrité par la lecture de ce livre, je n'ai pas eu l'idée de le photocopier et n'ai pas réussi depuis à remettre la main sur un exemplaire, ce qui ne me permet pas d'en donner une citation exacte.

¹⁹ 'Alî bin 'Abdallâh al-Daffâ' et Galal Shawky, *Mathematical sciences in Islamic civilization*, New York, 1986, 2 volumes.

traduction latine d'un tel texte) dans lequel un seul logarithme, par exemple le logarithme de 2, serait calculé.

Par la suite, 'Alî al-Daffâ' a, dans, une étude cosignée avec un historien américain, relativisé considérablement l'originalité de Ibn Hamza, et son influence sur Neper²⁰ (je traduis de l'anglais) :

On trouve les suites 1, 2, 3, 4 ... et 2, 4, 8, ... juxtaposées dans des précis mathématiques arabes tardifs, exactement comme on trouve de telles choses dans la littérature mathématique européenne pré-néperienne. Un cas d'espèce est un passage de *Tuhfat al-a'dad lidawi 'r-rusd was-sadad* de 'Ali ibn Wali ibn Hamza al-Maghribi (999/1590). Bien sûr, l'intention est beaucoup moins claire que dans un passage comparable de l'*Arithmetica integra* de Stifel (1544). Quoi qu'il en soit, bien que Neper ait pu être influencé par des considérations semblables à celles conçues par Stifel, ses logarithmes sont formulés en termes cinématiques.

Ce qui n'empêcha pas le géologue marocain Elkbir Saaidi, par ailleurs concepteur d'une audacieuse théorie concordiste de la création, d'écrire peu de temps après²¹ (en français) :

En réalité, sans ses travaux [ceux de Ibn Hamza], J. Burgi et Neper, venus 24 ans après lui, ne pouvaient pas réaliser cette découverte. (...) il fut sans aucun doute le premier mathématicien de l'histoire ayant pensé à la possibilité de l'introduction du logarithme (dit népérien).

Voici encore quatre ressources récentes offertes par l'Internet lorsqu'on cherche à se documenter sur Ibn Hamza. Elles montrent que la circulation de l'information concernant l'invention des logarithmes s'est accélérée dans les dernières années.

L'encyclopédie en ligne *al-ma'rifa*²² (la Connaissance) repose sur un principe participatif identique à celui de Wikipedia, dont elle est née par dissidence. À la différence de sa concurrente multilingue, elle est exclusivement arabophone, mais offre un contenu plus riche pour ce qui touche aux cultures islamiques. C'est le cas pour l'article sur Ibn Hamza où il est précisé (je traduis de l'arabe) :

Il est de ceux qui ont favorisé l'invention des logarithmes, et ses recherches sur les progressions sont les fondements sur lesquels a été bâtie cette branche des mathématiques.

²⁰ 'Alî 'Abdallâh al-Daffâ' and John J. Stroyls, « Some Myths about Logarithms in Near Eastern Mathematics », in : *Studies in the exact sciences in Medieval Islam*, New York, 1984, p. 26-30.

²¹ Elkbir Saaidi, *Savants musulmans promoteurs des sciences modernes*, Rabat, 1988, p. 67.

²² www.marefa.org

Encyclopédie de type plus traditionnel, *al-mawsû'a al-'arabiyya* (l'Encyclopédie arabe), publiée à Damas, est aussi consultable en ligne²³. Elle a consacré en 2005 un article très conséquent à Ibn Hamza, dont les auteurs sont Muhammad 'Âdil Sawdân, un enseignant saoudien, et Sâmî Chalhoub, professeur à l'Institut d'histoire des sciences arabes d'Alep. En voici un passage que je traduis de l'arabe :

En dépit de ce qui a précédé [les travaux de Sinân bin al-Fath, Ibn Yûnis], il revient à Ibn Hamza d'être le premier qui a posé les premières briques de la science des logarithmes, et ceci dans un texte clair où il relie une progression arithmétique et une autre géométrique, comme on le fait maintenant : "l'exposant d'un terme quelconque d'une progression géométrique commençant par le nombre 1 est égal à la somme des exposants de deux termes dont le produit est égal à ce terme, moins 1" (...) Il semble que Ibn Hamza n'ait pas eu une connaissance précise du concept de puissance, dont al-Samaw'al al-Maghribî a mentionné les propriétés dans son livre al-Bâhir fî al-jabr, et qu'il ne connaissait pas la puissance 0, comme dans $2^0 = 1$.

À l'université du roi Fahd à Dhahrân, Mundhir bin Râshid al-Furaydân, qui fut l'élève de 'Alî al-Daffâ', a mis en ligne un diaporama sur *La science du calcul chez les Arabes et les musulmans*²⁴ où il écrit ceci (je traduis de l'arabe) :

Ibn Hamza s'intéressait aux progressions arithmétiques, géométriques et harmoniques. C'est ce qui conduisit à la découverte de la science des logarithmes. (...) Le premier qui a pensé aux logarithmes est [Sinân Abû (sic) al-Fath] al-Hâsib, et [Ibn Yunus] al-Sadafî a développé l'idée. Ensuite est venu Ibn Hamza al-Maghribî, auquel revient le mérite d'avoir établi ce sur quoi les logarithmes sont actuellement établis. Mais les Occidentaux attribuent les logarithmes à Napier.

Enfin, Abû Bakr Khâlid Sa'adallâh, professeur au département de mathématiques de l'École normale supérieure d'Alger-Kouba, a récemment publié dans une revue saoudienne un article complet en langue arabe sur Ibn Hamza²⁵. Il y écrit (je traduis de l'arabe) :

Les Occidentaux et ceux qui les suivent attribuent la création des logarithmes aux savants anglais John Napier (957-1026 H) et Henry Briggs (963-1040 H). Certains ajoutent l'horloger suisse Jost Burgi (959-1042 H). Mais [Ibn Hamza] est le premier à avoir travaillé sur les progressions arithmétiques et géométriques et amené le mot de logarithme en affrontant

²³ www.encycl-arab.com

²⁴ www.faculty.kfupm.edu.sa/MATH/monther/index.htm

²⁵ Abû Bakr Khalid Sa'adallâh, « Ibn Hamza al-Jazâ'irî (q. 10 H / 16 G) muddaris al-riyâdiyyât fî makka al-mukarama », *majallat al-dâra*, vol. 3, p. 105-116.

des problèmes arithmétiques compliqués liés au commerce et à l'astronomie, et s'est convaincu qu'il est préférable de mettre en place une voie pour transformer l'opération de multiplication des nombres en addition. (...) Lorsqu'on regarde ce qu'a accompli Ibn Hamza dans l'étude des progressions géométriques et arithmétiques et qu'on les compare au travail de Napier, on trouve beaucoup de points de rencontre apprenant que le travail de Ibn Hamza a précédé celui de Napier de plus de deux décennies.

3. – Et en Iran ?

L'Iran ne semble pas avoir été en reste sur la Turquie et le monde arabe pour glorifier le nom de Ibn Hamza, mais fit entendre une musique différente. Je pense ici à Seyyed Hossein Nasr, professeur d'histoire des sciences et de philosophie à Téhéran, exilé depuis la Révolution islamique iranienne de 1979 aux États Unis (où il avait étudié) et auteur de plusieurs livres sur les sciences dans les pays d'Islam, écrits en anglais, qui connurent un grand succès et furent traduits dans plusieurs langues (dont bien sûr le persan). Dans le plus fameux de ces livres, il signala que Ibn Hamza avait joué un rôle dans l'invention des logarithmes, mais estima que les Perses y avaient aussi pris leur part (je traduis de l'anglais) :

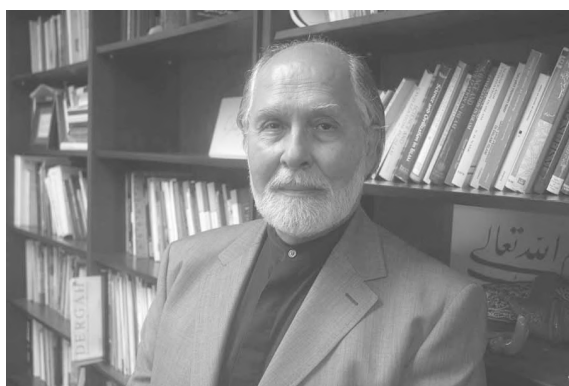
[Ibn Hamza] a posé le fondement pour l'invention du logarithme à travers l'étude des suites numériques, comme l'a fait Mullâ Bâqir Yazdî son contemporain en Perse.²⁶

L'apparition de ce nouveau candidat, persan celui-ci, à l'invention des logarithmes complique les choses ! Je n'ai pas étendu mes recherches bibliographiques dans cette direction ; j'ai seulement noté que Seyyed Hossein Nasr avait déjà, mais avec des réserves, mentionné le fait dans son premier livre (je traduis de l'anglais)²⁷ :

Il est même affirmé par quelques mathématiciens tardifs qu'il [al-Yazdî] a fait une découverte indépendante du logarithme mais cette affirmation n'a pas été complètement étudiée et établie.

²⁶ Seyyed Hossein Nasr, *Islamic science : an illustrated study*, Londres, 1976, p. 81. Une traduction persane est parue en 1987. Voir aussi ce qu'écrivit le Tunisien Mohamed Souissi : « [Ibn Hamza] a posé les bases pour l'invention des logarithmes, selon le procédé des suites numériques, comme l'a fait, dans la partie orientale du monde islamique, en Perse, son contemporain al-Mawla Baqir al-Yazdi [S. H. Nasr 1978, p. 79]. Il est à noter que l'invention des logarithmes par le Suisse (*sic*) Nieper (1550-1617) a eu lieu vingt cinq ans après la solution d'Ibn Hamza. » In : *Actes du 1^{er} colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes* (Alger, 1-3 décembre 1986), Alger, 1988.

²⁷ Seyyed Hossein Nasr, *Science and civilization in Islam*, Cambridge MA, 1968, p. 151.



Ill. 3 à 8 – Quelques historiens des sciences :
 Sâlih Zekî Bey (1864-1921) Abdülhak Adnan Adivar (1881-1955) Qadrî Hâfidh Tûqân (1911-1971)
 ‘Alî al-Daffâ’ (né en 1938) Mundhir al-Furaydân
 Seyyed Hossein Nasr (né en 1933)

4. – Retour à Istanbul : le manuscrit, enfin

À l'occasion du neuvième colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (T'ipaza, mai 2007), Mahdi Abdeljaouad, professeur à l'Université de Tunis, rédigea une contribution riche d'informations nouvelles sur la circulation des symboles algébriques du Maghreb vers l'Orient²⁸. Découvrant ce texte sur Internet, je fus surpris de voir que l'auteur y faisait allusion aux notations utilisées dans l'ouvrage de Ibn Hamza, dont il avait pu brièvement consulter une copie à Istanbul. Ceci me décida à me rendre dans cette ville en avril 2010.

De manière un peu absurde et romantique, j'espérai d'abord retrouver la trace de Ibn Hamza dans le Grand bazar, là où Sâlih Zakî avait déniché son manuscrit. Mais cent vingt-deux ans après, plus aucune échoppe n'y proposait des livres. Non loin de là, près de la mosquée de Beyazit, subsistait un marché aux livres. Là, un *sahaf* (bouquiniste) à qui je demandais des manuscrits m'ouvrit un meuble renfermant un imposant vrac de textes écrits en turc ottoman ou en arabe : pas trace parmi eux de sciences positives. Pour le plaisir, je lui achetai quand même un Coran enluminé de type ottoman. À Üsküdar, quartier de la rive asiatique, je vis aussi des manuscrits, mais ils n'avaient rien qui pût me ramener aux mathématiques. Plus raisonnablement, je me présentais alors à la Süleymaniye Kütüphanesi, la fabuleuse bibliothèque qui semble être aux orientalistes ce que la Mecque est aux croyants de l'Islam, et demandais le manuscrit aperçu par Mahdi Abdeljaouad. Dans la salle de lecture presque vide se tenaient deux employés qui ne comprenaient d'autre langue que le turc et ne purent m'aider. L'un d'eux dit quelques mots à l'oreille d'un shaykh à la barbe impeccable, qui me fit asseoir à côté de lui et me demanda d'une voix douce et dans un excellent allemand de lui exposer ma requête. Après un long périple de bureau en bureau, d'interminables négociations au cours desquelles me furent servis thé et café turc, je repartis avec un disque contenant copie du précieux manuscrit.

Après examen, je peux dire qu'il ne s'agit pas de celui que Sâlih Zekî eut entre les mains (qu'est-il devenu, celui-là ?), mais d'une autre copie (datée de 1013 H) dont les différentes parties ont, très étrangement, été recopiées dans le désordre²⁹. Toutefois, le texte semble complet. Les feuillets ne sont pas numérotés. Bien que le texte soit en turc ottoman, et que je ne puisse donc pas le lire, la présence de beaucoup de mots arabes et aussi bien sûr de nombres m'a permis sans trop de mal localiser la proposition tant commentée, à la

²⁸ Mahdi Abdeljaouad, « La circulation des symboles mathématiques maghrébins entre l'Occident et l'Orient musulmans », communication au IX^e colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (T'ipaza, 12-14 mai 2007), disponible en ligne, 27 p.

²⁹ Deux autres copies plus anciennes (datées de 999 H et 1002 H) sont conservées au Caire (*dâr al-kutub*). La seconde serait autographe.

jonction des deux pages reproduites sur les illustrations 8 et 9. J'ai notamment retrouvé dans son énoncé le vocabulaire (arabe) indiqué dans le livre de Abdülhak Adnan Adıvar : *us*, exposant et *dil'ayn*, deux côtés, c'est-à-dire deux nombres dont le produit donne un nombre donné). J'ai retrouvé aussi l'exemple mettant en relation la progression géométrique 1 2 4 8 16 32 64 128 et la progression arithmétique 1 2 3 4 5 6 7 8. J'ai remarqué cependant que les nombres de la première sont écrits *en chiffres arabes orientaux*, soit ١ ٢ ٤ ٨ ١٦ ٣٢ ٦٤ ١٢٨, alors que ceux de la seconde sont *en chiffres alphabétiques* ا ب ج د ه و ز ح. Ceci me semble indiquer qu'ils ne sont pas à mettre sur le même plan : les nombres écrits en chiffres alphabétiques ont habituellement une valeur ordinale – ici le rang du terme correspondant dans la suite géométrique. Ce qui a le plus attiré mon attention est, dans la marge supérieure, une figure qui donne à voir la correspondance entre les deux suites au moyen de deux graduations d'un même segment : graduation régulière portée au-dessous et graduation "logarithmique" portée au-dessus. Mais l'utilisation pour cette dernière des chiffres alphabétiques ne me conduit pas à penser que l'auteur ait songé à y insérer des non-entiers. D'ailleurs aucun calcul de logarithme approché (par exemple $\log_2 3$) n'est repérable. Toutes ces remarques restent des observations superficielles : faute de connaissance de la langue, je ne peux malheureusement guère en dire plus sur le sens précis du dispositif mis en place par Ibn Hamza.

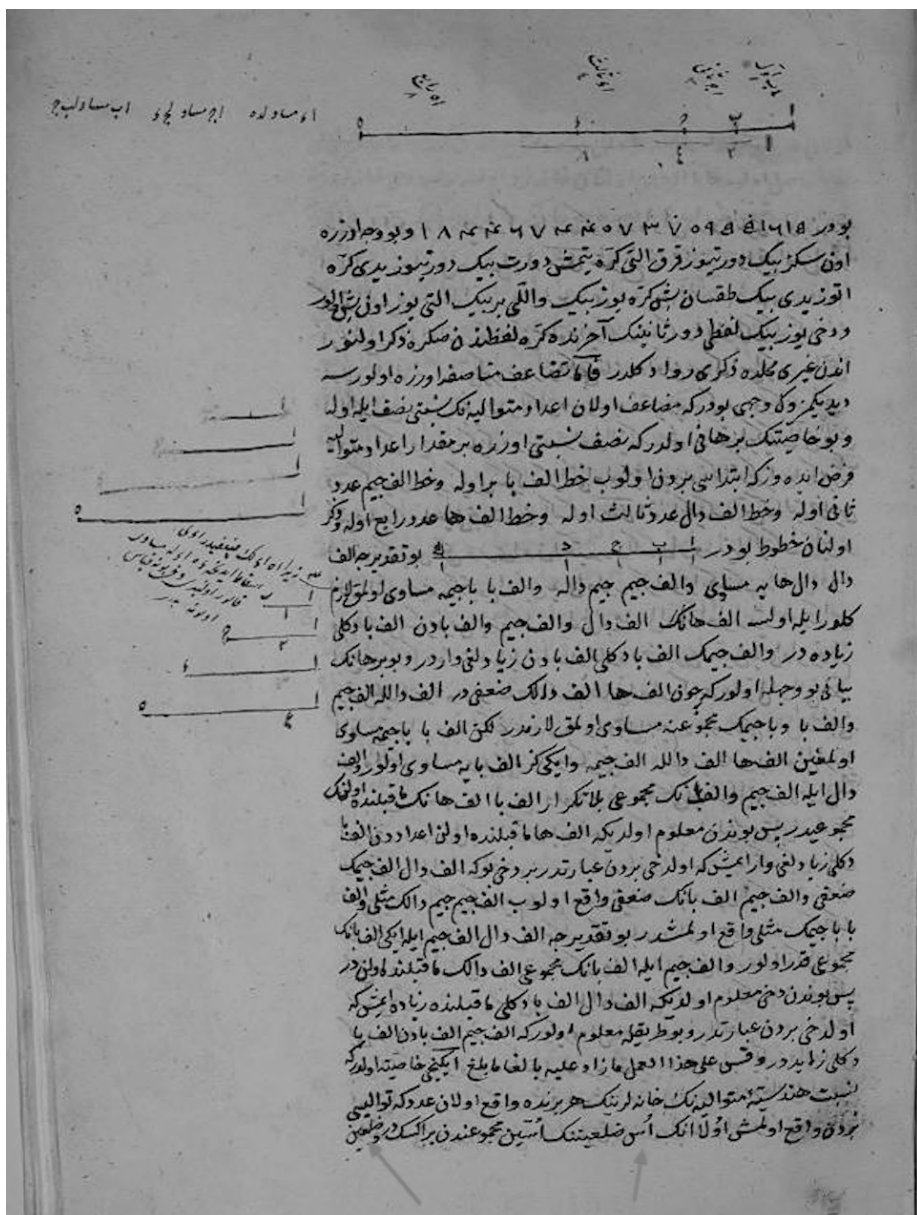
Je suis en revanche en mesure de répondre au moins partiellement à la question de Paul Luckey : à quelle source Ibn Hamza a-t-il puisé cette proposition ? Au début de son traité, Ibn Hamza fait lui-même référence au traité *al-ma'ûna* de Ibn al-Hâ'im (1352-1412). Ce livre a été récemment publié, et Mahdi Abdeljaouad qui en possède un exemplaire y a retrouvé pour moi une proposition arithmétique qui ressemble fort à celle de Ibn Hamza³⁰. Il m'en a envoyé le texte en arabe que je traduis ainsi :

Troisième chapitre. Sur la somme des progressions en raison géométrique et ce qui s'y rapporte. (...) Deuxième proposition : [Supposons que] le plus petit nombre est 1. Si on ajoute 1 à l'exposant d'un nombre donné, on obtient la somme des exposants de deux nombres tels que si l'on multiplie l'un d'entre eux par l'autre, cela donne le nombre donné. Et [l'exposant] résultant de la multiplication d'un nombre par un autre est la somme des exposants des deux [nombres] donnés, moins 1.

L'influence paraît claire. Néanmoins la mise en place spatiale est différente : les deux suites n'apparaissent pas explicitement chez Ibn al-Hâ'im, qui n'utilise

³⁰ Ibn al-Hâ'im, *al-ma'ûna fî 'ilm al-hisab al-hawâ'î*, éd. par Khudhayr al-Manshadâwî, Baghdad, 1988, p. 279-280.

pas non plus le terme *dil'ayn* (deux côtés), d'origine euclidienne³¹, pour parler de deux nombres de produit donné.



Ill. 9 – Une page du ms. Süleymaniye Ktp., Esad Efendi 3151/1
(sur la dernière ligne, on repère les mots *us* – exposant – et *dil'ayn* – deux côtés – ;
en haut : segment gradué “logarithmiquement” de 1 à 5)

³¹ Euclide, *Éléments*, livre VII, définition 16.

5. – Conclusions

Le nom de Ibn Hamza n'est pas le seul que les historiens des sciences vivant dans les pays musulmans citent en rapport avec l'invention des logarithmes : nous avons rencontré au passage ceux de Sinân Ibn al-Fath, Ibn Yûnus, al-Nasawî, al-Yazdî. Cette insistance suggère l'existence d'un enjeu particulier derrière l'invention des logarithmes, qu'on peut peut-être expliquer comme suit. Les grands succès mathématiques de l'Europe moderne n'ont pénétré que lentement les pays d'Islam. Ainsi les résultats de l'école algébrique italienne du XVI^e siècle sur l'équation du troisième degré n'y étaient toujours pas connus, me semble-t-il, au XIX^e siècle, alors qu'ils venaient prolonger directement les travaux de Sharaf al-dîn al-Tûsî au XII^e ! Les logarithmes sont le premier fragment de la science mathématique européenne qui ait pénétré dans le monde musulman : à Istanbul dès le XVIII^e siècle, plus tard au Caire, enfin (à la fin du XIX^e siècle) à Tunis et à Fès. Les nombreuses traductions, manuscrites ou imprimées, d'ouvrages européens (presque tous français), témoignent d'un grand succès du calcul logarithmique, fort apprécié notamment pour la détermination des heures de prière. Mais le fait que cette invention remarquable soit due à des étrangers a pu être ressenti comme un signal clair du déclin de la mathématique arabo-islamique – et cela d'autant plus que les mathématiciens européens de cette époque avaient cessé de faire quelque référence que ce soit aux travaux des savants musulmans du passé.

Un peu plus tard, à la fin du XIX^e siècle, les livres d'histoire des mathématiques composés par les Occidentaux firent prendre conscience aux Musulmans des succès scientifiques de leur ancêtres. Si certains en tirèrent une leçon de fierté et d'optimisme, beaucoup d'autres en conçurent un sentiment amer d'injustice ou de non-reconnaissance. Aussi lorsqu'en 1913, Sâlih Zekî suggéra qu'un mathématicien musulman, inconnu des historiens des sciences européens, et né (qui plus est !) en Algérie, était passé tout près de l'invention des logarithmes, cette idée suscita un vif intérêt dans les pays d'Islam. Si certains intellectuels se montrèrent prudents, beaucoup laissèrent libre cours à leur enthousiasme. Avec Sâlih Zekî était devenue possible une autre manière d'écrire l'histoire des sciences, se substituant à celle des Européens : un discours délibérément islamocentré, c'est-à-dire donnant par principe la première place aux découvertes des savants des pays d'Islam. Dans les pays arabes, Qadrî Hâfidh Tûqân, puis beaucoup d'autres, lui firent écho.

Dans la réalité, loin d'effacer le discours européen et européocentré sur l'histoire des sciences, ce nouveau discours se constituait presque exclusivement en réaction face à lui, le dénonçant comme falsifié tout en y faisant constamment référence. De plus, et bien que l'Islam, caractérisé certes par la prééminence de la langue arabe et de la religion musulmane, ne le soit pas moins par leur coexistence permanente avec d'autres langues et d'autres

religions, ce discours de combat se teinta d'aspects nationalistes (principalement arabes) ou apologetiques (principalement musulmans) peu raisonnables. Quant à l'objet historique, il était menacé de disparaître derrière l'idéologie : ainsi ce n'est pas de la *tuhfat al-a'dâd* de Ibn Hamza que parlaient tous les auteurs que nous avons cités, mais seulement de la brève description et de l'interprétation qu'en avait données Sâlih Zekî en 1913. Dire tout ceci n'est pas, à l'évidence, minorer la richesse des mathématiques de l'Islam, dont l'apport est régulièrement et à juste titre réévalué, au fil des découvertes de traités anciens. *Ce n'est pas non plus une critique spécifique de l'Islam*, dont je ne crois pas du tout qu'il y ait lieu, en ce domaine comme en bien d'autres, de dénoncer quelque travers essentiel qui lui serait intrinsèque – car rien n'est mieux partagé que la tentation ethnocentrée, et même dans le domaine restreint de l'histoire des mathématiques, on a vu se construire un discours afrocentré³², un discours indocentré³³, etc.

Mais le professionnel des mathématiques, l'enseignant tout particulièrement, doit en être averti : il existe, aujourd'hui, de multiples manières d'écrire l'histoire de sa discipline et différentes hypothèses sur l'origine et la transmission des idées mathématiques. Tout un chacun peut désormais trouver, notamment sur Internet, le discours qui lui convient, souvent appuyé par des cautions universitaires. Comment devons-nous réagir, confrontés à cette pluralité ? Se contenter de balayer tout propos peu solide d'un revers de main académique est absolument vain. Se réfugier dans le relativisme politiquement correct est risible et sans intérêt³⁴. Vouloir fonder sur des bases pseudo-savantes un nouvel européocentrisme aux limites de la xénophobie, minorant les phénomènes de transmission vers l'Europe d'idées et de textes venant d'autres cultures (notamment de l'Islam) est intenable et détestable. En revanche, faire tenir au milieu de cette cacophonie un discours scientifique appuyé, toujours, sur les textes historiques est notre devoir premier ; à côté de cela, visiter l'étonnante pluralité de discours qui émergent sur l'histoire des mathématiques et comprendre les conditions de leur formation et de leur circulation en est un deuxième, qui ne me semble pas encore assez pris en charge. C'est pour faire comprendre cette nécessité que j'ai disséqué un cas, qui m'a semblé historiquement intéressant, où un discours islamocentré a débordé, je le crois, de la réalité constatée.

Je suis heureux d'avoir ramené d'Istanbul le traité de Ibn Hamza. S'il ne contient apparemment pas le concept de logarithme, il contient bien d'autres choses intéressantes (notamment une série de beaux problèmes) qui

³² Voir notamment les écrits sur l'histoire des mathématiques en Afrique de Théophile Obenga, Jean-Philippe Omotunde, Christian Velpry. Tous se réclament de la pensée de Cheikh Anta Diop.

³³ On peut y distinguer deux courants issus respectivement des deux livres suivants : Jawaharlal Nehru, *The Discovery of India*, Calcutta, 1946 ; *Vedic mathematics*, Bénarès, 1965.

³⁴ Voir : Paul Thomas Welty, *The human experience : a history of the world*, New York, 1977.

mériteraient d'être étudiées avec soin et replacées dans leur *silsila*, leur chaîne de transmission. La place singulière de Ibn Hamza, entre les traditions mathématiques du Maghreb et celles de l'Orient, vaut qu'on y prête tout particulièrement attention. J'attendrai pour y revenir d'avoir appris le turc ottoman, *in shâ' allâhu ta'âlâ* ...

Tous mes remerciements à Mabdi Abdeljaouad pour les informations qu'il m'a apportées par courrier électronique.



48 savants algériens à travers le monde.

Cent deux manuscrits produits par 48 savants algériens se trouvent dans 28 grandes villes du monde, a révélé à Constantine le mathématicien Ahmed Nouar, qui intervenait à l'université Mentouri dans le cadre d'un séminaire sur l'histoire des sciences arabes. Dans cette conférence intitulée « Les manuscrits mathématiques algériens à travers le monde », il rapporte que ces 102 manuscrits de savants algériens ont trait aux domaines des mathématiques et de l'astronomie, et sur ce chiffre, l'Algérie, dira-t-il, n'en possède que 7.

Parmi les ouvrages cités, la majorité portant sur l'histoire des mathématiques, le conférencier a cité celui de Ali Benhamza qui, a-t-il dit, a découvert les logarithmes 23 ans avant l'écossais Neper. S'il est difficile de récupérer ces manuscrits qui font aujourd'hui partie des fonds bibliothécaires des pays où ils se trouvent, des copies devraient être récupérées, ont soutenu le conférencier ainsi que les intervenants dans les débats. « Ces savants, qui ont vécu et produit leurs travaux avant la période coloniale, font partie de l'histoire scientifique du pays et la récupération et la diffusion de leurs œuvres sont nécessaires à la construction de notre identité », ont-ils fait remarquer. R. N.

