

Circulation Transmission Héritage

Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » sont différents. Cet ouvrage explore des moments historiques où des décalages, petits ou grands, nourrissent des héritages et furent le fruit des circulations et des transmissions. Il invite à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études qu'il rassemble mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.



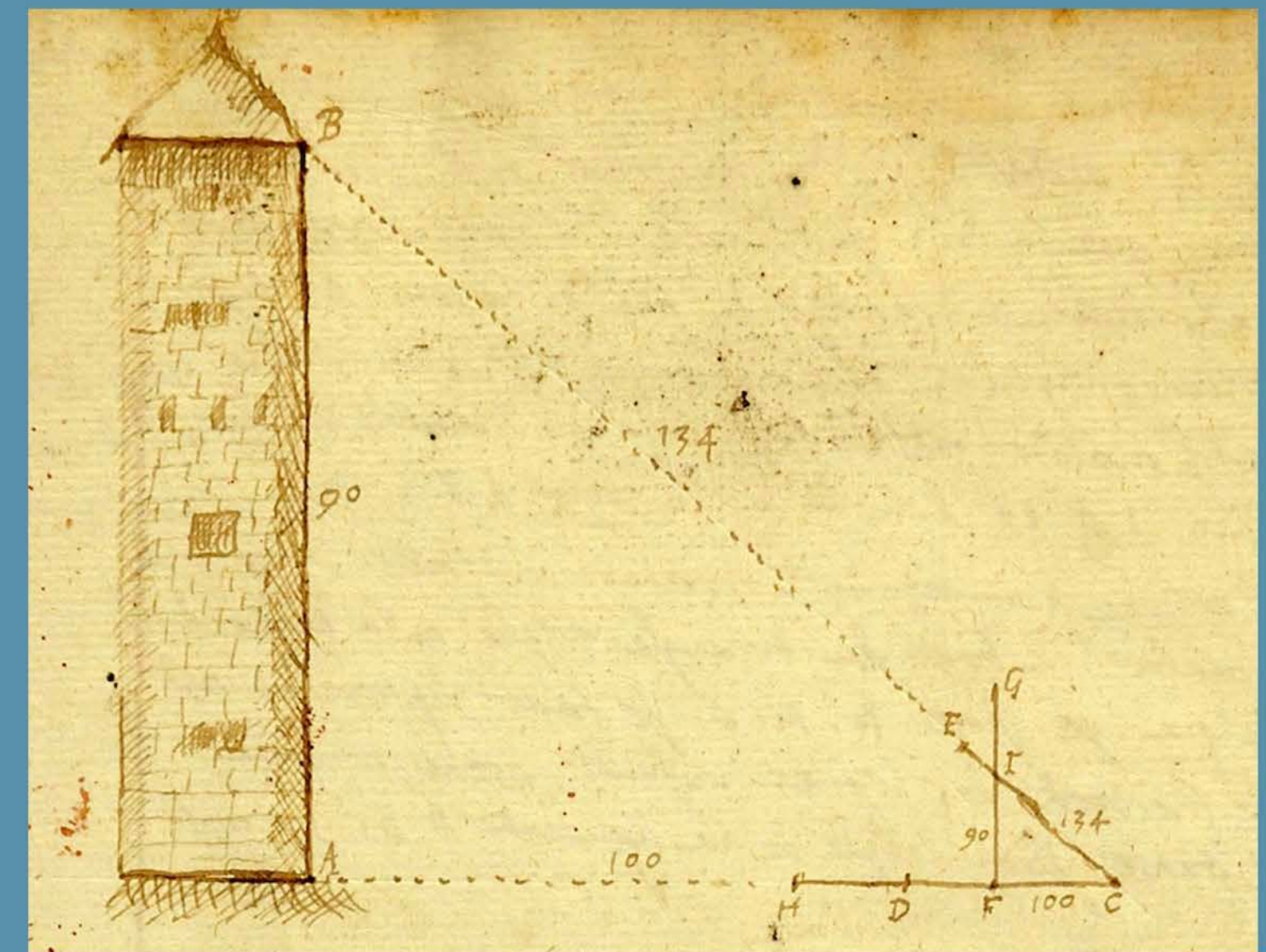
ISBN : 978-2-902498-06-2

Édition et diffusion : IREM de Basse-Normandie
juin 2011

IREM
de Basse-
Normandie

Circulation Transmission Héritage *histoire et épistémologie des mathématiques*

Circulation Transmission Héritage



Actes du 18^e colloque inter-IREM
histoire et épistémologie
des mathématiques
mai 2011

Université de Caen Basse-Normandie

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII^e colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

I. – Les véhicules de la circulation mathématique

I-4. – Les figures : accompagner les mots

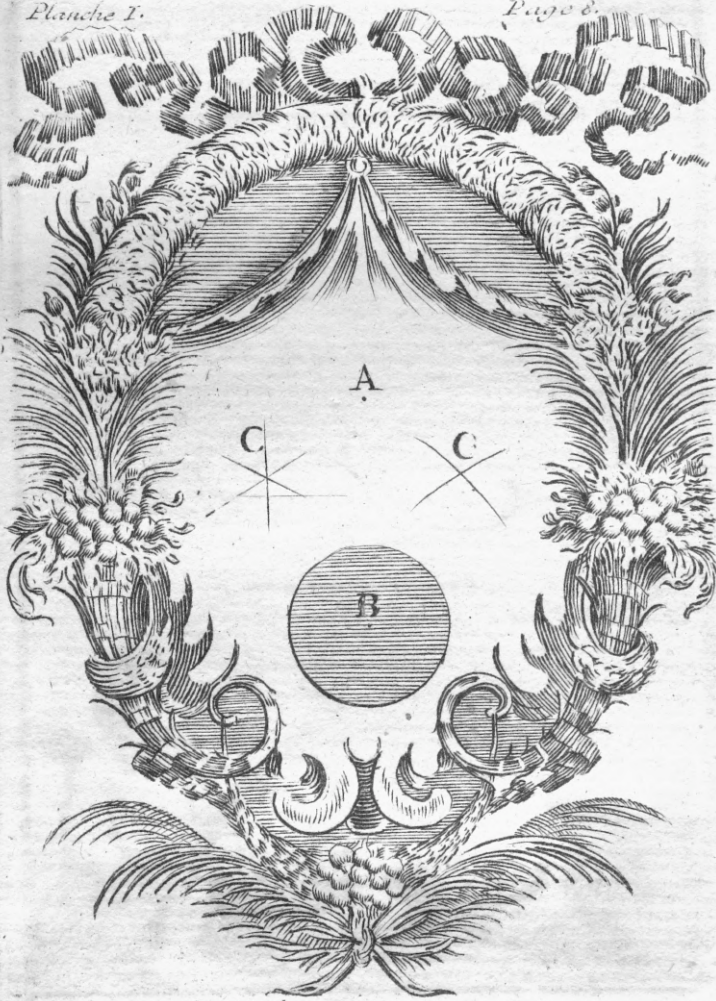
I-4-M. Pages 281-296

**Surface, figure, ligne et point :
un héritage de la préhistoire**

Olivier Keller

Circulation Transmission Héritage

Histoire et épistémologie des mathématiques



Commission inter-IREM
Épistémologie et histoire des mathématiques

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII^e colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

ISBN : 978-2-902498-06-2

© IREM de Basse-Normandie (Université de Caen Basse-Normandie), juin 2011

Directeur de publication : Pierre Ageron, directeur de l'IREM de Basse-Normandie

Diffusion : IREM de Basse-Normandie, Université de Caen Basse-Normandie,

campus 2, 14032 Caen Cedex

Tél. : 02 31 56 74 02 – Fax. : 02 31 56 74 90

Adresse électronique : irem@unicaen.fr

Site Internet : <http://www.math.unicaen.fr/irem/>

Coordination : Évelyne Barbin et Pierre Ageron

Comité de lecture : Pierre Ageron, Didier Bessot, Richard Choulet, Gilles Damamme, Guy Juge, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff, Pierrick Meignen, Thierry Mercier, François Plantade, Danielle Salles, Didier Trotoux et Éric Trotoux

Relecture générale : Pierre Ageron, Jean-Pierre Le Goff

Conception, illustration et mise en page du volume : Jean-Pierre Le Goff, Pierre Ageron, Didier Bessot et Didier Trotoux

Conception de l'affiche du colloque et de la couverture des actes : Patrice Gourbin

Impression et façonnage : Corlet numérique, 14110 Condé-sur-Noireau

Crédits photographiques de la couverture :

Bibliothèque de Caen, deux images tirées du manuscrit *in-fol.* 27 : *Pratique de geometrie*, de la main de Samuel Bochart (1599-1667)

– 1^{ère} de couverture : mesure au *gonomètre* de la hauteur d'une tour, $f^{\circ}8\ r^{\circ}$

– 4^{ème} de couverture : mesure de la *gibbosité* de la mer entre Dieppe et la Rie (Rye), $f^{\circ}42\ v^{\circ}$

Illustrations hors-texte :

Les 16 planches hors-texte des pages de l'ouvrage, paginées ii, viii, xiv, 28, 50, 94, 122, 240, 338, 360, 386, 446, 480, 502, 544 et 582, sont tirées de la *Pratique de la Geometrie, sur le papier et sur le terrain ; où par une methode nouvelle & singuliere l'on peut avec facilité & en peu de tems se perfectionner en cette science*, Par Sebastien Leclerc, Graveur du Roi. A Paris, Chez Ch. A. Jombert, Imprimeur-Libraire du Roi en son Artillerie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame. M. DCC. XLIV. (1744). *Avec Privilege du Roi*. (coll. part., clichés : jplg)

Sommaire

Sommaire	v
<i>Pierre Ageron</i>	
Avant-propos	ix
<i>Évelyne Barbin</i>	
Présentation	xi

I. – Les véhicules de la circulation mathématique

I-1. – La langue : traduire et faire comprendre

<i>Ahmed Djebbar</i>	
Les mathématiques en pays d'Islam : héritages, innovations et circulation en Europe	3
<i>Frédéric Laurent</i>	
Les éléments d'une transmission : petite histoire de la transmission des <i>Éléments</i> d'Euclide en Arménie	29
<i>Isabelle Martinez-Labrousse</i>	
Un essai de synthèse entre le théorème de Pythagore et la procédure <i>gou-gu</i>	51
<i>Gérard Hamon & Lucette Degryse</i>	
Le livre IX des <i>Quesiti et inventioni diverse</i> de Niccolò Tartaglia : langue et mathématiques	71
<i>Pierre Ageron</i>	
Les sciences arabes à Caen au XVII ^e siècle : l'héritage arabe entre catholiques et protestants	95
<i>Jean-Pierre Le Goff</i>	
La perspective selon Andrea Pozzo et son adaptation chinoise, ou, questions de regards obliques et croisés : de la distance entre deux pensées de la représentation	123

I-2. – Cours et manuels : enseigner pour transmettre

Martine Bühler & Anne Michel-Pajus

Règle de trois et proportionnalité dans une arithmétique
pratique niçoise du XVI^e siècle et dans ses sources 155

Pierre Ageron & Didier Bessot

De Varignon au père André :
tribulations normandes d'un cours de géométrie 181

Anne Boyé & Guillaume Moussard

L'enseignement des vecteurs au XX^e siècle : diversité
des héritages mathématiques et circulation entre disciplines 201

I-3. – Les journaux savants : hériter et faire circuler

Jeanne Peiffer

La circulation mathématique dans et par
les journaux savants aux XVII^e et XVIII^e siècles 219

Christian Gérini

Pour un bicentenaire : polémiques et émulation dans
les *Annales de mathématiques pures et appliquées* de Gergonne,
premier grand journal de l'histoire des mathématiques (1810-1832) 241

Norbert Verdier

Le *Journal de Liouville* et la presse de son temps : hériter, transmettre
et faire circuler des mathématiques au XIX^e siècle (1824-1885) 255

I-4. – Les figures : accompagner les mots

Olivier Keller

Surface, figure, ligne et point : un héritage de la préhistoire 281

Jean-Pierre Cléro

Qu'est-ce qu'une figure ? 297

I-2. – Cours et manuels : enseigner pour transmettre

Martine Bühler & Anne Michel-Pajus

Règle de trois et proportionnalité dans une arithmétique
pratique niçoise du XVI^e siècle et dans ses sources 155

Pierre Ageron & Didier Bessot

De Varignon au père André :
tribulations normandes d'un cours de géométrie 181

Anne Boyé & Guillaume Moussard

L'enseignement des vecteurs au XX^e siècle : diversité
des héritages mathématiques et circulation entre disciplines 201

I-3. – Les journaux savants : hériter et faire circuler

Jeanne Peiffer

La circulation mathématique dans et par
les journaux savants aux XVII^e et XVIII^e siècles 219

Christian Gérini

Pour un bicentenaire : polémiques et émulation dans
les *Annales de mathématiques pures et appliquées* de Gergonne,
premier grand journal de l'histoire des mathématiques (1810-1832) 241

Norbert Verdier

Le *Journal de Liouville* et la presse de son temps : hériter, transmettre
et faire circuler des mathématiques au XIX^e siècle (1824-1885) 255

I-4. – Les figures : accompagner les mots

Olivier Keller

Surface, figure, ligne et point : un héritage de la préhistoire 281

Jean-Pierre Cléro

Qu'est-ce qu'une figure ? 297

II. – D’une idée à l’autre, d’un auteur à l’autre

II-1. – Hériter et inventer

Gilles Damamme

Quel héritage se transmet à partir des biographies de grands mathématiciens ?	331
--	-----

Pierre Ageron

Ibn Hamza a-t-il inventé les logarithmes ? Constitution et circulation du discours islamocentré sur l’histoire des mathématiques	339
---	-----

Jean-Paul Guichard

L’algèbre nouvelle de Viète et ses héritiers	361
--	-----

Denis Lanier, Jean Lejeune & Didier Trotoux

L’invention de la médiane	387
---------------------------------	-----

Dominique Tournès

Une discipline à la croisée d’intérêts multiples : la nomographie	415
---	-----

II-2. – Transmettre et s’approprier

Évelyne Barbin

Pourquoi les contemporains de Descartes n’ont-ils pas compris sa <i>Géométrie</i> de 1637 ?	449
--	-----

Jean Lejeune, Denis Lanier & Didier Trotoux

Jules Gavarret (1809-1890) : précurseur de l’introduction des statistiques inférentielles en épidémiologie ?	465
---	-----

François Plantade

H. G. Grassmann : une destinée linéaire ?	481
---	-----

Jean-Pierre Le Goff

Tout ce que vous avez toujours voulu savoir sur la vie et l’œuvre de Salomon de Caus	503
---	-----

Maryvonne Ménéx-Hallé

La question du mathématique	545
-----------------------------------	-----

II-3. – Lire les Anciens, aujourd’hui

Alain Bernard

Les <i>Arithmétiques</i> de Diophante : introduction à la lecture d’une œuvre ancrée dans différentes traditions antiques	557
--	-----

Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff & Didier Trotoux

Une relecture de la proposition 46 du livre IV des <i>Coniques</i> d’Apollonios de Pergé, de ses éditions et de ses traductions	583
--	-----

A ————— B

C ————— D

E ————— F

C ————— D

V —————



Avant-propos

L'IREM de Basse-Normandie, institué dans l'université de Caen le 23 octobre 1973, cultive par précellence l'histoire des mathématiques. Dès l'origine, plusieurs de ses animateurs, professeurs de lycée, étaient conduits par une intuition : introduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques serait de nature à aider les élèves à y retrouver du sens, sens que le formalisme – des “maths modernes”, notamment – tendait à dissimuler. Mais la discipline “histoire des sciences” n'était alors guère développée dans les universités. C'est ainsi que commença un colossal travail de recherche fondamentale et appliquée, d'édition de sources, de formation initiale et continue, d'actions interdisciplinaires. Nombreux sont ceux qui y ont contribué ; je veux citer au moins les noms de Jean-Pierre Le Goff, Didier Bessot et Denis Lanier et leur rendre ici un hommage plein d'amitié et d'admiration.

C'est à l'IREM de Basse-Normandie qu'il revint d'organiser le tout premier colloque inter-IREM d'histoire et épistémologie des mathématiques, au château de Tailleville, en mai 1977, puis le X^e colloque d'une série devenue bisannuelle, sur le thème *La mémoire des nombres* – c'était à Cherbourg en mai 1994. Entre les deux, l'IREM de Basse-Normandie avait organisé, à l'initiative de l'Association pour le développement des études et recherches en histoire et épistémologie des mathématiques (ADERHEM), un colloque exceptionnel baptisé *Destin de l'art, dessein de la science* (octobre 1986). Enfin le XVIII^e colloque inter-IREM, dont vous tenez en main les actes, s'est tenu en mai 2010 au cœur de l'université caennaise, dans l'amphithéâtre Henri Poincaré (qui enseigna deux années à Caen). Le thème retenu, *Circulation – Transmission – Héritage*, invitait à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études ici rassemblées mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Basse-Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.

Je remercie les institutions qui ont compris l'intérêt de cette manifestation : le ministère de l'Éducation nationale (via l'Assemblée des directeurs d'IREM), la région Basse-Normandie, la ville de Caen, l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (régionale de Basse-Normandie), l'ADERHEM, et notre *alma mater* l'université de Caen Basse-Normandie.

Ce colloque n'aurait pu être organisé sans l'énergie déployée par Geneviève Jean, secrétaire de l'IREM, et par de nombreux animateurs de l'IREM, notamment Guy Juge, Éric Trotoux et Didier Trotoux. Enfin Jean-Pierre Le Goff, Didier Trotoux et Didier Bessot m'ont apporté une aide précieuse dans l'édition de ces actes. Que tous soient très chaleureusement remerciés.

Pierre Ageron
directeur de l'IREM de Basse-Normandie

Présentation

Auteurs, destinataires et lecteurs d'un texte :
histoires de décalages.

Évelyne Barbin,
IREM des Pays de la Loire,
Centre François Viète, Université de Nantes

*La plus grande partie d'une œuvre se déroule sous la
tyrannie de sa réception.*

Christophe Prochasson, « Ce que le lecteur fait de l'œuvre. Héritages
et trahisons : la réception des œuvres », *Mill neuf cent*, 12, 1994.

Le Colloque inter-IREM « Histoire des mathématiques : circulation, transmission, héritage » s'inscrit bien dans la visée de « la réception des œuvres » de Hans Robert Jauss, dont Christophe Prochasson indique l'intérêt pour l'historien dans le texte cité en exergue. Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Le cas des manuels, y compris les plus récents, n'échappe pas à cette distinction, que connaît bien l'enseignant : le destinataire du manuel est l'élève de classe de quatrième, mais la lectrice est Vanessa. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » – en utilisant l'expression de Jauss – sont différents. Cet ouvrage propose quelques moments historiques de décalages, petits ou grands, qui nourrissent les héritages, qui sont le fruit des circulations et des transmissions.

Les aspects matériels de la circulation des textes, leurs véhicules, font l'objet de la première partie. L'histoire des mathématiques arabes est intéressante, puisqu'elles sont au carrefour de langues diverses, elles commencent avec des traductions et se perpétuent avec d'autres traductions, dans une sphère culturelle large, comme le montrent Ahmed Djebbar et Pierre Ageron. Avec la transmission des *Éléments* d'Euclide en Arménie, Frédéric Laurent délivre une partie peu connue de l'histoire. L'ouvrage d'Euclide, transmis par les Jésuites en Chine, y connut un sort étrange, puisque les lecteurs orientaux négligèrent

les démonstrations qui faisaient le succès des *Éléments* ailleurs. L'exemple du décalage très abrupt de l'attente entre Occidentaux et Chinois est illustré dans cet ouvrage par Isabelle Martinez et Jean-Pierre Le Goff. L'écart plus ténu entre langue savante, le latin, et langue vernaculaire, ici un dialecte italien, est examiné avec précision par Gérard Hamon et Lucette Degryse à propos des *Quesiti* de Nicollo Tartaglia au XVI^e siècle.

Il existe deux types de véhicules adaptés à des destinataires particuliers, ce sont les manuels et les revues mathématiques. Les manuels sont écrits à partir de sources diverses et à destination de commençants, avec le souci d'un rendu intégral des « idées » ou à l'inverse dans celui d'une « adaptation » aux élèves. Du côté des sources, Martine Bühler et Anne Michel-Pajus analysent celles d'un ouvrage d'arithmétique niçois du XVI^e siècle. Du côté des réceptions, Pierre Ageron et Didier Bessot retracent les tribulations d'un manuel de géométrie au XVIII^e siècle. Comme le montrent Anne Boyé et Guillaume Moussard, l'enseignement des vecteurs présente un cas très complexe aux sources multiples – géométriques, algébriques et physiques –, qui a beaucoup changé selon les destinataires à différentes époques.

L'édition des revues scientifiques commence au XVII^e siècle. Les journaux savants sont écrits par des « savants » à destination de leurs confrères, membres d'Académies nationales ou de Sociétés provinciales. La spécialisation de revues aux seules mathématiques au XIX^e siècle est contemporaine de publications pour des publics eux aussi plus spécialisés, qu'ils soient enseignants, amateurs ou bien mathématiciens. La transmission par des revues multiplie le nombre de possibilités de mise en évidence de décalages, en augmentant le nombre des auteurs et en accordant la plume aux lecteurs. Les articles de Jeanne Peiffer, de Christian Gérini et de Norbert Verdier offrent un large panel de périodes et de publics pour diverses revues sur trois siècles.

Les figures mathématiques ne transcendent-elles pas les questions de transmission en offrant un langage qui serait universel ? De plus, ne s'agit-il pas d'un langage qui précède l'écriture ? Ces questions trouveront des éléments de réponse dans les articles d'Olivier Keller et de Jean-Pierre Cléro. Prise du point de vue de la réception historique des « textes », la première question recevrait une réponse plutôt relativiste. Un triangle est vu comme une aire par Euclide et comme ses trois côtés par Descartes, il est désigné par des lettres chez les mathématiciens grecs et par des couleurs chez les chinois.

La seconde partie de cet ouvrage retourne à l'auteur d'un texte, mais sans abandonner la perspective du destinataire et du lecteur. En effet, l'auteur est lui-même un lecteur, et donc un texte peut être lu comme un maillon dans un échange dialogique. Car, comme l'explique Mikhaïl Bakhtine, un texte est écrit

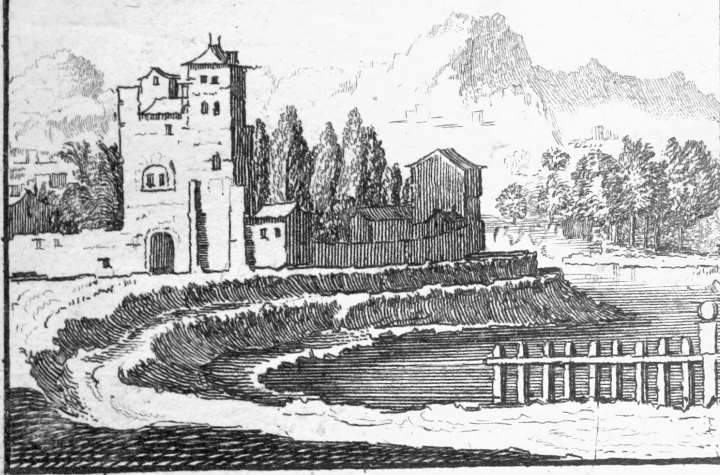
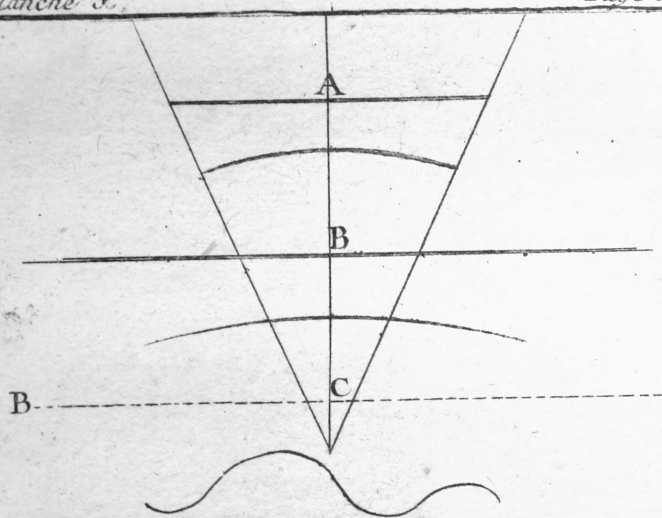
en réponse à d'autres auteurs de textes et il s'adresse à des lecteurs qui ont une « attitude responsive active ».

Lorsqu'un auteur doit écrire quelque chose qui lui paraît nouveau, c'est-à-dire susceptible d'aller au-delà des conceptions contemporaines, il doit aménager son texte. Autrement dit l'invention pose des problèmes accrus de transmission. C'est ce qu'analysent les articles de Jean-Paul Guichard, de Denis Lanier, Jean Lejeune et Didier Trotoux pour deux inventions mathématiques. L'histoire des mathématiques, qu'elle s'intéresse à des inventions ou des inventeurs, ne peut pas passer outre leurs intérêts sous-jacents, par exemple pour la nomographie présentée par Dominique Tournès. Le renouveau du genre biographique en histoire, indiqué par Gilles Damamme, va de pair avec une histoire des inventeurs dans le contexte intellectuel, social et culturel de leur époque. En suivant les propos de Pierre Ageron, cette perspective peut aussi être prise en compte dans l'écriture de l'histoire.

Le décalage entre un auteur et l'horizon d'attente de ses lecteurs contemporains est au cœur de la partie suivante. Évelyne Barbin explique que les contemporains de Descartes n'ont pas compris sa *Géométrie* de 1637 alors qu'elle semble aller de soi aujourd'hui. Lorsque que Jean Lejeune, Denis Lanier et Didier Trotoux utilisent le terme de précurseur, au dépit de l'histoire, n'est-ce pas pour écrire un grand décalage entre Gavarret et ses lecteurs ? Avec François Plantade et Jean-Pierre Le Goff, sont retracées les réceptions des œuvres de Grassmann et de Salomon de Caus. En vis-à-vis de ces articles, qui invitent à un relativisme constructif des « vérités mathématiques », Maryvonne Menez-Hallez pose la question du « mathématique ».

La dernière partie de l'ouvrage est plus orientée vers la lecture historique des textes. Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff et Didier Trotoux proposent une relecture d'une proposition d'Apollonius à partir de ses éditions et de ses traductions. Alain Bernard lit les *Arithmétiques* de Diophante comme un texte ancré dans différentes traditions antiques. Ainsi que le remarque Christophe Prochasson, « la tradition n'est pas un processus autonome de transmission », elle est au contraire un mécanisme de réappropriation du passé.

La thématique du colloque croise les questions d'enseignement et elle a vivement intéressé ceux qui dans les IREM associent l'histoire des mathématiques à son enseignement. Le riche sommaire de cet ouvrage en est le témoin.



Section I

Les véhicules de la circulation mathématique

4. – Les figures : accompagner les mots

Circulation Transmission Héritage

Actes du XVIII^e colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

I. – Les véhicules de la circulation mathématique

I-4. – Les figures : accompagner les mots

I-4-M. Pages 281-296

**Surface, figure, ligne et point :
un héritage de la préhistoire**

Olivier Keller

Surface, figure, ligne et point : un héritage de la préhistoire

Olivier Keller,
IREM de Toulouse,
autolycos@orange.fr

1. – Taille lithique et géométrie

Le travail humain de la pierre pour en extraire des outils, qui a débuté il y a deux millions et demi d'années environ d'après les connaissances actuelles, est déjà riche d'enseignements quant à la naissance et au développement concomitants d'embryons de géométrie. Travail spécifiquement humain, inaccessible à nos cousins chimpanzés en dépit de ce que l'on peut entendre ici ou là, ce qui veut dire travail réfléchi, pensé bien que non nécessairement conceptualisé, en tout cas bien éloigné d'une activité instinctive et répétitive.

Qu'il s'agisse d'une réflexion en évolution, de plus en plus savante, dans la mesure où elle dirige toujours de plus haut la gestuelle du tailleur, nous le voyons clairement dans ce que les préhistoriens appellent l'allongement de la chaîne opératoire. Quelques frappes suffisent en effet à produire les premiers éclats, puis les premiers galets taillés au Paléolithique archaïque, dont la forme diffère très peu du galet-matière première. Avec le façonnage des bifaces au cours du Paléolithique inférieur, le galet est cette fois-ci taillé entièrement ou presque, avec, dans les produits les plus aboutis, deux plans de symétrie perpendiculaires et un pourtour plan [Fig. 1].

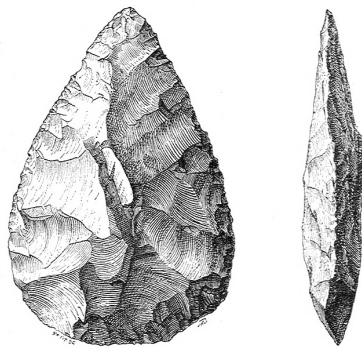


Fig. 1 – Biface, outil typique du Paléolithique inférieur (à partir de -1,5 millions d'années en Afrique), trouvé près d'Aurillac, datation incertaine

Avec le débitage systématique des Paléolithiques moyen et supérieur [Fig. 2], on modifie d'abord le volume du galet-matière première de façon à y créer des "plans de frappe", on extrait ensuite grâce à cette préparation un ou plusieurs éclats ou plusieurs lames et on retouche enfin ces derniers en consolidant ou en redessinant les bords.

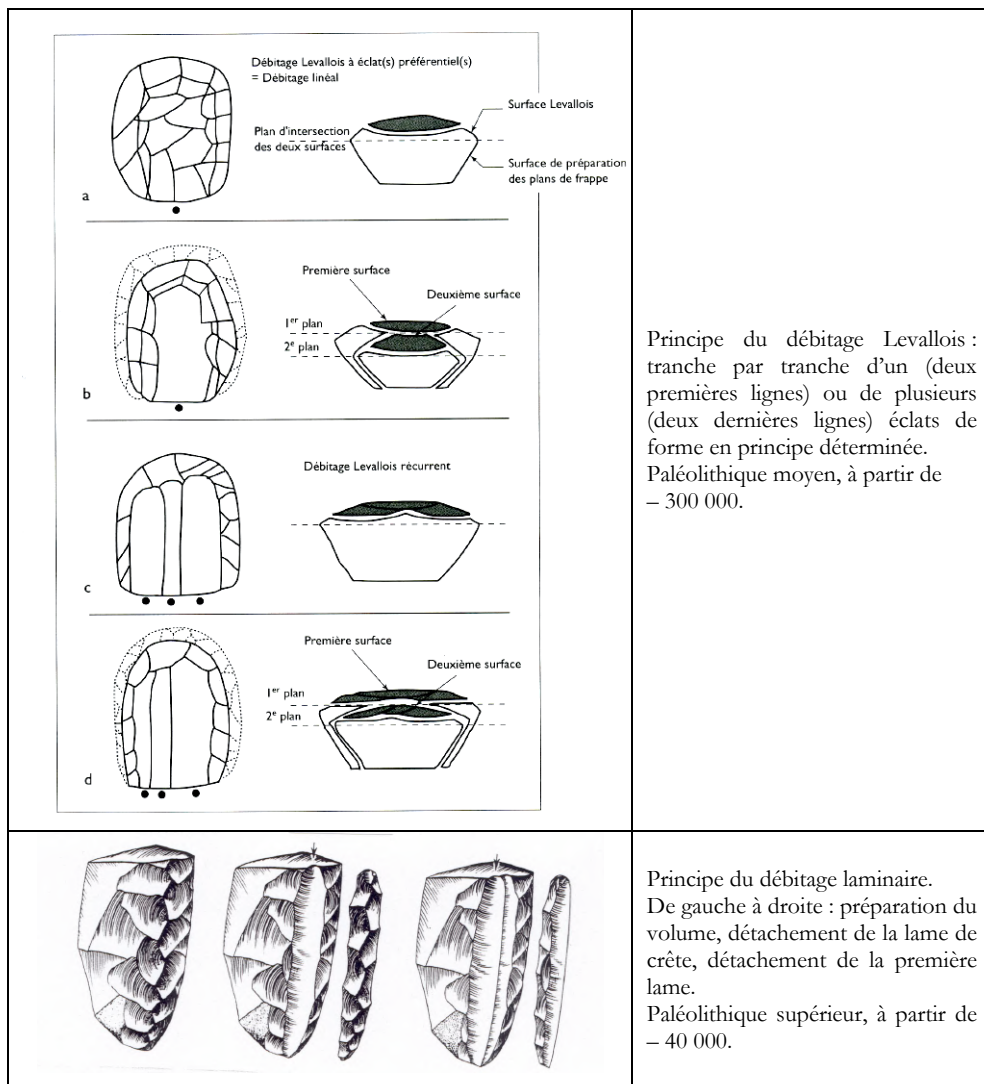


Fig. 2 – Les deux principales formes de débitage systématique

Le passage au débitage systématique est remarquable. Contrairement en effet au façonnage du biface, où le volume, les faces et le tranchant sont créés et travaillés en même temps pour créer un objet unique, le *système* du débitage articule trois étapes successives : travail du volume d'abord, extraction d'éclats

ou de lames ensuite, retouche des bords enfin, pouvant donner une grande variété de produits finis à partir du même galet-matière première. Si, s'agissant du galet, de la lame ou de l'éclat et de son pourtour, on ne peut sérieusement prétendre que nos ancêtres sapiens les reflétaient en pensée comme solide, surface et ligne au sens euclidien, on doit y voir tout de même des "matériaux" sur la base desquels s'édifieront ces concepts. Dit autrement : le travail concret et le produit matériel qui en résulte sont, en un sens que nous allons préciser, isomorphes aux concepts à venir. Les trois étapes correspondent en effet objectivement aux trois dimensions de l'espace ordinaire. Une fois la lame extraite, la seule modification qu'elle subit est une retouche, c'est-à-dire le "dessin" de son bord ; puisque le tailleur opère sur elle de façon exclusivement superficielle, la lame *fonctionne* comme une surface quelle que soit son épaisseur. Le bord retouché, maintenant, qui divise matériellement la lame ou l'éclat en un intérieur (conservé) et un extérieur (rejeté), *fonctionne* comme une ligne, de la même façon qu'un trait qui divise idéalement une feuille de papier en deux espaces.

Si le bord retouché peut être considéré comme un "matériau" du futur concept de ligne, pouvons-nous en déduire par analogie qu'une fois terminé, l'outil laminaire est à son tour un "matériau" du futur concept de *figure* en dimension deux ? La réponse est non, pour l'essentiel. Car la retouche est faite pour scier, racler, percer ou graver, et non pour créer une forme de denticulé, de racloir, de perçoir ou de burin : la ligne du bord est déterminée par un *extérieur* qu'elle est chargée de modifier, alors que la ligne, en tant que limite d'une figure, détermine un *intérieur* qu'elle est chargée de former. D'ailleurs, il suffit qu'une partie du bord remplisse cette fonction, peu importe le reste, ce qui peut donc produire des formes assez variables.

L'outil a certainement une forme, mais elle est en principe accessoire ; "en principe", parce que même si sa forme est standardisée, le standard vient de la commodité extérieure et non d'une détermination interne. Mais là comme ailleurs, les polarités peuvent s'inverser, l'accessoire peut devenir l'essentiel. La beauté de certains bifaces [Fig. 1] sur lesquels toute trace d'usure est absente, les magnifiques feuilles solutréennes sans doute trop fragiles pour être des outils, font penser à un renversement momentané des valeurs, au sens où la fonction esthétique aurait pu prendre le pas sur la fonction technique, le plaisir de la forme de l'objet l'aurait emporté sur les contraintes de sa fonction, la retouche ayant alors pour rôle de créer une figure et non de déformer un autre objet. Ne serait-il pas merveilleux d'être certains de cela, attestant ainsi que le plaisir du beau, il y a plus d'un million d'années, fut la source lointaine, ou au moins l'une des sources lointaines de la figure au sens géométrique du terme ? Nous pourrions alors dire comme Aristote, bien que ses attendus n'aient rien à voir avec les nôtres, que « les mathématiciens doivent considérer comme cause

d'une certaine manière, la cause dont nous parlons, le Beau en un mot »¹. Mais si, dans le bel outil, nous ne pouvons que conjecturer un "matériau" de figure, nous pouvons en revanche l'affirmer avec quelques cas peu nombreux, mais significatifs, de figures reconnaissables, animaux et silhouettes féminines [Fig. 3], taillées dans des plaquettes de silex avec la même technique que pour une retouche laminaire. Dans ce cas, la retouche fonctionne clairement comme déterminant d'un intérieur, comme sa ligne-frontière.

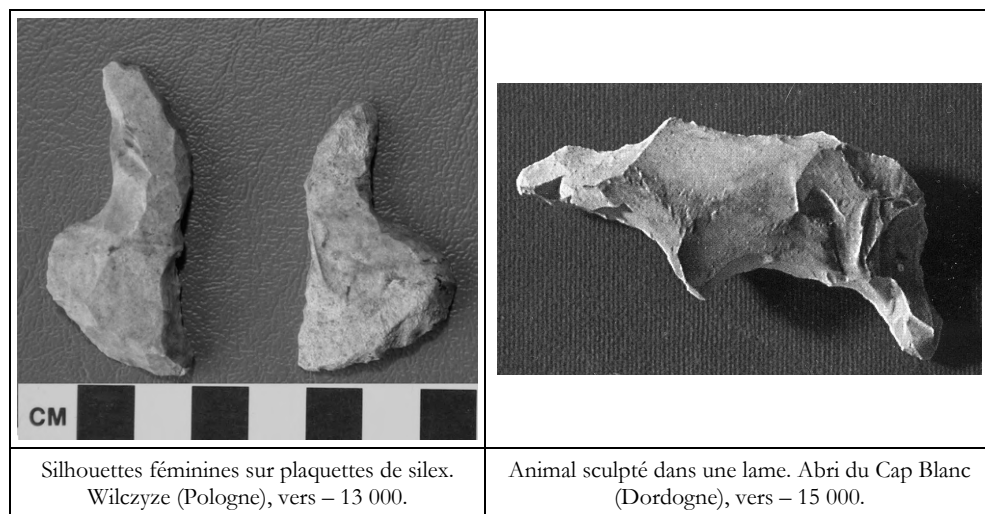


Fig. 3 – Figures reconnaissables sculptées comme des outils

2. – Le graphisme symbolique : invention de la surface de représentation

Le passage au graphisme symbolique va ouvrir la voie à une accélération considérable dans la production d'embryons de géométrie. Si notre espèce *sapiens* existe depuis 200 000 ans en Afrique, si elle est signalée vers – 100 000 ans au Moyen-Orient et vers – 40 000 en Europe, il faut attendre – 77 000 ans pour voir les premières² formes de graphisme incontestable [Fig. 4] en Afrique et – 30 000 pour une véritable éclosion, en Europe de l'Ouest, de ce qu'il est convenu d'appeler l'art préhistorique.

Le signe graphique ne fut donc pas produit spontanément dès que l'homme est devenu *sapiens*, il fut sans doute au contraire le fruit d'une longue

¹ *Métaphysique*, M 3, traduction J. Tricot, Vrin, 1981, p. 733.

² Certains préhistoriens prétendent que des marques symboliques furent produites sur os ou sur ivoire bien avant, dès le Paléolithique inférieur. La critique qui démontre qu'il s'agit en réalité de productions naturelles me paraît convaincante. On pourra consulter l'article de Robert Bednarik, « Concept-mediated Markings in the Lower Palaeolithic », in : *Current Anthropology* 36-4, 1995 et sa critique par Francesco d'Errico à la suite de l'article. Voir aussi [Lo, 1999].

maturation intellectuelle, et pour cause : l'invention du signe graphique représente une double révolution doublement radicale.



Fig. 4 – Plus ancien graphisme actuellement connu.
Ocre rouge, grotte de Blombos (Afrique du Sud), vers – 77 000

Le signe, d'une part, contrairement à l'outil et même au bel outil, a une fonction purement conventionnelle, étant un code qui n'a aucun rapport avec sa réalité matérielle de peinture, de gravure ou de trait au charbon de bois. Ces conventions, d'autre part, loin de se résumer à une simple signalétique, sont généralement partie intégrante d'un véritable système, au sens de conception globale du monde. De celle-ci, nous pouvons avoir une idée si nous acceptons de rapprocher les sources archéologiques et les sources ethnographiques³, c'est-à-dire les chasseurs-cueilleurs de la préhistoire et les chasseurs-cueilleurs récents :

D'après les anciens, le paysage fut formé par les actions des Êtres Ancestraux [...] À plusieurs endroits, les Êtres Ancestraux pénétrèrent directement le paysage après leurs pérégrinations et leurs activités créatrices en laissant derrière eux leur image sur la surface rocheuse [...] En terre d'Arnhem de l'Ouest, les aborigènes établissaient des campements saisonniers dans des abris situés au bas d'escarpements rocheux et ornaient les murs et les plafonds de milliers de mains négatives, ou d'avant-bras et de mains négatifs, ainsi que de peintures monochromes et polychromes. Au moyen de ces marques et de ces peintures ils se liaient étroitement à des sites spécifiques et accédaient directement au pouvoir des êtres ancestraux représentés sous forme animale, humaine ou mythique.⁴

Tout est dit dans ce texte : à côté du monde réel mais à portée de main d'homme, il y a le monde dit surnaturel qui est le monde des pouvoirs sur le monde naturel. De l'un à l'autre, l'accès est immédiat et direct, il n'y a pas de

³ Le lecteur intéressé par cette question et par les controverses qu'elle soulève peut consulter par exemple le premier chapitre de [K, 2004].

⁴ Paul S. C. Taçon, « The Power of Stone : Symbolic Aspects of Stone Use and Tool Development in Western Arnhem Land, Australia », *Antiquity* 65 (247), 1991, p. 192-207.

“sas” entre les deux (pas de *no man's land*), pas de temps d'attente (pas de purgatoire). Et pourtant il doit y avoir quelque chose entre ces deux mondes qualitativement différents, quelque chose qui permette le contact et le passage : c'est la paroi de la grotte ou de l'abri. La paroi *fonctionne* donc comme une surface, même si elle n'est pas conceptualisée comme telle ; de fait, elle ne doit pas avoir d'épaisseur pour qu'il puisse y avoir contact direct. De fait encore, elle doit être un objet étendu pour que la main humaine puisse agir sur elle afin d'actualiser le contact ou le passage. Pensée comme objet sans épaisseur mais avec étendue, elle est donc un modèle, un objet de référence, un « matériau » pour ce qui sera plus tard pensé comme “surface”⁵. La *surface de représentation*, lieu du graphisme, est la première grande création que nous devons à nos ancêtres *sapiens* et qui découle de la première pensée globale du monde, plus exactement de la théorie des deux mondes ; tel est le lointain point de départ de l'art, de l'écriture et de la géométrie en dimension deux.

En entrant un peu plus dans le détail, nous pourrions voir comment *ce nouvel objet implicite, la surface de représentation, devient explicite, s'autonomise et finit par changer de caractère en reniant partiellement ses origines.*

Voyons ce développement :

- L'important, à l'origine, est le passage d'un monde dans l'autre, et il peut être signalé sans se placer réellement en dimension deux. C'est le cas bien connu des reliefs naturels peints ou seulement soulignés à la peinture, ainsi sans doute que des bas-reliefs sculptés sur la paroi.
- L'utilisation du relief naturel est relativement rare, et le phénomène novateur n'est pas le bas-relief, mais la représentation en dimension deux. Lorsqu'il est dessiné, l'animal fait corps avec la surface ; il est censé se trouver tout entier dans le passage, alors qu'avec le bas-relief il y a une partie de l'animal qui est déjà passée et une partie qui n'est pas encore passée. C'est donc bien le dessin, et non la sculpture, qui peut exprimer l'immédiateté, l'instantanéité du changement de monde.
- Le dessin lui-même exprime cela plus ou moins bien. Avec le trompe-l'œil par exemple, on a l'illusion du relief, on voit l'animal en vrai, mais pas son passage ; avec le profil absolu, l'animal est en coupe longitudinale, comme s'il ne laissait qu'une trace sans être tout entier sur la surface : on voit le passage, mais pas l'animal en vrai.
- La solution est de faire coexister plusieurs vues pour avoir le plus possible de l'animal d'une part, tout en restant en dimension deux d'autre part. La façon très courante de faire cela au Paléolithique supérieur est de rabattre

⁵ Il ne s'agit ici que de surface de représentation et non, à proprement parler, de surface au sens euclidien, puisque cette dernière est limitée par des lignes, de même que les lignes sont limitées par des points. Mais l'aspect principal, à savoir l'invention d'un objet sans épaisseur, à deux dimensions seulement, est bien présent : c'est du moins l'idée défendue ici.

sur la surface certains éléments jugés importants comme les cornes ou les sabots ; c'est ce que l'abbé Breuil appelait la "perspective tordue" [Fig. 5]. Dans les âges post-glaciaires, la technique pourra évoluer jusqu'à des rabattements systématiques, sous le qualificatif de "perspective étalée" proposé par certains auteurs [Fig. 5].

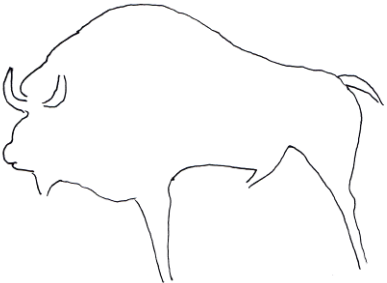
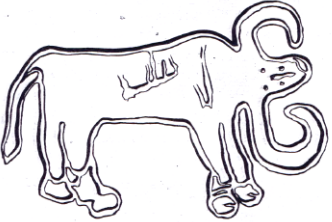
	Bison gravé. La Grèze (Dordogne), vers – 18 000. Profil absolu, sauf les cornes représentées en "perspective tordue".
	Buffle gravé, Yémen. Date incertaine. Exemple extrême de "perspective tordue".
	Char gravé, Chine, vers – 3 000. Ces chars en "perspective étalée" sont très fréquents en Europe et en Afrique également.

Fig. 5 – "Perspectives" préhistoriques

- Le rituel de passage d'un monde dans l'autre produit donc une technique graphique, celle du rabattement ; on choisit des vues, parmi une infinité possible, qui devront coexister sur la surface. Du coup, la surface-paroi prend objectivement consistance comme *lieu de projections*, à côté de sa signification mythique-rituelle de lieu de passage ; en tant que lieu de travail réfléchi, la voie est ouverte pour sa cristallisation comme objet autonome dans la pensée.

- À l'origine, selon notre hypothèse, la surface est lieu de passage, sans épaisseur spatiale ou temporelle ; on passe à travers, on n'y reste pas. Nous avons affaire à un acte rituel qui s'exprime en acte graphique ; lui seul compte, par conséquent, et il s'en suit qu'à peine réalisé, le graphisme n'existe déjà plus. De là la pagaille et les superpositions typiques des grottes ornées du Paléolithique supérieur ; c'est donc une erreur, soit dit en passant, de les décrire comme des sanctuaires structurés comme des temples.
- Cependant, cet aspect va lui aussi évoluer et se changer en son contraire. La surface va prendre consistance comme lieu de représentation permanente : lieu de choses qui restent, comme les signes et les décors, et lieu où se déroulent des scènes. Dans les grottes ornées, on a quelques cas de graphismes organisés, rompant avec la pagaille qui est de règle et montrant par là que chacun a droit à un minimum de permanence.
- Mais c'est surtout avec les signes et les décors mobiliers que le phénomène est frappant : les signes ne se chevauchent pas et beaucoup de décors mobiliers sont rigoureusement organisés en frises [Fig. 9]. Quant aux scènes, pour l'essentiel, elles n'apparaissent que dans l'art post-glaciaire.
- D'où provient ce changement ? De façon générale, toute activité humaine engendre des techniques qui s'autonomisent et se développent indépendamment des motivations de départ. Nous l'avons déjà constaté avec le "rabattement" ; en ce qui concerne la tendance à la permanence de l'objet graphique, permanence qui contredit sa qualité d'expression d'un rite donné à un moment donné, je propose d'y voir une conséquence du geste graphique lui-même. Le dessin est sensé représenter l'instantanéité du passage de l'animal ou de tout autre motif ; mais le geste du dessinateur prend du temps. En théorie, le motif ne fait que passer ; en pratique, il reste sur place le temps de sa confection. Cette contradiction est porteuse d'un changement de sens, puisque la surface *contient* réellement, au moins pour un temps, ce qui est dessiné, peint ou gravé sur elle.
- Avec le décor mobilier en frises, lui aussi dû à un développement formel, indépendant de la signification mythique-rituelle, une nouvelle propriété de la surface apparaît, bien qu'elle ne concerne que la surface les objets et non la paroi rocheuse : sa structuration suivant deux directions orthogonales [Fig. 9].

Nous voyons donc que ce que nous appelons aujourd'hui surface est *devenu* surface comme conséquence de la pensée et de l'action humaines ; un objet chargé de sens symbolique, sous l'aspect d'une paroi dont on ne s'approche qu'avec une crainte respectueuse, se développe en prenant d'autres sens et en remplissant d'autres fonctions. Ce qui n'était qu'intermédiaire rituel, voile entre les deux mondes, s'est transformé en objet géométrique, dans la mesure où il devient lieu de rabattements et de figures permanentes, et même lieu structuré

en “longueur” et “largeur”, au sens de deux axes directeurs orthogonaux, si l’on en juge d’après les frises de l’art mobilier.

3. – Le graphisme symbolique : figure, ligne et point

Nous laisserons de côté toutes sortes de traces volontaires, peut-être symboliques, telles les “tracés digités” dans l’argile et autres “tracés indéterminés” pariétaux : si en effet quelque Cro-magnon laissait traîner sa main dans l’argile fraîche, les doigts écartés, dessinant ainsi des “macaronis” parallèles, comment savoir s’il y avait là quelque idée de ligne ou de figure, ou si ce n’était qu’un jeu ? Nous sommes contraints de nous restreindre à ce qui peut être considéré, suivant la métaphore proposée plus haut, comme isomorphe aux définitions euclidiennes. Nous sommes en dimension deux : une figure est donc ce qui est limité par une ou plusieurs frontières, à savoir des lignes, une ligne est une longueur sans largeur, et un point est ce dont il n’y a aucune partie⁶.

Si l’art préhistorique n’était fait que de reliefs naturels reconnaissables, de sujets entièrement peints et de mains négatives, nous ne saurions dire s’il s’agissait là de figures ; avec ces seules traces en effet, nous ne pourrions savoir si nos ancêtres attribuaient au sujet une ligne frontière, puisque, ne pouvant être perçue, elle peut seulement être pensée. Mais ils ont également dessiné au charbon de bois, peint ou gravé des contours reconnaissables sans remplissage intérieur ; dans ce cas, ils ont bien objectivé une idée de ligne, puisqu’ils ont réduit leur représentation reconnaissable à un tracé qui signale une frontière. Aucun tracé ne peut être une véritable ligne, c’est bien connu ; mais dans le cas qui nous occupe, nous pouvons être certains qu’il *fonctionne* comme une ligne car il objectivise, rend perceptible l’élément essentiel, l’élément créateur de la figure qu’est le contour, la frontière par essence imperceptible. Il est vrai qu’il existe des tracés linéaires qui sont des figures et non des limites de figures ; par exemple, la probable lance de la “scène du puits” de Lascaux, les tirets des aborigènes australiens qui peuvent être aussi des lances, une ligne ondulée qui représente un serpent, etc. Mais nous ne nous intéressons ici qu’au tracé linéaire frontière, à la vraie-fausse ligne dont la raison d’être est de renvoyer à autre chose qu’elle-même, à savoir un intérieur. C’est une invention remarquable, d’une souplesse à toute épreuve, capable de *donner forme* à un contenu quelconque. Elle est bien une invention, un produit du génie humain de la schématisation ; car même si l’on pense que le sujet entièrement peint, avec des effets de trompe-l’œil, est la copie de l’impression rétinienne, on ne peut évidemment rien dire de tel lorsque le sujet n’est évoqué que par son contour, que la rétine ne perçoit pas. Ce que nous percevons avec un contour,

⁶ D’après les définitions du livre I des *Éléments* d’Euclide [E].

comme celui du bison [Fig. 5], est tout sauf une impression spontanée : il s'agit de la signalisation d'une idée purement abstraite de ligne-limite, pensable mais invisible. Quant au bison, il s'agit pour la même raison d'une signalisation de l'idée abstraite de figure.

Les préhistoriques ont-ils perçu la contradiction entre la représentation de la frontière et son idée, ont-ils cherché à suggérer une vraie limite ? Il existe dans l'art préhistorique toutes sortes de contours de figures, du presque invisible au plus épais. Mais à côté de cela, il existe une forte tendance à l'effacement du contour, comme si le trait cherchait à se rapprocher de son concept en disparaissant sans faire disparaître la figure, comme s'il s'excusait d'être là. Il le fait en devenant en quelque sorte schéma de schéma. Un premier procédé est de faire un fragment de contour, une esquisse souvent magnifique restreinte à un dos, une tête ou une patte [Fig. 6, à gauche] ; un second procédé est de faire un contour pointillé par une série de taches successives [Fig. 6, à droite].

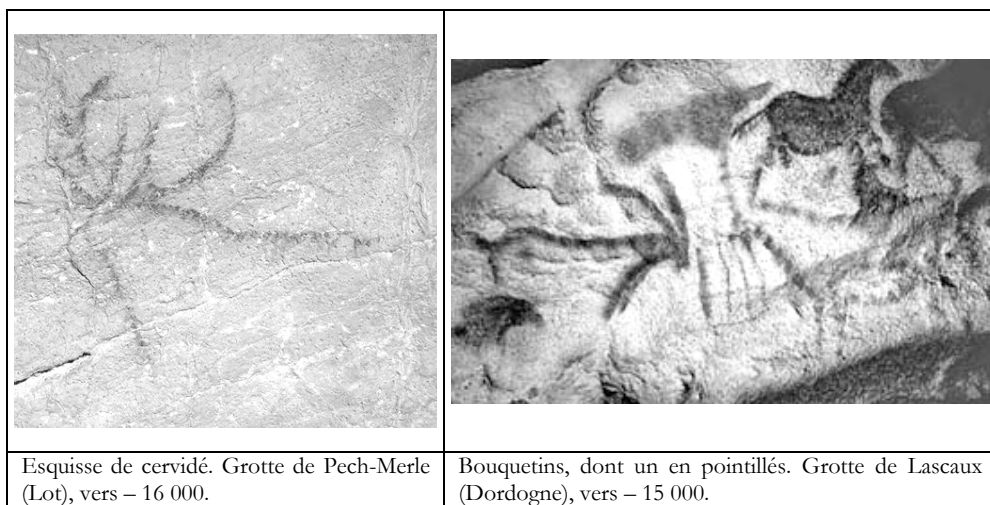


Fig. 6 – Contours esquissés et contour pointillé

Nous avons dit que le tracé linéaire, s'il n'est pas une vraie ligne, fonctionne comme une ligne ; peut-on dire la même chose des taches qui, si elles ne sont pas des vrais points, fonctionneraient cependant comme tels ? Le geste qui les crée, d'abord, est clairement un coup sur la paroi et non un tracé le long de celle-ci ; le contour n'est jamais fait de segments de ligne. Nous avons donc bien affaire à des éléments discrets chargés de suggérer un mouvement continu puisqu'en allant de l'un à l'autre, l'œil rétablit la ligne. Alors que dans le cas d'une esquisse, le fragment de contour est mentalement *complété* par le spectateur, le mouvement de l'œil qui rétablit la ligne à partir d'un pointillé *efface* celui-ci du même coup. Les pointillés plus ou moins épais ne sont donc pas des

morceaux de la ligne, mais des traces de son élément générateur ; c'est ce qui permet de dire qu'ils fonctionnent comme des points.

Le point existe donc comme élément de la ligne mais non isolément. La ligne existe comme contour de figure. S'en détache-t-elle pour exister isolément, c'est-à-dire sans être nécessairement une frontière ? Peut-être, avec par exemple ces lignes qui paraissent accompagner des figures, comme pour exprimer leur mouvement et non plus leur contour [Fig. 7].

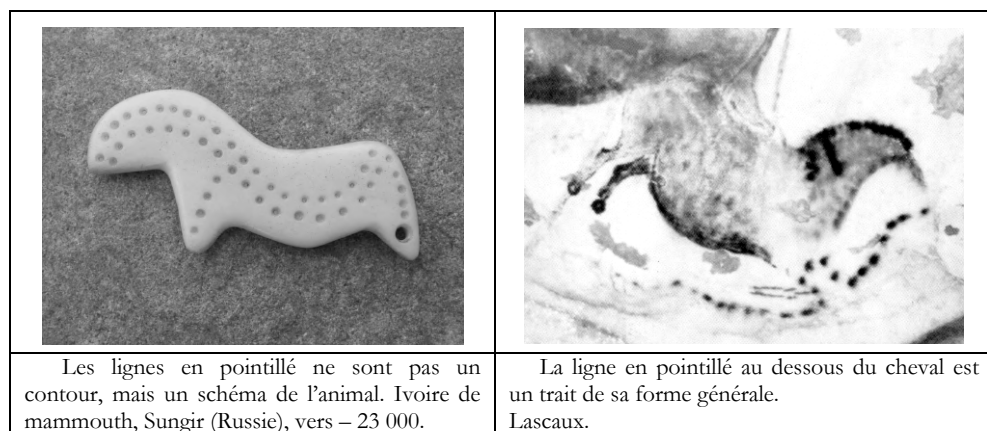


Fig. 7

4. – Des figures géométriques ?

Si le lecteur veut bien reconnaître avec nous que dans l'art des *sapiens* du Paléolithique supérieur, transparaissent des idées de figure, de ligne et de point, il acceptera sans doute de pousser l'investigation un peu plus loin et de se poser la question de la nature des figures. A côté des figures reconnaissables, animaux – c'est l'écrasante majorité –, humains – très peu – ou végétaux – encore moins –, il existe en effet de très nombreux signes que les préhistoriens qualifient habituellement de géométriques. Pour prendre un exemple, intéressons nous aux “rectangles” de Lascaux [Fig. 8] : quelle est la vérité de cette qualification qui nous vient spontanément à l'esprit ?

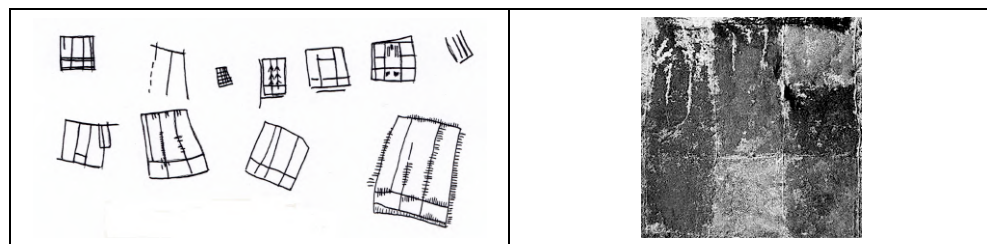
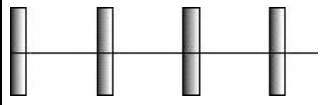
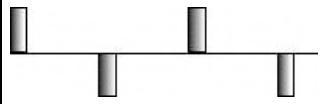
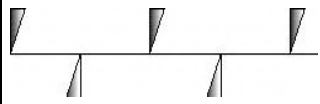
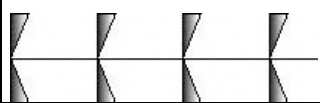


Fig. 8 – Rectangles de Lascaux. À droite, l'un des “blasons”, faits de rectangles dont les contours ont d'abord été gravés, puis les intérieurs peints de façon à les individualiser.

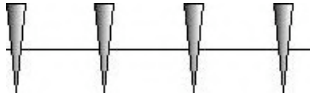
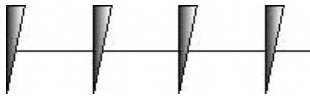
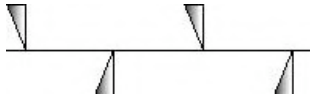
La considération des frises nous permettra d'y voir plus clair. Si l'art pariétal est pour l'essentiel un art de figures posées ici ou là, à des intervalles de temps parfois considérables, sans grand souci de leur organisation sur la paroi, on doit constater que l'art mobilier, c'est-à-dire les décors sur toutes sortes d'objets directement utilitaires (propulseurs, sagaies) ou non (pendentifs, matériel rituel) et sur le corps⁷, est au contraire un art de structuration dictée par les deux directions principales de la surface de l'objet. On le constate dès les débuts avec cette frise sur bâton d'ocre rouge trouvé dans la grotte de Blombos en Afrique du Sud (– 77 000) [Fig. 4], le plus vieux graphisme connu, comme sur les nombreux décors de la fin du Paléolithique supérieur.

D'un point de vue mathématique, on démontre que les frises se répartissent en sept types caractérisés par l'ensemble des transformations qui les laissent globalement invariantes. Les transformations en jeu sont, en notant (d) l'axe de la pièce : translations parallèles à (d), symétrie par rapport à (d), symétries par rapport à certains axes perpendiculaires à (d), symétrie par rapport à certains points de (d) et enfin symétrie glissante, c'est-à-dire symétrie par rapport à (d) suivie d'une translation le long de (d).

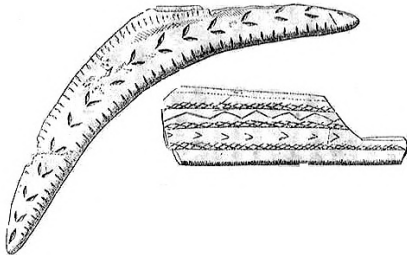
Le tableau ci-après résume la situation :

Types de frises	Transformations présentes	Exemples
I 	Toutes : – translation parallèle à l'axe de la pièce (t), – symétrie par rapport à l'axe (s), – symétries par rapport à certains axes perpendiculaires à l'axe de la pièce (s'), – symétries par rapport à certains points de l'axe (p), – symétries glissantes (sg).	Incisions perpendiculaires à l'axe de la pièce. Très nombreux exemplaires dès les premières périodes du Paléolithique supérieur.
II 	Toutes sauf s.	Zig-zags.
III 	t et p	Incisions obliques par rapport à l'axe de la pièce.
IV 	t, s et sg.	Alignements de chevrons.

⁷ D'après l'ethnographie des peuples traditionnels. Voir note 3.

Types de frises	Transformations présentes	Exemples
V 	t et s'.	Alignements de groupes de chevrons emboîtés.
VI 	t.	Frises d'animaux au Paléolithique supérieur final.
VII 	t et sg.	Type très rare.

et voici quelques exemples, montrant au passage que les sept types étaient connus à la fin du Paléolithique supérieur :

	A Bois de renne gravé. Grotte de La Roche de Lalinde. Périgord. Type I.
	B Alignements de chevrons (type IV) et zigzags (type II). Bois de renne gravé, Laurerie-Basse, Périgord.
	C Incisions obliques (type III). Bois de renne gravé. Grotte des Espélugues, Pyrénées.
	D Chevrons emboîtés (type V). Gravure sur os du Placard. Charente.

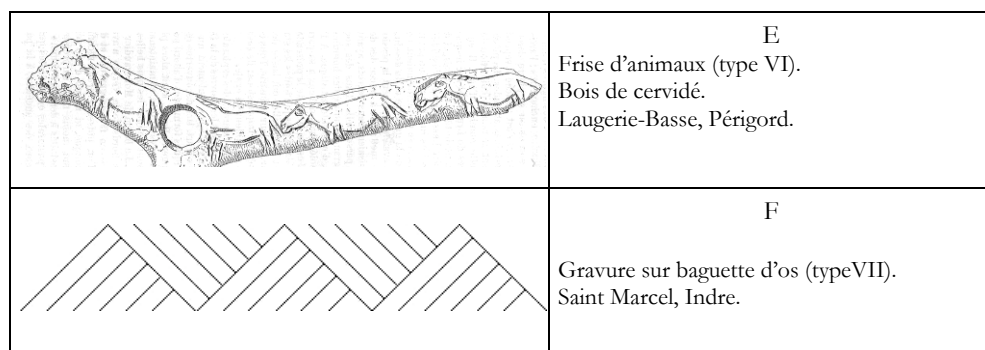


Fig. 9 – Exemples de frises du Paléolithique supérieur final, sites français

Lorsque le motif ne présente pas de symétrie [Fig. 9.-E], il est seulement “translaté” le long de l’axe de la pièce⁸ (type VI). Si nous considérons maintenant un chevron isolé, avec deux branches égales, il présente certainement une symétrie par rapport à sa bissectrice, mais rien ne permet d’affirmer que ce retournement ou pliage possible soit présent à l’esprit du graveur, et d’ailleurs il n’est pas nécessaire qu’il le soit. Mais à partir du moment où l’on a au moins trois chevrons identiques et également disposés par rapport à la ligne qui joint leurs sommets (type IV, [Fig. 9-B]), il faut bien que le graveur se soit imposé une règle qui dirige son geste ; nécessairement, il faut avoir eu en tête la ligne des sommets et l’invariance des motifs par pliage autour de celle-ci. Avec un motif fait de chevrons emboîtés (type V, [Fig. 9-D]), il faut bien là aussi avoir eu à l’esprit ce qui ordonne sa disposition : non seulement le motif individuel doit être invariant par pliage autour de sa bissectrice, mais en outre, par ce même pliage, la frise elle-même doit être au moins partiellement invariante (elle le serait totalement si elle se continuait indéfiniment dans les deux sens). La grande majorité des frises paléolithiques contiennent au moins l’un de ces deux pliages fondamentaux, le long d’un axe longitudinal de la surface de la pièce ou d’un axe perpendiculaire au premier ; les types III, VI et VII, où ils sont absents, sont moins nombreux et tardifs. Au contraire, les frises comportant les deux pliages sont très fréquentes dès l’Aurignacien, première période du Paléolithique supérieur ; ce sont tout simplement des suites d’incisions perpendiculaires à l’axe de la baguette (type I). Cette disposition semble couler de source et devait paraître la plus naturelle aux Cro-magnon ; on peut l’expliquer par le fait que le type I qu’elle réalise, le plus “chargé” en symétries puisqu’il les contient toutes, est également celui qui donne la meilleure adéquation possible avec les symétries du support. Dans ce sens, le type I est bien le plus naturel. Le type II par exemple, qui ne possède pas la symétrie par rapport à l’axe longitudinal, est moins en accord

⁸ À moins d’admettre que nos ancêtres savaient qu’une translation se décompose en deux retournements.

avec la pièce qui, elle, possède cette symétrie ; pour le fabriquer, lui comme les autres types, il a donc fallu rompre avec les symétries “évidentes” de la surface du support, par une analyse qui discerne leurs composantes et permet par suite de jouer avec elles. La source unique de toute l'affaire des frises serait donc la découverte et la mise en évidence des deux directions fondamentales suggérées par la forme du support et des symétries qu'elles induisent. Il est clair qu'avec ces deux symétries, nous avons plus qu'il n'en faut pour produire un “rectangle” dont les deux axes coïncident avec les deux directions fondamentales de la pièce. En effet, comme il suffit en réalité d'une seule symétrie, pliage imaginaire ou réel autour d'un axe donné, pour produire la direction perpendiculaire, la seule qui reste inchangée par ce mouvement, la possibilité de construire un tel rectangle existe dès que se fait jour l'idée de pliage autour d'un axe : c'est lui que nous voyons en plusieurs exemplaires sur le bois de renne gravé de La Roche de Lalande [Fig. 9.-A] et ce n'est pas un hasard s'il est symétrique par rapport à l'axe de l'objet.

Par conséquent, si nous admettons que le geste du graveur de frises est guidé par une véritable idée de symétrie, il faut admettre également que les “rectangles” gravés sur le document de La Roche de Lalande sont des véritables rectangles. Il en résulte enfin une forte probabilité pour que l'observateur contemporain ait raison lorsqu'il qualifie spontanément de rectangles certaines figures de Lascaux [Fig. 8].

Pour terminer, nous livrons aux méditations du lecteur (ci-après) quelques documents [Fig. 10] comportant des candidats sérieux admissibles au titre de figure géométrique.

Bibliographie

Les définitions d'Euclide

[E] EUCLIDE, *Les Éléments*, vol. 1 : introduction générale, livres I à IV, trad. Bernard Vitrac, Paris : PUF, 1990.

Préhistoire de la géométrie

[K, 2004] Olivier KELLER, *Aux origines de la géométrie. Le Paléolithique et le monde des chasseurs-cueilleurs*, Paris : Vuibert, 2004.

[K, 2006] Olivier KELLER, *La figure et le monde. Une archéologie de la géométrie. Peuples paysans sans écriture et premières civilisations*, Paris : Vuibert, 2006.

Ouvrages généraux sur la préhistoire

[C & P] Yves COPPENS & Pascal PICQ, *Aux origines de l'humanité. De l'apparition de la vie à l'homme moderne*, Paris : Fayard, 2001.

[J] Jan JELINEK, *Encyclopédie illustrée de l'homme préhistorique*, Trad. Cathaly, 4^e éd., Paris : Gründ, 1978.

Outils lithiques

[D & L] Pierre-Yves DEMARS & Pierre LAURENT, *Types d'outils lithiques du paléolithique supérieur européen*, Paris : Presses du CNRS, 1992.

- [L, 1964] André LEROI-GOURHAN, *Le geste et la parole. Technique et langage*, Paris : Albin Michel, 1964.
- [L, 1965] André LEROI-GOURHAN, *Le geste et la parole. La mémoire et les rythmes*, Paris : Albin Michel, 1965.
- [P] Jean-Luc PIEL-DESRUISSEUX, *Outils préhistoriques. Forme, fabrication, utilisation*, Paris : Masson, 1990.

Art de la préhistoire et des chasseurs-cueilleurs

- [B] Franz BOAS, *L'art primitif* (1927), trad. C. Fraixe, M. Benguigui, Paris : Adam Biro, 2003.
- [C] Wally CARUANA, *L'art des aborigènes d'Australie*, trad. L. Bessière, Paris : Thames & Hudson, 1994.
- [L, 1971] André LEROI-GOURHAN, *Préhistoire de l'art occidental*, Paris : Mazenod, 1971.
- [Lo, 1995] Michel LORBLANCHET, *Les grottes ornées de la préhistoire. Nouveaux regards*, Paris : Errance, 1995.
- [Lo, 1999] Michel LORBLANCHET, *La naissance de l'art. Genèse de l'art préhistorique dans le monde*, Paris : Errance, 1999.
- [M] Howard MORPHY, *Ancestral Connexions. Art and an Aboriginal System of Knowledge*, Chicago et Londres : The University of Chicago Press, 1991.
- [N] Louis-René NOUGIER, *L'art de la préhistoire*, Paris : Le Livre de Poche, 1993.
- [R] Alain ROUSSOT, *L'art préhistorique*, Bordeaux : Sud Ouest, 1977.

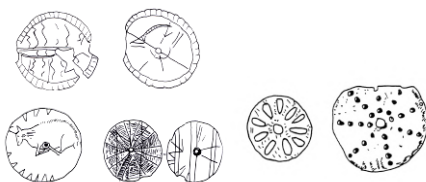
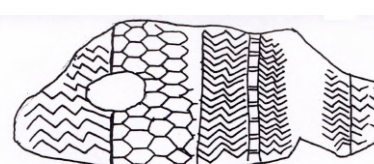
	
À gauche : cinq “rondelles” en os provenant de sites français, fin du Paléolithique supérieur. À droite, deux “rondelles” d’ivoire, site de Sungir (Russie). Vers – 23 000.	Pavage “hexagonal” sur une plaquette osseuse d’Eliseevichi (Russie). Vers – 15 000.
	
“Losanges” sur os d’oiseau. Grotte du Placard (Charente).	“Triangle” sur bloc rocheux. Découvert en 2005. Grotte du Triangle, St Porchaire (Charente).

Fig. 10 – Peut-on faire disparaître les guillemets ?