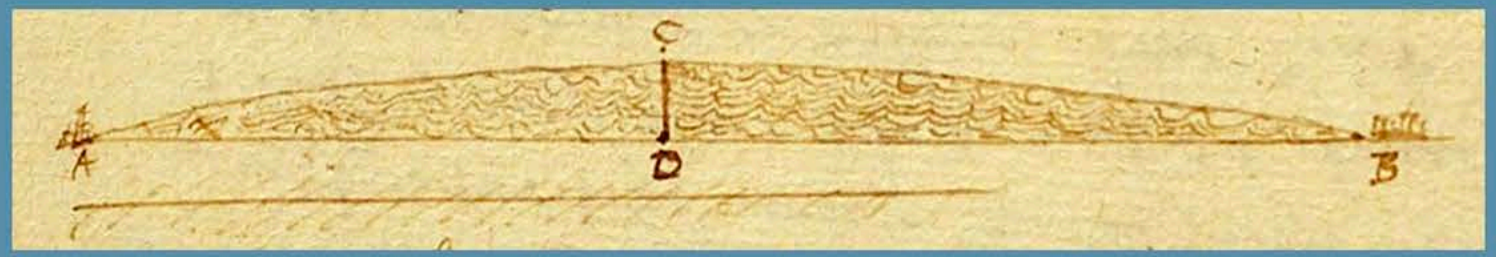
Circulation Transmission Héritage

Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » sont différents. Cet ouvrage explore des moments historiques où des décalages, petits ou grands, nourrirent des héritages et furent le fruit des circulations et des transmissions. Il invite à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études qu'il rassemble mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutuelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.

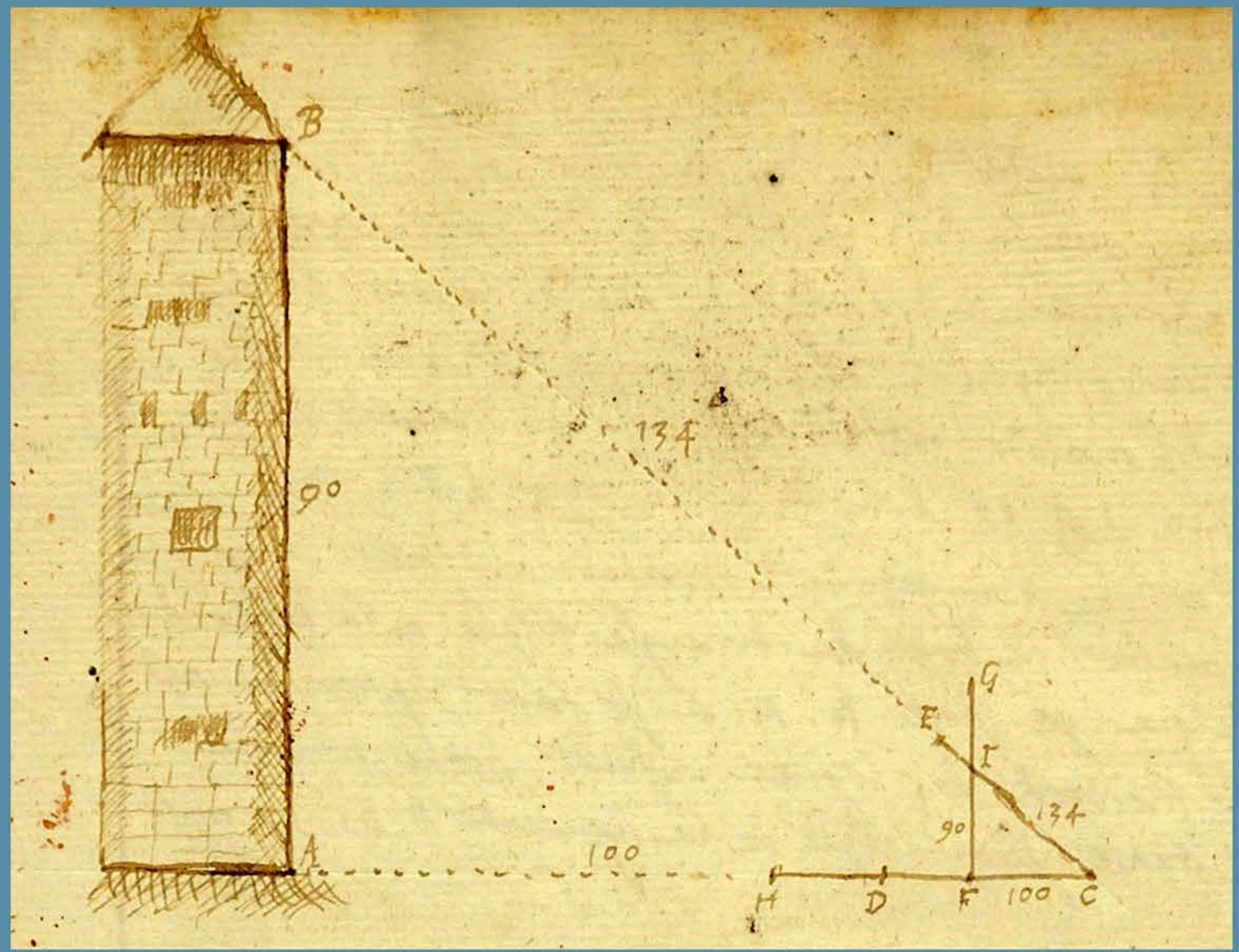


ISBN : 978-2-902498-06-2
Édition et diffusion : IREM de Basse-Normandie
juin 2011

IREM de Basse-Normandie

Circulation Transmission Héritage
histoire et épistémologie des mathématiques

Circulation Transmission Héritage



Actes du 18e colloque inter-IREM histoire et épistémologie des mathématiques
mai 2011

Université de Caen Basse-Normandie

Circulation
Transmission
Héritage

Actes du XVIII[e] colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

I. – Les véhicules de la circulation mathématique

I-1. – La langue : traduire et faire comprendre

I-1-A.
Pages 3-27

Les mathématiques en pays d'Islam : héritages, innovations et circulation en Europe

Ahmed Djebbar

Circulation
Transmission
Héritage

Histoire et épistémologie des mathématiques

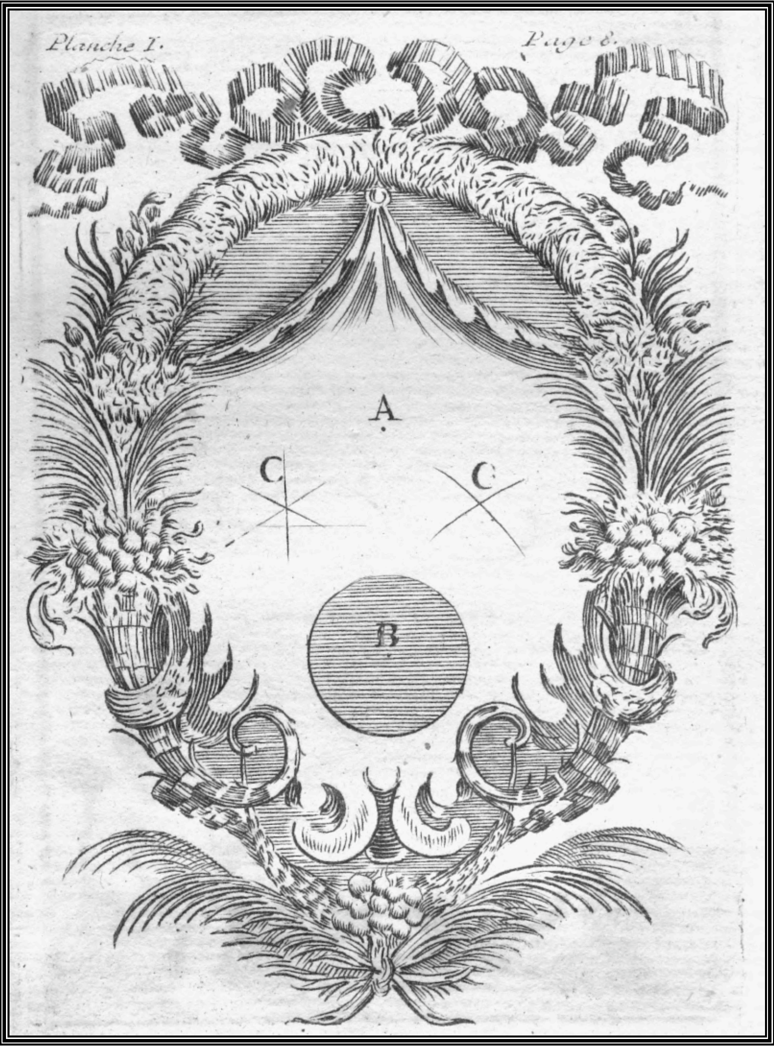


Planche I.
Page 6.
A
C
C
B

Commission inter-IREM

Épistémologie et histoire des mathématiques

Circulation
Transmission
Héritage

Actes du XVIII[e] colloque inter-IREM

Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie

Université de Caen / Basse-Normandie

Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

ISBN : 978-2-902498-06-2

Directeur de publication : Pierre Ageron, directeur de l'IREM de Basse-Normandie
Diffusion : IREM de Basse-Normandie, Université de Caen Basse-Normandie,
campus 2, 14032 Caen Cedex
Tél. : 02 31 56 74 02 – Fax. : 02 31 56 74 90
Adresse électronique : irem@unicaen.fr
Site Internet : http ://www.math.unicaen.fr/irem/
Coordination : Évelyne Barbin et Pierre Ageron
Comité de lecture : Pierre Ageron, Didier Bessot, Richard Choulet, Gilles Damamme, Guy Juge, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff, Pierrick Meignen, Thierry Mercier, François Plantade, Danielle Salles, Didier Trotoux et Éric Trotoux
Relecture générale : Pierre Ageron, Jean-Pierre Le Goff
Conception, illustration et mise en page du volume : Jean-Pierre Le Goff, Pierre Ageron, Didier Bessot et Didier Trotoux
Conception de l'affiche du colloque et de la couverture des actes : Patrice Gourbin
Impression et façonnage : Corlet numérique, 14110 Condé-sur-Noireau

Crédits photographiques de la couverture :
Bibliothèque de Caen, deux images tirées du manuscrit *in-fol.* 27 : *Pratique de geometrie*, de la main de Samuel Bochart (1599-1667)
– 1ère de couverture : mesure au *gonomètre* de la hauteur d'une tour, *f* °8 *r* °
– 4ème de couverture : mesure de la *gibbosité* de la mer entre Dieppe et la Rie (Rye), *f* °42 *v* °
Illustrations hors-texte :
Les 16 planches hors-texte des pages de l'ouvrage, paginées ii, viii, xiv, 28, 50, 94, 122, 240, 338, 360, 386, 446, 480, 502, 544 et 582, sont tirées de la *Pratique de la Geometrie, sur le papier et sur le terrein ; où par une methode nouvelle & singuliere l'on peut avec facilité & en peu de tems se perfectionner en cette science*, Par Sebastien Leclerc, Graveur du Roi. A Paris, Chez Ch. A. Jombert, Imprimeur-Libraire du Roi en son Artillerie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame. M. DCC. XLIV. (1744). *Avec Privilege du Roi.* (coll. part., clichés : jplg)

Sommaire

Sommaire

I. – Les véhicules de la circulation mathématique

I-1. – La langue : traduire et faire comprendre

I-2. – Cours et manuels : enseigner pour transmettre

I-3. – Les journaux savants : hériter et faire circuler

I-4. – Les figures : accompagner les mots

II. – D'une idée à l'autre, d'un auteur à l'autre

II-1. – Hériter et inventer

II-2. – Transmettre et s'approprier

II-3. – Lire les Anciens, aujourd'hui

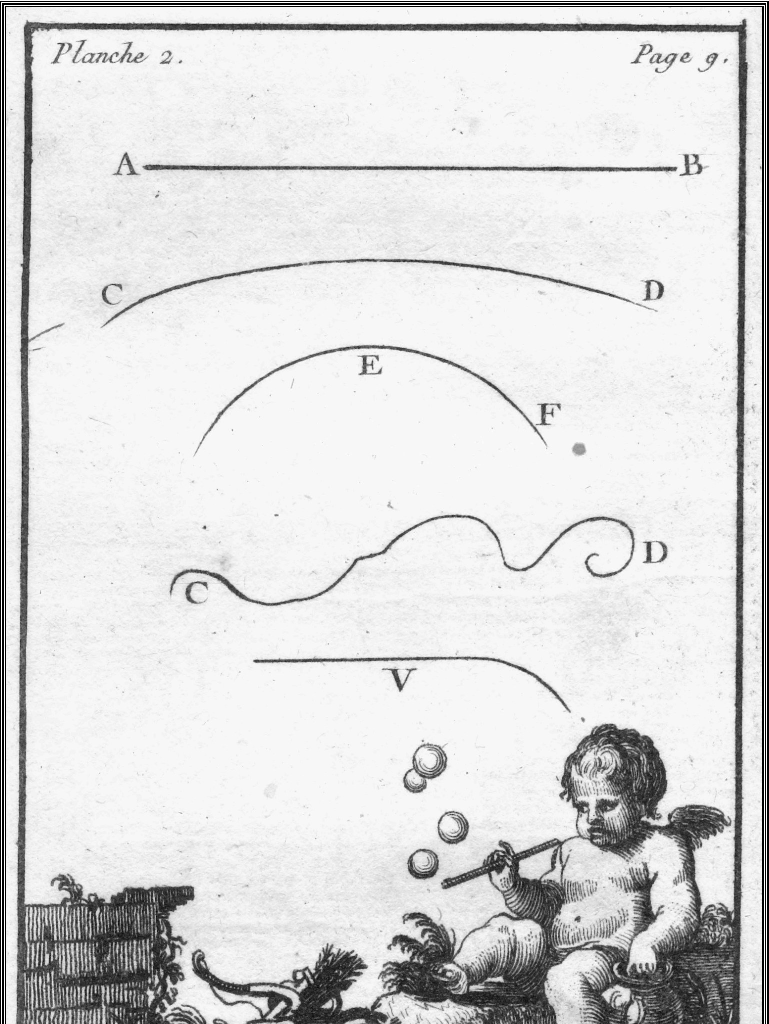


Planche 2.
Page 9.
A
B
C
D
E
F
C
D
V

Avant-propos

L'IREM de Basse-Normandie, institué dans l'université de Caen le 23 octobre 1973, cultive par précellence l'histoire des mathématiques. Dès l'origine, plusieurs de ses animateurs, professeurs de lycée, étaient conduits par une intuition : introduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques serait de nature à aider les élèves à y retrouver du sens, sens que le formalisme – des "maths modernes", notamment – tendait à dissimuler. Mais la discipline "histoire des sciences" n'était alors guère développée dans les universités. C'est ainsi que commença un colossal travail de recherche fondamentale et appliquée, d'édition de sources, de formation initiale et continue, d'actions interdisciplinaires. Nombreux sont ceux qui y ont contribué ; je veux citer au moins les noms de Jean-Pierre Le Goff, Didier Bessot et Denis Lanier et leur rendre ici un hommage plein d'amitié et d'admiration.

C'est à l'IREM de Basse-Normandie qu'il revint d'organiser le tout premier colloque inter-IREM d'histoire et épistémologie des mathématiques, au château de Tailleville, en mai 1977, puis le X^{e} colloque d'une série devenue bisannuelle, sur le thème *La mémoire des nombres* – c'était à Cherbourg en mai 1994. Entre les deux, l'IREM de Basse-Normandie avait organisé, à l'initiative de l'Association pour le développement des études et recherches en histoire et épistémologie des mathématiques (ADERHEM), un colloque exceptionnel baptisé *Destin de l'art, dessein de la science* (octobre 1986). Enfin le XVIII^{e} colloque inter-IREM, dont vous tenez en main les actes, s'est tenu en mai 2010 au cœur de l'université caennaise, dans l'amphithéâtre Henri Poincaré (qui enseigna deux années à Caen). Le thème retenu, *Circulation – Transmission – Héritage*, invitait à une ample variation des échelles d'analyse : les vingt-six études ici rassemblées mettent autant l'accent, par exemple, sur la place de la Basse-Normandie dans la diffusion des savoirs que sur l'appropriation mutelle des traditions mathématiques de l'Europe et de l'Orient, proche ou lointain.

Je remercie les institutions qui ont compris l'intérêt de cette manifestation : le ministère de l'Éducation nationale (via l'assemblée des directeurs d'IREM), la région Basse-Normandie, la ville de Caen, l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (régionale de Basse-Normandie), l'ADERHEM, et notre *alma mater* l'université de Caen Basse-Normandie.

Ce colloque n'aurait pu être organisé sans l'énergie déployée par Geneviève Jean, secrétaire de l'IREM, et par de nombreux animateurs de l'IREM, notamment Guy Juge, Éric Trotoux et Didier Trotoux. Enfin Jean-Pierre Le Goff, Didier Trotoux et Didier Bessot m'ont apporté une aide précieuse dans l'édition de ces actes. Que tous soient très chaleureusement remerciés.

Pierre Ageron
directeur de l'IREM de Basse-Normandie

Présentation

Auteurs, destinataires et lecteurs d'un texte : histoires de décalages.

Évelyne Barbin,
IREM des Pays de la Loire,
Centre François Viète, Université de Nantes

La plus grande partie d'une œuvre se déroule sous la tyrannie de sa réception.
Christophe Prochasson, « Ce que le lecteur fait de l'œuvre. Héritages et trahisons : la réception des œuvres », *Mill neuf cent*, 12, 1994.

Le Colloque inter-IREM « Histoire des mathématiques : circulation, transmission, héritage » s'inscrit bien dans la visée de « la réception des œuvres » de Hans Robert Jauss, dont Christophe Prochasson indique l'intérêt pour l'historien dans le texte cité en exergue. Pour l'historien des mathématiques, un texte a des destinataires, ceux pour lesquels l'auteur écrit ou qu'il imagine, et des lecteurs, ceux qui liront le texte ou sa traduction dans le temps long de l'histoire. Le cas des manuels, y compris les plus récents, n'échappe pas à cette distinction, que connaît bien l'enseignant : le destinataire du manuel est l'élève de classe de quatrième, mais la lectrice est Vanessa. Entre le destinataire contemporain d'un texte et le lecteur lointain, les « horizons d'attente » – en utilisant l'expression de Jauss – sont différents. Cet ouvrage propose quelques moments historiques de décalages, petits ou grands, qui nourrissent les héritages, qui sont le fruit des circulations et des transmissions.

Les aspects matériels de la circulation des textes, leurs véhicules, font l'objet de la première partie. L'histoire des mathématiques arabes est intéressante, puisqu'elles sont au carrefour de langues diverses, elles commencent avec des traductions et se perpétuent avec d'autres traductions, dans une sphère culturelle large, comme le montrent Ahmed Djebbar et Pierre Ageron. Avec la transmission des *Éléments* d'Euclide en Arménie, Frédéric Laurent délivre une partie peu connue de l'histoire. L'ouvrage d'Euclide, transmis par les Jésuites en Chine, y connut un sort étrange, puisque les lecteurs orientaux négligèrent les démonstrations qui faisaient le succès des *Éléments* ailleurs. L'exemple du décalage très abrupt de l'attente entre Occidentaux et Chinois est illustré dans cet ouvrage par Isabelle Martinez et Jean-Pierre Le Goff. L'écart plus ténu entre langue savante, le latin, et langue vernaculaire, ici un dialecte italien, est examiné avec précision par Gérard Hamon et Lucette Degryse à propos des *Quesiti* de Nicollo Tartaglia au XVI^e siècle.

Il existe deux types de véhicules adaptés à des destinataires particuliers, ce sont les manuels et les revues mathématiques. Les manuels sont écrits à partir de sources diverses et à destination de commençants, avec le souci d'un rendu intégral des « idées » ou à l'inverse dans celui d'une « adaptation » aux élèves. Du côté des sources, Martine Bühler et Anne Michel-Pajus analysent celles d'un ouvrage d'arithmétique niçois du XVI^e siècle. Du côté des réceptions, Pierre Ageron et Didier Bessot retracent les tribulations d'un manuel de géométrie au XVIII^e siècle. Comme le montrent Anne Boyé et Guillaume Moussard, l'enseignement des vecteurs présente un cas très complexe aux sources multiples – géométriques, algébriques et physiques –, qui a beaucoup changé selon les destinataires à différentes époques.

L'édition des revues scientifiques commence au XVII^e siècle. Les journaux savants sont écrits par des « savants » à destination de leurs confrères, membres d'Académies nationales ou de Sociétés provinciales. La spécialisation de revues aux seules mathématiques au XIX^e siècle est contemporaine de publications pour des publics eux aussi plus spécialisés, qu'ils soient enseignants, amateurs ou bien mathématiciens. La transmission par des revues multiplie le nombre de possibilités de mise en évidence de décalages, en augmentant le nombre des auteurs et en accordant la plume aux lecteurs. Les articles de Jeanne Peiffer, de Christian Gérini et de Norbert Verdier offrent un large panel de périodes et de publics pour diverses revues sur trois siècles.

Les figures mathématiques ne transcendent-t-elles pas les questions de transmission en offrant un langage qui serait universel ? De plus, ne s'agit-il pas d'un langage qui précède l'écriture ? Ces questions trouveront des éléments de réponse dans les articles d'Olivier Keller et de Jean-Pierre Cléro. Prise du point de vue de la réception historique des « textes », la première question recevrait une réponse plutôt relativiste. Un triangle est vu comme une aire par Euclide et comme ses trois côtés par Descartes, il est désigné par des lettres chez les mathématiciens grecs et par des couleurs chez les chinois.

La seconde partie de cet ouvrage retourne à l'auteur d'un texte, mais sans abandonner la perspective du destinataire et du lecteur. En effet, l'auteur est lui-même un lecteur, et donc un texte peut être lu comme un maillon dans un échange dialogique. Car, comme l'explique Mikhaïl Bakhtine, un texte est écrit en réponse à d'autres auteurs de textes et il s'adresse à des lecteurs qui ont une « attitude responsive active ».

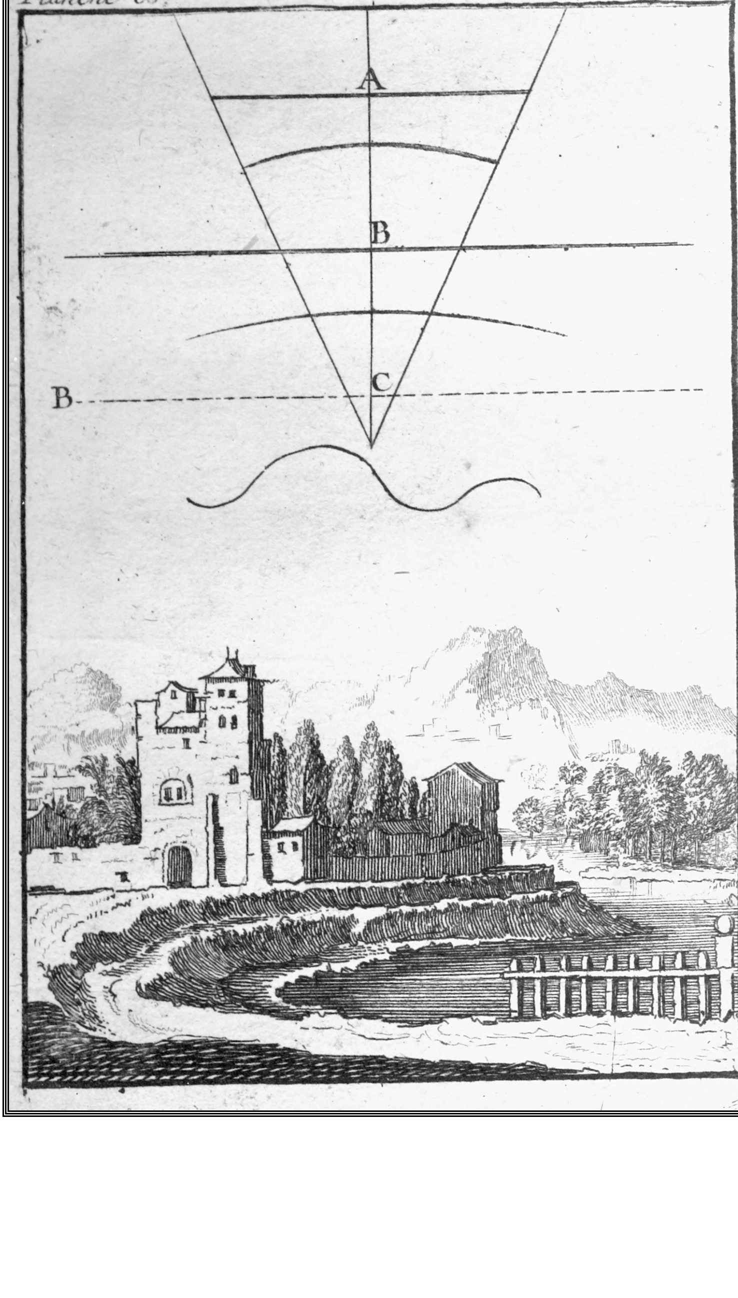
Lorsqu'un auteur doit écrire quelque chose qui lui paraît nouveau, c'est-à-dire susceptible d'aller au-delà des conceptions contemporaines, il doit aménager son texte. Autrement dit l'invention pose des problèmes accrus de transmission. C'est ce qu'analysent les articles de Jean-Paul Guichard, de Denis Lanier, Jean Lejeune et Didier Trotoux pour deux inventions mathématiques. L'histoire des mathématiques, qu'elle s'intéresse à des inventions ou des inventeurs, ne peut pas passer outre leurs intérêts sous-jacents, par exemple pour la nomographie présentée par Dominique Tournès. Le renouveau du genre biographique en histoire, indiqué par Gilles Damamme, va de pair avec une histoire des inventeurs dans le contexte intellectuel, social et culturel de leur époque. En suivant les propos de Pierre Ageron, cette perspective peut aussi être prise en compte dans l'écriture de l'histoire.

Le décalage entre un auteur et l'horizon d'attente de ses lecteurs contemporains est au cœur de la partie suivante. Évelyne Barbin explique que les contemporains de Descartes n'ont pas compris sa *Géométrie* de 1637 alors qu'elle semble aller de soi aujourd'hui. Lorsque que Jean Lejeune, Denis Lanier et Didier Trotoux utilisent le terme de précurseur, au dépit de l'histoire, n'est-ce pas pour écrire un grand décalage entre Gavarret et ses lecteurs ? Avec François Plantade et Jean-Pierre Le Goff, sont retracées les réceptions des œuvres de Grassmann et de Salomon de Caus. En vis-à-vis de ces articles, qui invitent à un relativisme constructif des « vérités mathématiques », Maryvonne Menez-Hallez pose la question du « mathématique ».

La dernière partie de l'ouvrage est plus orientée vers la lecture historique des textes. Didier Bessot, Denis Lanier, Jean-Pierre Le Goff et Didier Trotoux proposent une relecture d'une proposition d'Apollonius à partir de ses éditions et de ses traductions. Alain Bernard lit les *Arithmétiques* de Diophante comme un texte ancré dans différentes traditions antiques. Ainsi que le remarque Christophe Prochasson, « la tradition n'est pas un processus autonome de transmission », elle est au contraire un mécanisme de réappropriation du passé.

La thématique du colloque croise les questions d'enseignement et elle a vivement intéressé ceux qui dans les IREM associent l'histoire des mathématiques à son enseignement. Le riche sommaire de cet ouvrage en est le témoin.

Planche 3. Page 10.



Section I

Les véhicules de la circulation mathématique

1. – La langue : traduire et faire comprendre

Circulation
Transmission
Héritage

Actes du XVIII[e] colloque inter-IREM
Histoire et épistémologie des mathématiques

IREM de Basse-Normandie
Université de Caen / Basse-Normandie
Campus 1 – vendredi 28 et samedi 29 mai 2010

I. – Les véhicules de la circulation mathématique

I-1. – La langue : traduire et faire comprendre

I-1-A.
Pages 3-27

Les mathématiques en pays d'Islam : héritages, innovations et circulation en Europe

Ahmed Djebbar

Les mathématiques en pays d'Islam : héritages, innovations et circulation en Europe

Ahmed Djebbar,
Université des sciences et des technologies de Lille,
ahmed.djebbar@wanadoo.fr

Introduction

Entre le VIII^e^ et le XV^e^ siècles, une production mathématique importante a été observée dans les foyers scientifiques des pays d'Islam. En témoignent encore aujourd'hui des dizaines d'ouvrages biobibliographiques et des milliers de manuscrits éparpillés dans les bibliothèques publiques ou privées du monde[1]. Les différentes activités dans ce domaine ont été précédées puis accompagnées par d'intenses échanges scientifiques, directs ou indirects, qui ont eu lieu, à l'intérieur et à l'extérieur des frontières de l'empire musulman, entre des personnes et des communautés de langue, de confession et de cultures différentes. Ces échanges ont connu trois grandes phases qui se sont chevauchées dans le temps et qui sont étroitement liées entre elles. La première s'est déroulée essentiellement en Syrie, en Irak et au nord de l'Égypte (essentiellement à Alexandrie). Elle a débuté vers la fin du VIII^e^ siècle et s'est achevée vers le milieu du X^e^. Au cours de cette période, on a assisté à la naissance et au développement d'un phénomène de transfert massif, par l'intermédiaire des traductions mais également par d'autres voies (circulation orale, activités professionnelles), d'une partie des savoirs grecs, indiens, babyloniens et persans. Les résultats de ce transfert ont été exprimés d'abord en syriaque puis exclusivement en arabe[2].

La seconde phase, qui est la plus longue, s'étend du début du IX^e^ siècle à la fin du XII^e^ et, pour certains foyers scientifiques d'Asie centrale, jusqu'au milieu du XV^e^ siècle. Elle a également donné lieu à de nombreux contacts et échanges dans le cadre des activités scientifiques multiformes qui s'y sont développées. C'est d'ailleurs ce que nous avons observé d'une manière détaillée dans le cadre des activités mathématiques et de leurs nombreuses applications. En effet, nos recherches, menées depuis une trentaine d'années, ont permis de mettre en lumière des aspects importants des contextes humains, culturels et sociaux dans lesquels ont évolué les mathématiciens.

1 B. A. Rosenfeld & E. Ihsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers & Other Scholars of Islamic Civilisation and their works (7th-19th c.)*, Istanbul : I.R.C.I.C.A., 2003.

2 Dimitri Gutas, *Pensée grecque, culture arabe*, Paris : Aubier, 2005.

Quant à la troisième et dernière phase, elle s'est déroulée essentiellement en Occident musulman (Andalus[3], Sicile, Maghreb), à partir du XII^e siècle, et a impliqué des élites de l'Europe médiévale. Elle a correspondu à la période de circulation directe puis de traduction (en latin, en hébreu, en castillan, et en d'autres langues) d'un certain nombre d'ouvrages scientifiques arabes ou d'ouvrages grecs disponibles dans des versions arabes. À l'image de la première phase, mais à une échelle plus large, cette période a permis à deux mondes culturels distincts, qui se côtoyaient par le commerce et qui s'affrontaient par les guerres (croisades, Reconquista), d'inaugurer puis de développer de nouvelles relations basées, cette fois, sur des activités scientifiques.

Dans ces activités et dans ces échanges multiformes, les mathématiciens ont joué un rôle non négligeable comme producteurs de savoirs et comme "prestataires de service" pour d'autres disciplines. Quant au contenu de leur production au cours de cette longue période de l'histoire, il a fait l'objet de nombreuses recherches. Une partie d'entre elles, quantitativement la plus importante, est de type "internaliste" dans la mesure où elle ne s'est préoccupée que de l'évolution des idées et des méthodes mathématiques. Une seconde partie a concerné les liens de cette production scientifique avec ce que l'on pourrait appeler son environnement extérieur. Il y a d'abord les héritages anciens qui ont été le socle sur lequel s'est constituée une nouvelle tradition mathématique. Puis, avec le développement généralisé des activités intellectuelles, des liens étroits se sont tissés avec d'autres domaines scientifiques (astronomie, physique) ou culturels au sens large (linguistiques, philosophiques, astrologiques). Enfin, à partir du XII^e siècle, les besoins exprimés hors des frontières de l'empire musulman (plus particulièrement dans l'Europe médiévale) vont ouvrir de nouveaux horizons à ce qui avait survécu des mathématiques indiennes et grecques et à leurs prolongements arabo-musulmans. C'est ce que nous proposons de montrer après avoir présenté le contexte scientifique général dans lequel les mathématiques ont commencé à s'exprimer en arabe[4].

---

3 Andalus : nom donné au territoire de la Péninsule ibérique qui fut sous domination musulmane de 711, début de la conquête de cette région par l'armée de Târiq Ibn Ziyâd, à 1492, année de la reconquête de Grenade par les Castillans.

4 Ahmed Djebbar, *Une histoire de la science arabe*, Paris : le Seuil, 2001.

1. – Le contexte de l'avènement d'une nouvelle tradition scientifique

Parmi les facteurs décisifs qui ont été à l'origine de la naissance d'une nouvelle tradition mathématique, d'abord dans le Croissant fertile, puis dans de nombreux centres scientifiques des pays d'Islam, il y a les foyers intellectuels qui existaient avant l'avènement du pouvoir musulman et sur lesquels nous avons quelques informations. Malgré leur nombre limité et le caractère modeste de leurs activités à l'époque qui nous intéresse ici, c'est-à-dire le VII^e^ siècle et une partie du VIII^e^, ces foyers ont joué un rôle important dans le démarrage de nouvelles activités en permettant à des communautés de différentes confessions (musulmanes bien sûr, mais également chrétiennes, juives, sabéennes, zoroastriennes) de participer, à part entière, à la naissance et au développement d'une puissante tradition mathématique.

À cela, il faudrait ajouter tout un savoir-faire de certaines catégories de la population citadine, comme les arpenteurs, les répartiteurs d'héritages, les artisans du bois et de la pierre, les architectes, les comptables des administrations centrales et régionales et certaines catégories de commerçants. Chacun à sa manière, ces acteurs de la vie économique et sociale ont diffusé, à travers leurs pratiques quotidiennes, et en direction de toutes les communautés qui se côtoyaient alors, un ensemble de connaissances qui ont été intégrées dans le corpus mathématique en constitution, au même titre que le savoir savant issu des traductions. Ces connaissances et ce savoir-faire qui étaient, par le passé, réservés aux membres de certaines communautés ou de certains métiers, allaient ainsi transgresser les différents cadres communautaires et professionnels et se diffuser à une plus grande échelle et avec une plus grande vitesse. Cela a pu se faire grâce, semble-t-il, à la mobilité sociale et à l'accroissement des échanges puissamment favorisés par le nouveau pouvoir et par les nouvelles couches sociales. À cela, il faudrait ajouter encore un nouveau facteur, purement technologique : la naissance et de le développement de l'industrie du papier[5].

Les foyers scientifiques antérieurs au IX^e^ siècle

Les foyers scientifiques les plus importants qui existaient à la veille de la conquête musulmane étaient Alexandrie en Égypte, Antioche et Édesse en Anatolie, Kenesrin et Ra's al-'ayn en Syrie, Gundishapour en Perse. Chacun à sa manière, et en fonction des facteurs historiques qu'il a connus, ces centres entretenaient encore des activités intellectuelles dans des domaines variés,

---

[5] Martin Levey, « Mediaeval Arabic Bookmaking and its Relation to Early Chemistry and Pharmacology », *Transactions of the American Philosophical Society*, new series vol. 52, 1962, p. 5-79 ; J. Pederson, *The Arab Book*, Princeton : Princeton University Press, 1984.

comme la philosophie, la médecine, la théologie et, dans une moindre mesure, les mathématiques avec ses prolongements en astronomie. Mais, pour ces deux dernières disciplines, les rares témoignages qui nous sont parvenus ne nous permettent pas de décrire avec précision le contenu de leurs activités ni d'apprécier leur niveau au VIIe siècle dans le centre de l'empire musulman.

À leur arrivée en Égypte en 642, les premiers conquérants musulmans ont trouvé à Alexandrie une puissante communauté chrétienne dont l'élite possédait des lieux d'enseignement, quelques hommes de sciences et, surtout, des bibliothèques privées renfermant de riches ouvrages traitant de philosophie, de médecine, d'astronomie et peut-être d'autres thèmes, comme les mathématiques, qui étaient à l'honneur pendant la période hellénistique de l'Égypte, mais que les sources arabes connues n'évoquent pas. Certaines de ces bibliothèques existaient encore au IXe siècle puisque le grand traducteur chrétien, Hunayn Ibn Ishâq (m. 873), y a trouvé des manuscrits grecs[6]. En liaison avec ces établissements, une activité scientifique s'était perpétuée, en particulier en médecine. Aucun mathématicien alexandrin n'est signalé pour cette période et, pour ce qui concerne l'astronomie, le dernier spécialiste de cette ville, dont il nous est parvenu quelques informations, est le célèbre Jean Philopon (VIe s.). Mais on ne sait pas si son petit traité sur l'astrolabe (dont la version grecque nous est parvenue) existait encore dans quelque bibliothèque d'Alexandrie[7]. En effet, les premiers astronomes arabes ont bien emprunté à la tradition grecque le principe de l'astrolabe (c'est-à-dire, essentiellement, la projection stéréographique avec le pôle sud comme centre de projection et l'équateur comme plan de projection). Mais ils ne mentionnent pas les sources qui leur ont permis de faire leurs premières études sur cet instrument. Ils sont également silencieux sur l'éventuelle origine alexandrine de certains manuscrits grecs qui leur ont permis de réaliser les premières traductions des œuvres majeures en mathématique et en astronomie.

En Perse, Gundishapour avait été un foyer scientifique important à l'époque de l'empereur Khosro Ier (531-579). La ville avait bénéficié du mécénat de l'empereur puis de celui de son fils. Elle avait également profité de l'exode des savants grecs qui avaient été chassés par le pouvoir byzantin, à cause de leurs convictions philosophiques ou de leur appartenance à un christianisme minoritaire persécuté. Cet exode avait été particulièrement important en 529 lorsque l'empereur Justinien (483-565) ordonna la fermeture de l'Académie d'Athènes où travaillaient encore des philosophes et des scientifiques, comme Simplicius, le célèbre commentateur d'Euclide (IIIe s. av. J.-C.) et d'Aristote (m. 322 av. J.-C.). Mais on ne sait pas si ce foyer scientifique persan était très actif au moment de l'arrivée des premiers cavaliers arabes dans la région et on

6 Max Meyerhof, « New light on Hunain Ibn Ishâq and his period », *Isis* 8, 1926, p. 685-724.
7 Jean Philopon, *Traité de l'astrolabe*, A. Ph. Segonds (édit. & trad.), *Astrolabica* 2, 1981.

ne connaît pas le rôle qu'il a pu jouer dans la circulation des ouvrages astronomiques et astrologiques persans qui ont été traduits en arabes. On ignore aussi si cette ville a été un relais dans la diffusion d'une partie du savoir mathématique indien, dont la présence à Bagdad est attestée à la fin du VIII^e^ siècle alors que sa présence dans la région est signalée dès la seconde moitié du VII^e^ siècle.

La troisième grande tradition préislamique est celle des différentes communautés chrétiennes d'expression syriaque qui étaient disséminées dans le nord du Croissant fertile et dont les membres étaient devenus des sujets du nouveau pouvoir après le grignotage du territoire byzantin par les conquérants musulmans. Contrairement à celle d'Alexandrie, ces communautés nous ont laissé des témoignages précis sur la nature de leurs activités scientifiques aux VI^e^-VIII^e^ siècles et sur les hommes qui en étaient les acteurs. Parmi ceux-ci, certains se sont intéressés aux mathématiques et à l'astronomie puisqu'il nous est parvenu un fragment d'une traduction syriaque anonyme des *Éléments* d'Euclide et un traité sur l'astrolabe de Sévère Sebokht (m. 667). Ce dernier connaissait aussi le calcul indien et il a peut-être contribué à sa diffusion dans le nouveau contexte créé par les conquêtes entreprises au nom de la nouvelle religion[8]. Enfin, en tant que sujets du nouveau pouvoir, lui et ses élèves Jacques d'Édesse (m. 708) et Athanase (m. 686) ont poursuivi leurs activités d'enseignement et d'édition et ils ont probablement été un précieux relais entre la science grecque, les savoirs locaux et la tradition arabe naissante.

La phase de traduction

Après ce qui vient d'être dit, on ne sera pas étonné de constater que les premières activités de traduction et de rédaction d'ouvrages scientifiques ont été, en bonne partie, le fait de savants chrétiens. À leur début, ces spécialistes ont travaillé sous l'impulsion de princes, de marchands et parfois même de califes qui les ont gratifiés pour leurs productions. Plus tard, avec l'extension de l'instruction et le développement des activités scientifiques, ils ont été sollicités par leurs collègues, de différentes confessions, qui leur ont commandé des traductions intéressant leur domaine de recherche. Dans son livre *Les sources de l'information sur les catégories de savants*, Ibn Abî Usaybi'a (m. 1269) a recensé trente-cinq traducteurs dont la majorité était, au vu de leurs noms et prénoms, de confession chrétienne. Il nous donne également la liste de onze mécènes qui ont financé des traductions. La plupart d'entre eux sont musulmans. Mais on y découvre aussi des non-musulmans, comme Théodore l'Évêque et Ibn Qutrub[9].

---

8 Fuat Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Leyde : Brill, vol. VI, 1978, p. 111-112 ; François Nau, « Notes d'astronomie syrienne », *Journal Asiatique*, série 10, t. 16, 1910, p. 209-228 & 219-224.

9 Ibn Abî Usaybi'a, *'Uyûn al-anbâ' fî tabaqât al-atibbâ'* [Les sources de l'information sur les catégories de médecins], Beyrouth : Dar maktabat al-hayat, sans date, p. 279-284.

Avec l'avènement du califat abbasside, ce phénomène s'est poursuivi et s'est diversifié. En plus des ouvrages de médecine que le calife al-Mansûr (754-775) a fait traduire par Jurjus Ibn Jibrîl et par al-Batrîq[10], il a également financé la traduction, par Muhammad al-Fazarî, d'un ouvrage astronomique indien portant le titre générique de *Siddhanta* (Sindhind en arabe)[11]. Son fils al-Mahdî (775-785) a poursuivi cette politique de mécénat en faveur de la science. Mais c'est avec son petit fils, Hârûn ar-Rashîd (786-809) que ce phénomène s'est amplifié et a connu une meilleure organisation, en particulier avec la fondation de *Bayt al-hikma* [Maison de la sagesse], à Bagdad. Cet établissement a été la première institution d'État en pays d'Islam qui a réuni des savants, de différentes confessions ou opinions, produisant dans des domaines variés comme la philosophie, l'astronomie, les mathématiques, la théologie, et y réalisant parfois des traductions. On sait, par exemple, qu'an-Nawbakht (m. vers 777) y a traduit, pour le calife, des ouvrages d'astronomie et de philosophie écrits en persan. On sait aussi qu'Ibn Abî Mansûr (m. 830), qui était le chef des astronomes rattachés à cette fondation, a consacré des sommes importantes à la traduction d'ouvrage de médecine, d'astronomie et de musique. Les traducteurs les plus brillants de son époque, comme Hunayn Ibn Ishâq, son fils Ishâq (m. 910) et son neveu Hubaysh, ont travaillé pour lui[12]. Il faut préciser qu'à l'extérieur de cette institution, d'autres scientifiques ont financé des traductions. C'est le cas du philosophe al-Kindî (m. 850) et des frères Banû Mûsâ (IX^e^ s.), trois mathématiciens brillants et fortunés qui ont fait traduire, entre autre, les *Coniques* d'Apollonius (III^e^ s. av. J.C.) par Ibn Abî Hilâl al-Himsî (m. vers 883) et Thâbit Ibn Qurra (m. 901)[13].

La Maison de la sagesse de Bagdad a été également un lieu de rencontre et d'échanges pour les scientifiques les plus importants de l'époque. Parmi eux, il y avait Yahyâ Ibn Abî Mansûr que nous avons déjà évoqué et le fameux al-Khwârizmî (m. 850), l'auteur du premier livre d'algèbre, qui y travaillait en tant qu'astronome. À ces deux scientifiques bien connus, il faudrait probablement ajouter d'autres noms de chercheurs qui ont fréquenté, régulièrement ou occasionnellement cette institution. C'est le cas des astronomes-mathématiciens qui ont participé à la réalisation de la nouvelle carte du monde commandée par le calife al-Ma'mûn (813-833)[14].

---

10 Marie-Geneviève Balty-Guesdon, *Le Bayt al-Hikma de Baghdad*, mémoire de D.E.A., Paris : Université Paris III, 1985-86, p. 29.

11 Sâ'id al-Andalusî, *Kitâb tabaqât al-umam* [Livre des catégories des nations], L. Cheikho (édit.), Beyrouth : Imprimerie catholique, 1912, p. 49-50.

12 Danielle Jacquart & Françoise Micheau, *La médecine arabe et l'Occident médiéval*, Paris : Maisonneuve & Larose, 1990, p. 26-27.

13 Fuat Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Leyde : Brill, vol. V, 1974, p. 136-138.

14 Fuat Sezgin, *La contribution des géographes arabes à la réalisation de la carte du monde*, Frankfurt : Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, 1989 (en arabe).

2. – La phase de production et d'innovation

La période qui va du IX^{e} siècle à la fin du XI^{e} siècle et qui a connu une grande fécondité au niveau de la production et des orientations scientifiques nouvelles a été également marquée, mais d'une manière moins visible, par la diversité culturelle des différentes communautés qui composaient la société de l'époque. Ce qui suppose des échanges constants qui ont transgressé les frontières culturelles. En dehors de quelques moments de tensions ou de violences provoquées par des situations économiques précises, ou par des comportements exceptionnels de certains pouvoirs ou responsables locaux[15], cette diversité culturelle a été un facteur de stabilité sur le plan politique et une source d'inspiration dans le domaine scientifique en général et en mathématique en particulier. C'est du moins ce que nous permettent de penser les témoignages dont nous disposons et que l'on peut classer en trois catégories bien distinctes.

Il y a tout d'abord l'influence de cette diversité culturelle sur la production scientifique elle-même. L'un des premiers exemples nous est fourni par al-Khwârizmî. Son itinéraire est celui d'un homme de science originaire d'Asie centrale, mais qui a publié toute son œuvre en arabe. Quant à ses contributions originales, elles illustrent parfaitement le caractère cosmopolite de la science de l'époque. En effet son *Livre sur le calcul indien* marque l'avènement, dans la tradition arabe, du système décimal positionnel emprunté à l'Inde. Son second ouvrage, qui n'est autre que le fameux *Livre d'algèbre*, est aussi le premier livre inaugurant une nouvelle discipline à partir d'un héritage "étranger" à la culture arabe. Il faut enfin signaler que sa publication d'un ouvrage intitulé *Détermination du calendrier des Juifs* suppose l'existence, dans les grandes cités islamiques d'Orient aux IX^{e}-X^{e} siècles, d'une communauté juive importante, relativement intégrée et dont l'élite devait avoir une instruction élevée[16].

L'astronomie de cette époque fournit d'autres exemples illustrant la diversité culturelle de la cité islamique. Dans le domaine des instruments, on peut citer l'exemple de 'Ali al-Wadaʿî (XIII^{e} s.) qui mit au point un astrolabe permettant de déterminer la longitude solaire correspondant à n'importe quelle date du calendrier syriaque ou copte[17]. Mais l'exemple le plus significatif et dont la portée est beaucoup plus large nous est fourni par les tables

---

15 Comme ce fut le cas, par exemple, au Caire avec les décisions fantasques du calife fatimide al-Hâkim (996-1021), et à Grenade, avec l'assassinat, en 1066, d'Ibn an-Naghrilla, un ministre du roi, et ses conséquences tragiques pour la communauté juive de la ville.

16 Charles C. Gillispie (édit.), *Dictionary of Scientific Biography*, New York : Scribner's sons, 1970-1980, vol. 7, p. 362.

17 David A. King, « The astrolabe of 'Alî al-Wadaʿî », *in* : *Islamic Astronomical Instruments*, London : Variorum, 1987, repr. Aldershot : Variorum, 1995, p. 1-3.

astronomiques qui constituent une part essentielle de la production scientifique arabe, tant par son volume que par son contenu. Ces tables, appelées *zîj,* étaient conçues par leurs auteurs à la fois comme des outils, pour les astronomes et les astrologues, et comme un ensemble de réponses aux problèmes ou aux besoins des différentes communautés de la cité islamique. On y trouve bien sûr, ce qui constitue leur vocation première, c'est-à-dire les chapitres théoriques intéressant les spécialistes, comme les fonctions sphériques ou trigonométriques, ainsi que les équations planétaires et les tables des éclipses lunaires et solaires. Mais on y trouve également des chapitres intéressant le rite ou les traditions de telle ou telle communauté de l'empire. Pour les musulmans, il y avait les tables de visibilité du croissant de lune, celles des moments des prières quotidiennes et celles qui donnent la direction de la Mecque[18]. C'est, quantitativement, la production la plus importante pour toutes les époques. En nombre plus modeste, on trouve des calendriers utilisés par les communautés juives, chrétiennes (julien, romain, copte), persanes (séleucide, yazdgard, zoroastrien), parfois même chinoises et indiennes. Parmi les *zîjs* qui contiennent tout ou partie de ces calendriers, il y a ceux d'Ibn Abî Mansûr, d'al-Khwârizmî, de Habash al-Hâsib (ca. 850), d'al-Battânî (m. 929) et de Kushyâr Ibn Labbân (m. 1029). Dans d'autres tables, comme celles d'al-Khâzinî (ca. 1120), on trouve même les dates des fêtes religieuses des différentes communautés qui vivaient dans l'empire[19].

3. – Les mathématiques arabes en Méditerranée occidentale

Comme le propos central de cette étude est la circulation des savoirs mathématiques, dans le cadre des échanges interculturels, il est temps d'aborder les conditions dans lesquelles les résultats des pratiques scientifiques des pays d'Islam ont été diffusés, d'abord dans le grand espace musulman des IX^e^-XII^e^ siècles, puis au-delà des frontières de cet espace et plus particulièrement dans l'espace culturel latin. Pour cela, il nous a paru nécessaire d'évoquer quelques aspects de la production mathématique de cette longue période et la circulation d'une partie d'entre elles vers l'Occident musulman, c'est-à-dire la région qui était en contact avec l'Europe du Sud.

Les activités scientifiques en Méditerranée occidentale, entre le IX^e^ siècle et le début du XII^e^, se sont exprimées essentiellement en arabe. Elles ont connu une période de maturation, tout au long du IX^e^ siècle, puis un démarrage et une montée en puissance au X^e^ siècle et une riche floraison au XI^e^. À partir de

---

18 David A. King, *Astronomy in the Service of Islam*, Aldershot, Ashgate : Variorum, 1985.

19 Edward S. Kennedy, « A Survey of Islamic Astronomical Tables », *Transactions of the American Philosophical Society* 46-2, 1956, p. 1-55.

la fin de ce siècle, c'est le début de la *Reconquista* castillane qui a visé la récupération des territoires gouvernés par les pouvoirs musulmans depuis 711. Cette offensive a entraîné des conséquences importantes au niveau culturel et scientifique. L'une d'elles a concerné un nouveau phénomène de transfert des savoirs, vers l'Europe cette fois. On observe en effet, d'abord d'une manière balbutiante à la fin du XI^e^ siècle, puis avec plus de vigueur et de continuité à partir du début du XII^e^, le développement d'une phase d'appropriation concernant la philosophie, les sciences exactes et leurs applications. Cela s'est fait à travers un vaste mouvement de traductions, de l'arabe au latin et à l'hébreu, dont l'apogée se situe au XII^e^ siècle, mais qui s'est prolongé jusqu'au XV^e^ siècle. On observe aussi que ce phénomène a concerné, presque exclusivement, la Méditerranée occidentale, dans le sens où les foyers scientifiques d'Orient, pourtant très actifs en ce début du XII^e^ siècle, ne semblent pas y avoir joué un rôle direct.

Les caractéristiques du phénomène de traduction

Il faut tout de suite insister sur le fait qu'il ne s'agit pas d'une simple opération technique de traduction ou d'assimilation directe du savoir produit ou conservé dans l'empire musulman. Nous sommes bien en présence d'un puissant mouvement intellectuel, semblable à celui qu'a connu l'Orient aux VIII^e^-IX^e^ siècles, et qui a permis de mettre en contact des centaines de personnes de différents pays, de différentes confessions et de différents horizons culturels. En Méditerranée occidentale, ces contacts étaient indispensables pour mener à bien les tâches de traduction. On sait en effet que très peu de traducteurs possédaient l'arabe comme langue maternelle. Parmi ceux qui la maîtrisaient, il y avait surtout des juifs, comme Petrus Alfonsi, Ibn Dâwud et Ibn 'Ezra. Mais il y avait aussi, en moins grand nombre, des chrétiens, comme Jean de Séville et Hugo de Santalla. Les autres traducteurs n'ont pu accéder aux textes scientifiques et philosophiques que grâce à des intermédiaires maîtrisant à la fois l'arabe et la langue vernaculaire locale. C'est le cas de Michel Scot (m. vers 1235), qui travaillait en Sicile à la cour de Frédéric II (1220-1250). De son côté Gérard de Crémone (m. vers 1187) a utilisé les services de Galippus, un Mozarabe[20], pour la traduction de *l'Almageste*. Quant au célèbre Roger Bacon (m. 1292), il affirmait que la plupart des grands traducteurs du XII^e^ siècle ne maîtrisaient ni l'arabe ni le latin et que Michel Scot lui-même n'était en fait qu'un prête-nom pour des traductions faites par un Juif andalou[21].

---

20 Les Mozarabes (déformation du mot arabe *musta'rib* signifiant "*arabisé*") étaient les habitants de la Péninsule ibérique, de confession chrétienne, qui avaient adopté la langue et la culture arabes.

21 Charles Burnett, « Some Comments on the Translating of Works from Arabic into Latin in the Mid-Twelfth Century », *in* : J. Vuillemin (édit.) : *Miscellanea Mediavalia*, Cologne : G.-Diem, 1985, p. 161-167.

Ce qui est encore plus intéressant pour notre propos, c'est l'existence de véritables équipes multiconfessionnelles de traducteurs. On sait ainsi que Pierre le Vénérable avait intégré, au groupe de Robert de Ketton et d'Hermann de Carinthie, un arabophone nommé Muhammad. Ce fut également le cas, au XIII^e siècle pour l'équipe financée par le roi de Castille Alphonse X (1252-1284)[22]. Quant à la manière dont se déroulait concrètement le travail de traduction, lorsqu'il était réalisé dans le cadre d'une équipe, nous en avons un aperçu à travers le témoignage d'Ibn Dâwud. Ce dernier nous apprend qu'il a traduit le *Liber de Anima* d'Ibn Sînâ (m. 1037) de l'arabe à la langue vernaculaire et que c'est Gondisalvi (m. après 1181) qui a traduit la version vernaculaire en latin. Certaines de ces doubles traductions ont pu être faites en deux étapes distinctes, chaque traducteur travaillant seul sur la version qui le concernait. Mais l'analyse comparative des textes originaux et de leurs versions latines ou hébraïques laisse à penser que le travail d'équipe se faisait simultanément, l'un des traducteurs dictant en langue vernaculaire pendant que l'autre transposait en latin ou en hébreu[23].

Quoi qu'il en soit, et au-delà des différentes méthodes mises en œuvre, l'activité de traduction du XII^e siècle à Tolède et à Palerme a inauguré une autre forme de contact, de dialogue et d'échange entre différentes cultures du moment. Ces dialogues et ces échanges se sont d'ailleurs poursuivis au XIII^e siècle dans l'Espagne chrétienne, en particulier grâce au mécénat d'Alphonse X et, en Sicile, sous l'impulsion de l'empereur Frédéric II et de son fils Manfred (1258-1266)[24].

4. – La circulation des mathématiques arabes en Europe, à travers les traductions

La science du calcul

Avant l'avènement de l'Islam et pendant toute la période antérieure à la prise du pouvoir par les Abbassides en 754, les habitants des différentes régions de l'empire utilisaient différents systèmes de numération (écrits, mentaux ou instrumentaux) et des algorithmes de calcul (addition, multiplication, division, soustraction, racine carrée). C'était un savoir-faire transmis oralement ou par initiation directe. Puis, à partir du IX^e siècle, les mathématiques savantes se diffusèrent, grâce aux traductions. On se mit alors à utiliser d'une manière intensive la numération alphabétique (dans les activités astronomiques) et le système décimal positionnel dans les autres pratiques

[22] Juan Vernet, *Ce que la culture doit aux Arabes d'Espagne*, G. Martinez-Gros (trad.), Paris : Sindbad, 1985, p. 123-142.
[23] *Op. cit.*, p. 166-168.
[24] *Op. cit.*, p. 180-183.

calculatoires. On constate d'ailleurs que le développement des mathématiques "savantes", à partir du IX^{e} siècle, n'a pas marginalisé les anciens procédés de calcul. Ils ont été récupérés et, pour les distinguer du nouveau savoir issu des traductions, on les a regroupés sous l'appellation de *calcul ouvert*.

Nous n'avons pas d'éléments nous permettant de déterminer, d'une manière fiable, toutes les sources de ce savoir-faire. L'une d'entre elles serait constituée de vestiges du savoir savant qu'avaient produit les traditions scientifiques préislamiques de la région, c'est-à-dire celles de l'Égypte pharaonique, de Mésopotamie et de Grèce. C'est, semble-t-il, le cas des opérations arithmétiques classiques, du procédé de l'inverse[25] et de la méthode de fausse position, toutes deux permettant de trouver l'inconnue d'un problème de type linéaire[26].

C'est la publication du *Livre sur le calcul indien* d'al-Khwârizmî qui créa une opportunité nouvelle pour le système décimal positionnel. Dans un contexte de bouillonnement scientifique et d'initiatives tous azimuts, cet outil fut à l'origine d'une nouvelle tradition du calcul qui côtoya les anciens procédés avant de s'imposer définitivement, grâce à l'enseignement et à la diffusion d'un certain nombre de manuels. Cette tradition se distinguait par les différents noms qu'on lui donnait (calcul indien, science des chiffres de poussière, calcul à l'aide de la tablette) et par ses manuels. Ces derniers adoptèrent une structure semblable (définition du système décimal positionnel, présentation des quatre opérations arithmétiques, en commençant par l'addition, exposé du procédé d'extraction de la racine carrée), avec l'ajout de chapitres nouveaux en fonction des besoins et des traditions locales (la règle de trois, les répartitions proportionnelles, la méthode de double fausse position et parfois même un chapitre sur les procédés algébriques)[27].

L'algèbre

En algèbre, le petit livre d'al-Khwârizmî avait ouvert la voie à l'élaboration d'une nouvelle discipline avec ses objets, ses outils et son domaine d'application[28]. Après lui, les contributions d'algébristes du IX^{e} et du X^{e} siècle, comme Abû Kâmil (m. 930) et Sinân Ibn al-Fath (X^{e} s.), ont permis d'élargir le champ de la discipline en étendant les notions de coefficients, de puissance

---

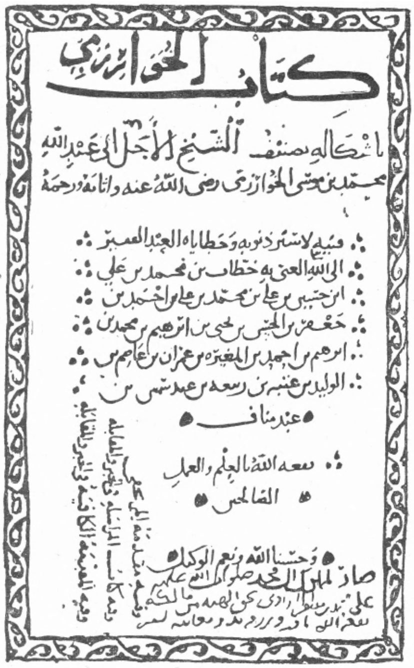
25 Elle consiste à partir de la dernière opération énoncée dans le problème et à remonter jusqu'à la donnée initiale, en effectuant des opérations arithmétiques inverses.

26 La méthode de fausse position consiste à prendre un nombre au hasard et à vérifier s'il est solution du problème. S'il ne l'est pas, ce qui est le cas en général, on refait l'opération avec un second nombre pris au hasard. Si, de nouveau, il n'est pas solution du problème, alors on introduit ces deux nombres dans une formule connue. Le résultat des calculs donne la solution exacte du problème.

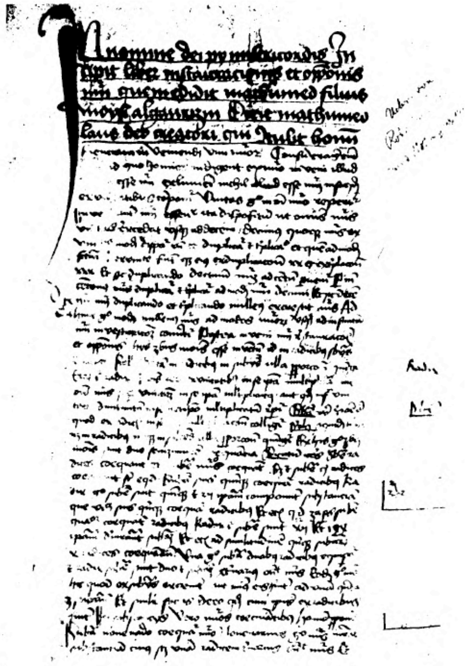
27 Ibn al-Bannâ, *L'abrégé des opérations du calcul*, M. Souissi (édit.), Tunis : Publications de l'université de Tunis, 1969. Ce manuel est représentatif de cette tradition du calcul.

28 Roshdi Rashed, *Al-Khwârizmî, Le commencement de l'algèbre*, Paris : Albert Blanchard, 2007.

d'une inconnue et d'équation à des entités plus générales[29].



كتاب الخوارزمي



Ill. 1 et 2 – Le livre d'algèbre de al-Khwârizmî (IXe s.) et sa traduction par Robert de Ketton (XIIe s.)

Cela a favorisé l'émergence des polynômes et de leur utilisation selon deux orientations nouvelles : l'étude des équations de degré supérieur à deux et l'extension des opérations arithmétiques aux polynômes eux-mêmes[30]. Parmi les auteurs connus qui ont contribué à ces progrès, il y a al-Karajî (m. vers 1029) et as-Samaw'al (m. 1175). Une troisième orientation, prospectée dès la fin du IXe siècle, s'est développée en même temps que les autres chapitres. Il s'agit de l'élaboration de la théorie géométrique des équations cubiques, réalisée par 'Umar al-Khayyâm (m. 1131)[31] et affinée par Sharaf ad-Dîn at-Tûsî (m. 1213)[32].

Par rapport à ce qui a été produit dans le cadre de cette discipline, ce qui est réellement parvenu à l'Occident musulman puis à l'Europe est relativement modeste et on continue à s'interroger sur les raisons de cette circulation

---

[29] Y. Atik, « L'épître d'algèbre de Sinân Ibn al-Fath », Actes du 2e colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (Tunis, 1-3 décembre 1988), Tunis : A.T.S.M., 1990, p. 5-19 ; Jacques Sesiano, « Les méthodes d'analyse indéterminée chez Abu Kamil », *Centaurus*, vol. 21, n° 2, 1977, p. 89-105.

[30] Salah Ahmad & Roshdi Rashed, *Al-Bahir en algèbre d'As-Samaw'al*, Damas : Publications de l'université de Damas, 1972.

[31] Ahmed Djebbar & Roshdi Rashed, *L'œuvre algébrique d'al-Khayyam*, Alep : Publications de l'université d'Alep, 1981.

[32] Sharaf ad-dîn At-Tûsî, *Œuvres mathématiques*, R. Rashed (édit.), Paris : les Belles Lettres, 1986, 2 vol.

partielle. Dans l'état actuel de nos connaissances, on sait que les écrits algébriques d'al-Khwârizmî et d'Abû Kâmil sont arrivés en Andalus, probablement avant le XIe siècle, et qu'ils y ont été commentés[33]. C'est d'ailleurs à Tolède, au XIIe siècle qu'ils ont bénéficié des premières traductions en latin[34]. Il est, à première vue, étonnant de constater que des manuels de mesurage qui se rattachent à une tradition algébrique orientale préislamique aient été enseignés en Andalus alors que des traités d'algèbre plus importants, comme ceux d'al-Karajî et d'al-Khayyâm ne semblent pas avoir été connus par les mathématiciens de cette région de l'empire. C'est la même constatation que l'on peut faire au sujet d'autres chapitres de l'algèbre développés en Orient, comme l'analyse diophantienne et la théorie des polynômes : des ouvrages importants, traitant de ces thèmes, ont été publiés entre le Xe siècle et la fin du XIIe par Abû l-Wafâ' (m. 997), al-Karajî et as-Samaw'al[35]. Aucune trace de leurs contenus n'a été retrouvée dans les ouvrages écrits andalous connus ou dans ceux qui ont été publiés au Maghreb, à l'exception d'un traité tardif publié à Tunis à la fin du XIVe siècle ou au début du XVe par un auteur d'origine égyptienne[36]. Ce constat nous autorise à dire que ces contributions n'ont pas pu arriver en Europe, à moins de supposer qu'elles ont emprunté la route des Croisés. Mais les études faites sur ces expéditions chrétiennes vers l'Orient, et sur leur rôle éventuel dans la circulation des savoirs, n'ont pas confirmé cette hypothèse[37].

Pour ce qui est des faits démontrant la circulation partielle de la production algébrique de l'espace musulman vers les premiers foyers scientifiques de l'Europe médiévale, les sources bibliographiques nous informent que le livre d'al-Khwârizmî a connu une adaptation hébraïque[38] et trois traductions latines (celles de Gérard de Crémone (m. vers 1187), de Robert de Ketton (m. vers 1141) et de Guillaume de Lunis (XIIIe s.)). Le second ouvrage arabe d'algèbre ayant bénéficié de deux traductions, l'une latine et l'autre hébraïque, est le *Livre*

---

33 Ibn Khaldûn, *Kitâb al-'ibar* [Le livre des sentences], Beyrouth : Dâr al-kitâb al-lubnânî, 1983, vol. 2, p. 899.

34 Martin Levey, *The Algebra of Abû Kâmil. In a Commentary by Mordecaï Finzi*, Madison, Milwaukee & London, 1966 ; Jacques Sesiano, « La version latine médiévale de l'Algèbre d'Abû Kâmil », *in* : M. Folkerts & J. P. Hogendijk (édit.), *Vestigia Mathematica*, Studies in medieval and early modern Mathematics in honour of H. L. L. Busard, Amsterdam & Atlanta : Rodopi, 1993, p. 315-452.

35 Le traité d'Abû l-Wafâ' n'a pas encore été retrouvé. Pour celui d'as-Samaw'al (qui nous renseigne sur le contenu de l'ouvrage perdu d'al-Karajî), voir Salah Ahmed & Roshdi Rashed (édit.) : *al-Bâhir fî l-jabr li as-Samaw'al al-Maghribî* [Le <livre> flamboyant en algèbre d'as-Samaw'al le maghrébin], Damas : Imprimerie de l'université de Damas, 1972.

36 Driss Lamrabet, *La mathématique maghrébine au Moyen Âge*, mémoire de post-graduation, Bruxelles : Université libre de Bruxelles, 1981, p. 75-91.

37 Ahmed Djebbar, *La production scientifique arabe, sa diffusion et sa réception au temps des croisades : l'exemple des mathématiques*, Actes du colloque international sur *Occident et Proche-Orient : Contacts scientifiques au temps des croisades* (Louvain-la-Neuve, 24-25 mars 1997), Bruxelles : Brepols, 2001, p. 343-368.

38 Tony Lévy, « A Newly-Discovered Partial Hebrew Version of al-Khwârizmî's Algebra », *Aleph* 2, 2002, p. 225-234.

complet d'Abû Kâmil. La version latine est anonyme, celle en hébreu a été réalisée en Italie par Mordéchaï Finzi (m. 1475). Ce sont là les seuls ouvrages arabes importants, consacrés exclusivement à cette discipline, qui ont été traduits. Mais nous devons signaler des écrits plus modestes qui ont eu des versions latines. Certains sont consacrés à des problèmes résolus par l'algèbre, comme le *Liber Mensurationum* d'Abû Bakr, un mathématicien non encore identifié, d'autres sont des manuels de calcul qui contiennent un chapitre d'algèbre. C'est le cas du *Livre de la démonstration et du rappel sur la science des problèmes de poussière* d'al-Hassâr (XII^e s.), traduit en hébreu à Montpellier en 1271 par Moïse Ibn Tibbon (m. 1283) et de l'*Abrégé des opérations du calcul* d'Ibn Bannâ (m. 1321) qui a été traduit, également en hébreu, au début du XV^e siècle, par Isaac Ibn al-Ahdab, un astronome d'Espagne qui a voyagé au Maghreb et qui a vécu un certain temps en Sicile[39].

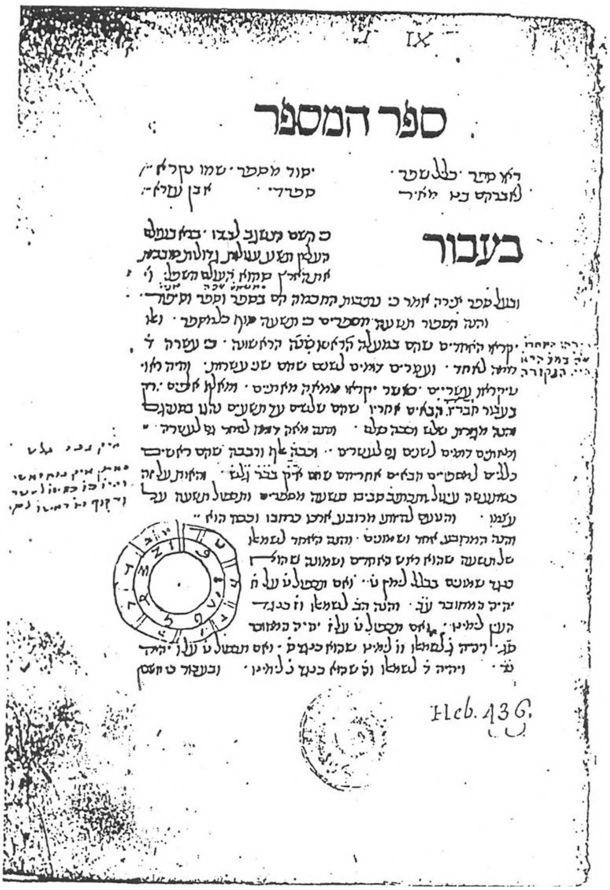
La seconde voie par laquelle des connaissances algébriques ont circulé pourrait être qualifiée de directe, dans la mesure où elle a évité la médiation par la traduction. C'est la rédaction, en latin ou en hébreu, de nouveaux ouvrages dont le contenu avait été étudié et assimilé en arabe par leurs auteurs. Certains de ces écrits sont de simples reprises de la matière déjà traitée dans les manuels arabes antérieurs au XII^e siècle. D'autres contiennent des contributions que l'on n'a pas encore repérées dans les écrits des pays d'Islam et qui pourraient être des apports nouveaux de leurs auteurs. De cette façon se signalent notamment les représentants de la tradition hébraïque. Le plus ancien est Abraham Bar Hiyya (m. vers 1145), un scientifique originaire de Saragosse. Dans son *Livre de la surface et de la mesure*, il résout des problèmes de mesurage en utilisant les procédures algébriques de la tradition babylonienne, sans copier les démarches d'al-Khwârizmî[40]. Son livre a été traduit en latin en 1145 par Platon de Tivoli sous le titre de *Liber Embadorum*. Le second auteur est Abraham Ibn 'Ezra (m. vers 1167) qui traite également de problèmes de mesurage, selon la démarche de son prédécesseur, dans son *Livre du nombre*[41].

---

39 Tony Lévy, « L'algèbre arabe dans les textes hébraïques (I). Un ouvrage inédit d'Isaac Ben Salomon al-Ahdab (XIV^e siècle) », *Arabic Sciences and Philosophy* 13, 2003, p. 269-301; Ilana Wartenberg : *The Epistle of the Number by Isaac ben Solomon ben al-Ahdab (Sicily, 14th century). An Episode of Hebrew Algebra*, thèse de Doctorat, Tel Aviv : Université de Tel Aviv, 2007.

40 Abraam Bar Hiia, *Llibre de geometria*, M. M. Guttmann & J. M. Vallicrosa (édit. & trad.), Barcelone : Editorial Alpha, 1931.

41 Tony Lévy, « Note sur le traitement des fractions dans les premiers écrits mathématiques rédigés en hébreu (XI^e et XII^e siècles) », *in* : P. Benoit, K. Chemla & J. Ritter (édit.) : *Histoire de fractions, fractions d'histoire*, Bâle-Boston-Berlin : Birkhäuser, 1992, p. 283-286.


ספר המספר

בעבור

Ill. 3 – Abraham Ibn 'Ezra, *Sefer ha-mispar* (Livre du nombre), ms. BnF Hébr. 1052, f. 1a

Quant aux ouvrages rédigés directement en latin et qui contiennent des chapitres d'algèbre d'inspiration arabe, ils offrent un spectre plus large dans les méthodes utilisées et les problèmes traités. Deux d'entre eux ont été analysés. Le plus ancien est le *Liber Mahameleth* d'un auteur anonyme du XII^{e} siècle ayant séjourné en Castille. Il s'agit d'un ouvrage important qui s'inscrit, comme son titre l'indique, dans la tradition arabe d'al-Andalus qui s'est occupée de mathématiques des transactions. La première partie du livre traite de la numération décimale positionnelle, des opérations arithmétiques sur les entiers et sur les irrationnels (quadratiques et biquadratiques). La seconde partie traite des méthodes, arithmétiques ou algébriques de résolution des problèmes de transaction au sens large : achat, vente, paiement de salariés, consommation de fourrage, remplissage de bassin, cuisson du moût, dépense d'huile pour l'éclairage, etc. Mais il faut signaler que, malgré la richesse de ce contenu, le livre ne semble pas avoir beaucoup circulé en Europe. C'est du moins ce que laisse à penser le peu de référence à l'ouvrage dans les écrits mathématiques postérieurs au XII^e^ siècle[42].

Le second ouvrage latin dont la matière est en grande partie puisée dans des écrits mathématiques de l'Occident et de l'Orient musulman est le *Liber Abaci* de Leonardo Pisano, plus connu sous le nom de Fibonacci (m. après 1240). Ce dernier aurait eu une première formation mathématique à Béjaïa, dans le Maghreb Central, puis il se serait perfectionné au cours de ses voyages d'affaires dans l'Orient musulman, à Byzance et en Europe. La lecture de son livre montre clairement qu'il a eu accès au contenu de *L'Abrégé* d'al-Khwârizmî et du *Livre Complet* d'Abû Kâmil. Il paraît également informé des progrès de l'algèbre après ces deux auteurs. C'est dans la troisième partie du quinzième chapitre de son traité qu'il expose les objets et les outils de base de l'algèbre, puis les algorithmes de résolution des équations de degré inférieur ou égal à deux, avec des démonstrations géométriques pour l'existence des solutions positives de ces équations. La seconde partie du chapitre est consacrée à la résolution de problèmes classiques, tirés des ouvrages des deux mathématiciens musulmans que nous venons d'évoquer.

Au niveau du contenu, et sans minimiser les apports propres de certains auteurs, les pratiques algébriques de l'Europe sont restées, jusqu'au XV^e^ siècle, marquées en grande partie par leurs origines arabes. Une première source est constituée par les manuels de mesurage originaires d'al-Andalus qui résolvent des problèmes à l'aide d'algorithmes algébriques où la terminologie de l'algèbre est absente. On trouve des éléments de cette tradition dans la *Practica geometriæ* de Fibonacci, dans *l'Ars Mesurandi* de Jean de Murs (m. vers 1355), dans la *Summa matematica* de Lucas Pacioli (m. 1517), dans le *Trattato d'abaco* de Piero de la Francesca (m. 1492) et dans le *Triparty en la science des nombres* de Nicolas Chuquet (m. vers 1487).

La deuxième source est constituée par les deux ouvrages déjà mentionnés d'al-Khwârizmî et d'Abû Kâmil. En plus du *Liber Abaci* de Fibonacci, qui en tire une importante matière, on doit citer le *Numeris dutatis* de Jordanus de Nemore (m. 1237) et les *Algorismes* de Provence. À leur tour, ces écrits ont alimenté deux catégories de manuels. La première est constituée d'ouvrages consacrés exclusivement à l'algèbre et aux problèmes résolus par ses outils. C'est le cas de l'*Aliabraa-Argibra*, daté du milieu du XIV^e^ siècle et dont le titre pourrait évoquer une filiation arabe non encore identifiée. C'est également le cas du *Ragionamenti d'algebra* du florentin Raffaello Canacci (autour de 1490). Une seconde catégorie de manuels, dont le nombre est beaucoup plus

42 Jacques Sesiano, « Le Liber Mahameleth, un traité mathématique latin composé au XII^e^ siècle en Espagne », Actes du 1^er^ colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (Alger, 1-3 décembre 1986), Alger : Maison du Livre, 1988, p. 69-98 ; Anne-Marie Vlasschaert, *Le Liber Mahameleth : édition critique et commentaires*, Stuttgart : Franz Steiner, 2010.

important, a fleuri entre le XIII^e^ et le XV^e^ siècles. La plupart de leurs auteurs sont anonymes. Parmi ceux qui ont le plus circulé, on peut citer le *Libro di Ragioni* de Paolo Girardi (*ca.* 1328) et le *Liber ragioni* de Antonio de Mazzinghi (m. vers 1383).

La théorie des nombres

En théorie des nombres, les sources des premiers mathématiciens des pays d'Islam sont exclusivement grecques. En premier lieu la matière des livres VII, VIII et IX des *Éléments* d'Euclide. L'étude de leur contenu s'est prolongée par des recherches sur les nombres premiers, avec les travaux de Thâbit Ibn Qurra sur les nombres amiables, ceux d'Ibn al-Haytham (m. vers 1041) sur ce qui a été appelé plus tard le "théorème de Wilson" et ceux d'al-Fârisî (m. 1321) sur la décomposition d'un nombre[43]. Puis, avec la découverte partielle des *Arithmétiques* de Diophante (vers 250), une seconde tradition s'est constituée. Mais dans ce domaine, seuls les écrits d'al-Karajî nous sont parvenus[44]. La troisième orientation s'est nourrie de l'héritage néopythagoricien et a concerné l'étude des séries numériques finies et des nombres figurés[45]. De nombreux ouvrages de l'Orient ont puisé dans cette tradition et des recherches ont, à différentes époques, prolongé les résultats grecs.

Malgré la rareté des sources, on peut affirmer aujourd'hui que ces trois orientations se retrouvent dans des écrits andalous et maghrébins postérieurs, mais selon des formes très variables. C'est ainsi que l'aspect théorique des nombres amiables est reproduit dans l'ouvrage d'al-Mu'taman[46], sous forme de résumé du traité d'Ibn Qurra, alors que leur aspect calculatoire est explicité dans les écrits d'al-Hassâr (XII^e^ s.) et d'Ibn Mun'im (m. 1228)[47]. De la tradition inaugurée par le livre de Diophante, il ne reste que quelques problèmes traités dans des ouvrages d'algèbre, sans mention de leur origine[48]. Quant à la troisième orientation, elle est bien présente dans les écrits d'al-Andalus et du

---

43 Roshdi Rashed, *Entre arithmétique et algèbre*, Paris : les Belles Lettres, 1984, p. 227-299.

44 Jacques Sesiano, « Les méthodes d'analyse indéterminée chez Abû Kâmil », *Centaurus* 21-2, 1977, p. 89-105 ; Jacques Sesiano, « Le traitement des équations indéterminées dans le Badî' fî l-hisâb d'Abû Bakr al-Karajî », *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 17, n° 4, 1977, p. 297-379 ; Adel Anbouba, *L'algèbre al-Badî' d'al-Karajî*, Beyrouth : Publications de l'université libanaise, 1964 ; Roshdi Rashed, *Entre arithmétique et algèbre...*, *op. cit.*, p. 196-225.

45 Ahmed Djebbar, *Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XII^e^-XIV^e^ siècles*, Orsay : Publications mathématiques d'Orsay, n°81-01, 1980, p. 76-89 ; Ahmed Djebbar : « Figurate Numbers in the Mathematical Tradition of Andalus and the Maghrib », *Suhayl* 1, Barcelone, 2000, p. 57-70.

46 Ahmed Djebbar, « Les livres arithmétiques des *Eléments* d'Euclide dans une rédaction du XI^e^ siècle : le Kitâb al-istikmâl d'al-Mu'taman (m. 1085) », *Lull* 22-45, Saragosse, 1999, p. 589-653.

47 Ibn Mun'im, *Fiqh al-hisâb* [La science du calcul], ms. Rabat B. G. 416 Q, p. 319-321.

48 Ibn al-Bannâ, *Kitâb al-usûl wa l-muqaddimât fî l-jabr wa l-muqâbala* [Livre des fondements et des préliminaires sur l'algèbre], *in* : Ahmed Djebbar, *Mathématiques et mathématiciens du Maghreb médiéval (IX^e^-XVI^e^ siècles). Contribution à l'étude des activités scientifiques de l'Occident musulman*, thèse de doctorat, Université de Nantes, 1990.

Maghreb, d'abord comme sujet de recherche, chez des mathématiciens du XII^e^ siècle, puis sous forme de chapitres dans des manuels de calcul[49].

À notre connaissance, aucun livre grec ou arabe, consacré à la théorie des nombres, n'a bénéficié d'une version latine au cours de la grande période des traductions. Mais des éléments de cette discipline ont pu circuler, soit parce qu'ils avaient été intégrés dans les manuels de calcul arabes, soit parce qu'ils ont été recopiés à des fins astrologiques. C'est le cas, en particulier, des aspects ludiques de l'arithmétique qui étaient regroupés dans un chapitre intitulé *Nombres pensés*. C'est aussi le cas des techniques de divination des *zayrija*[50] et, surtout, des procédés de construction de carrés magiques. Parmi les écrits européens qui ont conservé des traces de cette circulation, il y a le fameux livre de Bachet de Méziriac (m. 1638), *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*[51].

La géométrie

En géométrie, les contributions orientales des IX^e^-XI^e^ siècles s'inscrivent toutes dans le prolongement du corpus grec et portent la marque de ses trois grandes traditions, celle des *Éléments* d'Euclide, celles des *Coniques* d'Apollonius et celle d'Archimède (m. 212 av. J.C.) parvenue aux Arabes à travers seulement deux de ses écrits[52]. La première contribution des géomètres des pays d'Islam a consisté à étendre les opérations arithmétiques aux irrationnels positifs, ouvrant la voie à une définition plus générale de la notion de nombre[53]. La seconde est partie de problèmes de constructibilité de points et de figures du plan comme solutions de problèmes qui ont parfois été exprimés algébriquement. Cela a favorisé l'étude des sections coniques pour elles-mêmes, puis pour leur utilisation dans la résolution des problèmes que l'on a appelés "solides" et qui ne trouvaient pas de solution à l'aide de la règle et du compas[54]. C'est au croisement de cette tradition et des préoccupations algébriques que se sont développées les recherches sur les équations de degré supérieur à deux que nous avons déjà évoquées. La troisième et dernière

49 Ibn al-Bannâ, *Talkhîs a'mâl al-hisâb* [L'abrégé des opérations du calcul], M. Souissi (édit. & trad.), Tunis : Publications de l'Université de Tunis, 1969.

50 *Zayrija* : tableau divinatoire utilisant des manipulations de suites numériques et des opérations sur ce qu'on appelle aujourd'hui des classes de congruence.

51 Claude-Gaspard Bachet de Méziriac, *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*, Paris, 1612, rééd. Paris : Blanchard, 1993.

52 Il s'agit du *Livre de la mesure du cercle* et du *Livre sur la sphère et le cylindre*.

53 'Umar Al-Khayyâm, *Épître sur les prémisses problématiques du livre d'Euclide*, A. I. Sabra (édit.), Alexandrie, 1961 ; Ahmed Djebbar, « L'épître d'al-Khayyâm sur "L'explication des prémisses problématiques du livre d'Euclide" », *Farhang*, vol. 14, n° 39-40, Téhéran, 2002, p. 79-136.

54 Pour les procédés théoriques, voir par exemple la contribution d'Ibrâhîm Ibn Sinân dans son *Épître sur le tracé des trois coniques*, *in* : A. S. Saïdan, *Rasâ'il Ibn Sinân* [Les épîtres d'Ibn Sinan], Amman, 1983, p. 35-52.

tradition s'est intéressée aux problèmes de mesure (surfaces, volumes, moment d'inertie) en adaptant les méthodes d'Archimède qui avaient pu être traduites en arabe, en retrouvant les résultats de ce dernier qui n'avaient pas bénéficié de traduction et en établissant de nouveaux résultats. Les travaux les plus significatifs dans ce domaine sont ceux d'Ibn Qurra et d'Ibn al-Haytham[55].

Parallèlement à toutes ces activités de type technique, un certain nombre de travaux ont concerné deux aspects importants liés aux fondements de la géométrie hypothético-déductive et aux outils qui ont permis de l'élaborer : axiomatique euclidienne, postulat des parallèles[56], définitions problématiques, procédés de démonstration[57].

En plus de deux versions arabes des *Éléments* d'Euclide, celle d'Ishâq Ibn Hunayn, révisée par Ibn Qurra, et celle d'al-Hajjâj (VIII^e^ s.), au moins un commentaire de leur contenu, celui d'Ibn al-Haytham, est parvenu en Andalus et au Maghreb, selon le témoignage d'Ibn Haydûr (m. 1413). Ce même auteur nous apprend aussi que des écrits orientaux sur les coniques ont également circulé[58]. De son côté, le philosophe Ibn Bâjja (m. 1138) parle des travaux du géomètre andalou Ibn Sayyid (XI^e^ s.) sur des courbes nouvelles et sur leur utilisation dans la résolution du problème de la multisection d'un angle. La précision de son témoignage confirme non seulement que des mathématiciens d'al-Andalus étaient en possession de travaux géométriques orientaux de haut niveau, mais qu'ils étaient également au courant de tous les problèmes ouverts qui avaient résisté à leurs collègues des autres régions de l'empire[59].

Pour la tradition archimédienne, la découverte de l'ouvrage d'al-Mu'taman (m. 1085) et son analyse détaillée nous permettent, à présent, d'affirmer que les travaux orientaux des IX^e^-X^e^ siècles étaient bien connus à Saragosse et qu'ils ont même stimulé la recherche sur certains problèmes non résolus[60].

---

55 Khalil Jaouiche, *Le livre du qarastûn de Thâbit Ibn Qurra*, Leyde : Brill, 1976.

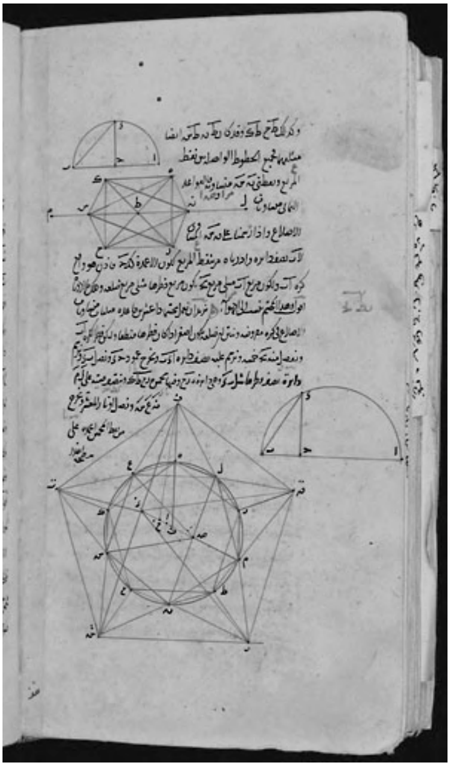
56 Khalil Jaouiche, *La théorie des parallèles en Pays d'Islam*, Paris : Vrin, 1986.

57 Ahmed Djebbar, « Quelques remarques sur les rapports entre philosophie et mathématiques arabes », *in* : Actes du colloque de la Société tunisienne de philosophie (Hammamet, 1-2 juin 1983), *Revue tunisienne des études philosophiques* 2, 1984, p. 3-21.

58 Ibn Haydûr, *Tuhfat at-tullab* [La parure des étudiants], ms. Vatican Or. 1403, f. 138b.

59 Ahmed Djebbar, « Deux mathématiciens peu connus de l'Espagne du XI^e^ siècle : al-Mu'taman et Ibn Sayyid », *in* : M. Folkerts & J.P. Hogendijk (édit.): *Vestigia Mathematica, Studies in medieval and early modern mathematics in honour of H. L. L. Busard*, Amsterdam & Atlanta : Rodopi, 1993, p. 79-91.

60 Jan P. Hogendijk, « The geometrical part of the *Istikmâl* of Yûsuf al-Mu'taman ibn Hûd (11th century), An analytical table of contents », *Archives internationales d'histoire des sciences* 41-127, 1991, p. 207-281.




Ill. 4 et 5 – Les *Éléments* d'Euclide et le *kitâb al-istikmâl* (Livre de l'accomplissement) d'al-Mu'taman

Quant à la tradition qui s'est occupée des outils de la géométrie, il semble qu'au moins un ouvrage, le *Livre de l'analyse et de la synthèse* d'Ibn al-Haytham, ait été étudié et utilisé par des auteurs importants, comme al-Mu'taman, Ibn Sayyid et Ibn Mun'im. Ce dernier a même tenté d'étendre l'utilisation de ce type de démonstration aux propositions arithmétiques qui se démontraient habituellement par la méthode d'induction[61].

Comme on le voit, une partie non négligeable des écrits géométriques d'Orient étaient disponibles, soit à Tolède, soit dans d'autres villes d'al-Andalus. Mais, au vu des sources bibliographiques, seule une petite partie de ces écrits a bénéficié de traduction en latin ou en hébreu. Une première catégorie est constituée des ouvrages grecs traduits dans ces deux langues à partir de l'une de leurs versions arabes ou de l'une de leur rédaction faite par un auteur musulman. C'est le cas des deux ouvrages les plus importants d'Euclide, les *Éléments* et les *Données*, ou des Livres V-VII des *Coniques* d'Apollonius, dans la rédaction de Mahmûd al-Isfahânî (XII[e] s.). Une seconde catégorie comprend des livres arabes produits en Orient ou en Andalus à partir

61 Ibn Mun'im, *Fiqh al-hisâb*, *op. cit.*, p. 255-297.

du IX[e] siècle. Il s'agit, en particulier, du *Livre sur la détermination des aires des figures planes et sphériques* des trois frères Banû Mûsâ (IX[e] s.), du *Traité de la figure sécante* de Thâbit Ibn Qurra, du *Livre sur les rapports* d'Ibn ad-Dâya (IX[e] s.), du commentaire d'an-Nayrîzî (X[e] s.) aux *Eléments* d'Euclide, du *Livre de la division des surfaces* de Muhammad al-Baghdâdî et d'un chapitre du *Livre de géométrie* d'Ibn as-Samh (m. 1037). À cela il faut ajouter des écrits géométriques de philosophes, comme la rédaction des *Éléments* insérée dans le *Livre de la guérison* d'Ibn Sînâ et l'épître d'al-Fârâbî (m. 950) sur les prémisses des livres I et V des *Éléments* qui a circulé dans une version hébraïque[62].

La trigonométrie

En trigonométrie, nous sommes en présence d'un phénomène semblable à celui qui a abouti à la naissance de l'algèbre comme discipline nouvelle à partir d'un héritage ancien. La seule différence est au niveau du processus d'autonomisation. Alors que l'algèbre apparaît, dès la publication du livre d'al-Khwârizmî, comme une discipline bien délimitée, la trigonométrie va naître et se développer au sein de l'astronomie et elle ne va gagner son autonomie que vers le milieu du XI[e] siècle. D'une manière plus précise, on sait désormais qu'à partir de l'héritage indien, à travers une première table de sinus, les astronomes de l'Islam ont introduit de nouvelles fonctions (cosinus, tangente, cotangente, sécante, cosécante), puis ils ont établi des relations entre elles sous forme de théorèmes démontrés géométriquement[63]. Dans une troisième étape, ils ont démontré des propositions trigonométriques plus importantes, comme le *théorème du sinus*, en vue de simplifier et de rendre plus rapide le calcul des paramètres des tables astronomiques[64]. Ce n'est qu'à la fin du X[e] siècle que des initiatives furent prises dans le sens d'une séparation des nouveaux outils. Cela aboutit à la publication des premiers traités consacrés exclusivement à la trigonométrie, comme *Les clés de l'astronomie* d'al-Bîrûnî (m. 1048)[65] et, plus tard, *Le livre de la figure sécante* de Nasîr ad-Dîn at-Tûsî (m. 1274)[66].

62 Gad Freudenthal, « La philosophie de la géométrie d'al-Fârâbî, Son commentaire sur le début du I[er] Livre et le début du V[e] Livre des Eléments d'Euclide », *Jerusalem Studies in Arabic and Islam* 11, 1988, p. 105-219.

63 Ahmed Djebbar, « La phase arabe de l'histoire de la trigonométrie », *in* : Élisabeth Hébert (dir.) : *Instruments scientifiques à travers l'histoire* (actes du colloque "Les instruments scientifiques dans le patrimoine : quelles mathématiques ?", Rouen, 6-8 avril 2001), Paris : Ellipses, 2004, p. 415-435.

64 Marie-Thérèse Debarnot, « Trigonométrie », *in* : R. Rashed (édit.), *Histoire des sciences arabes*, vol. 2, Paris : le Seuil, 1997, p. 163-198.

65 Al-Bîrûnî, *Kitâb Maqâlîd 'ilm al-hay'a* [Livre des clés de l'astronomie], M. Th. Debarnot (éd. & trad.), Damas, Institut français de Damas, 1985.

66 Edward S. Kennedy, *Studies in the Islamic Exact Sciences*, Beyrouth : American University, 1983, p. 3-29, 308-314 ; J. Vernet & J. Samsó : « Panorama de la Ciencia Andalusi en el Siglo XI », *in* : *Actas de las Jornadas de Cultura Arabe e Islamica (1978)*, Madrid, 1981, p. 150-153.

Nous sommes certains aujourd'hui que tout ou partie du contenu de ces deux ouvrages (et probablement de ceux qui nous sont encore inconnus) ont circulé d'Orient vers l'Occident musulman, puis vers l'Europe. Cela s'est fait de plusieurs manières. La première est la circulation des écrits eux-mêmes, comme l'illustre bien le *Livre de la guérison* d'Ibn Sînâ qui contient précisément, dans sa partie astronomique, des résultats trigonométriques établis à son époque. La seconde est l'assimilation directe des contenus des ouvrages trigonométriques par des astronomes d'al-Andalus, à l'occasion de leurs missions scientifiques en Orient, comme ce fut probablement le cas d'Ibn Mu'âdh (m. après 1050) qui étudia au Caire sous la direction d'Ibn al-Haytham et qui, de retour dans sa ville natale, Jaen, publia son *Livre des arcs inconnus de la sphère* qui contient l'essentiel des résultats trigonométriques établis au XIe siècle[67].

Quant à la diffusion du corpus trigonométrique arabe vers l'Europe, nous disposons de quelques éléments d'information qui permettent de confirmer le phénomène et de l'expliciter quelque peu. Le premier vecteur de cette circulation semble avoir été matériel puisqu'il s'agit des nombreux astrolabes, planisphériques et universels, qui ont fait connaître quelques rudiments de trigonométrie, comme la tangente, qui sert à résoudre des problèmes concrets de mesurage (hauteur d'un édifice, profondeur d'un puits, etc.) Pour l'aspect théorique de la discipline, ce sont les traductions qui ont permis de le faire connaître. Au livre d'Ibn Sînâ, que nous venons d'évoquer, il faut ajouter l'important traité de l'astronome andalou Jâbir Ibn Aflah (XIIe s.), *La révision de l'Almageste*, qui contient, non seulement les outils trigonométriques de base, mais également le théorème du sinus et une formule attribuée à l'auteur et qui sera connue sous le nom de *théorème de Geber*[68]. Le fameux Regiomontanus (m. 1476) qui est crédité du premier livre européen de trigonométrie, le *De Triangulis omnimodis*, connaissait le contenu du traité d'Ibn Aflah et s'en est inspiré[69]. Il semble même que les contenus d'autres ouvrages arabes traitant des éléments de cette discipline ont circulé d'une manière ou d'une autre à partir du XIIe siècle[70].

---

67 Julio Samsó, « Al-Biruni in al-Andalus », *in* : J. Casurellas & J. Samsó (édit.), *From Baghdad to Barcelona, Studies in the Islamic Exact Sciences in Honour of Prof. Juan Vernet*, Barcelona : Instituto Millas Vallicrosa, 1996, p. 583-612.

68 [Ibn Aflah], *Geberi filii Affla Hispalensis de astronomie libri IX*, P. Apianus (édit.), Nuremberg, 1534.

69 Johannes Regiomontanus, *De Triangulis omnimodis*, B. Hughes (édit. & trad.), Madison : University of Wisconsin press, 1967.

70 N. G. Hairetdinova, « On Spherical Trigonometry in the Medieval Near East and in Europe », *Historia Mathematica* 13, 1986, p. 136-146.

Des pratiques mathématiques nouvelles

Parmi les contributions mathématiques arabes qui ne se sont pas suffisamment développées, mais qui semblent avoir circulé en Europe dans quelques milieux spécialisés, il y a l'analyse combinatoire et le symbolisme (arithmétique et algébrique).

Le premier domaine concerne l'ensemble des résultats et des procédés combinatoires élaborés et pratiqués au Maghreb aux XII^e^-XIII^e^ siècles et même au-delà. Ces pratiques ont commencé avec les premières tentatives de résolution d'un problème posé par les lexicographes et les linguistes arabes d'Orient, vers la fin du VIII^e^ siècle[71]. C'est al-Khalîl Ibn Ahmad (m. vers 786) qui a inauguré ces recherches en étudiant les structures internes de la poésie et de la prose arabes. Dans ses écrits, les résultats de type combinatoire sont modestes et se limitent au dénombrement des mots de 2, 3, 4 et 5 lettres à partir des 28 lettres de l'alphabet. Mais ce sont ses travaux qui ont inspiré Ibn Mun'im, un mathématicien de Marrakech, originaire de Dénia en Andalus. Dans le onzième chapitre de son livre, intitulé *La science du calcul*, il expose les procédures et les formules qui permettent de dénombrer les mots de n'importe quelle langue. Pour cela, il construit le fameux triangle arithmétique et il identifie la valeur de chacune des cases de ce triangle au nombre de combinaisons de n objets p à p (C_n^p). C'est également à partir de l'algorithme de construction du triangle qu'il dégage la formule : $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + \ldots + C_{p-1}^{p-1}$ (1).

Son étude se poursuit par l'établissement de propositions relatives aux permutations, avec ou sans répétitions, d'un ensemble de lettres ainsi que de la relation de récurrence donnant le nombre de lectures possibles d'un mot de n lettres, compte tenu de tous les signes diacritiques d'une langue. Ces résultats, ainsi que d'autres sur les arrangements et les combinaisons avec répétitions, lui permettent de dresser des tableaux qui fournissent, par induction, tous les dénombrements cherchés[72].

Dans la deuxième moitié du XIII^e^ siècle ou au début du XIV^e^, un autre mathématicien maghrébin, Ibn al-Bannâ, a repris une partie de ces résultats en y ajoutant la proposition suivante dont il a revendiqué la paternité : $C_n^p = \dfrac{n(n-1)\ldots(n-p+1)}{p(p-1)\ldots 2.1}$ (2).

Dans le prolongement de ces contributions, on constate, à travers les écrits maghrébins qui nous sont parvenus et qui sont postérieurs au XIII^e^ siècle, une

71 Ahmed Djebbar : « Mathématique et linguistique dans le Moyen Âge arabe, l'exemple de l'analyse combinatoire au Maghreb », *in* : B. Ribemont (édit.) : *Le Moyen Âge et la science* (actes du colloque d'Orléans, 22-23 avril 1988), Paris : Kincksieck, 1991, p. 15-29.

72 Ahmed Djebbar, *L'analyse combinatoire au Maghreb : l'exemple d'Ibn Mun'im (XII^e^-XIII^e^ siècles)*, Orsay : Publications mathématiques d'Orsay, n° 85-01, 1985.

extension du champ d'application du formulaire, des raisonnements ou des démarches combinatoires[73].

La circulation de l'ouvrage d'Ibn Mun'im était possible puisque, comme nous l'avons déjà signalé, des manuels produits au Maghreb, à la même époque, ont bénéficié d'une traduction. Mais aucun élément ne nous permet de confirmer cette hypothèse. Cela dit, on ne peut s'empêcher de s'interroger sur une éventuelle circulation des idées combinatoires, sans médiation d'une autre langue mais à partir d'un accès direct au texte arabe. Cela a pu être le cas pour des mathématiciens qui pratiquaient l'arabe. Un exemple nous est donné par Lévi Ben Gerson (m. 1344) dont le *Livre de calcul* contient des résultats combinatoires. Ces résultats, qui sont aussi achevés que ceux de la tradition maghrébine, et qui sont rassemblés dans un chapitre indépendant, n'ont aucune ascendance dans ce qui est connu de la tradition mathématique hébraïque[74]. Ce qui amène à s'interroger sur une éventuelle circulation, même partielle, de certains textes combinatoires maghrébins ou de textes arabes traitant de lexicographie et qui ont pu inspirer Ben Gerson. Le second exemple est celui d'Ibn al-Ahdab, qui a déjà été évoqué pour sa traduction hébraïque du manuel d'Ibn al-Bannâ, *L'abrégé des opérations du calcul*. Nous savons que cet auteur avait une copie du *Livre du soulèvement du voile sur les opérations du calcul* du même auteur maghrébin. Or c'est précisément dans ce traité qu'il y a la démonstration de la formule (2) ci-dessus[75].

Le second domaine, celui du symbolisme mathématique a connu un développement original, avec peut-être des initiatives prises à Séville au XII^e^ siècle. En arithmétique, c'est l'introduction de la barre de fractions et de lettres symbolisant la racine carrée, bicarrée, etc. On trouve aussi un ensemble de symboles nouveaux pouvant représenter les différents types de fractions utilisées dans les transactions et dans la répartition des héritages. En algèbre, c'est l'utilisation de symboles alphabétiques pour désigner l'inconnue et ses différentes puissances, l'égalité, la soustraction. Son utilisation la plus ancienne et quantitativement la plus importante a eu lieu au Maghreb, essentiellement après le XIII^e^ siècle[76]. D'ailleurs, les mathématiciens de cette région semblent avoir saisi très vite l'importance de cet instrument puisqu'ils l'ont introduit à

73 Ahmed Djebbar, *Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII^e^-XIV^e^ siècles*, Orsay : Publications mathématiques d'Orsay, n° 81-01, 1980, p. 99-112.

74 Gerson Lange (édit.), *Sefer Maassei Choscheb, Die Praxis des Rechners*, Frankfurt, 1909.

75 Le second ouvrage qui contient des résultats combinatoires est le *Raf' al-hijâb* [Le lever du voile] d'Ibn al-Bannâ (m. 1321). Voir : Ahmed Djebbar, *Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII^e^-XIV^e^ siècles*, *op. cit.*, p. 67-75 ; Mohamed Aballagh, *Raf' al-hijab d'Ibn al-Banna*, thèse de doctorat, Paris : Université Paris I Panthéon-Sorbonne, 1988.

76 Touhami Zemouli, *Al-a'mâl ar-riyâdiya li Ibn al-Yâsamîn* [L'œuvre mathématique d'Ibn al-Yâsamîn], magister en histoire des mathématiques, Alger : E.N.S., 1993, p. 17.

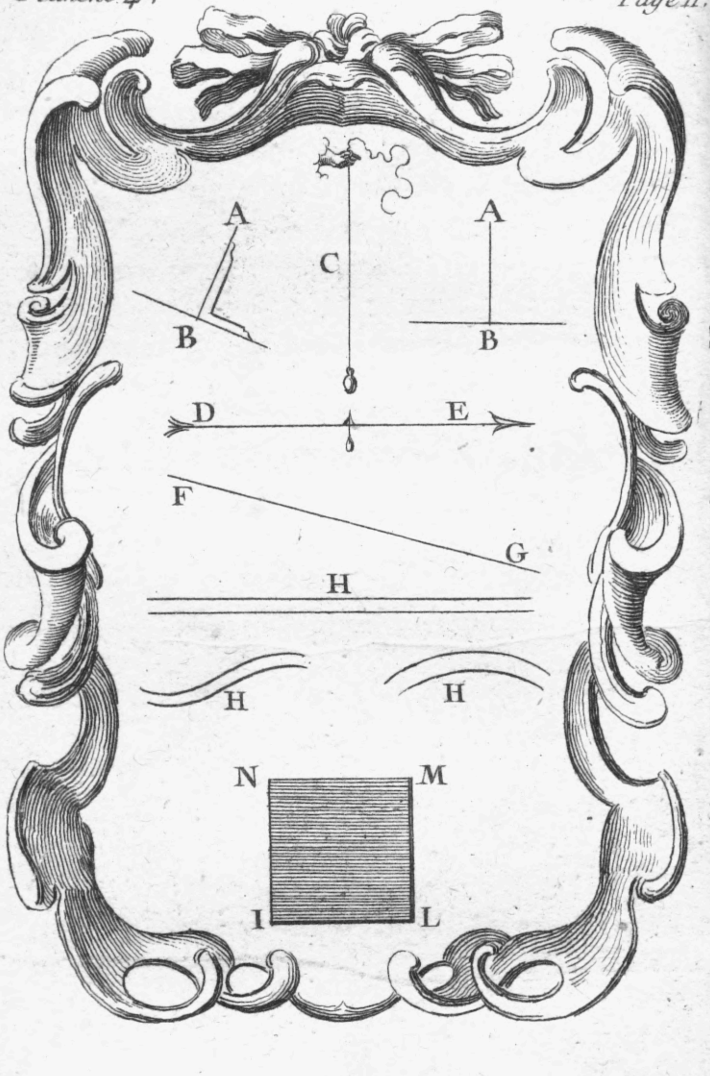
tous les niveaux de l'enseignement comme le confirment les ouvrages d'Ibn Ghâzî (m. 1513), d'Ibn Qunfudh (m. 1407) et d'al-Qalasâdî (m. 1486)[77].

On retrouve le symbolisme des fractions dans le *Liber Abaci* de Fibonacci. Mais ce n'est pas le seul vecteur de sa circulation en Europe. Quant au symbolisme algébrique, F. Woepcke a montré, à travers un document latin, qu'il avait connu un début de circulation avec la substitution de lettres latines à des lettres arabes. Mais cette circulation n'a pas fait long feu et n'a pas suscité d'initiatives nouvelles dans le contexte scientifique latin des XII^{e}-XIII^{e} siècles[78].

Ill. 6 – Frontispice de la *Selenographia* de Johannes Hevelius (Gdansk, 1647), avec les portraits de Ibn al-Haytham (Alhasen) tenant un livre de géométrie et de Galilée tenant un télescope

[77] Ahmed Djebbar, *Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII^{e}-XIV^{e} siècles*, *op. cit.*, p. 41-54 ; Mahdi Abdeljaouad, « Le manuscrit de Jerba : une pratique des symboles algébriques maghrébins en pleine maturité », *in* : Actes du 7^{e} colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (Marrakech, 30 mai-1er juin 2002), Marrakech : E.N.S. Impr. El Wataniya, vol. 2, 2005, p. 9-98.

[78] Franz Woepcke, « Notice sur des notations algébriques employées par les Arabes », *Journal Asiatique*, 5^{e} série, vol. 4, 1854, p. 373-374.


A
C
A
B
B
D
E
F
G
H
H
H
N
M
I
L