DES CENTRES DE GRAVITÉ : ARCHIMÈDE, STEVIN, POINSOT

Marie-Noëlle Racine, Philippe Regnard

IREM de Dijon

Dominique Bénard

IREM des Pays de Loire - Le Mans

Introduction

Près de 18 siècles séparent le savant de Syracuse, Archimède, qui mourut en 212 avant Jésus-Christ, de l'ingénieur hollandais Simon Stevin qui naquit à Bruges en 1548 et mourut à La Haye en 1620. Seulement deux siècles plus tard, en 1777, naquit à Paris le troisième personnage de cet atelier, le mathématicien français Louis Poinsot.

Archimède est entré dans la légende avant tout par ses travaux physiques en hydrostatique et en statique, ses réalisations militaires dans la défense de Syracuse contre l'envahisseur romain, mais également par les circonstances tragiques de sa mort au cours du siège de sa ville par le général romain Marcellus. Ses inventions ont vite fasciné scientifiques et non scientifiques. Écrivains et artistes se sont emparés, en les romançant plus ou moins, des épisodes les plus marquants de sa vie. Qui ne connaît pas des gravures le représentant sortant de son bain, succombant sous le glaive du soldat romain, incendiant les galères ennemies par ses miroirs ardents, treuillant des bateaux à l'aide de poulies...

Ces pittoresques tableaux ne doivent pas nous faire oublier l'extraordinaire diversité de ses travaux. C'est le parfait ingénieur théoricien de l'Antiquité, n'hésitant pas à s'inspirer d'expériences dans les domaines les plus théoriques. Cette perception empirique des problèmes transparaît dans toute son œuvre et soutient constamment ses démonstrations, en particulier dans son Traité sur l'équilibre des plans et dans sa Quadrature de la parabole.

Les œuvres d'Archimède se sont progressivement imposées en Europe occidentale à partir du XIII^{ème} siècle grâce à des traductions du grec comme celles de Guillaume de Moerbecke mais c'est au XVI^{ème} siècle, après la naissance de l'imprimerie, qu'elles se diffusent dans les milieux intellectuels. Citons principalement les éditions de :

Lucas Gauricus pour la Quadrature de la parabole et la dimension du cercle.

Nicolas Tartaglia en 1543 pour l'équilibre des plans et les corps flottants.

Frédéric Commandin en 1558.

Ce dernier, professeur du duc D'Urbin Guido Ubaldo, traduisit de nombreux ouvrages des mathématiciens grecs et publia un traité sur le centre de gravité des solides. Stevin y fait plusieurs fois allusion dans son Art Pondéraire.

Simon Stevin, comme beaucoup d'ingénieurs de la Renaissance, est donc l'héritier direct d'Archimède. D'abord comptable dans une perception de Bruges, il reprend à 35 ans ses études à l'Université de Leyde. Devenu quartier-maître dans l'armée, il est vite remarqué pour ses dons d'ingénieur : ponts flottants, digues, fortifications marines, écluses, moulins à vent... Le prince Maurice de Nassau s'attache ses services pendant la guerre contre les Espagnols ; il y montrera tous ses talents d'ingénieur militaire. On lui doit également la réalisation de plusieurs chars à voiles qui eurent un grand succès sur les plages hollandaises.

Son œuvre scientifique est également très diversifiée. Il reste célèbre pour sa théorie des fractions décimales qu'il a popularisée dans la Disme, mais surtout pour ses travaux de statique et d'hydrostatique où, s'appuyant sur l'œuvre d'Archimède, il a, par son esprit pratique, débarrassé les mathématiques des contraintes philosophiques de l'Antiquité et ouvert la voie aux notions de limites et de sommes vectorielles.

Les œuvres de Stevin ont été connues en France après sa mort, par la traduction commentée, publiée en 1634, qu'en fit Albert Girard.

Ce dernier, né à Saint-Mihiel en Lorraine en 1595, a passé la plus grande partie de sa vie en Hollande pour fuir les guerres de religion. D'abord musicien professionnel comme joueur de luth, il s'intéressa par la suite aux mathématiques. Ses principaux travaux concernent la trigonométrie plane ou sphérique (introduction des abréviations sin, cos, tan, aire de triangle sphérique), l'algèbre (théorème fondamental de l'algèbre, suite de Fibonacci). Mais comme Stevin, sa réputation à l'époque était surtout celle d'un ingénieur militaire (fortifications, traductions de traités...). Il mourut à La Haye en 1632.

Elève de rhétorique au lycée Louis le Grand, Louis Poinsot se présenta par hasard ou par gageure au premier concours de recrutement de l'Ecole Polytechnique en 1794. Se munissant des ouvrages de Bézout, il se mit au travail mais n'eut pas le temps de tout préparer et montra devant l'examinateur une grande ignorance de l'algèbre. Il fut néanmoins le dernier admis au premier concours de l'Ecole Polytechnique. Il profita de son séjour à l'Ecole pour combler ses lacunes. Après trois années aux Ponts et Chaussées, il devint professeur dans un lycée parisien et se tourna ensuite délibérément vers la recherche. Ses premiers travaux concernent la théorie des équations, mais il se fit surtout remarquer lors de la publication de ses Eléments de statique en 1803, complétés par la suite. Son originalité fut d'avoir habilement utilisé des méthodes purement géométriques dans des domaines mécaniques. Comme dit Joseph

Bertrand : *Tout y est nouveau ou présenté sous une forme nouvelle*. Lagrange critiqua ces innovations si éloignées de son approche analytique des problèmes. Il ne lui en tint pas rigueur puisqu'il le fit nommer en 1806 inspecteur général de l'Université. Voilà un extrait d'un de ses rapports sur l'enseignement des mathématiques :

> *La géométrie est la base de toutes les sciences, comme la grammaire et les humanités la base de toute littérature... Ceux qui ne voient dans les mathématiques que leur utilité d'application ordinaire en ont une idée bien imparfaite ; ce serait en vérité acquérir bien peu de choses à grands frais ; car, excepté les savants et quelques artistes, je ne vois guère personne qui ait besoin de la géométrie ou de l'algèbre une fois dans sa vie. Ce ne sont donc ni les théories, ni les procédés, ni les calculs en eux-mêmes qui sont véritablement utiles, c'est leur admirable enchaînement, c'est l'exercice qu'ils donnent à l'esprit, c'est la bonne et fine logique qu'ils introduisent pour toujours.*

C'est à cette époque (1809) qu'il découvrit les deux derniers polyèdres croisés réguliers. Conjointement, il fut professeur à l'Ecole Polytechnique, poste qu'il cédera à Cauchy en 1817, intégra l'Académie des sciences (1813) en succédant à Lagrange, mais fut radié de son poste d'inspecteur en 1824 par Charles X. Ses jugements impartiaux et sans concession ne plaisaient sans doute pas à tout le monde. Esprit précis et concis, il était soucieux de la forme et ennemi des développements inutiles. Son œuvre est assez limitée. Il ne chercha jamais à sortir de la voie géométrique, ignorant les grandes découvertes du siècle comme la théorie mathématique de la chaleur, l'élasticité, les fonctions imaginaires...

Ses travaux sur la dynamique des corps solides sont l'œuvre capitale de son âge mûr. C'est toujours la représentation géométrique des phénomènes mécaniques qui l'intéresse. Voilà ce qu'il écrit des travaux d'Euler, de d'Alembert et de Lagrange sur la précession des équinoxes :

> *...mais il faut convenir que dans toutes ces solutions, on ne voit guère que des calculs sans aucune image nette de la rotation des corps... or, c'est cette idée claire du mouvement de rotation que j'ai tâché de découvrir afin de mettre sous les yeux ce que personne ne s'est représenté.*

Louis Poinsot meurt à Paris en 1859.

1. Archimède

De l'équilibre des plans ou des centres de gravité (livres I et II)

On peut diviser cet ouvrage en trois parties principales :

- les postulats
- la loi des leviers
- la détermination du centre de gravité.

Ces trois parties apparaissent dans le livre I ; le livre II étant quant à lui composé de dix propositions sur les centres de gravité de segments de parabole.

Archimède pose donc sept postulats :

Les postulats I, II, III, VI sont de l'ordre du bon sens (*Nous demandons que des poids égaux s'équilibrent à des distances égales* ; etc.).

Les postulats IV, V, VII portent sur les centres de gravité sans toutefois que jamais Archimède ne donne de définition du centre de gravité, comme si la notion était déjà admise comme un concept courant.

Ce sont des règles plus qualitatives que quantitatives car il ne cherche à mesurer ni des distances en cas d'équilibre ni des inclinaisons en cas de déséquilibre.

A la suite de ces postulats, Archimède entame une liste de propositions (quinze pour le livre I) que l'on peut classer comme suit : sept propositions reprennent les postulats et mettent en place la loi des leviers qui définit le centre de gravité de deux objets si l'on connaît le centre de gravité de chacun d'eux. Les autres propositions tendent à déterminer le centre de gravité de divers objets géométriques plans : parallélogramme, triangle, trapèze.

Les propositions I, II, III reprennent différemment les postulats I, II, III. Comme les postulats, ce ne sont que des propositions qualitatives et on peut remarquer que les démonstrations, comme souvent chez Archimède, sont des démonstrations par l'absurde.

Les propositions IV, V, VI sont des cas particuliers de la loi des leviers qui constitue la proposition VII.

On peut remarquer de façon générale, qu'il identifie le centre de gravité d'une paire de masses au point où les deux masses s'équilibrent.

Maintenant, Archimède est à même d'utiliser le principe des leviers quand il a à raisonner avec un centre de gravité pour, par exemple, proposition VIII, déterminer le centre de gravité d'une grandeur restante connaissant le centre de gravité de la grandeur totale et celui de la grandeur retranchée :

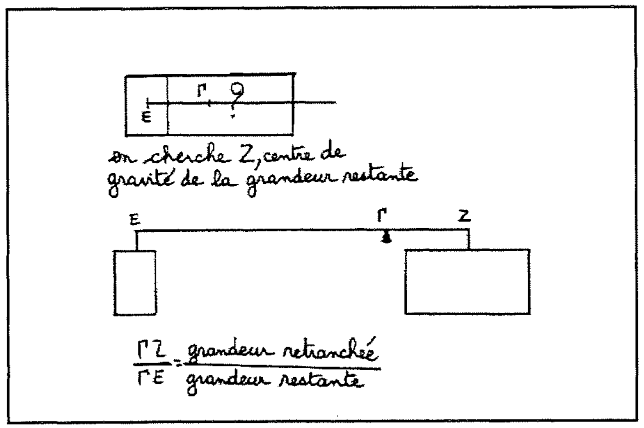


Figure 1 : grandeur totale de centre de gravité Γ ; grandeur retranchée de centre de gravité E.

Les propositions IX et X donnent le centre de gravité d'un parallélogramme.

Les propositions XI et XII concernent des positions similaires pour les centres de gravité de triangles semblables.

La proposition XIII donne deux démonstrations du fait que :

Le centre de gravité de tout triangle est situé sur la droite menée d'un angle au milieu d'une base.

La première démonstration est assez archimédienne, c'est une démonstration par l'absurde dans laquelle on découpe le triangle en bandes et en petits triangles semblables au grand.

Voici la démonstration d'Archimède dans la traduction de Paul Ver Eecke :

Proposition XIII

Le centre de gravité de tout triangle est situé sur la droite menée d'un angle au milieu d'une base.

Soit le triangle ABΓ dans lequel la droite AΔ est menée au milieu de la base BΓ. On doit démontrer que le centre de gravité du triangle ABΓ est situé sur la droite AΔ.

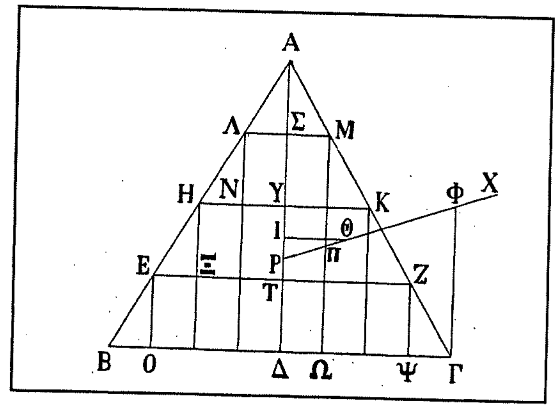


Figure 2.

En effet, qu'il n'en soit pas ainsi, mais que le centre de gravité soit, si possible, le point Θ et, par ce point, menons la droite ΘI parallèlement à la droite BΓ. Dès lors, la droite ΔΓ étant continuellement divisée en deux parties égales, on aura bientôt un reste plus petit que ΘI. Divisons chacune des droites BΔ, ΔΓ en parties égales à ce reste ; menons par les points de division des parallèles à AΔ, et menons les droites de jonction EZ, HK, ΛM. Ces dernières droites seront donc parallèles à la droite BΓ. Dès lors, le centre de gravité du parallélogramme MN est situé sur la droite YΣ ; le centre de gravité du parallélogramme KΞ sur la droite TY, et celui du parallélogramme ZO sur la droite TΔ (proposition IX). En conséquence, le centre de gravité de la grandeur composée de toutes les grandeurs précédentes est situé sur la droite ΣΔ (proposition

IV). Que ce centre soit le point P ; menons la droite de jonction PΘ, que nous prolongeons et, menons la droite ΓΦ parallèle à la droite AΔ. Dès lors, le rapport du triangle AΓΔ à la somme des triangles semblables au triangle AΓΔ, construits sur les droites AM, MK, KZ, ZΓ, est le même que le rapport de ΓA à AM, parce que les droites AM, MK, ZΓ, KZ sont égales. Or, puisque le rapport du triangle AΔB à la somme des triangles semblables, construits sur les droites AΛ, ΛH, HE, EB, est aussi le même que celui de BA à AΛ, il en résulte que le rapport du triangle ABΓ à la somme de tous les triangles que nous venons de dire, est le même que celui de ΓA à AM. Or, le rapport de ΓA à AM est plus grand que celui de ΦP à PΘ ; car le rapport deΓA à AM est plus grand que celui de ΦP à PΠ, parce que l'on a des triangles semblables. Donc le rapport du triangle ABΓ aux triangles que nous avons dits est aussi plus grand que celui de ΦP à PΘ ; en sorte que, par division, le rapport des parallélogrammes MN, KΞ, ZO aux triangles restants est plus grand aussi que le rapport de ΦΘ à ΘP. Etablissons donc un rapport de XΘ à ΘP égal à celui des parallélogrammes aux triangles. Dès lors, puisque l'on a une certaine grandeur ABΓ dont le centre de gravité est Θ, qu'on en a retranché une grandeur composée des parallélogrammes MN, KΞ, ZO, et que le centre de gravité de la grandeur retranchée est le point P, il s'ensuit que le centre de gravité de la grandeur restante, composée des triangles laissées à l'entour, est situé sur la droite PΘ prolongée, sur laquelle on a pris une droite ayant avec ΘP le même rapport que la grandeur retranchée possède avec la grandeur restante (proposition VIII). Donc, le point X est le centre de gravité de la grandeur composée des triangles qui restent à l'entour ; ce qui est impossible, car ces derniers sont tous situés du même côté d'une droite, parallèle à AΔ, menée du point X dans le plan (postulat VII). Dès lors, la proposition est évidente.

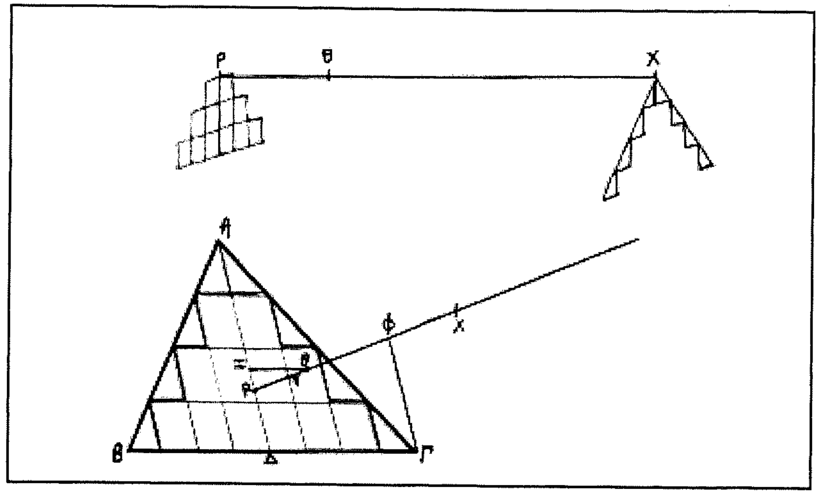
Commentaire

Si le centre de gravité Θ du triangle ABΓ n'est pas sur (AΔ), alors le centre de gravité X de la partie constituée des petits triangles est rejeté au-delà de la droite (ΓΦ) ce qui n'est pas possible.

Dans cette démonstration, Archimède utilise ses propositions IV, VII, IX, le postulat VII ainsi que Euclide VI.2 (voir ces textes en annexe).

Il donne ensuite une autre démonstration, différente, bien qu'encore par l'absurde : Archimède utilise des triangles semblables et, dans ces triangles, le fait que les centres de gravité sont semblablement placés.

Tout naturellement, Archimède énonce dans la proposition XIV que *le centre de gravité de tout triangle est le point où se rencontrent les droites menées des angles du triangle aux milieux des côtés.*



Figures 3 et 4.

Dans la proposition XV, Archimède détermine le centre de gravité d'un trapèze.

Pour terminer cette partie, revenons sur le centre de gravité : nous ne connaissons aucune définition écrite antérieure à Archimède. Archimède lui-même n'en donne aucune. Peut-être l'avait-il défini dans un livre sur les leviers qui ne nous serait pas encore parvenu. On peut raisonnablement penser que, pour Archimède, le centre de gravité est un point, centre d'équilibre. Point théorique où s'établit l'équilibre de grandeurs simples ou de grandeurs composées pour lesquelles les liens entre les composantes sont imaginaires car ils n'interviennent pas dans la détermination du centre de gravité.

Annexes

Postulat VII. : Le centre de gravité de toute figure, dont le périmètre est concave dans la même direction, doit être à l'intérieur de cette figure.

Proposition IV : Si deux grandeurs égales n'ont pas le même centre de gravité, le centre de gravité de la grandeur composée de ces deux grandeurs sera au milieu de la droite reliant les centres de gravité de ces grandeurs.

Proposition VI : Des grandeurs commensurables s'équilibrent à des distances inversement proportionnelles à leurs poids.

Proposition VII : Au reste, si les grandeurs sont incommensurables, elles s'équilibreront pareillement à des distances inversement proportionnelles à leurs grandeurs.

Proposition VIII : Si d'une grandeur, l'on retranche quelque grandeur n'ayant pas le même centre que la grandeur entière, le centre de gravité de la grandeur restante est situé à l'extrémité de la droite obtenue en prolongeant, dans la direction du centre de la grandeur entière, la droite reliant les centres de gravité de la grandeur entière et de la grandeur retranchée, et en prenant, sur le prolongement de la droite reliant les centres *que nous venons de dire, une droite telle que son rapport à la droite située entre les centres soit le même que celui du poids de la grandeur au poids de la grandeur restante.*

Proposition IX : Le centre de gravité de tout parallélogramme est situé sur la droite reliant les points qui divisent les côtés opposés du parallélogramme en deux parties égales.

2. Simon Stevin

Le quatrième volume des œuvres mathématiques de Simon Stevin est consacré à l'Àrt pondéraire ou la Statique. Il y traite du levier, de l'hydrostatique et de sa pratique, des applications de la statique et dans le deuxième livre de l'invention du centre de gravité.

Fortement influencé par Archimède, il aborde le problème du centre de gravité d'un triangle avec une figure similaire à celle de la première démonstration (proposition XIII) du savant de Syracuse. En voici le texte dans la traduction d'Albert Girard publiée en 1634 (réédition ACL-éditions) :

THEOREME II. PROPOSITION II.

Le centre de gravité des triangles, est en la ligne menée d'un angle, au milieu du costé opposite.

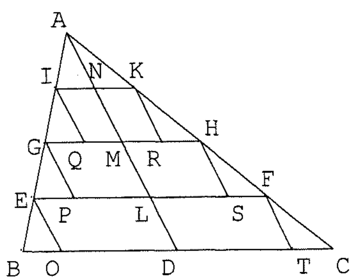
Le donné. Soit ABC un triangle quelconque rectiligne, & menée la ligne AD, d'un angle A vers le milieu du costé opposite BC.

Le requis. Il faut demonstrer que le centre de gravité du triangle est en la ligne AD.

Préparation. Soyent menées les paralleles à BC, comme EF, GH, IK, coupans AD en L, M, N ; puis les paralleles à AD, comme EO, GP, IQ, KR, HS, FT.

DEMONSTRATION.

Les quadrangles IR, GS, ET seront parallelogrammes, desquels les centres de gravité sont en AD ; d'autant que BD estant egale à DC, leurs costez seront aussi paralleles à BC ; voire le centre de gravité de la figure composée des trois parallelogrammes IT sera dans AD. Or tout ainsi qu'on a inscrit icy trois parallelogrammes dans ABC, on en pourra faire aussi une infinité lesquels auront tous leurs centres de gravité dans AD, pour les mesmes raisons ; & tant plus il y en a, tant moins differeront-ils du triangle, veu que si on menoit par le milieu de AN, NM, ML & LD, achevant les parallelogrammes, ils ne differerons du triangle que de la moitié de la difference precedente : Parquoy on en peut tant inscrire, que la difference sera moindre qu'aucune superficie donnée tant petite soit-elle, d'où s'ensuit



que prenant AD pour diametre de gravité, la disposition de la pesanteur de la partie ADC differera moins de celle de l'autre partie ADB, qu'aucune quantité qu'on sçauroit donnée si petite puisse-elle estre, d'où nous argumenterons ainsi.

A. Lors que deux pesanteurs different, on peut trouver une pesanteur moindre que leur differences.

O. *A ces deux pesanteurs ADC, ADB, on ne peut trouver de pesanteur moindre que leurs differences.*

O. *Ces deux pesanteurs donc ADC, ADB ne different pas.*

Parquoy AD sera diametre de gravité, & consequemment le centre de gravité du triangle y sera.

Conclusion. Le centre de gravité donc des triangles, est en la ligne menée d'un angle vers le milieu du costé opposite ; ce qu'il falloit demonstrer.

Dans un théorème précédent, Stevin étudie plus généralement le centre de gravité de figures planes : *Le centre des figures est aussi leur centre de gravité.* Il prouve ce théorème sur des exemples précis : le triangle équilatéral, le parallélogramme et le pentagone régulier dont les centres sont parfaitement identifiés. Qu'en est-il de figures plus irrégulières ? Peut-on dans ce cas définir un centre ? Albert Girard conclut même dans son commentaire : *Finalement j'estime que ce n'est pas mal dit que le centre de gravité est aussi le centre de la figure.*

La conception de Stevin du centre de gravité est comparable à celle que donne Pappus dans son huitième livre de sa Collection Mathématique : *Centre de gravité est celuy, auquel si on imagine le solide estre suspendu, il se tiendra en toutes les positions qu'on lui peut donner.* Ou peu après : *Centre de gravité d'un corps est celui par lequel tout plan divise le corps en deux parties équilibres.* C'est à l'aide de ces définitions qu'il trouve, sans difficulté, le centre de gravité de figures à *centre*.

Dans la démonstration du théorème II, Stevin, en s'inspirant des méthodes grecques, inscrit dans le triangle des parallélogrammes dont il peut situer le centre de gravité commun sur leur médiane commune (AD). On trouve alors, sous-jacente, la notion moderne de limite. Si le triangle ne peut pas être pour Stevin, une somme *infinie* de parallélogrammes inscrits, leur différence avec le triangle peut être *moindre qu'aucune superficie donnée tant petite soit-elle.* Ce résultat soutient la suite de sa démonstration. Au lieu d'avoir recours, comme les auteurs grecs, à la méthode d'exhaustion et un double raisonnement par l'absurde, il utilise un syllogisme. Les appellations sont les suivantes : A désigne une proposition universelle affirmative et O une particulière négative.

En résumé, deux pesanteurs dont la différence est plus petite que toute pesanteur donnée sont égales. Le terme de pesanteur ne doit pas être assimilé, dans ce cas, au poids puisque ABD et ACD ont même aire, mais, comme l'écrit Stevin dans son premier livre, à *la puissance qu'il a de descendre au lieu proposé.*

Dans le théorème III, après avoir situé le centre de gravité à l'intersection des médianes du triangle, Stevin précise la position de ce centre sur chaque médiane, en utilisant un résultat de l'*Amalgeste* de Ptolémée. En voici les textes :

THEOREME III. PROPOSITION IV

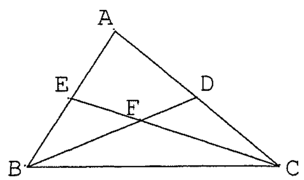
Le centre de gravité d'un triangle divise la ligne menée d'un angle vers le milieu du costé opposite en telle sorte que la partie de devers l'angle est double à l'autre.

Le donné. Soit ABC un triangle, & de l'angle B est menée BD, vers le milieu de AC ; & de mesme CE, de l'angle C vers le milieu de AB, tellement que F sera le centre de gravité.

Le requis. Il faut demonstrer que CF est double de FE.

DEMONSTRATION.

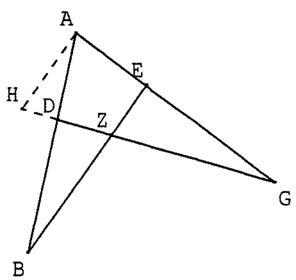
Ostant la raison EB_1 à BA_2, de la raison de CD_1 à DA_1 (c'est-à-dire raison 1/2, de raison 1/1) restera raison 2/1, c'est-à-dire que la raison de CF à FE est de 2 à 1 : par la converse du 12 chap. du premier livre de *l'Amalgeste de Ptolemée.*



Conclusion. Le centre de gravité donc d'un triangle, &c.

Claude Ptolémée : l'Amalgeste, chapitre 11 (traduction M. Halma)

On démontre de même par décomposition (*diérèse*), que la raison de GE à EA est composée de celle de GZ à DZ et de celle de DB à BA, en menant une droite par le point A parallèlement à BE, et prolongeant GDH jusqu'à cette droite. Car, puisque AH est parallèle à EZ, GZ est à ZH comme GE à EA. Prenant la droite ZD auxiliaire, la raison de GZ à ZH est composée de celle de GZ à ZD, et de celle de DZ à ZH. Mais la raison de DZ à ZH est la même que celle de DB à BA, à cause des droites BA, ZH menées à travers les parallèles AH, BZ. Donc la raison de GZ à ZH est composée de celle de GZ à ZD, et de celle de DB à BA. Mais la raison de GE à EA est la même que celle de GZ à ZH ; donc la raison de GE à EA est composée de celle de GZ à DZ, et de celle de DB à BA : ce que nous voulions aussi démontrer.



La démonstration est simple : Ptolémée montre que (dans la deuxième figure) :

$$\frac{GE}{EA} = \frac{GZ}{DZ} \times \frac{DB}{BA}.$$

Si E et D sont les milieux des côtés [AG] et [AB], l'égalité précédente revient à $\frac{GZ}{DZ} = 2$.

Dans la suite du chapitre, Stevin utilise les résultats précédents pour trouver, par découpages, le centre de gravité de différentes figures rectilignes. Si le procédé est assez systématique, Albert Girard nous donne dans ses commentaires des moyens originaux de trouver le centre de gravité d'un quadrilatère, en s'inspirant, comme il le dit, du commentaire de Frédéric Commandin sur la quadrature de la parabole d'Archimède. En voici un extrait où l'auteur utilise les résultats sur l'équilibre des pesanteurs traité par Stevin et Archimède.

NOTEZ.

Pendant que cecy estoit sous la presse, il m'est venu en main le commentaire de *Frederic Commandin* sur la quadrature de la parabole d'Archimedes, où il descrit en la 6 proposition une autre maniere de trouver le centre de gravité des figures planes rectilignes, si quelqu'un desire de la sçavoir, il pourra y avoir son recours.

ALB. GIRARD.

Lors que je faisois la lecture de ce livre, je fis tout mon effort pour recouvrer le commentaire susnommé ; toutefois avant de le pouvoir recouvrer, je me mis à rechercher quelques manieres plus faciles que celles que Stevin *enseigne icy : (car chercher la quatrième proportionnelle, c'est un peu trop suivre la manière arithmétique) finalement ayant reüssy, et depuis recouvert ledit commentaire, je trouvay que la maniere que j'avais de trouver le centre de gravité d'un quadrangle convenoit du tout à la manière de* Commandin *en sa figure troisiesme ; (car la figure quatriesme est encor autrement) or il enseigne puis apres une maniere de trouver le centre de gravité des autres polygones, laquelle est fort belle, que je mettray icy és exemples 7, 8, & 9, comme s'ensuit, à celle fin de contenter ceux qui en seroyent desireux.*

7 Exemple.

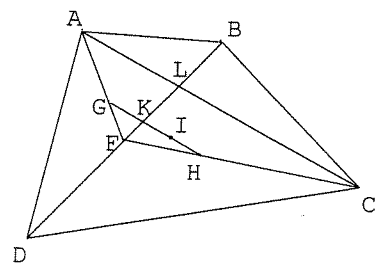
Le donné. *Soit ABCD un quadrangle.*

Le requis. *Il faut trouver son centre de gravité.*

CONSTRUCTION.

Ceste maniere s'accorde du tout avec la sienne, comme j'ay dit cy-dessus :

Soit F milieu de la diagonale BD, & menant AF, FC, de laquelle FG soit le tiers,



puis GH parallele à l'autre diagonale AC ; & finalement GI egale à KH ; alors I sera le centre de gravité du quadrangle ABCD

DEMONSTRATION

D'autant que FG est le tiers de AF, laquelle vient de l'angle A vers le milieu de DB, alors G sera centre de gravité du triangle ABD, & H du triangle DCB ; car FH est à HC, comme FG à GA ; d'autant que GH est parallèle à AC. GH sera donc la barre, mais les triangles susdits ABD à DCB seront comme AL à LC (ce qu'on prouve en ce que les perpendicles sur DB des angles opposez sont en mesme raison) ou comme GK à KH, ou bien comme HI à IG : donc I sera le centre de gravité du quadrangle ABCD, car IG est egale à KH

Notez que si la diagonale AC eust passé par F, que tout eust esté plus aisé.

3. Louis Poinsot

Jusqu'à présent nous avons fait abstraction de la pesanteur des corps.

Ainsi s'ouvre le troisième chapitre des Elémens de Statique de Louis Poinsot, ouvrage dont la première édition remonte à 1809[1]. Alors que le traité d'Archimède traite de l'équilibre et du centre de gravité des figures planes, alors que Simon Stevin identifie la statique à un *Art pondéraire*, de quoi traite donc la statique au début du dix-neuvième siècle ?

Le problème général de la Mécanique se formule ainsi :

Un corps ou un système de corps étant sollicité par de certaines forces données, trouver le mouvement que ce corps prendra dans l'espace[2].

La solution de ce problème suppose qu'on en examine d'abord un cas particulier

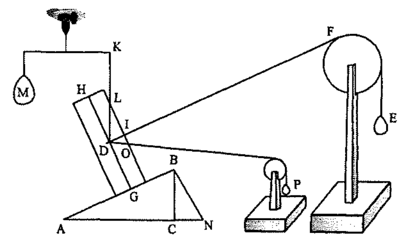
où l'on demanderait quelles doivent être les relations des forces, pour que le système auquel elles sont appliquées prenne un mouvement égal à zéro, c'est-à-dire demeure en équilibre.

Tel est l'objet de la Statique, première partie de la Mécanique, *science de l'équilibre des forces* ; l'autre partie *traite ensuite de toutes les questions qui se rapportent au mouvement des corps ; elle s'appelle Dynamique ou science du mouvement.* L'objet premier est donc la force que Poinsot définit comme *cause quelconque de mouvement* puisque, dit-il :

si un corps en repos vient à se mouvoir, on peut être assuré que ce n'est qu'en vertu d'une cause étrangère qui agit sur lui. Cette cause, quelle qu'elle soit, qui ne nous est connue que par ses effets, nous l'appelons force ou puissance.

Simon Stevin, grâce à des dispositifs de leviers, plans inclinés et poulies (ou plutôt leurs représentations diagrammatiques) mettait en place la possibilité d'une lecture géométrique des tractions et poussées conçues comme pesanteurs déviées. Le poids était ainsi le paradigme naturel de toutes les autres puissances que l'artifice pouvait imaginer.

[1] Nous nous réfèrerons à la sixième édition qui date de 1834.
[2] *Elemens de Statique*, n°3, p. 3.



La pesanteur chez Poinsot n'est qu'un cas particulier de force et le chapitre III de sa Statique consacré à la question des centres de gravité est une application des principes et résultats fondamentaux dégagés aux deux premiers chapitres. La force, cause de mouvement, est susceptible d'une représentation géométrique par un segment de droite issu du point où elle s'applique, dans la direction du mouvement qu'elle tend à produire et dont la longueur est proportionnelle à l'intensité. Après quoi, nous avertit Poinsot, *tous les théorèmes de la statique rationnelle ne sont plus au fond que des théorèmes de Géométrie*[3]. Le chapitre premier traite donc géométriquement de la composition et décomposition des forces, de la composition et décomposition des couples de forces - *doctrine* dont il est l'inventeur - , établissant le théorème général suivant lequel tout système de forces se ramène à une force résultante et un couple résultant ; d'où suit la condition la plus générale de l'équilibre d'un corps, savoir que la force résultante soit nulle *et* que le couple résultant soit nul. Le chapitre second peut alors traiter des conditions de l'équilibre *exprimées par des équations*.

Arrêtons-nous un instant sur cet enchaînement qui est caractéristique du travail de Poinsot et, plus largement, de l'attention et la priorité nouvelles accordées à la géométrie par les mathématiciens, notamment français, au début du dix-neuvième siècle. Pour faire bref, disons qu'il y a là quelque chose de l'ordre d'un retour, d'une *restauration* de la géométrie, en même temps qu'une critique du tout analytique. Dans l'introduction à sa Méchanique Analytique de 1788, Lagrange attirait l'attention du lecteur sur l'absence totale de figures, caractéristique d'un ouvrage où :

les méthodes [exposées] ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou méchaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière et uniforme.

Il ajoutait aussitôt :

Ceux qui aiment l'Analyse verront avec plaisir la Méchanique en devenir une nouvelle branche, et me sauront gré d'en avoir étendu ainsi le domaine.

Sorte de point extrême d'une démarche qui, prenant appui sur le travail de Descartes (algébrisation de l'analyse géométrique) et voulant éclaircir les aspects jugés obscurs (ou trop métaphysiques) du calcul infinitésimal, refonde au dix-huitième siècle l'analyse sur le concept de fonction. La géométrie, auparavant terrain d'origine des problèmes et des idées, est ramenée au rôle de champ d'application d'une théorie qui s'élabore et se développe en dehors d'elle. Descartes voulait soulager l'imagination fatiguée par l'attention portée aux figures. La géométrie inventée et défendue par Poncelet et Chasles entre autres, redonne la première place

[3] *Ibid.* n°16 p. 19

aux propriétés des figures, formées par les corps eux-mêmes ou par leurs relations spatiales les uns envers les autres. Dans le domaine des sciences mécaniques, le rôle de la géométrie est alors de faire voir aussi bien les raisons d'un équilibre que les corps en mouvement. Elle élabore les idées justes sur lesquelles la pertinence d'un calcul analytique pourra ensuite être pensée. Ecoutons à ce sujet Louis Poinsot :

> *Ce n'est donc point dans le calcul que réside cet art qui nous fait découvrir ; mais dans cette considération attentive des choses, où l'esprit cherche avant tout à s'en faire une idée, en essayant, par l'analyse proprement dite, de les décomposer en d'autres plus simples, afin de les revoir ensuite comme si elles étaient formées par la réunion de ces choses simples dont il a une pleine connaissance. [...] Ainsi notre vraie méthode n'est que cet heureux mélange de l'analyse et de la synthèse, où le calcul n'est employé que comme un instrument. Instrument précieux et nécessaire sans doute, parce qu'il assure et facilite notre marche ; mais qui n'a par lui-même aucune vertu propre ; qui ne dirige point l'esprit, mais que l'esprit dirige comme tout autre instrument.*

Ces remarques sont faites à l'occasion d'un travail intitulé Théorie nouvelle de la rotation des corps[4], où Poinsot reprend la difficile question *du mouvement d'un corps de grandeur sensible et de figure quelconque*. Il s'agit alors, par la Géométrie, de considérer *les choses en elles-mêmes et d'une vue assez directe*, que *les artifices et les détours* du calcul analytique n'autorisent pas : même si, par ce moyen, la résolution des équations différentielles caractéristiques du mouvement, on parvient

> *à déterminer le lieu où se trouvera le corps au bout d'un temps donné [...] on ne voit point du tout comment le corps y arrive : on le perd entièrement de vue ; tandis qu'on voudrait l'observer et le suivre, pour ainsi dire, des yeux dans tout le cours de sa rotation*[5].

Donnons un dernier exemple de cette place prépondérante de la géométrie, tiré des Elemens de Statique : la théorie géométrique des couples, qu'il invente, est commentée par Poinsot comme adjoignant une *idée* à ce que l'on nommait ordinairement le moment d'une force par rapport à un point, ou un axe, ou un plan. Dans la mécanique analytique, ce moment n'est selon Poinsot qu'un simple produit *qui résulte de deux nombres* alors qu'il constitue ici la mesure de l'*énergie* du couple obtenu en transportant cette force au point considéré (ou sur l'axe ou sur le plan) ; et bien que le moment du couple exprime la même *quantité numérique* que le moment ordinaire de la force, toute la différence gît dans l'idée géométrique que le concept de couple lui adjoint.

Venons-en donc maintenant aux centres de gravité proprement dits, tels que les Elemens de Statique en traite.

L'établissement, au premier chapitre, des règles de composition et décomposition des forces parallèles conduit au résultat suivant, décisif pour l'étude des centres de gravité :

[4] Théorie nouvelle de la rotation des corps, in *Journal de Mathématiques pures et appliquées* , janvier 1851 p. 86-87.
[5] *Elemens de Statique*, p. 9-10.

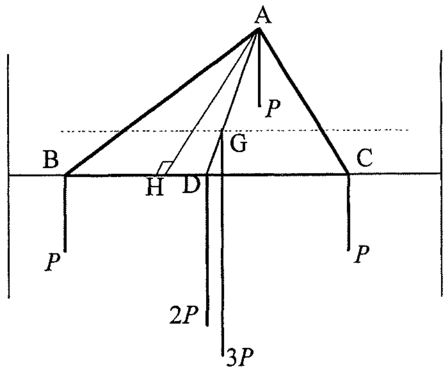
> *Si l'on considère un système quelconque de forces parallèles, appliquées à un assemblage de points A, B, C, D, etc., et que l'on incline successivement tout le système de ces forces dans diverses situations, de manière que les mêmes forces passent toujours par les mêmes points et conservent leurs grandeurs et leur parallélisme, les résultantes générales qu'on trouvera successivement dans chacune de ces positions se croiseront toutes au même point*[6].

Autrement dit, le point d'application de la résultante des forces parallèles ne dépend que des points d'application et des grandeurs des forces, mais pas de leur direction commune. Ce point d'application, appelé centre des forces parallèles demeure d'ailleurs le même si les grandeurs des forces sont modifiées proportionnellement.

Un système de masses ponctuelles soumises à la pesanteur engendre un tel système de forces. En effet, la pesanteur ou gravité est cette *cause inconnue qui fait descendre les corps vers la terre*[7] ; cause de mouvement, on peut donc la considérer comme une force. La grandeur de cette force qui varie lorsqu'on se déplace sur la surface terrestre, reste toujours proportionnelle à la masse. Par ailleurs, envisageant des corps de taille négligeable par rapport au rayon de la terre, on peut considérer que les forces ou poids s'appliquant aux diverses masses ponctuelles du système sont toutes parallèles et de même sens, savoir, parallèles à la verticale du lieu et dirigées du haut vers le bas. Le point d'application du poids résultant ou poids du système est alors le centre des forces parallèles correspondant aux poids des diverses masses du système. Sa position ne dépend donc que des masses et de la figure qu'elles forment (leurs positions mutuelles), et pas de la manière dont le système dans son ensemble est disposé ou tourné par rapport au plan horizontal du lieu où on le considère. Voilà donc établie a priori l'existence du centre de gravité d'un tel corps, qui reste le même dans le corps, quelle que soit la position qu'on lui donne dans l'espace.

Deux méthodes, tirées des enseignements des premiers chapitres, peuvent fournir alors la détermination du centre de gravité d'un tel corps (système de masses ponctuelles) : d'abord par application itérée de la détermination de la résultante de deux forces parallèles ; ou alors par la détermination de la distance du centre de gravité à plusieurs plans que l'on pourra toujours, quitte à tourner le système, considérer comme parallèles aux forces, la distance à un tel plan résultant alors de la division par la somme des poids de la somme des moments de ces poids par rapport au plan. Illustrons ces deux démarches en déterminant le centre de gravité d'un système de trois masses ponctuelles égales situées aux trois sommets d'un triangle ABC que l'on peut toujours situer dans le plan horizontal. Désignons alors par la lettre P le poids identique de chacune de ces masses.

[6] *Elemens de Statique*, p. 34.
[7] *Ibid.* n°133, p.173.



La résultante des deux forces égales et parallèles appliquées en B et C est une force parallèle de grandeur $P+P=2P$, appliquée au point D milieu de BC. La résultante de cette résultante et de la force P appliquée en A est donc une force verticale (un poids) de grandeur $2P+P=3P$ et appliquée au point G de la médiane tel que :

$$\frac{GD}{GA}=\frac{P}{2P}=\frac{1}{2} \quad \text{ou encore } AG=\frac{2}{3}AD.$$

Considérons maintenant le plan perpendiculaire au plan horizontal et contenant la droite BC. Le moment de chacun des poids P appliqués en B et C est nul par rapport à ce plan. La somme des moments des trois poids se réduit donc au moment du seul poids P appliqué au point A ; il est donc égal à P×AH où AH désigne la hauteur abaissée de A sur BC. La distance du centre de gravité au plan est donc le quotient $\frac{P\times AH}{3P}=\frac{AH}{3}$. Le centre de gravité, qui est évidemment dans le plan du triangle ABC, se situe sur la droite parallèle à BC et coupant les côtés AB et AC au tiers à partir de la base BC. Il devra donc aussi se situer sur la parallèle à AC, coupant BA et BC au tiers à partir de AC. Des arguments de géométrie élémentaire nous montrent qu'il s'agit bien encore du même point G précédemment déterminé.

Les choses, comme on s'en doute, se compliquent lorsqu'il n'est plus possible de décomposer le corps envisagé en un système fini de masses ponctuelles, comme il arrive dans le cas d'une tige rectiligne, d'une plaque triangulaire (l'aire du triangle), de la *solidité* (du volume plein) d'une pyramide. Ici, nous avertit Poinsot, la *solution générale [...] dépend du calcul intégral* dont on peut voir *dans presque tous les traités de Mécanique, des applications très simples et qui n'ont d'autres difficultés que celles du calcul intégral lui-même*[8]. L'analyse infinitésimale et son calcul aveugle viendraient donc troubler la limpide vision offerte par la pure Géométrie. Poinsot résiste pourtant, affirmant qu'il existe *des considérations élémentaires très élégantes qui conduisent à la détermination des centres de gravité pour la plupart des corps dont il est question dans la Géométrie* c'est-à-dire des corps homogènes où la position du centre de gravité ne dépend plus que de la *figure* du corps.

[8] *Ibid.*, p. 186.

Par exemple :

Toute figure dans laquelle il se trouve un point tel, qu'un plan quelconque mené par ce point coupe la figure en deux parties parfaitement symétriques, a son centre de gravité en ce point, que l'on nomme ordinairement le centre de la figure[9].

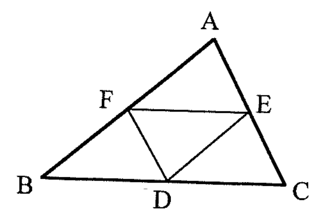
Lemme selon la terminologie de Poinsot, plutôt principe premier de symétrie géométrique dont la preuve consiste ici simplement à dire qu'étant mené un plan quelconque par ce point, *il n'y a pas de raison pour que le centre de gravité se trouve d'un côté de ce plan plutôt que de l'autre ; donc il sera dans ce plan* ; étant ainsi dans tout plan mené par ce point, il coïncide donc nécessairement avec lui.

D'où suit que le centre de gravité d'un segment de droite est au milieu de sa longueur ; celui de l'aire d'un parallélogramme à l'intersection de ses diagonales ; idem pour la solidité d'un parallélépipède.

Ce lemme de symétrie pourtant ne suffit pas. Il y faut adjoindre ou un principe de similitude analogue à celui dont usa Archimède, ou des considérations engageant l'infini. En témoignent les démonstrations fournies par Poinsot lui-même dans le cas élémentaire de l'aire du triangle, où des considérations infinitésimales viennent se mêler à l'évidence géométrique.

Poinsot considère d'abord, et sans le secours d'une figure, la surface du triangle ABC comme *actuellement* composée *d'une infinité de tranches parallèles à la base BC*, chacune de ces tranches étant *visiblement* divisée en deux parties égales par la médiane AD issue de A. Le centre de gravité de chacune de ces tranches se trouve donc sur cette médiane et donc aussi celui de l'aire du triangle ; d'où suit sa position à l'intersection des médianes et au tiers de chacune d'elles à partir de chaque base.

A cette démonstration pourtant qualifiée de *naturelle* et *simple*, Poinsot juge bon d'en ajouter une nouvelle *qui ne laisse rien à désirer du côté de l'exactitude* :



D, E et F désignant les milieux respectifs des côtés BC, CA et AB, le triangle ABC se trouve composé du parallélogramme AEDF et des deux triangles BFD et DEC parfaitement égaux entre eux et semblables aux premiers.

Puis[10] :

Le moment du triangle ABC, par rapport à une ligne quelconque menée dans son plan, sera donc égal à la somme des momens du parallélogramme et des deux triangles.

[9] *Ibid.*, n°147, p. 188.
[10] *Ibid.*, n°153, p. 193-196.

Soit a l'aire d'un de ces triangles, 4a sera celle du triangle proposé. Donc si l'on nomme x la distance du centre de gravité de ce triangle à la base BC, on aura 4ax pour son moment par rapport à cette ligne.

Soit h la hauteur du triangle ; $\frac{h}{2}$ *sera la distance du centre de gravité du parallélogramme à la base ; et comme son aire est 2a, son moment sera* $2a \times \frac{h}{2}$*, c'est-à-dire ah.*

Ensuite, les deux triangles BFD, DEC ont visiblement leurs centres de gravité à même distance de la base BC ; donc, si l'on nomme x' cette distance, la somme de leurs momens sera 2ax'.

On aura donc 4ax = ah + 2ax', ou bien, en divisant par 4a, $x = \frac{1}{4}h + \frac{x'}{2}$.

Si l'on supposait, avec Archimède, que, dans les triangles semblables, les centres de gravité sont des points semblablement placés ; alors, comme les dimensions du triangle BFD ou DEC sont moitiés de celles du triangle ABC, on aurait $x' = \frac{x}{2}$ *; et substituant dans l'équation précédente, on trouverait sur-le-champ* $x = \frac{h}{3}$.

Ce qui ferait voir que le centre de gravité d'un triangle se trouve placé au-dessus de chaque côté, à une distance égale au tiers de la hauteur de l'angle opposé, et que par conséquent il est au point déterminé ci-dessus [c'est-à-dire au croisement des médianes].

Mais on peut parvenir à cette conclusion sans aucune hypothèse : car, puisque l'on a trouvé pour le triangle ABC, $x = \frac{1}{4}h + \frac{x'}{2}$*, x étant la distance de son centre de gravité à la base BC, et x' la distance du centre de gravité du triangle BFD à sa base BD ; en imaginant que l'on fasse, dans le triangle BFD la même construction que l'on a faite dans le triangle ABC, si l'on nomme x'' la distance analogue à celle qu'on a nommée x', et si l'on observe que la hauteur du nouveau triangle, est deux fois plus petite que celle du premier, on aura* $x' = \frac{1}{4}\frac{h}{2} + \frac{x''}{2}$.

Et continuant la même construction, on trouvera $x'' = \frac{1}{4}\frac{h}{4} + \frac{x'''}{2}$, $x''' = \frac{1}{4}\frac{h}{8} + \frac{x^{iv}}{2}$, *etc., etc.,*

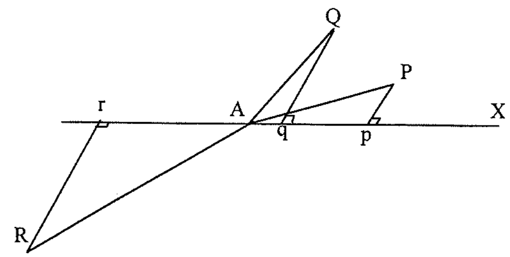
x''', x^{iv}, *etc., désignant les distances des centres de gravité à la base dans les triangles successifs, distances qui diminuent sans cesse, et dont la dernière peut être rendue moindre que toute grandeur donnée, puisqu'elle est toujours plus petite que la hauteur du triangle dans lequel on la considère.*

On aura donc, en substituant successivement dans la première équation, à la place de x', x'', x''', etc., leurs valeurs, $x = \frac{1}{4}h + \frac{h}{4.4} + \frac{h}{4.4.4} + etc.$*, à l'infini ; d'où* $x = \frac{h}{3}$*, ce qu'il fallait démontrer.*

On le voit bien ici, on n'échappe pas à une conviction *naturelle* relayée par la géométrie ou à un calcul mettant en jeu l'infini.

Mais la pensée géométrique montre toute sa force analytique dans les propriétés générales des centres de gravité que Poinsot développe ensuite.

Les règles de composition et décomposition des forces suivant des directions ou des axes quelconques permettent de voir que si des forces AP, AQ, AR, etc., *se font équilibre autour du point A* (c'est-à-dire si ces forces toutes appliquées au même point A ont une résultante nulle), il en va de même des forces Ap, Aq, Ar, etc., obtenues à partir d'elles par projection (orthogonale) sur un axe quelconque AX passant par A.



Si on considère alors le plan passant par A et perpendiculaire à l'axe AX, les segments Ap, Aq, Ar, etc., mesurent les distances des points P, Q, R, etc., à ce plan. De sorte que si on imagine des masses égales placées aux différents points P, Q, R, etc., l'équilibre des forces projetées sur l'axe AX se lit comme l'équilibre des moments de ces masses par rapport au plan considéré, ou encore : la somme des moments de ces masses par rapport au plan est nulle. Comme ceci a lieu pour tout axe passant par A et donc tout plan passant par A, il s'ensuit que A est le centre de gravité du système des masses égales placées aux extrémités des forces AP, AQ, AR, etc., qui se font équilibre en A. Et réciproquement.

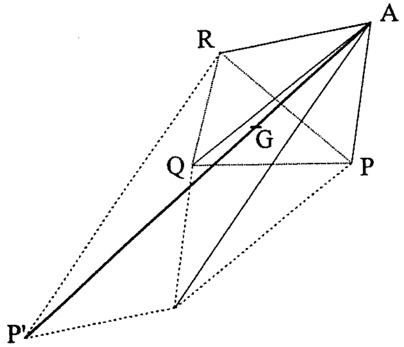
Dans cette situation, étant données les propriétés que nous appelons d'additivité et d'associativité des centres de gravité des systèmes de masses ponctuelles, propriétés qui dérivent directement des règles de composition des forces parallèles, le point A est le centre de gravité du système formé du point P affecté de la masse m et du point G, centre de gravité du système des *n* points restants Q, R, S, etc., affecté donc de la masse *nxm*. On trouve donc ce point G en prolongeant PA d'une longueur $AG = \frac{PA}{n}$. Vous pourrez vous convaincre de la chose en la réalisant avec trois forces AP, AQ, AR dont la résultante est nulle.

Mais ce n'est pas tout.

Toujours dans la même situation, la force AP est donc égale et opposée à la résultante des forces restantes AQ, AR, etc. Soit Ap' cette résultante. Si nous prenons G entre A et P' tel que

$AG = \frac{AP'}{n}$, alors G est centre de gravité de tout système de masses ponctuelles égales placées aux n points Q, R, S, etc.

D'où une méthode géométrique[11] de détermination du centre de gravité d'un système de n masses ponctuelles égales placées aux points Q, R, S, etc. : qu'on se donne un point A situé à volonté, et qu'on interprète les segments AQ, AR, AS, etc., comme autant de forces appliquées au point A ; par itération de la règle du parallélogramme, on détermine géométriquement la résultante AP' de toutes ces forces, puis le point G entre A et P' en prenant la n-ième partie du segment AP'.



Louis Poinsot généralise ensuite ce procédé au cas de masses ponctuelles inégales[12].

Voilà donc exposés, sans calcul vectoriel, mais en appui sur une pensée géométrisée de la force, les principes mêmes de ce que nous pratiquons maintenant et faisons pratiquer dans nos classes sous le titre de calcul barycentrique.

Bibliographie

Archimède (1960) *Les œuvres complètes d'Archimède,* traduites par Paul Ver Eecke, Vaillant-Carmanne.

Eutocius d'Ascalon (1960) *Les commentaires d'Eutocius d'Ascalon,* édités à la suite de l'œuvre d'Archimède par Vaillant-Carmanne.

Simon Stevin (1634) *L'Art Pondéraire ou la Statique,* trad. A. Girard, réédition ACL Editions, 1987.

Louis Poinsot (1834) *Elémens de Statique*, sixième édition.

[11] *Ibid.*, p. 219-222.
[12] *Ibid.*, p. 223.

DE PACIOLI À TRUCHET : TROIS SIÈCLES DE GÉOMÉTRIE POUR LES CARACTÈRES

Jacques André

Irisa/Inria-Rennes

Campus universitaire de Beaulieu
F-35042 Rennes cedex

Résumé

Les caractères d'imprimerie peuvent être vus comme des surfaces géométriques. L'idée n'est pas nouvelle puisque la modélisation de leurs contours par le compas et la règle remonte à la Renaissance (avec notamment Pacioli en Italie, Dürer en Allemagne et Tory en France) et a été reprise sous Louis XIV (Truchet, à qui on doit aussi le concept de point typographique). Après avoir cité les principaux modèles anciens, nous montrons notamment comment ils permettaient d'approcher les contours d'un O par des arcs de cercle, ce que l'on fait aujourd'hui par des courbes de Bézier.

Introduction

Si c'est au début du XV^e siècle que l'imprimerie a été inventée[1], la notion de caractère imprimé (nous verrons, section 1, ce qui les distingue des caractères manuscrits) n'apparaît guère que vers 1500 mais prend toute son importance au XVI^e siècle, avec les Manuce, Garamond et autres Plantin qui se basent sur les recherches des humanistes de la Renaissance. Beaucoup de ceux-ci en effet, ont proposé des modèles de lettres tracées à la règle et au

[1] Même si cette invention semble bien attestée un peu plus tôt en Corée (fin du XIV^e siècle ; voir par exemple http://www.jikji.or.kr/fra/jikji/buljo/fj5.html), elle est imputable, pour le monde occidental, à Gutenberg (la meilleure synthèse reste celle de Bechtel [Bec92]) dont l'apport principal est la mise au point des diverses techniques du processus : gravure d'un poinçon + matrice + le cycle (moule + composition + impression + réutilisation).