

- tics, 17-1, 26-33.
- REEUWIJK M. van (1995). Students' Knowledge of Algebra. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1* (pp. 135-150). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- ROCHA FALCAO J. da (1995). A Case Study of Algebraic Scaffolding: From Balance Scale to Algebraic Notation. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2* (pp. 66-73). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- ROJANO T. (1996). The Role of Problems and Problem Solving in the Development of Algebra. In N. Bednarz et al. (Eds.), *Approaches to Algebra* (pp. 55-62). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- ROSNICK P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. *Mathematics Teacher*, 74 (6), 418-420.
- SFARD A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 1-36.
- SFARD A. (1996). Interpreting Algebraic text. In PME-proceedings 1996, Valencia.
- STREEFLAND L. (1995). Zelf algebra maken (Making algebra yourself). *Nieuwe Wiskrant*, 15-1, 33-37.
- STREEFLAND L. (1996). *Learning from history for teaching in the future*. Utrecht: Freudenthal institute.
- STREEFLAND L. & VAN AMEROM B. (1996). Didactical Phenomenology of Equations. In J. Giménez, R. Campos Lins & B. Gómez (Eds.), *Arithmetics and algebra education: Searching for the future* (pp. 120-131). Tarragona: Computer Engineering Department, Universitat Rovira i Virgili.
- STRUİK D.J. (1990). *Geschiedenis van de wiskunde (History of Mathematics)*. Utrecht: Het Spectrum.
- TREFFERS A. (1978). *Three dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction - The Wiskobas Project*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- TROPFKE J. (1980). *Geschichte der Elementarmathematik (History of elementary mathematics)*. 4. Auflage (fourth edition). Bd. 1 (Vol. 1). Arithmetik und Algebra (Arithmetic and algebra). Berlin, New York: de Gruyter.
- USISKIN Z. (1988). Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. In A. Coxford (Ed.), *The Ideas of Algebra, K-12* (pp. 8-19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- W12-16 C.O.W. (1992). *Achtergronden van het nieuwe leerplan 12-16: band 1 (Backgrounds of the new 12-16 curriculum: part 1)*. Utrecht: Freudenthal instituut.

“Si les mathématiques m’étaient contées...”

VICENTINI Caterina  
Mathesis Gorizia (Italie)

Abstract

J'aborde ici la question suivante : peut-on rendre les seuils épistémologiques plus accessibles à la plupart des élèves ? Très souvent ceux-ci demeurent "pseudostructurels" (au sens de Sfard), c'est-à-dire qu'ils tendent à sous-évaluer les aspects sémantiques pour rester au niveau syntaxique. Ils perçoivent les mathématiques essentiellement comme un ensemble de symboles plus ou moins vides, qu'il faut savoir manier pour réussir à l'école et dans la vie. Mon travail, s'agissant d'élèves de 14 à 19 ans, vise à montrer qu'il est intéressant de proposer par moments, pour véhiculer certaines notions mathématiques de base, des langages moins structurés et symboliques que ceux utilisés le plus souvent. La proposition que je fais dans la suite consiste en une approche des ensembles infinis à l'aide d'une pièce de théâtre.

## 1 Introduction

Cet article présente une pièce de théâtre au contenu mathématique, qui est le résultat d'un travail fait dans la classe de première section B de l'Istituto d'arte "Max Fabiani" de Gorizia pendant l'année scolaire 1998-99.

Le but est lancer la proposition qu'on puisse utiliser de temps en temps le langage théâtral pour élaborer des projets d'enseignement permettant aux élèves de s'appropriier plus aisément les aspects sémantiques des notions mathématiques étudiées. En effet la recherche en didactique et la pratique de l'enseignement montrent que souvent les étudiants se contentent de rester au niveau syntaxique, c'est-à-dire estiment avoir compris dès qu'ils sont capables de manier des symboles suffisamment bien que pour réussir. Ils restent, pour le dire avec le mot utilisé par Arzarello, Bazzini, Chiappini, en citant les travaux de Sfard [1], "pseudostructurels".

En regardant les élèves plus faibles en maths, on peut observer qu'un des obstacles qui rend difficile l'acquisition du sens est le langage formalisé à travers lequel les mathématiques sont traditionnellement véhiculées. Ce qu'on propose d'habitude pour améliorer la situation est un enseignement moyennant le "problem solving" qui permet aux élèves de reconstruire le savoir [3]. Je trouve que cette méthode n'est pas toujours aisément praticable. Il y a des parties des mathématiques qui se prêtent moins bien à être traitées de cette façon, étant donné le fort degré d'abstraction qui les caractérise et l'applicabilité non immédiate. Un de ces sujet me paraît la notion d'ensemble infini. J'ai voulu essayer de rendre ce concept "plein de sens" [4] en l'approchant par une métaphore moyennant le langage théâtral.

Il y a un autre commentaire important. La réforme des maths modernes avait élevé les ensembles au rôle de langage privilégié et universel dans l'enseignement des mathématiques. Il me semble que la réaction à cette réforme a justement porté la didactique à s'occuper des sujets qui avaient été sous-estimés. Aujourd'hui, par contre, lorsqu'on nomme les ensembles on se trouve parfois face à un auditoire froid. Je tiens à souligner qu'à mon avis il n'y a pas de "bonnes" et des "mauvaises" branches des mathématiques, mais seulement des méthodes plus ou moins efficaces de les utiliser dans la transmission du savoir.

## 2 Pourquoi le théâtre?

L'idée d'écrire ce texte théâtral m'est venue pendant les vacances de Noël 1997. J'étais à Rome chez mon ami Giuliano Spirito. Il venait de m'offrir une copie de son dernier bouquin : "La grammatica dei numeri" [2], dans lequel j'ai trouvé la métaphore de l'hôtel infini par David Hilbert. L'image m'a tout de suite fascinée, et j'ai décidé d'en faire une pièce pour des élèves de première ou seconde du cycle supérieur italien (étudiants de 14 à 16 ans). Au début donc l'idée est née de façon quasi artistique, sous l'effet d'une suggestion. Cela n'empêche qu'en y revenant par après j'ai trouvé qu'elle a des justifications et des retombées pédagogiques et didactiques.

Un peu partout dans le monde, les mathématiques sont perçues comme une discipline rigide, qui n'offre pas de possibilités d'y mettre quelque chose de personnel, qu'on comprend seulement si on est naturellement doué, si on a pour ainsi dire "la bosse des maths" [4]. En Italie la situation est peut-être encore plus grave pour des raisons à mon avis assez évidentes [6]. L'école appelée supérieure, dans laquelle les élèves ont de 14 à 19 ans, est en gros encore réglée par une réforme née en 1923, qui porte le nom de "Riforma Gentile" en l'honneur de son promoteur, le philosophe Giovanni Gentile, Ministre de l'Education pendant le premier gouvernement Mussolini. Dans cette réforme la philosophie et le latin sont les matières considérées indispensables à la formation de la classe dirigeante, tandis que les disciplines scientifiques sont

négligées. Les mathématiques sont présentées essentiellement comme un outil au service des sciences expérimentales et par conséquent trouvent place surtout dans les écoles techniques et beaucoup moins dans les lycées, les seules écoles qui à l'époque permettaient l'entrée à l'université. Ces dernières années, le nouveau Ministre de l'Education, Luigi Berlinguer, a entamé une réforme de l'école supérieure. Sans entrer dans les détails des nouvelles propositions, ni dans la méthode de travail adoptée qui personnellement ne me paraît pas tout à fait adéquate à cette tâche difficile, il faut reconnaître qu'il y a une plus grande attention à la formation scientifique. Mon impression est que, cette fois-ci, dans le but de rendre l'école plus proche de la réalité, on pousse surtout à l'informatisation et aux mathématiques appliquées, en risquant d'oublier d'autres aspects de la discipline.

Dans ce contexte, proposer aux élèves une pièce de théâtre de contenu mathématique assez abstrait me paraît une façon d'insinuer que les mathématiques sont aussi autre chose. Cela non seulement auprès des élèves, mais, si on parvient à présenter la pièce en public, aussi auprès des collègues d'autres disciplines et auprès des parents. On agirait ainsi en même temps sur plusieurs fronts différents :

- présenter une idée mathématique dénuée de sa veste technique,
- permettre aux étudiants de s'amuser en faisant des mathématiques,
- travailler de façon multidisciplinaire et par objectifs en investiguant des aspects de la notion envisagée liés à d'autres parties du savoir comme les arts figuratifs, l'architecture, la musique, la peinture pendant le travail de mise au point de la mise en scène,
- faire de la divulgation mathématique.

## 3 La pièce

### HOTEL ALEPH

Pièce en un acte

#### Personnages

Le professeur de mathématique  
Susy  
Des camarades de classe de Susy  
Françoise (copine de Susy dans le rêve)  
Louis, garçon de chambre (voix au téléphone)  
Le garçon de café  
Le réceptionniste  
Premier client  
Équipe de 13 joueurs  
L'entraîneur de l'équipe  
Groupe "infini" de clients  
Le porte-parole du groupe

INDICATIONS SCÉNIQUES

*La scène se présente divisée en deux.*

*A gauche une classe.*

*A droite une entrée d'un hôtel avec un café annexé.*

*Au début, la partie à gauche est éclairée, tandis qu'à droite il fait sombre.*

#### SCÈNE DE GAUCHE

*Les élèves arrivent en discutant entre eux et ils s'asseyent.*

*Le professeur entre lui-aussi.*

Le professeur

Bonjour à tous. Ça va ? Très bien, je vois que vous êtes tous là aujourd'hui. Tant mieux. Je vais vous expliquer une notion qui n'est pas très facile. Avez-vous bien compris les fonctions ? Les fonctions injectives, surjectives, les bijections ?

Un élève

Ce n'est pas immédiat. Avec mon cahier ouvert devant moi, je parviens à faire correctement les exercices, sinon je confonds... d'habitude les relations fonctionnelles non injectives et les fonctions injectives.

Le professeur

Il se peut que tu n'aies pas encore étudié comme il faut. Pour la prochaine fois, tâche de faire les exercices sans avoir les définitions devant toi, pour vérifier si finalement elles sont entrées dans ta tête. Aujourd'hui je continue mon cours en traitant un concept nouveau, l'infini dénombrable.

*L'enseignant commence son cours magistral très structuré et formalisé, dos à la classe (qui s'ennuie) et ne comprend quasi rien. Au dernier rang Susy s'endort. Elle commence à rêver. La lumière diminue petit à petit dans la partie gauche jusqu'à ce que seule Susy soit faiblement éclairée. Des bulles de savon, sortant derrière sa tête appuyée sur le banc, indiquent que ce qui se passera dorénavant représente son rêve. En même temps la partie droite de la scène s'éclaire progressivement. Pendant le rêve de Susy, le professeur continue sa leçon à voix basse, comme un bruit de fond. Durant ce changement de scène, et puis comme musique de fond dans le café de l'hôtel, on entend la "Musique de  $\pi$ ", c'est-à-dire un des arrangements qu'on peut faire en "traduisant en musique" un nombre assez élevé de chiffres de  $\pi$ . La lampe est un ruban de Moebius.*

#### SCÈNE DE DROITE

Susy (au café avec son amie Françoise)

Alors Françoise, ça fait longtemps qu'on ne s'est plus vue, qu'est-ce que tu racontes ?

Françoise

Je viens de me disputer avec mes parents. La barbe ! Tout le temps avec cette histoire de mauvaises notes. Je leur ai dit qu'en hiver mon cerveau est gelé, mais maintenant c'est le printemps et il va falloir inventer un argument différent. Mais causons d'autre chose s'il te plaît.

Susy

Ça va, tu as raison. Mes parents aussi sont des casse-pieds. J'en ai vraiment ras-le-bol de leurs histoires stupides. Mais, à propos de stupidité... as-tu vu ces imbéciles ? Ils affichent deux pancartes contradictoires : COMPLET et CHAMBRES À LOUER.

Françoise

Ne sois pas si sévère. Ils sont peut-être tout simplement distraits. Ils ont sans doute oublié de retirer un avis lorsqu'ils ont accroché l'autre. Allons le dire au réceptionniste.

*Le garçon arrive prendre la commande.*

Le garçon

Mesdames désirent ?

Susy

Je prends une blanche et toi ?

Françoise

Moi-aussi. Deux blanches, s'il vous plaît.

Le garçon

Très bien. J'arrive tout de suite.  
(et il s'en va chercher les bières)

Susy (à Françoise)

Je vais parler au réceptionniste de cette histoire de pancartes.

*Elle se lève et va vers la réception, pas très loin.*

Excusez-moi, monsieur, il me semble que vous avez une pancarte de trop. Vous devriez vous en occuper. Il est clair que l'hôtel ne peut pas avoir des chambres à louer tout en étant complet.

Le réceptionniste

Là ma petite, vous vous trompez. C'est justement pour cela que cet hôtel est renommé. Il a été bâti de façon telle que, même étant complet, il a toujours des chambres disponibles.

Susy (perplexe)

Cela semble impossible.

Le réceptionniste

On voit bien que vous ne savez pas qui est l'architecte. Il s'agit de David Hilbert, un des meilleurs.

Susy

Je ne comprends pas.

Le réceptionniste

Le secret est d'avoir un nombre infini de chambres.

Susy (En aparté)

Ça alors!

(Puis au réceptionniste)

Merci pour les explications.

*Elle revient à la table de café où son amie l'attend en buvant sa bière, qui a été servie entretemps par le garçon.*

Françoise

Assieds-toi, viens boire ta bière. Qu'est-ce qu'il a dit? Est-il amoureux de toi ou quoi? Tu ne revenais plus ...

Susy

Je crois plutôt qu'il se fiche de moi! Il dit que l'architecte, David Je-ne-sais-plus-quoi, très connu et patati et patata, aurait construit un bâtiment avec une infinité de chambres et donc les deux avis ne seraient pas contradictoires.

Françoise

Je n'y pige pas grande chose, moi.

Susy

Moi non plus.

*Arrive un client qui s'approche de la réception.*

Premier client

Excusez-moi, je viens de lire que vous avez des chambres à louer. En réalité j'ai lu aussi que l'hôtel est complet, et n'ayant pas tout-à-fait compris, je suis venu me renseigner. J'aimerais bien rester trois nuits.

Le réceptionniste

En effet, toutes les chambres sont occupées, mais ne vous inquiétez pas, je peux en libérer une pour vous, il suffit que vous attendiez deux heures. Cela vous convient?

Premier client

Bien sûr, merci. Je ne suis pas pressé. Puis-je vous laisser mes bagages, pendant que je me promène au centre-ville ?

Le réceptionniste

Certes. Vous pouvez laisser vos bagages dans la salle à côté.

(puis au téléphone)

Allo, Louis?

.....

Nous avons un nouveau client. Comme je lui donne la numéro 1, s'il te plaît, veux-tu dire à tous les autres de se déplacer à la chambre suivante.

.....

Merci beaucoup. Au revoir.

*Le réceptionniste raccroche.*

Françoise

As-tu entendu? Comment a-t-il fait? On ne peut pas libérer la 1 en ne chassant personne!

Susy (en réfléchissant)

... Attends, peut-être que je commence à comprendre. Écoute: que se passerait-il si l'hôtel avait, disons, dix chambres et était complet?

Françoise

Il se passerait qu'il n'y aurait plus de place pour personne, comme dans tous les hôtels "normaux".

Susy

On ne pourrait pas libérer la 1, comme ici. Si on disait à tous les clients qui logent à l'auberge de se déplacer à la chambre suivante, le client de la 1 irait à la 2, celui de la 2 à la 3, et ainsi de suite . . . . . , jusqu'à celui de la 10 qui ne trouverait plus de place, car il n'y a pas une onzième chambre. Compris?

Françoise

Oui, mais en quoi est-ce différent ici?

Susy

Mais, parce qu'ici il n'y a pas de dernière chambre, puisqu'elles sont en nombre infini!

*Un groupe de treize touristes se présente à la réception. Un d'entre eux s'adresse au réceptionniste tandis que les autres continuent à chuchoter entre eux.*

L'entraîneur de l'équipe de volley-ball

Excusez-nous, monsieur. Nous regrettons d'arriver comme ça sans réservation. Nous sommes une équipe de volley-ball. Nous jouerons demain. Au secrétariat ils ont oublié de réserver les places nécessaires. Il nous faudrait treize chambres. Le match de demain est très

important pour la qualification et il faut absolument que nous nous reposions tous tranquillement cette nuit pour bien trouver la concentration. Si vous pouviez nous aider!

Le réceptionniste

Ne vous inquiétez pas. Vos chambres seront prêtes dans deux heures. Vous savez, l'hôtel étant complet, c'est un peu long de libérer de la place. Si vous pouvez vous permettre une promenade, je vous conseille le Jardin Cantor, juste derrière la Place Zermelo-Fraenkel. Il est vraiment magnifique.

L'entraîneur

Je vous remercie pour le conseil. Une promenade est justement ce qu'il nous faut pour nous remettre du voyage.

Françoise (qui a soigneusement écouté)

Et maintenant? Qu'est-ce qu'il va faire? Il a déjà assigné la chambre 1. La situation s'embrouille.

Susy

Je crois que non. Si tu réfléchis bien, il suffit que les gens qui occupent les chambres à partir de la deuxième se déplacent de treize places en avant, non?

*En même temps on entend le réceptionniste parler au téléphone.*

Le réceptionniste

Louis, c'est de nouveau moi. Il y a treize nouveaux clients. S'il te plaît, déplace les clients à partir de la deuxième, de treize places en avant.

.....

Merci, tu es formidable! La gestion de cet hôtel n'est pas facile. Il est clair que le fait d'avoir toujours des places disponibles permet de gagner davantage. Bon... je dois te quitter. Le client de la 1 approche. Est-elle prête?

.....

À tout à l'heure. Ciao.

Premier client

Bonjour. Je sais que je suis un peu à l'avance. La chambre est-elle déjà prête?

Le réceptionniste

Bien sûr. Voilà les clefs.

*Tout d'un coup, on entend un grand bruit. Une multitude de personnes s'approche.*

Susy

Que se passe-t-il maintenant? Dis-donc, quel bruit!

*On voit une personne qui parle au réceptionniste, et derrière elle un tas de gens bruyants.*

Le réceptionniste (en s'adressant au porte-parole de ce groupe énorme)

Attendez. Attendez. Oui j'ai compris. Vous êtes très nombreux. Il n'y a pas de quoi s'inquiéter. La particularité de cet hôtel, ce qui le rend vraiment unique, est justement le fait qu'on n'est jamais obligé de renvoyer quelqu'un. Donc, dites-moi tranquillement, combien êtes-vous au juste?

Le porte-parole du groupe

Nous sommes une infinité.

Françoise (qui a écouté attentivement)

Ça alors! Comment peut-il les loger tous? Il est clair que cette fois-ci l'astuce de déplacer les clients d'un certain nombre de places en avant ne marchera plus.

Le réceptionniste

Très bien, mais vous devrez attendre deux heures environ. Cela vous convient?

Le porte-parole du groupe

Oui, on n'espérait pas mieux. À quatre heures alors. Nous irons manger un bout. Merci beaucoup. À tantôt.

Susy

Je suis curieuse de voir comment il se débrouillera maintenant.

Françoise

Il suffit d'écouter. Il va sans doute appeler son copain du service des chambres.

Le réceptionniste (au téléphone)

Allo, Louis? Nous avons un groupe vraiment nombreux. Une infinité de touristes.

.....

Oui, fais comme on nous a expliqué au cours de la formation. Demande aux gens déjà logés s'ils veulent bien se déplacer à la chambre qui porte le numéro double.

.....

Je leur ai dit de passer vers quatre heures de l'après-midi.

.....

C'est bien. D'accord. Ciao.

Susy

C'est vrai, enfin... logique! De cette façon-ci toutes les chambres impaires seront libérées d'un seul coup!

*À ce moment le professeur, dans la scène de gauche, vient de terminer sa leçon. La lumière revient à gauche et s'affaiblit à droite jusqu'à s'éteindre tout-à-fait. Le prof, finalement face à la classe, se rend compte que Susy a dormi tout le temps. Il va vers elle et la réveille.*

Le professeur (à voix suffisamment haute pour réveiller l'élève)

Mademoiselle!

(sur un ton normal)

La leçon était plaisante, je vois. Alors voilà, c'est à toi de résumer pour tes copains la notion d'infini dénombrable.

Susy

Hum... infini?... Justement... Imaginez que vous avez un hôtel avec un nombre infini de chambres et vous verrez que des phénomènes vraiment bizarres peuvent apparaître.

Le professeur

Qu'est-ce que les hôtels viennent faire dans cette histoire? Tu te moques de moi, pas vrai?

Susy (l'air embêté)

Si vous voulez bien me laisser continuer, vous verrez que je suis sérieuse.

Le professeur (gêné)

Ça va, écoutons.

(en aparté)

Je veux voir quelle histoire fantaisiste elle va sortir cette fois!

Susy

Je venais de dire... un hôtel normal... il n'est pas complet ou bien il l'est, et alors il n'y a plus de chambres à louer. Si par contre nous supposons que nous avons un hôtel avec une infinité de chambres, tout se passe autrement.

Façon de parler, bien entendu! Des hôtels comme-ça n'existent pas.

Mais, revenons sur nos pas... un hôtel infini pourrait être complet tout en ayant des chambres à louer. Attention: je dis "à louer", je ne dis pas "libres", ce qui ne revient pas au même dans ce cas-ci. Écoutez: si, l'hôtel étant complet, il arrivait un nouveau client, il suffirait de dire à tous ceux qui y sont logés de se déplacer à la chambre suivante, puisqu'il n'y a pas de dernière chambre. Si, à la place d'une seule personne, devait arriver un groupe, alors il suffirait de déplacer les gens d'autant de chambres en avant qu'il en faut de libres. Et même si on suppose l'arrivée d'un groupe infini de clients, en perfectionnant l'astuce, c'est-à-dire en déplaçant chacun à la chambre de numéro double, on aurait d'un coup une infinité de chambres libres, toutes les impaires! Extraordinaire, n'est-ce pas?

*Drrinnn! On entend la sonnette qui annonce la récréation.*

Le professeur (presque fâché)

Bravo! Et tu penses t'en sortir comme ça à l'examen? Photocopie les notes de tes camarades et étudie attentivement pour apprendre à t'exprimer avec le langage formalisé qui caractérise la discipline.

(puis à toute la classe)

Au revoir, à lundi prochain.

*Des camarades s'approchent de Susy.*

Un copain

Je ne sais pas ce qu'il en pense au juste, il avait une de ces têtes! Moi en tout cas, ton histoire... chapeau! Ça faisait quasi une heure que je tâchais de comprendre l'idée de fond cachée parmi ses flèches... Et puis en trois minutes, avec ton hôtel, il me semble que finalement j'y pige quelque chose.

Une copine

Moi aussi j'ai commencé à percevoir un sens. Ce n'est pas de la foutaise, en tous cas. Faudra y réfléchir à fond.

Un autre copain

Certes, l'humanité est bizarre... Comme si on n'avait pas assez de problèmes concrets, les guerres, la famine, les maladies et cetera, on va s'occuper de l'infini... Allez, laissons tomber, et allons boire un café. Après la pause nous avons le cours de philo, et là aussi on va se casser la tête avec des choses folles.

FIN

## 4 Conclusions

Entre l'image de l'hôtel et un ensemble ayant la propriété qu'il existe une bijection entre l'ensemble même et une des ses parties non triviales, il y a un saut important, dans lequel se situe ce qu'on appelle le seuil épistémologique [3].

Dans une théorie mathématique, un concept peut être caractérisé directement par des axiomes, c'est-à-dire se trouver au départ d'un système déductif ou bien être introduit par une définition à une place plus ou moins éloignée des axiomes. Dans le premier cas les axiomes nous donnent souvent une idée assez claire de ce qu'on peut ou on ne peut pas faire avec l'objet introduit. Au cas où, par contre, la définition se trouve assez éloignée des axiomes, tout en étant obligatoirement caractérisante l'objet mathématique qu'elle introduit à l'intérieur de la théorie dans laquelle elle se situe, elle n'est souvent pas assez éclairante pour notre esprit. Je veux dire qu'il ne suffit pas de connaître la définition, savoir ce que c'est l'objet mathématique introduit. D'habitude on commence à posséder mentalement l'objet après l'avoir utilisé un certain nombre de fois. Quand on enseigne par chantiers de problèmes [3], les notions sont introduites de façon instrumentale et les définitions viennent après.

Ici la proposition est de créer une image mentale avant de donner la définition. En utilisant une métaphore, on bâtit une image sur laquelle la définition peut s'enraciner dans le but de permettre au concept de s'épanouir. Je crois que si les élèves ont devant eux deux approches tout à fait différentes de la notion, dont une est figurée et hors du contexte usuel des mathématiques, il leur sera plus facile de franchir le seuil épistémologique. Il me semble que l'importance d'utiliser le théâtre soit double. D'un côté, ce travail est motivant car inhabituel et de l'autre, le fait de devoir mettre en scène oblige à passer et repasser sur l'image figurée de façon telle qu'elle devienne très familière et presque naturelle.

En réalité je ne peux malheureusement pas être plus profonde en ce qui concerne cette deuxième affirmation. Mon idée initiale de proposer un travail multimédia présentant la pièce jouée par les élèves n'a pas pu être réalisée à temps. Mes élèves et moi-même serions très contents d'apprendre que quelqu'un, quelque part ailleurs, l'a fait, peut-être avant nous.

## 5 Bibliographie

- [1] ARZARELLO F., BAZZINI L., CHIAPPINI G., "L'algebra come strumento di pensiero", quaderno n° 6, Progetto strategico del C.N.R., Nucleo Didattico di Pavia, 1994.
- [2] BKOUCHE R., CHARLOT B., ROUCHE N., "Faire des mathématiques: le plaisir du sens", A. Colin, Paris, 1991.
- [3] GEM, "Lettre du GEM au GFEN", articolo tratto da Dialogue, "Revue bimestrielle du Groupe Français d'Education Nouvelle", n.54 bis, pagg.10-27, Ivry, 1985.
- [4] ROUCHE N., "Les idées qu'on se fait des mathématiques" dans "Construire une éthique de l'enseignement des sciences", Presses Universitaires de Namur, 1986.
- [5] SPIRITO G., "Grammatica dei numeri", Editori Riuniti, Libri di base, 1997.
- [6] VICENTINI C., "Personal and social, conscious and unconscious backgrounds in mathematics education" in "Proceedings of the fifth international conference on systematic cooperation between theory and practice in mathematics education", pages 231-240 edited by Luciana Bazzini, ISDAF, Pavia, 1994.

## Les fonctions continues sont-elles toujours différentiables ? Le cas de Philippe Gilbert (1873)

VOLKERT Klaus  
PH Heidelberg (Allemagne)

### Abstract

Aujourd'hui on apprend tout au début d'un cours d'analyse qu'une fonction continue n'est pas toujours différentiable comme on le démontre par la valeur absolue. L'idée de différentiabilité est une idée clef de notre mathématique. Il est surprenant que cette idée ne fut développée que dans la deuxième moitié du 19<sup>ème</sup> siècle. L'histoire de cette notion fondamentale est liée à celle d'un théorème souvent appelé théorème d'AMPÈRE disant qu'une fonction continue est différentiable sauf en des points isolés.



André Marie Ampère (1775-1836)