

Histoire des mathématiques du chaos et épistémologie du hasard

GUICHARD Jacqueline
Lycée E. Pérochon Parthenay
& IREM de Poitiers (France)

Abstract

Hasard ou déterminisme ? L'alternative sur laquelle les sciences se sont construites au profit d'une conception déterministe du monde excluant le hasard et "l'imprédictibilité" est actuellement mise en question aussi bien en mathématiques que dans l'étude des phénomènes.

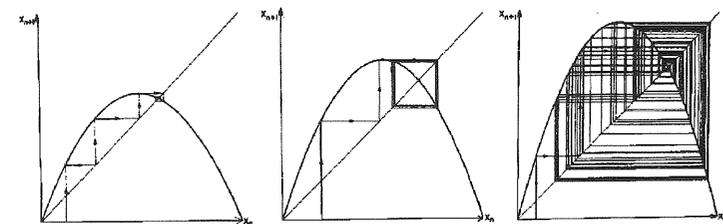
L'exposé se propose de faire état des travaux de l'"Atelier Philo-Math" de l'IREM de Poitiers (France) sur la théorie du chaos et le statut du hasard, et sur la conception d'activités visant à permettre aux élèves :

- de prendre du recul par rapport à leur conception spontanée du hasard,
- de mieux comprendre le travail de modélisation dans la "mathématisation du hasard", les limites d'un modèle probabiliste et la nécessité de recourir, pour certaines situations, à un modèle chaotique.

0. BREF HISTORIQUE DES TRAVAUX DE L'ATELIER "PHILO-MATH" SUR LE CHAOS

I. LE TRAVAIL DE RECHERCHE SUR L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DU CHAOS

II. LA CONCEPTION D'ACTIVITÉS POUR LES ÉLÈVES



Fixed Point

Period 2

Chaos

Bref historique des travaux de l'atelier "Philo-Math" sur le chaos

L'Atelier philo-math de l'I.R.E.M. de Poitiers est un groupe interdisciplinaire qui comporte six mathématiciens, une philosophe, ainsi que deux physiciens, et qui se réunit régulièrement depuis 8 ans, au rythme de trois ou quatre sessions d'une demi-journée par an.

Ses travaux ont pour objectif final de concevoir des activités "productrices de sens", c'est-à-dire qui aident les élèves à mieux comprendre ce qu'ils font quand ils font des mathématiques, et d'une façon générale à s'interroger sur les mathématiques elles-mêmes: le type de connaissance qu'elles constituent, leur rapport à la réalité et aux autres sciences.

Les recherches sur le chaos se situent dans le prolongement des fractales qui ont occupé l'Atelier de 1993 à 1995 et qui ont abouti à la production d'une brochure: LES FRACTALES. Réflexions et travaux pour la classe¹.



Les fractales permettant de modéliser beaucoup d'aspects du réel, elles fournissent, en même temps qu'un travail sur les notions mathématiques de suite, de dimension, d'homothétie, la base d'activités provoquant la réflexion sur le statut des objets mathématiques, sur le problème des rapports mathématiques-réalité, sur le statut de la vérité mathématique. C'est l'occasion de mettre l'accent sur le rôle de la modélisation, sur le problème de l'adéquation entre le modèle et la réalité.

¹LES FRACTALES. Réflexions et travaux pour la classe. D. GAUD - J. GUICHARD - S. PAPPAY - J.-P. SICRE & C. CHRÉTIEN. Brochure de 105 pages. I.R.E.M. de Poitiers. Janvier 1996.

Au terme de ce travail est apparue la nécessité d'aller plus loin, puisque les fractales peuvent être définies comme "la géométrie du chaos"², que l'étude de suites mathématiques, d'apparence simple, fait apparaître des cycles de toutes sortes et même, le chaos, - où l'on "tombe" sur des attracteurs étranges, vers quoi convergent les valeurs d'une suite chaotique; ou, si l'on suit l'évolution d'un point M pour visualiser géométriquement l'état d'un système, c'est la région de l'espace où M finit toujours par aboutir, quelles que soient les conditions initiales;

"... certains sont même fractals, comme celui donné par le germe
0,010100101010001010101000010101010

..."³; enfin, parce que le chaos apparaît comme une structure "naturelle" parce qu'on la retrouve dans beaucoup de phénomènes appartenant à des domaines différents.

Se trouve alors relancée la réflexion amorcée dans les travaux sur les fractales, sur ce qu'est une théorie mathématique, une théorie scientifique, sur le problème de la modélisation et le statut du modèle. L'étude de structures chaotiques permet de bien mettre en évidence qu'"entre le modèle et la réalité" intervient de façon incontournable "le calcul"⁴. C'est non seulement la possibilité de faire réfléchir les élèves sur les liens entre les phénomènes physiques et les mathématiques, mais aussi de faire un travail sur les notions de hasard, de prédictibilité, de déterminisme⁵, pour démêler ce qui peut faire obstacle à la compréhension⁶ et de mettre en évidence :

- que le déterminisme ne conduit pas nécessairement à du prédictible,
- qu'il n'y a pas réciprocity entre hasard et imprédictibilité, que "hasard" implique "imprédictibilité", mais qu'"imprédictibilité" n'implique pas nécessairement "hasard", puisque l'imprédictibilité peut avoir d'autres raisons, par exemple le trop grand nombre de causes.
- qu'il y a différents "types" - ou notions - de hasard et que ce n'est pas le même "type" qui est en jeu dans un modèle probabiliste et dans un modèle chaotique; et qu'il faut examiner ce qui est modélisable en matière de "phénomènes de hasard";
- que ce n'est pas parce qu'il y a chaos que l'on ne peut rien dire !

Les problèmes sont à la charnière de l'épistémologie - réflexion sur la constitution et les limites du savoir - et de la métaphysique - conception de la nature, ou structure, ou essence de tout ce qui existe et de ses principes. C'est une vieille question qui résiste : le hasard existe-t-il dans les choses ou n'est-il que l'expression des limites de la connaissance humaine, incapable de déterminer la multiplicité des causes ?

Le résultat des travaux : une brochure LES CHANTIERS DU CHAOS qui comporte :

- des repères historiques et théoriques,
- des études et des activités pour les élèves,
- les extraits des textes de référence qui ont guidé nos travaux,

²MANDELBROT B. LES OBJETS FRACTALS, forme, hasard et dimensions. Flammarion, 1^{re} édition 1975, 2^{me} édition 1984, 3^{me} édition, suivie de *Survols du langage fractal*, 1989, pp. 188-189.

³DELAHAYE J.-P. LE COMPLEXE SURGIT-IL DU SIMPLE ? *Étude de la suite récurrente* : $f(x) = 1 - |2x - 1|$, sur [0,1], ou "chapeau de clown". POUR LA SCIENCE, Dossier hors série, janvier 1995, pp. 30-34. - Le germe : le premier terme de la série. Cf. LES CHANTIERS DU CHAOS. D. GAUD - J. GUICHARD - L.M. BONNEVAL - J. JACQUESSON - TH. LE GALLIOT - S. PAPPAY - C. BLOCH - J. GACOUGNOLLE & C. CHRÉTIEN, brochure de 227 pages. I.R.E.M. de Poitiers, octobre 1998 : I. 3. LES ATTRACTEURS ÉTRANGES : DU CHAOS AUX FRACTALES, et II. 2. LE CHAOS : EXEMPLES MATHÉMATIQUES.

⁴EKELAND I. LE CHAOS. Collection DOMINOS, Flammarion 1995, p. 104.

⁵Où l'opposition déterminisme-hasard : est-elle tenable ? Cf. D. RUELLE, HASARD ET CHAOS, Éditions Odile Jacob, Sciences 1991. Réédition points Seuil 1993, p. 41; et pour les éléments du débat, les textes de H. ATLAN, I. EKELAND, J. LARGEAULT, E. MORIN, J. PETTIT, I. PRIGOGINE, D. RUELLE, R. THOM..., dans *La Querelle du déterminisme. Philosophie de la science d'aujourd'hui*. Gallimard, 1990.

⁶Cf. LES CHANTIERS DU CHAOS o. p. II.1. QU'EST-CE QUE LE HASARD ? COMMENT LE MATHÉMATISER ?

– une bibliographie et des index des noms et des notions.



Sommaire

INTRODUCTION : QUESTIONS DE MODÉLISATION

Repères historiques et théoriques

Retour aux sources : des fractales au chaos

Petite chronologie du chaos

Les attracteurs étranges : du chaos aux fractales

De GROUCHO à VON KOCH

Quelques éléments de réflexion sur le chaos déterministe

Études et activités pour les élèves

Qu'est-ce que le hasard ? Comment le mathématiser ?

Le chaos : exemples mathématiques.

Chaos et fractales : approfondissement en Terminale S

Annexes-documents

Des textes de références (extraits)

Retour à un texte précurseur : *Le hasard* de H. POINCARÉ

Invitation à la lecture - Invitation au "bricolage"

Bibliographie

Index des noms - Index des notions

Table des matières

1. Le travail de recherche sur l'histoire des mathématiques du chaos

Il a été guidé par deux préoccupations majeures : prendre des repères sur ce qui a provoqué le recul d'une conception du monde et du savoir sur laquelle les sciences se sont construites du XVI^{ème} au XIX^{ème} siècles; et situer la rencontre chaos – fractales.

Ces points de repères historiques balisent la construction et le dépassement d'une *physique de la stabilité de l'univers* dont KEPLER énonce les lois empiriques en 1609 et d'une *mathématique du continu* dont les équations différentielles constituent l'outil, avec à la fin du XVIII^{ème} siècle LAGRANGE (1788), puis LAPLACE (1796-1812), FOURIER (1816) et CAUCHY (1820-30).

Le principe fondamental du monde et de sa connaissance est énoncé par Pierre-Simon LAPLACE dans son *Essai philosophique sur les probabilités* (1814-1825)⁷. C'est le principe du *déterminisme universel* qui vise à assurer l'objectif de la science : la possibilité de la *prévision scientifique*.

Tous les événements, ceux même qui par leur petitesse, semblent ne pas tenir aux grandes lois de la nature, en sont une suite aussi nécessaire que les révolutions du soleil. .../

Nous devons donc envisager l'état présent de l'univers, comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule, les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé, serait présent à ses yeux. L'esprit humain offre dans la perfection qu'il a su donner à l'astronomie, une faible esquisse de cette intelligence. Ses découvertes en mécanique et en géométrie, jointes à celle de la pesanteur universelle, l'ont mis à portée de comprendre dans les mêmes expressions analytiques, les états passés et futurs du système du monde. En appliquant la même méthode à quelques autres objets de ses connaissances, il est parvenu à ramener à des lois générales, les phénomènes observés, et à prévoir ceux que des circonstances données doivent faire éclore. Tous ses efforts dans la recherche de la vérité, tendent à le rapprocher sans cesse de l'intelligence que nous venons de concevoir mais dont il restera toujours infiniment éloigné. Cette tendance propre à l'espèce humaine, est ce qui la rend supérieure aux animaux; et ses progrès en ce genre, distinguent les nations et les siècles, et fondent leur véritable gloire.

C'est ce lien pensé comme nécessaire entre déterminisme et prédictibilité qui va être remis en cause dès la fin du XIX^{ème} siècle, en particulier avec MAXWELL soutenant que "... les mêmes antécédents ne coïncident jamais" (1873). Mais *le tournant décisif*, ce sont les *travaux de POINCARÉ* sur le problème des trois corps et l'instabilité de leurs trajectoires. Dans les *MÉTHODES DE LA MÉCANIQUE CÉLESTE* (1892-93-99), il montre que le problème de trois corps en mouvement et en interaction gravitationnelle n'est pas intégrable, et que par conséquent on ne peut calculer leurs trajectoires à long terme. C'est la première approche de la sensibilité aux conditions initiales (SCI).

⁷Introduction à la THÉORIE ANALYTIQUE DES PROBABILITÉS; PAR M. LE COMTE LAPLACE. Pair de France; Grand-Officier de la Légion-d'Honneur; Grand' Croix de l'Ordre de la Réunion; Membre de l'Institut royal et du Bureau des Longitudes de France; des Sociétés royales de Londres et de Gottingue; des Académies des Sciences de Russie, de Danemarck, de Suède, de Prusse, d'Italie, etc. SECONDE ÉDITION, REVUE ET AUGMENTÉE PAR L'AUTEUR. PARIS, Mme Ve COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques et la Marine, quai des Augustins, n° 57. 1814, pp. ij-vij. – Le texte de cette introduction, qui reprend une leçon sur les probabilités donnée en 1795 à l'École Normale (le 10 mai. Cf. L'ÉCOLE NORMALE DE L'AN III. LEÇONS DE MATHÉMATIQUES. Laplace - Lagrange - Monge, sous la direction de J. DHOMBRES, Dunod, Paris, 1992, p. 125), était paru quelques mois auparavant chez le même éditeur sous ce titre : ESSAI PHILOSOPHIQUE SUR LES PROBABILITÉS, et il connaîtra trois autres éditions du vivant de l'auteur. Réédition PIERRE-SIMON LAPLACE - *Essai philosophique sur les probabilités* (Texte de la 5^e édition, 1825) suivi d'extraits de Mémoires. Préface de René THOM, Postface de Bernard BRU, C. Bourgois Éditeur, Paris 1986.

En 1908, il consacre le chapitre IV du livre I de SCIENCE ET MÉTHODE au hasard⁸, et il écrit : "... que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux". La notion constitutive du chaos déterministe se trouve ici mise en avant bien avant sa dénomination, et avant de passer à la postérité sous la dénomination d'"effet papillon", par ... l'effet d'une comparaison d'Edward LORENZ dont les travaux pour modéliser les phénomènes météorologiques constituent, au début des années soixante, l'autre tournant décisif de l'histoire du chaos, qui inaugure le temps des recherches et des modèles⁹. Il utilise un système d'équations non linéaires. Les représentations graphiques des solutions ont pour limite "l'attracteur de LORENZ".

La rencontre avec la théorie des fractales s'est faite par le biais des espaces de phases¹⁰ utilisés par les physiciens pour géométriser les états des systèmes qu'ils étudiaient. RUELLE et TAKENS montrèrent dans les années 1970 que la géométrie fractale permettait de visualiser le chaos déterministe, par les attracteurs étranges.

L'année précédente, l'astronome M. HÉNON donne une approximation numérique au problème des trois corps de POINCARÉ et contribue à éveiller l'intérêt pour le chaos déterministe. En 1976, avec le physicien Y. POMMEAU, ils construisent un attracteur qui va constituer un modèle dans l'étude du chaos dissipatif.

2. La conception d'activités pour les élèves

Deux idées ont dirigé ce travail :

– la notion de hasard est un réel obstacle pour les élèves lors de l'enseignement des probabilités,

– le chaos déterministe pensé comme nouveau paradigme scientifique constitue une véritable rupture épistémologique¹¹ dont les conséquences sont pédagogiquement exploitables pour faire comprendre aux élèves que les probabilités ne constituent pas le seul moyen de mathématiser le hasard. Le chaos ouvre d'autres perspectives qui, mises en parallèle avec les probabilités, offrent l'occasion de réfléchir sur la modélisation et en particulier de revenir sur les problèmes de modélisation rencontrés dans les exercices de probabilités.

Par conséquent, pour concevoir des activités qui provoquent ces réflexions chez les élèves et les amènent à questionner leurs conceptions spontanées du hasard, nous avons pris comme repères les principaux enjeux du chaos qui concernent la nature des phénomènes que nous attribuons au hasard, et corrélativement la notion d'ordre, la question de la prédiction dans une théorie scientifique, et par conséquent la réflexion sur les limites du savoir scientifique.

• Le chaos conduit en effet à repenser la notion de "hasard" et à distinguer deux catégories dans les phénomènes aux comportements erratiques :

– ceux qui ont pour origine l'action de causes ou de forces s'exerçant aléatoirement, comme le mouvement des dés roulant sur la table sous l'effet des multiples chocs du brassage, ou le

⁸POINCARÉ H. *Science et méthode*, 1908. Réédition Flammarion 1934 pp. 64-94.

⁹Dans une histoire du chaos, on ne peut omettre tous les travaux de l'École russe sur les oscillateurs non linéaires. Cf. LES CHANTIERS DU CHAOS o. p. I.2. PETITE CHRONOLOGIE DU CHAOS.

¹⁰Espace abstrait dont les dimensions correspondent aux variables de position et de vitesse du système. Cf. LES CHANTIERS DU CHAOS o. p. I.3. LES ATTRACTEURS ÉTRANGES : DU CHAOS AUX FRACTALES.

¹¹"... une véritable révolution conceptuelle" DUBOIS M., ATTEN P. & BERGÉ P. *L'ordre chaotique*. LA RECHERCHE n° 185, p. 192. Février 1987. "... un événement historique : le passage d'une physique qui ne considérait que les phénomènes linéaires à une physique qui a décidé de regarder les phénomènes non linéaires." DINER S. *LE CHAOS, puissance et impuissance*. Vol. 24 n° 234, p. 24. Revue du Palais de la Découverte Janvier 1996.

mouvement brownien engendré par la multitude des chocs que les particules en suspension reçoivent des molécules du fluide,

– et ceux qui sont le résultat de l'itération de lois simples, comme l'engendrement de nombres imprévisibles, bien que l'opération faisant passer d'un nombre au suivant soit strictement déterminée, et auxquels on réserve la dénomination de "chaos déterministe"¹².

• Du même coup, le chaos déterministe conduit à repenser la notion d'ordre, pensée comme toute notion sur "fond de son contraire" le désordre; mais... y a-t-il un désordre fondamental, premier, le chaos des Anciens, qui serait manifesté par certains phénomènes, ou bien avons-nous tendance à appeler désordre une organisation qui nous est inconnue, à laquelle nous ne nous attendions pas, comme Henri BERGSON le soutenait en 1907 dans *l'Évolution créatrice*.

• La possibilité de la prédiction, considérée comme une des caractéristiques d'une théorie scientifique¹³ est aussi mise en question. Le chaos déterministe conduit à "assouplir" le concept de prédiction : entre la détermination certaine d'un phénomène ou d'un système dans la conception déterministe de type laplacien – qui constitue le concept classique de prédiction –, et l'impossibilité de dire quoi que ce soit sur les états futurs qu'engendrerait une indétermination totale, il y a place pour penser un encadrement des possibles pour ce qui concerne les systèmes sensibles aux petites variations des conditions initiales, une sorte de "cadrage prévisionnel" par discrimination du possible et de l'impossible, du transitoire et de l'essentiel – ou "naturel", c'est-à-dire lié à la nature du système en question. Ivar EKELAND l'illustre en montrant "la mécanique du hasard" ou "le jeu du hasard et de la nécessité" à propos de l'attracteur de LORENZ :

... il attire les trajectoires, toutes les trajectoires, quel que soit leur point de départ. D'où qu'elles partent, elles se dirigent inmanquablement vers cette étroite région de l'espace qui contient l'attracteur et leurs évolutions y restent confinées. On voit bien ici la différence entre un état arbitraire du système et un état réaliste, que nous avons déjà essayé de faire sentir à propos de la météorologie. Alors que chaque point de l'espace à trois dimensions représente un état théoriquement possible, seuls certains d'entre eux sont naturels, en ce sens que l'évolution naturelle du système peut y conduire. Ces états naturels occupent une partie beaucoup plus restreinte de l'espace, représentée par l'attracteur de LORENZ. Tous les autres états sont transitoires, en ce sens que si l'on y amène le système, dès que celui-ci sera libéré et reprendra son cours normal il s'en écartera immédiatement pour ne plus jamais y revenir. En régime de croisière, il se trouve nécessairement quelque part sur l'attracteur, c'est-à-dire dans un état naturel. Il n'est pas immobile, au contraire: il poursuit indéfiniment son mouvement giratoire, quelques tours à gauche, puis quelques tours à droite, mouvement qui l'amène à explorer systématiquement tout attracteur, c'est-à-dire à visiter tous les états naturels. L'existence de l'attracteur traduit donc une distinction fondamentale à opérer entre l'immense majorité des situations, par lesquelles le système ne passera jamais de lui-même, et les quelques situations naturelles, par lesquelles le système repassera indéfiniment, quoique irrégulièrement.¹⁴

¹²DUBOIS M., ATTEN P. & BERGÉ P. *L'ordre chaotique*, o. p. p. 190-91, et LES CHANTIERS DU CHAOS o. p. II.2. exemples mathématiques.

¹³Caractéristique qui tient au lien interne entre la connaissance certaine et la puissance de déduction et d'action qu'elle confère, dont se sont nourris les espoirs mis dans le développement scientifique. Auguste COMTE le résumait dans la seconde leçon [II. (2)] de son COURS DE PHILOSOPHIE POSITIVE (1830-42) : "Science d'où prévoyance; prévoyance, d'où action". Francis BACON en avait explicité le principe dans son NOVUM ORGANUM (1620). Livre I, § 3. : "La science et la puissance humaine si : correspondent dans tous les points et vont au même but; c'est l'ignorance où nous sommes de la cause qui nous prive de l'effet; car on ne peut vaincre la nature qu'en lui obéissant; et ce qui était un principe, effet ou cause dans la théorie, devient règle, but ou moyen dans la pratique." In *Œuvres philosophiques*, trad. Buchon, Paris 1836, p. 272.

¹⁴EKELAND I. *Le chaos*. Dominos - Flammarion, 1995, pp. 59-60.

• À partir de là, on peut conduire une réflexion éclairée sur *les limites du savoir scientifique*, qui, loin d'aboutir au scepticisme qui dénierait toute crédibilité aux sciences, est une bonne antidote au scientisme.

Il semble que notre siècle soit celui où la science découvre ses limites : en mathématiques, le théorème de GÖDEL montre que, quel que soit le système d'axiomes adopté, il existera toujours des propositions non démontrables; en physique, les relations d'incertitude de HEISENBERG imposent une limite à ce qui peut être mesuré; et les découvertes récentes sur le chaos montrent que la prévision à long terme d'un phénomène n'est pas toujours possible. Fort heureusement, la découverte de ces limites n'a pas été ressentie par les scientifiques comme une déception, mais elle a agi au contraire comme un stimulant. L'univers apparaît une fois encore comme plus complexe et plus riche que tout ce que nous avons imaginé :

*"There are more things in heaven and earth, Horatio,
Than are dreamt in your philosophy."*¹⁵

Les activités destinées aux élèves¹⁶ sont dans leur conception interdisciplinaires, alliant toujours travail mathématique et réflexion philosophique, que leur entrée soit :

– philosophique comme dans le dossier sur *la mathématisation du hasard*, qui commence par une recherche sur la notion de hasard pour déboucher sur une étude d'exemples mathématiques conduisant à distinguer les phénomènes déterministes et les phénomènes aléatoires, et à s'interroger sur les limites de validité d'un modèle probabiliste;

– mathématique comme dans le dossier *Chaos et fractales : approfondissement en Terminales S*; il commence par l'étude de la suite définie par $u_{n+1} = 40u_n - 13$ et $u_0 = \frac{1}{3}$ qui permet d'appréhender la notion de chaos et d'aborder les éléments essentiels de sa définition : *il y a un déterminisme (il y a des lois) et il y a une extrême sensibilité aux conditions initiales*. Des exemples de phénomènes chaotiques tels que le billard, les trois aimants, la boussole... illustrent cette définition. Ce qui permet de familiariser les élèves avec l'idée que des phénomènes déterministes peuvent générer de l'imprédictibilité, c'est-à-dire l'impossibilité de prévoir leur comportement à plus ou moins long terme, et permet de revenir sur la notion de hasard à l'aide de textes philosophiques : ARISTOTE, BERGSON, LEIBNIZ, POINCARÉ, COURNOT...,¹⁷ et sur sa mathématisation : les probabilités sont-elles toujours le meilleur outil pour mathématiser le hasard ?

Le travail en classe peut se faire en co-intervention des professeurs des disciplines concernées ou simplement en coordination des enseignements hors classe.

¹⁵HÉNON M. *La diffusion chaotique*. La Recherche n° 209, Avril 1989, p. 498. <Référence de la citation de SHAKESPEARE : *Hamlet* I. 5. 166-167. "Il y a plus de choses sur terre et dans le ciel, Horatio, que toute votre philosophie n'en rêve." Traduction J. HIRSCH in *Œuvres Complètes*, tome 7, Le Club français du Livre, 1968, p. 321.>

¹⁶Cf. LES CHANTIERS DU CHAOS o. p. II. ÉTUDES ET ACTIVITÉS POUR LES ÉLÈVES.

¹⁷Cf. ci-dessous : QUELQUES TEXTES DE RÉFÉRENCE SUR LA NOTION DE HASARD.

Quelques textes de référence sur la notion de hasard

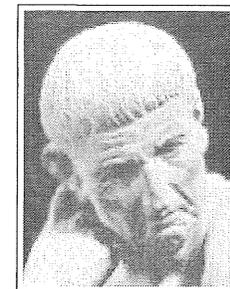
Question fondamentale : *le hasard est-il objectif ou subjectif ?* = Existant dans les choses ou simple conséquence de notre ignorance ?

• Un parcours à l'aide de textes :

1. ARISTOTE (-iv^e s). PHYSIQUE, livre II, chapitre 5.

Hasard et contingence : l'absence de cause nécessaire.

C'est ce qui échappe à la connaissance \Rightarrow pas de lois du hasard



- Cependant ...

joignant la rigueur des démonstrations de la science à l'incertitude du hasard, et conciliant ces choses en apparence contraires, elle peut, tirant son nom des deux, s'arroger à bon droit ce titre stupéfiant : **La Géométrie du Hasard**.

PASCAL, À LA TRÈS ILLUSTRE ACADÉMIE PARISIENNE DE SCIENCE, 1654.

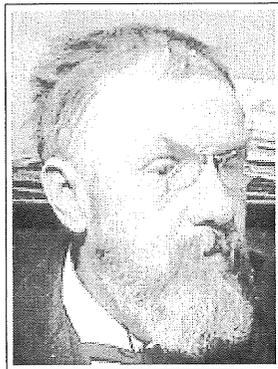


2. LAPLACE. ESSAI PHILOSOPHIQUE SUR LES PROBABILITÉS (1814-1825).

Hasard et déterminisme : Le hasard ? "... l'expression de l'ignorance où nous sommes des véritables causes." Déterminisme \Rightarrow prédictibilité

3. COURNOT. EXPOSITION DE LA THÉORIE DES CHANCES ET DES PROBABILITÉS (1843).

Le hasard : la rencontre de deux séries causales indépendantes



4. POINCARÉ. SCIENCE ET MÉTHODE, CH. IV : LE HASARD, 1908.

“Petites causes, grands effets . . .”

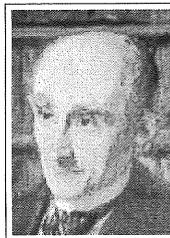
Où l'on peut reparler sans contradiction des “lois du hasard” :

Vers la séparation déterminisme—prédictibilité, et le chaos comme paradigme.

5. BERGSON, L'ÉVOLUTION CRÉATRICE. 1907.

Désordre & hasard : un ordre auquel nous ne nous attendions pas ?

La tuile et le passant : “. . . je trouve un mécanisme là où j'aurais cherché, là où j'aurais dû rencontrer, semble-t-il, une intention; c'est ce que j'exprime en parlant de *hasard*.”



The Mathematical School in Catania at the beginning of the 20th Century and its Influence on Didactics

MAMMANA Carmelo, TAZZIOLI Rossana
Università di Catania (Italy)

Abstract

At the beginning of this century, S. CATANIA, M. DE FRANCHIS, M. CIPOLLA, G. MARLETTA and other mathematicians taught at the University of Catania and published textbooks of mathematics at the same time. S. CATANIA wrote textbooks for secondary school, which followed PEANO's formalism in mathematics. His main work “Aritmetica razionale” (1905) simplified a lot PEANO's treatise “Aritmetica generale ed algebra elementare” (1902), which was very difficult to understand. PEANO, PIERI, and BURALI-FORTI appreciated a lot CATANIA's book, but other mathematicians -for example SCORZA and CASTELNUOVO- did not agree on Peanian approach to didactics of mathematics; there was a hard polemic on the subject. CIPOLLA published textbooks on algebra written in a traditional, but rigorous way. Textbooks on geometry were published by DE FRANCHIS and MARLETTA. In his “Geometria elementare” (1901) DE FRANCHIS considered the concepts of point and segment as fundamental, as PEANO had done in his “Principii di geometria logicamente esposti”. DE FRANCHIS applied to them the idea of motion and deduced the most important properties of figures. His results were proved by using methods of the theory of transformation groups, developed by Klein and Lie. As DE FRANCHIS did, in his “Trattato di geometria elementare” (1912) MARLETTA posed points and segments at the basis of his theory and then followed VERONESE's approach to geometry.

The content of these textbooks is connected with the researches on foundations of mathematics and on geometry, which were developed in Italy at that time.