

**La formation quantitative des économistes à la
lumière de l'évolution des rapports entre les
mathématiques et l'économie**

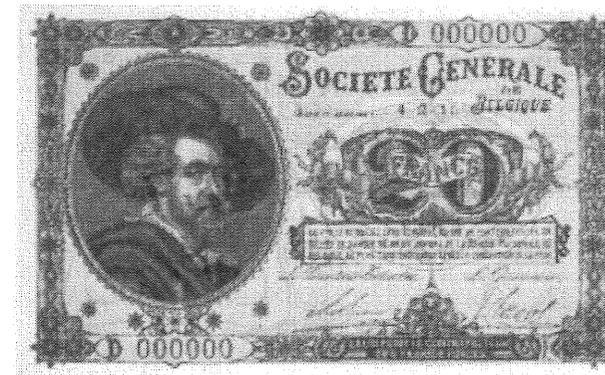
BAIR Jacques, HAESBROECK Gentiane
Université de Liège (Belgique)

Abstract

Il est indéniable que les sciences économiques exploitent de plus en plus l'outil mathématique. En conséquence, à l'université, les futurs économistes doivent suivre des programmes toujours plus lourds en mathématiques.

Nous nous efforcerons de décrire, de comprendre et de justifier cet accroissement progressif des mathématiques dans la formation des économistes en analysant quelque peu l'évolution temporelle des rapports entre ces deux disciplines.

Une attention toute particulière sera portée sur l'enseignement de la finance.



Billet de 20 francs belges avec le portrait de Rubens.

1 L'importance des mathématiques en économie

1.1 Bref historique

Alors que les mathématiques interviennent depuis longtemps, de façon très naturelle et indiscutable dans les sciences dites "dures", à savoir la physique, la chimie, la biologie, l'art de l'ingénieur, ..., elles sont apparues très tardivement, de manière moins bien établie dans les sciences humaines, spécialement en économie. Cela résulte de la plus grande complexité des situations rencontrées : il est, par exemple, plus difficile d'étudier le comportement d'un groupe d'individus aux intérêts souvent divergents plutôt que le mouvement d'un corps soumis à des forces bien connues. Les multiples paramètres et facteurs d'influence intervenant dans les problèmes économiques n'ont pu être traités efficacement que grâce au développement du calcul matriciel et à l'avènement des ordinateurs qui permirent de traiter de nombreuses informations et d'effectuer des calculs sur un nombre considérable de grandeurs. Certains auteurs avancent, pour expliquer ce retard de l'intervention des mathématiques en économie, une seconde raison d'ordre psychologique : *Les économistes ont longtemps souffert d'un véritable complexe d'infériorité. A voir les splendides succès qu'obtenaient, dans le bâtiment voisin, leurs collègues physiciens, qu'il s'agit de théorie planétaire ou d'électromagnétisme, ils se sentaient jaloux et se disaient qu'il faudrait attendre leur Newton* [DAVIS & HERSH, p. 83].

Les premiers théoriciens de l'économie politique moderne, avec à leur tête l'anglais D. Ricardo (1772-1823), n'employaient aucune technique scientifique; ils faisaient, selon J. R. Hicks (prix Nobel d'Economie en 1972), des *mathématiques dans la coulisse*, c'est-à-dire sans le savoir.

Le philosophe et mathématicien français A. Cournot (1801-1877) apparaît aujourd'hui comme le véritable fondateur de l'économie mathématique : il est notamment l'auteur d'une *théorie mathématique des richesses* (1838). Ses mérites furent toutefois reconnus de façon posthume.

L'italien Pareto (1848-1923) mit en évidence l'importance de la notion de fonction en économie en déclarant : *les économistes littéraires perdent leur temps à chercher des relations de cause à effet là où il n'y a que des relations fonctionnelles réversibles entre les données qui se conditionnent mutuellement*. Pratiquement au même moment naissait, en 1871, la théorie du "marginalisme" développée séparément par le français Walras (1834-1910) et l'austro-anglais Jevons (1835-1882) : on y mettait en évidence l'importance de la dernière unité dans l'influence de chaque variable, ce qui ouvrait la porte à l'utilisation du calcul infinitésimal en économie.

Il est intéressant de constater que les grands économistes de la fin du 19^{ème} siècle et du début de ce siècle ont, très souvent, *utilisé des formes de mathématiques pour trouver le résultat (algèbre, graphiques ou exemples numériques), soit qu'on le sache (Cournot, Marx (1818-1833), ...), soit qu'on le devine (Keynes (1883-1946), Walras, ...), mais ils ont publié leur résultat "en littérature" pour ne pas rebuter des lecteurs. Dans tous ces cas aussi, avancer plus loin dans la théorie exige la mathématisation* [KOLM 1986].

Au cours du vingtième siècle, les économistes se rendent compte de la puissance de la démarche scientifique et vont même jusqu'à créer des théories mathématiques nouvelles pour résoudre les problèmes spécifiques.

Les méthodes d'optimisation de Kuhn-Tucker et les théories modernes de programmation non linéaire ont permis de résoudre des problèmes fondamentaux que se pose l'économiste, comme la recherche de l'achat optimal que peut réaliser un consommateur avec un budget déterminé.

L'économétrie, apparue vers 1930 comme discipline autonome, recourt à la fois à la théorie économique, à la formulation mathématique et à l'analyse statistique. En 1969, le premier prix

Nobel d'Economie fut décerné à Frisch et Tinbergen qui peuvent être considérés comme les fondateurs de l'économétrie.

Par la suite, cette suprême distinction fut fréquemment attribuée à des mathématiciens reconvertis à l'économie et à des économistes très quantitatifs :

- Samuelson (1970), célèbre pour ses travaux fondamentaux en économie et l'introduction du *calculus* et du calcul de probabilité dans la résolution de problèmes économiques,
- Arrow (1972), connu pour son fameux théorème d'impossibilité dans la théorie du choix collectif ainsi que pour ses contributions dans les théories des formes quadratiques sous contraintes et des fonctions quasi-concaves,
- Leontief (1973), créateur de l'analyse input-output,
- Kantorovitch (1975), pionnier de la programmation linéaire,
- Klein (1980), auteur de contributions importantes en économétrie,
- Debreu (1983), mathématicien de formation et auteur d'une célèbre *théorie de la valeur : analyse axiomatique de l'équilibre économique* (1966),
- Allais (1988), ingénieur de formation qui plaide pour un emploi judicieux de l'outil mathématique en économie,
- Markovitz, Sharpe et Miller (1990) pour leurs travaux novateurs sur la théorie économique financière et le financement des entreprises,
- Nash, Harsanyi et Selten (1994) pour leur contribution fondamentale à la théorie des jeux non-coopératifs,
- Merton, Scholes et Black (1997), célèbres pour leurs modélisations stochastiques en finance,
- Sen (1998), réputé en théorie du choix social ayant pour objet l'analyse des relations entre les préférences individuelles et les décisions collectives.

1.2 Mathématiques exploitées par les économistes au cours du temps

Très schématiquement, on pourrait dire que, jusqu'à la fin du siècle dernier, l'économie était essentiellement "littéraire".

Lors de la première moitié du vingtième siècle, l'économiste a recouru à la méthode graphique.

Le troisième quart de ce siècle a vu les théories mathématiques classiques, telles l'analyse et la statistique, être de plus en plus exploitées par les économistes.

Cette fin de siècle peut être caractérisée par l'accroissement considérable de l'utilisation des mathématiques en économie. De nombreuses théories, parfois sophistiquées, dont certaines ont été créées *ex nihilo* pour résoudre des problèmes rencontrés dans l'univers économique, se retrouvent dans les publications spécialisées en économie. Signalons, en guise d'exemples, la théorie moderne de la programmation mathématique, la théorie des modèles non linéaires pouvant déboucher sur le chaos déterministe, les modèles stochastiques faisant notamment appel au mouvement brownien standard, à l'intégrale d'Ito ou encore à la notion de martingale, ...

Depuis plusieurs décennies, il faut bien se convaincre que le choix véritable n'est pas entre l'emploi ou le non-emploi de l'outil mathématique, mais entre une utilisation consciente et rationnelle et une utilisation inconsciente et désordonnée de cet outil (ALLAIS 1954). D'ailleurs, pour un économiste contemporain, il est devenu difficile de faire publier par les grandes revues internationales un article se voulant avant tout théorique (même s'il comporte aussi une partie empirique) mais utilisant exclusivement des raisonnements littéraires, des mathématiques élémentaires et des figures géométriques [SALMON 1995].

1.3 Le cas particulier de la finance

Bien que la théorie financière fasse partie intégrante de l'économie, ses rapports avec les mathématiques sont importants et assez particuliers. En effet, ils datent de près de 10000 ans : dès que l'homme s'est sédentarisé, il a senti le besoin de faire des mathématiques pour ses échanges commerciaux; ainsi, plusieurs siècles avant notre ère, les Phéniciens inventèrent le système de numérotation pour s'en servir dans leur commerce. Toutefois, l'arithmétique commerciale a été développée au 15^{ème} siècle par les négociants italiens qui pouvaient exploiter l'algèbre élémentaire classique naissante, notamment grâce à la découverte des nombres négatifs par N. Chuquet (1484).

L'invention des logarithmes par J. Napier (1550-1617) a permis la naissance de la théorie de l'intérêt composé; il a néanmoins fallu attendre l'emploi courant des ordinateurs pour que le législateur belge propose, en 1992, une méthode d'analyse numérique permettant le calcul du taux réel, appelé le TAEG (taux annuel effectif global), d'un achat à tempérament. Jusque vers les années 1970, la finance proprement dite -techniques boursières et d'actuariat- ne nécessitait guère plus que la table de logarithmes (BOULEAU, p. 350]. Les praticiens font appel à l'intérêt simple pour des contrats à court terme, et à l'intérêt composé, ou mieux encore à l'intérêt mixte, pour du plus long terme; ils n'exploitent que rarement l'intérêt instantané qui s'avère pourtant être le plus logique et réaliste : cette théorie de la capitalisation continue fait appel à l'analyse infinitésimale classique et, de ce fait, aurait pu être construite et appliquée depuis longtemps, grâce aux travaux, notamment, de Newton (1642-1727), Leibniz (1646-1716), etc ...

Malgré les travaux précurseurs de L. Bachelier (1905) dont les mérites ne furent reconnus qu'à titre posthume, il fallut attendre la deuxième moitié de ce siècle pour voir un changement essentiel dans l'abord des phénomènes financiers grâce à l'intervention du calcul des probabilités. Le point de départ de ce courant fut les travaux de Markowitz et Tobin (1958) sur l'évaluation d'un capital par la valeur espérée (*expected value*) au lieu de la valeur (*value*) qui était seule considérée auparavant. L'usage intensif du calcul stochastique en finance aurait été impossible sans les travaux purement mathématiques de Lebesgue (1875-1941), célèbre pour l'intégrale qui porte son nom et le développement de la théorie de la mesure, de Kolmogorov (1903-1987), considéré comme étant le "père" de la théorie moderne des probabilités, de Wiener (1894-1964), Lévy (1886-1973) et Ito notamment, qui ont profité des résultats théoriques de leurs prédécesseurs pour mettre au point un calcul différentiel et intégral stochastique parfaitement adapté pour étudier les phénomènes de la bourse. Ainsi, *les concepts mathématiques qui ont renouvelé la finance et qui sont utilisés aujourd'hui quotidiennement à Chicago, Paris, Londres ou Singapour ont été élaborés au sein des mathématiques pures, c'est-à-dire de questionnements internes aux mathématiques* [BOULEAU, p. 35].

2 Les mathématiques dans la formation des économistes

2.1 L'enseignement de l'économie

Jusqu'au milieu de ce siècle, des éléments d'économie étaient enseignés au sein d'autres disciplines telles que l'histoire et la géographie dans l'enseignement secondaire, ou encore le droit à l'université. Depuis quelques décennies, l'économie s'est considérablement développée au point de pouvoir proposer des enseignements spécifiques et est devenue une matière d'enseignement à part entière.

Dans l'enseignement secondaire, l'économie est actuellement une matière optionnelle : elle n'est dispensée que dans certaines sections, dites les sciences économiques, qui, malheureusement, sont souvent choisies négativement par des élèves faibles qui sont incapables de réussir dans les sections réputées plus fortes et cherchent fréquemment à fuir des programmes forts, ou même moyens en mathématiques.

A l'Université de Liège, l'enseignement de l'économie vient de fêter ses 100 ans : au départ, il était dispensé essentiellement dans la Faculté de Droit et dans une Ecole de Commerce. Actuellement, il est organisé principalement par la Faculté d'Economie, de Gestion et des Sciences Sociales, qui vient seulement de célébrer son dixième anniversaire et où sont délivrés des diplômes de licence en Sciences économiques, en Sciences sociales, en Sciences de gestion et en ingénierie de gestion, ainsi que des diplômes complémentaires et de troisième cycle qui attirent de plus en plus de diplômés universitaires de deuxième cycle à la recherche d'une formation additionnelle en gestion; mais il existe également des cours d'économie dans toutes les autres facultés, ce qui est assez nouveau. La situation est sensiblement la même dans toutes les autres Universités belges.

La distinction ancienne entre la micro- et la macro-économie tend à disparaître, mais celle entre l'économie dite pure et l'économie appliquée, c'est-à-dire la gestion, s'accroît de plus en plus. Il convient de remarquer une différence assez sensible dans le recrutement de ces deux types d'études en Belgique. D'une part, la gestion attire généralement des étudiants issus d'humanités générales, avec une formation mathématique poussée, surtout chez les ingénieurs de gestion. D'autre part, les sciences économiques recrutent principalement des élèves ayant choisi la section économique dans le secondaire, et ont de ce fait une formation mathématique qui est souvent assez faible, ce qui est paradoxal, puisque les économistes devraient utiliser plus de mathématiques abstraites que les gestionnaires.

2.2 Mathématiques enseignées aux futurs économistes

Il existe un parallélisme frappant entre l'évolution historique de l'intervention des mathématiques en économie et les matières mathématiques actuellement enseignées aux économistes dans les différents stades de leur formation.

Dans l'enseignement secondaire, l'économie est présentée de manière fort littéraire, principalement à l'aide de graphiques. Les directives pédagogiques figurant dans les programmes ambitionnent de formaliser mathématiquement davantage les raisonnements, ce qui n'est guère possible au vu de la formation préalable et de la qualité des élèves.

Le premier cycle universitaire a pour mission de doter les étudiants d'un bagage de base, notamment pour tous les outils qu'ils seront amenés à exploiter ultérieurement. C'est ainsi qu'y sont enseignées les mathématiques générales connues depuis longtemps des mathématiciens, à savoir l'analyse des fonctions à une ou plusieurs variables, l'algèbre linéaire, la statistique et le calcul des probabilités.

Le deuxième cycle est consacré à des matières plus spécifiques et à l'exploitation des outils de base dans des problèmes réels rencontrés dans le monde des affaires. Y sont organisés des cours de mathématiques appliquées développées surtout depuis la fin de la seconde guerre mondiale, comme l'économétrie, la recherche opérationnelle et la programmation mathématique.

Les troisièmes cycles, qui se développent de plus en plus dans les différentes Universités, présentent des théories plus pointues et plus récentes. D'un point de vue mathématique, une attention particulière est, par exemple, portée sur les modèles non linéaires, les processus stochastiques, et même parfois, l'analyse non standard, la statistique robuste, la logique floue, ...

2.3 Le cas particulier de la finance

Il est intéressant de constater que la mathématique financière est enseignée à tous les niveaux de l'apprentissage scolaire, d'une manière assez rationnelle.

L'arithmétique commerciale, comprenant notamment la théorie des nombres entiers et des fractions ainsi que l'utilisation de la règle de trois, est donnée à l'école primaire, car elle fait partie de ce que tout citoyen doit connaître.

Les théories de l'intérêt et de l'escompte simples, ainsi que celles des intérêts composés et des annuités étaient enseignées, il y a quelques années encore, respectivement dans l'enseignement secondaire inférieur et dans le cycle supérieur dans toute section d'humanités; de nos jours, ces notions ne sont plus guère données que sporadiquement comme illustrations de notions mathématiques, sauf dans les sections commerciales et de sciences économiques. Il est à noter que la théorie de la capitalisation mixte, qui, comme son nom l'indique, exploite les deux théories précédentes, est peu souvent dispensée dans l'enseignement général bien qu'elle soit accessible aux élèves et d'usage fréquent dans la pratique.

L'intervention du *calculus* dans les problèmes financiers est essentiellement exposée dans le premier cycle universitaire en sciences économiques ou de gestion : on y voit notamment la notion de taux instantané, des problèmes d'optimisation, le calcul du TAEG, la modélisation de la valeur prise par un capital au moyen d'équations récurrentes (pour le cas discret) ou différentielles (pour le cas continu).

Les techniques économétriques classiques sont vues dans les épreuves de licences organisées par les Facultés d'Economie.

Les processus stochastiques, notamment l'exploitation du mouvement brownien standard dans la modélisation des actifs financiers, sont développés en fin de deuxième cycle universitaire ou, plus souvent, dans les troisièmes cycles spécialisés.

L'enseignement contemporain de la finance au plus haut niveau se fait non seulement dans les Universités, mais aussi dans des Institutions privées et même dans les salles de marchés. Les deux points de vue sont pourtant assez différents. Alors que, dans les Universités, la finance est enseignée aux futurs économistes et gestionnaires de manière collective et démocratique, sur base de connaissances universelles et publiées dans des revues spécialisées accessibles à tous, la formation privée est fréquemment donnée à des ingénieurs ou mathématiciens, au prix d'un enseignement individuel qui se veut directement rentable, sur base de la pratique et de connaissances furtives qu'il n'est pas intéressant de divulguer : par exemple, un spéculateur qui a découvert un arbitrage intéressant n'a pas intérêt à le rendre public et, tout au plus, se contentera de le communiquer à un de ses collaborateurs; dans ce cas, *les connaissances se situent clairement dans une perspective pré-professionnelle et sont d'autant plus onéreuses qu'elles sont susceptibles de déboucher sur de plus grosses rémunérations* [BOULEAU, p. 158].

Cette tendance indique ce que sera peut-être l'avenir. La finance concerne de plus en plus de mathématiciens et il est vraisemblable que des cours très spécialisés seront organisés lors des

licences en sciences mathématiques ou dans des épreuves de troisième cycle spécifiques. Par ailleurs, il est probable que l'enseignement de gestion des portefeuilles se fera bientôt "sur le terrain" grâce à des postes de travail informatiques directement reliés aux données des marchés, comme cela commence à se faire dans des Universités américaines.

Références

- ALLAIS M. : Puissance et dangers de l'utilisation de l'outil mathématique en économie, *Econometrica*, 22, 1954, pp. 58-71.
- ALS M.G. : *Histoire de l'économie mathématique*, Presses Universitaires de Bruxelles, 1961.
- ARTAUD M. : *La mathématisation en économie comme problème didactique*, thèse doctorale, Université d'Aix-Marseille II, 1993.
- BAIR J. & HAESBROECK G. & PAQUAY P. : *Mathématiques dans la formation des économistes et des gestionnaires*, GEMME, dossier n° 7, Université de Liège, année académique 1997-1998.
- BAIR J. & HINNION R. & JUSTENS D. : *Applications économiques au service de la mathématique*, Éditions de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française, 1989.
- BOLL M. : *Histoire des mathématiques*, Presses Universitaires de France, Collection Que sais-je? n° 42, Paris, 1963.
- BOULEAU N. : *Martingales et marchés financiers*, Editions Odile Jacob, Paris, 1998.
- DAVIS P.J. & HERSH R. : *L'empire mathématique*, Gauthier-Villars, Bordas, Paris, 1988.
- KLEIN L. : The Role of Mathematics in Economics, in *The Mathematical Sciences : a Collection of Essays*, The M.J.T. Press, 1969.
- KOLM S.C. : *Philosophie de l'économie*, Seuil, Paris, 1986.
- PLASSARD J. : De l'emploi des mathématiques dans l'étude économique, *Problèmes économiques*, n° 2.194, 1990, pp. 6-10.
- SALMON P. : Les raisonnements non mathématiques ont-ils encore une place dans l'analyse économique ? *Problèmes économiques*, n° 2.444-2.445, 1995, pp. 22-28.
- VERMAAT A.J. : Over de wiskunde in de economie, *De Economist*, 118, 1970.
- WALLISER B. : *L'intelligence de l'économie*, Editions Odile Jacob, Paris, 1994.