

**La géométrie des Sulbasutras. Exemple de géométrie rituelle de l'Inde védique :
l'agrandissement de l'autel en forme de faucon**

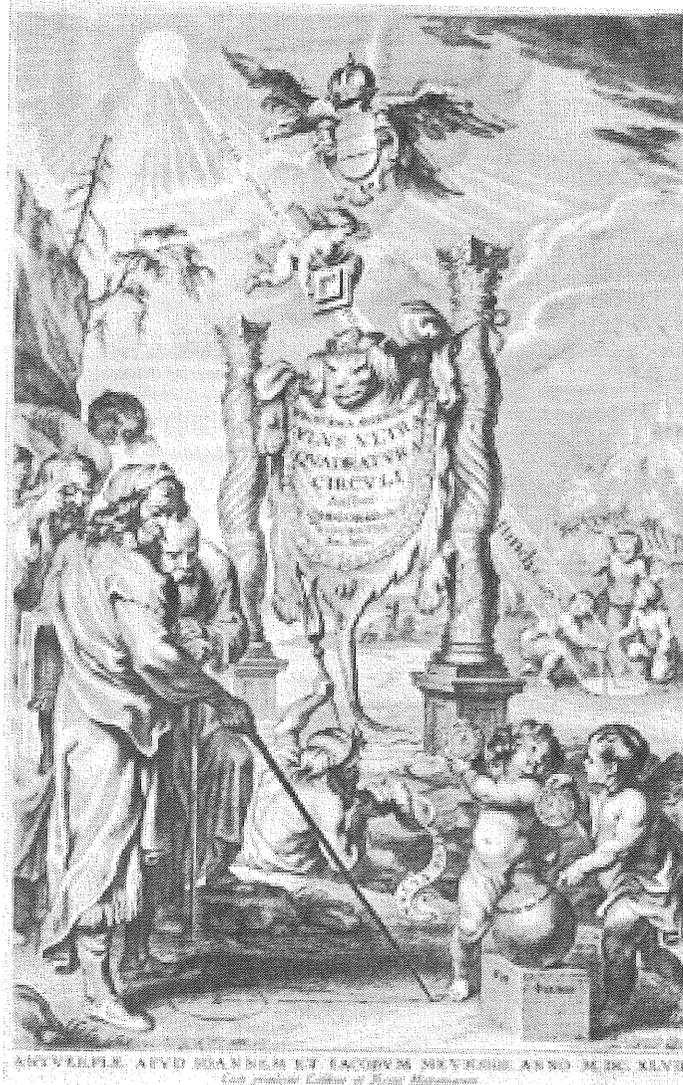
KELLER, Olivier¹
IREM de Lyon (France)

Abstract

L'histoire des mathématiques s'est très peu intéressée aux Sulbasutras de l'Inde védique, annexes de textes rituels consacrées à la construction géométrique d'autels et à leur agrandissement proportionnel. Pourtant, les Sulbasutras sont exceptionnels au sein des mathématiques qui précèdent les "Éléments" d'Euclide, et ceci par deux aspects :

- 1- Le but rituel est unique et explicite, à l'exclusion de tout autre but pratique ou pédagogique.
- 2- Ils mettent en œuvre des constructions rigoureuses purement géométriques, avec pour instruments une corde et des piquets, et sont donc par là beaucoup plus proches des "Éléments" que ne le sont les textes mésopotamiens ou égyptiens antiques.

Nous étudierons une sélection significative de ces textes.



¹Avec la collaboration de Jean-Michel Delire, chercheur à l'Institut de Philologie et d'Histoire Orientales à l'Université Libre de Bruxelles, bénéficiaire d'une bourse 1999-2000 de la Fondation Wiener-Anspach.

1 Note historique

Malheureusement, on ne sait rien de l'Inde védique, sinon par des textes² auxquels il est impossible de donner une date précise. La période védique de l'histoire de l'Inde fut précédée par la civilisation dite de l'Indus — 2400 à -1700—, découverte à partir de 1921³ par la mise au jour des villes d'Harappa et de Mohenjo-daro. L'évidence archéologique est abondante, mais l'écriture n'a pu être déchiffrée. A l'inverse, la période védique — 1500 à -500— nous offre une abondance de textes en sanskrit mais n'a laissé aucune autre trace archéologique; même son origine supposée, une invasion de tribus aryennes, n'est étayée que par des spéculations d'ordre linguistique. Les régions à scruter, comme le dit Jean Varenne, sont parmi les plus disputées de l'Asie, où se croisent les frontières de l'ancienne URSS et de la Chine, de l'Inde et du Pakistan; il est donc possible qu'un avenir plus pacifique permette des fouilles et nous apporte des révélations. D'après le même auteur, c'est en fin de période que le védisme, confronté aux tout jeunes bouddhisme et jaïnisme, éprouva le besoin de mettre par écrit et de codifier ce qui jusque-là n'était que traditions orales; ce fut un travail de plusieurs siècles, probablement entrepris à partir du 8^{ème} siècle avant notre ère —apparition du jaïnisme—, et qui accoucha d'une énorme littérature sanskrite de milliers d'hymnes totalisant des dizaines de milliers de vers. Le *Satapatha Brahmana* à lui seul, dans sa traduction anglaise, occupe 2000 pages.

Le *Veda*, terme qui signifie savoir, science "par excellence", possède donc un canon tardif composé de textes disparates au premier abord. Classés d'après la catégorie de "fonctionnaires" du sacrifice auxquels ils s'adressent, on obtient les recueils (*samhitās*) suivants : le *Rg Veda* destiné aux verseurs de l'oblation, le *Jayur Veda* des préposés aux manipulations pratiques, le *Sama Veda* des chantres et l'*Atharva Veda* des chapelains royaux. À ces *samhitās* s'ajoutèrent plus tardivement, pour chaque *Veda*, un *Brahmana* —exégèse du rituel—, une *Upanisad* —court traité spéculatif—, et des *sūtras*—prescriptions rituelles sous forme d'aphorismes—. Ces compilations nous sont en outre parvenues avec des titres, noms des clans familiaux qui en assurèrent la transmission.

Les *Sulbasūtras* sont une section des *sūtras* consacrée aux règles de construction d'autels sacrificiels. Nous disposons de quatre textes complets, traduits en anglais par Sen et Bag, avec le nom de leurs auteurs : Baudhayana, Manava, Apastamba, Katyayana. Ce sont des textes remarquablement courts puisqu'à eux quatre, dans leur traduction anglaise, ils n'occupent que soixante-six pages. *Sulba* signifie "corde" et les *sulbakas*, experts géomètres védiques, étaient de remarquables "tendeurs de cordes"; Démocrite se déclarait supérieur aux tendeurs de cordes égyptiens, qui n'ont laissé aucun écrit, alors que nous avons des témoignages indiens abondants. Malgré cela, malgré aussi les similitudes étonnantes entre les problèmes abordés par les tendeurs de cordes indiens et certains problèmes euclidiens, les *Sulbasūtras* sont peu en vogue et peu étudiés : les traductions de G. Thibaut, en 1877 et 1882, sont introuvables et celle de SEN & BAG, publiée en 1983, ne connaît qu'une diffusion confidentielle.

Ces textes sont, comme les *Vedas* dont ils font partie, extrêmement difficiles à dater⁴; et

²On dispose d'extraits des hymnes védiques (magnifiques) en français, édités par Louis RENOUE et Jean VARENNE. Voir la Bibliographie.

³Selon *Civilisations anciennes du Pakistan*, p.38.

⁴Les estimations sont, ici comme dans le cas des invasions aryennes, fondées sur des arguments linguistiques; le style des *Sulbasūtras* est comparé à celui du grammairien Panini, qui aurait vécu au quatrième siècle avant notre ère et codifié la langue. L'ordre chronologique qui en résulte, et qui est généralement accepté, est le suivant : Baudhayana, Apastamba, Manava, Panini, Katyayana. Mais les dates des textes védiques varient énormément d'un auteur à l'autre : pour les Brahmanas, les estimations vont du 10^{ème} au 6^{ème} siècle avant notre ère; pour les *Upanisads*, du 9^{ème} au 4^{ème}. On admet souvent que le *Rg Veda* fut rédigé au plus tard au 10^{ème} siècle, mais cela met à mal la théorie de Varenne —fondée sur des faits nouveaux?— qui fait démarrer les rédactions au moins deux

même si les experts finissaient par se mettre d'accord, le problème de la naissance et de l'origine des savoir-faire qu'ils expriment ne serait pas résolu pour autant puisque les *sulbakas* ont probablement codifié une tradition orale millénaire. Les chercheurs semblent assurés qu'ils sont antérieurs aux *Éléments* d'Euclide, mais là n'est pas le plus important; tout d'abord, on trouve des allusions assez nombreuses aux "anciens", comme dans le Manava 11-17 : "On fait les côtés avec 3, 4 et 5; ceux des autres sont faits en multipliant par ce que l'on veut, suivant le besoin des autels; c'est ce qui a toujours été indiqué par les anciens maîtres", qui confirment l'hypothèse d'une assez longue tradition autochtone de savoir-faire mathématicien. Mais surtout, l'idée que les *sulbakas* auraient pu piller Euclide se heurte à une objection de fond : ils auraient eu le plus grand mal à déchiffrer une somme abstraite d'*Éléments*, infiniment éloignée dans le style et dans les méthodes de leurs propres traditions, traditions qui sont à rapprocher au contraire des mathématiques babyloniennes, égyptiennes et chinoises de l'époque Han. Même si, dans l'avenir, il finissait par être prouvé que les *Sulbasūtras* sont postérieurs aux *Éléments*, cela ne changerait rien au fait que, comme le *Jiuzhang suanshu*, assurément plus tardif que la somme euclidienne, ils sont d'*esprit* pré-euclidien, ils appartiennent à la vieille école des mathématiques primitives.

Il est surprenant que les *Sulbasūtras* aient aussi peu attiré l'attention des historiens des mathématiques, malgré leur très grande originalité : les textes mathématiques védiques se présentent en effet explicitement comme annexes d'un rituel, et non comme des traités autonomes de géométrie, et cela leur donne un "cachet" unique dans l'histoire écrite des mathématiques, ne serait-ce que parce qu'ils sont clairement motivés. D'autre part ces textes présentent des similitudes frappantes, non seulement avec certains problèmes du Livre II des *Éléments* d'Euclide, mais avec les méthodes euclidiennes qui s'attachent à construire géométriquement toutes les figures et leurs modifications : les instruments consistent en une corde et des piquets chez les techniciens du culte védique, en des droites et des cercles chez le théoricien grec. En particulier, le problème de la construction de figures égales en aires est au centre des Livres I et II des *Éléments*, et il est également au centre des *Sulbasūtras*; les Grecs se sont en outre posé le problème de la construction de figures égales en volume, et on sait qu'ils ont buté sur la duplication du cube, c'est-à-dire la construction d'un cube de volume double d'un cube donné, qui est impossible à la règle et au compas. Or ce cube est un autel ou un tombeau, d'après le commentaire d'Eutocius aux œuvres d'Archimède⁵ : on peut se demander alors si une partie au moins des mathématiques euclidiennes n'auraient pas une lointaine origine mythique-rituelle ressemblant au védisme.

On peut se demander encore, au vu des nombreux rituels "mathématisés" que révèle l'enquête ethnographique, si les mathématiques védiques ne sont pas l'expression d'une des formes les plus abouties, dans l'état actuel de nos connaissances, d'une gestation de la géométrie au sein de la pensée primitive mythique-rituelle, avant l'accouchement proprement dit dû au travail de la nouvelle pensée philosophique née en Grèce antique⁶.

Nous présentons ici quelques *sūtras*, dans leur concision et pour certains leur obscurité originales, extraits des *Sulbasūtras* de Baudhayana et Katyayana, d'après la traduction du sanskrit

siècles plus tard.

Les quatre *Sulbasūtras* sont généralement datés d'avant le 3^{ème} siècle, et même d'avant le 5^{ème} siècle (pour Baudhayana et Apastamba), selon certains auteurs.

⁵Archimède. 1970. *Œuvres, Tome IV : commentaires d'Eutocius et fragments*. Trad. Charles Mugler. Paris: Les Belles Lettres.

⁶Ce point de vue est développé dans KELLER (1998).

en anglais par SEN & BAG (1983), *The Sulbasutras of Baudhayana, Apastamba, Katyayana and Manava with Text, English Translation and Commentary*; nous avons parfois également utilisé la traduction du sanskrit en français de Jean-Michel DELIRE (1993). Nous y avons joint quelques commentaires succincts pour que le lecteur comprenne de quoi il s'agit.

Les extraits ont été choisis de telle sorte que le lecteur puisse se faire une idée précise et complète de la façon fort élégante dont était résolu le problème, très important rituellement, de l'agrandissement homothétique d'un autel en forme de faucon⁷, problème qui mobilise une très grande partie des connaissances mathématiques présentes dans les *Sulbasutras*.

Le fait que les textes que nous présentons soient motivés, dans le sens où ils sont des éléments d'un rituel, ne signifie pas que la liaison entre le mythe et la ritualisation géométrique soit immédiate et limpide. Je soumetts au lecteur les grandes lignes de l'interprétation développée dans ma thèse.

a)- Le rite est un rite de sacrifice; la fonction de l'objet sacrifié (denrée alimentaire, animal et peut-être même humain) est double : il est d'abord la substance intègre, l'énergie sacrée concentrée qui, coupée ensuite en morceaux ou répandue dans l'espace par le feu et par la parole de l'officiant, devient créatrice, redonne naissance au monde suivant le modèle d'une naissance primordiale. Le sacrifice est donc reconstruction effective, et non simple commémoration, et par là il manifeste l'intelligence du monde.

b)- La même "quantité" d'énergie peut diversement s'incarner, et la reproduction rituelle en sera la construction de figures diverses de même aire, souvent égale à 7,5 pour des raisons de correspondance numérolgique avec des démiurges; ces figures sont, entre autres, des triangles, des losanges, des cercles. D'où, par exemple, des formulations de quadrature du cercle et inversement de circulaire du carré. Mais d'autre part la création est extension d'une même force créatrice, et la reproduction rituelle en sera par exemple l'extension homothétique de l'autel en forme d'oiseau, dont nous donnons le détail ci-dessous.

c)- Les formes, leur extension et leurs transformations rigoureuses les unes dans les autres, sont un moyen inventé pour résoudre la contradiction entre le mythe, qui exprime à la fois l'unité du monde et les infinies transformations de ses éléments les uns dans les autres, et le rite, qui doit déterminer cette dialectique universelle en des gestes précis et des objets précis. La mathématique, en tant que quantité déterminée, participe du rituel. Comme rituel concret, elle s'oppose d'abord violemment à la poésie du mythe universel des êtres se transformant les uns dans les autres : elle est froide, absurdement minutieuse, maniaque. Mais comme forme abstraite qui se transforme et qui s'étend, elle récupère la dialectique spontanée de la pensée primitive en donnant aux analogies innombrables une forme extérieure déterminée, faute de leur donner un véritable contenu.

d)- Il s'agit de création; tout doit donc sortir du sacrificateur lui-même identifié au démiurges primordial. C'est de lui que doivent surgir la mesure et la forme : l'unité de base est le *purusa*, égale à la hauteur d'un homme les bras levés. Faute de pouvoir créer à partir de rien, le rituel cherche à créer à partir de presque rien; pour ce qui nous concerne, il s'agit de cordes et de piquets, qui font penser à la règle et au compas grecs. Ce minimalisme de départ donne nécessairement naissance à un corpus de constructions géométriques qui s'enchaînent les unes les autres, ou plus exactement qui tentent de le faire; telle est la nature des *Sulbasutras*.

⁷Pour les motivations mythiques-rituelles, on pourra consulter RENOU, VARENNE, les travaux de Jean-Michel DELIRE et la thèse de KELLER.

Note de J.M. DELIRE : pour les besoins de leurs sacrifices, les Indiens védiques construisaient sur le terrain sacrificiel différentes formes géométriques simples. Ainsi, l'autel qui servait à cuire les offrandes représentait le monde terrestre et était circulaire; l'autel qui servait à brûler les offrandes pour les envoyer aux dieux via le feu représentait le monde céleste et était carré. Ils étaient tous deux faits de cinq couches superposées de même forme, composées de 21 briques chacune. D'autres structures, comme les tables d'offrandes, étaient de forme trapézoïdale. Enfin, durant un rituel nommé *agnicayana* (empilement de l'autel du feu), un autel particulièrement important était construit en vue de grands sacrifices. C'était le cas, par exemple, lors de l'*asvamedha* 'sacrifice du cheval', un grand rituel royal encore pratiqué à l'époque du *Mahabharata*. Cet autel était, lui aussi, composé de cinq couches de briques, au nombre de 200 dans chacune. La forme de cet autel pouvait varier selon le but recherché par le sacrifiant : triangle isocèle ou double triangle (i.e. losange) pour vaincre ses ennemis, disque pour obtenir de la nourriture, en forme d'oiseau de proie (*syena*, souvent traduit 'faucon') s'il voulait obtenir la ciel. C'est cet oiseau de proie qui nous intéressera plus particulièrement dans cet article, sous la forme simplifiée dite *caurasrasyenacit*, 'empilement de l'oiseau de proie formé de carrés'.

Nous avons présenté, lors de l'université d'été, un montage N/B fait à partir des films réalisés par l'université de Berkeley, montrant plus particulièrement les opérations de mesurage lors d'un *agnicayana* accompli en 1976 dans l'état du Kérala. Les auteurs de ces films, Frits Staal et Robert Gardner, ont réalisé un montage couleur d'une heure présentant l'*agnicayana* de manière plus générale⁸.

Fin de la note de J.M. D.

2 Extraits des *Sulbasutras*

A. Méthodes générales⁹

1-1 Les diverses constructions de foyers sacrificiels vont être données.

1-2 Nous allons expliquer les méthodes de mesure des aires de leurs figures sur le sol.

1-4 Si l'on veut un carré, une méthode est de prendre une corde de longueur égale au carré donné, faire des nœuds aux deux extrémités et une marque en son milieu. On trace la ligne et on plante un piquet en son milieu. On fixe les deux nœuds au piquet et on trace un cercle avec la marque. Deux piquets sont plantés aux deux extrémités du diamètre. Un nœud étant fixé à l'est, on trace un cercle avec l'autre; la même chose à l'ouest. Le second diamètre est obtenu des points d'intersection de ces deux; on plante deux piquets aux deux extrémités du diamètre. Avec deux nœuds fixés à l'est, on trace un cercle avec la marque; on fait la même chose au sud, à l'ouest et au nord. Les points d'intersection donnent le carré.

Commentaire : construction d'un carré "à la corde et au piquet". Soit c la longueur de la corde, qui détermine le côté du carré; tracer successivement : la ligne est-ouest $EO=c$ et son milieu I , le cercle C de centre I et de rayon $c/2$, les cercles de centres E et O et de rayon c dont les intersections déterminent la ligne nord-sud NS (les points N et S sont placés sur le cercle C), et

⁸Nous remercions Frits Staal pour nous avoir autorisés à projeter des extraits de ses films lors de l'Université d'Été. Une copie du montage fait à Berkeley peut être consultée à l'Institut Kern de l'Université de Leiden (Pays-Bas) ou commandée via le Center for Media and Independent Learning - 2000 Center Street, Fourth Floor - USA - Berkeley - CA 94704.

⁹Extraits du *Baudyayana Sulbasutra*; la numérotation des *sutras* suit l'édition-traduction de SEN & BAG.

enfin les quatre cercles de centres E, O, N et S et de rayons $c/2$. Les quatre sommets du carré sont les intersections (autres que I) de ces cercles.

1-5 Maintenant une autre. Faire des nœuds aux deux extrémités d'une corde de deux fois la mesure et faire une marque au milieu. C'est pour la ligne est-ouest. Sur l'autre moitié, à une distance plus courte d'un quart, faire une marque appelée *nyancana*, puis une marque au milieu pour les coins. Les deux nœuds fixés aux deux extrémités de la ligne est-ouest, tendre la corde vers le sud par la *nyancana*; la marque du milieu détermine les coins est et ouest¹⁰.

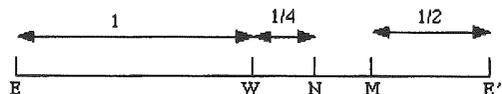


FIGURE 1

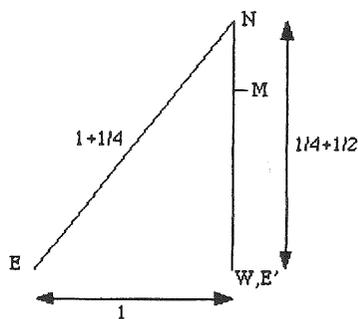


FIGURE 2

Commentaire : construction du même carré de côté c avec un triplet pythagoricien. On marque une corde de longueur $EE' = 2c$, avec W en son milieu; $WN = 1/4 c$ et $ME' = 1/2 c$ (Figure 1). Attacher les extrémités E et E' de la corde à deux piquets plantés en E et en W , et tendre la corde vers le haut en la tenant en N (Figure 2). On obtient un triangle rectangle d'hypoténuse $EN = 5/4$, et de côtés $EE' = 1$ et $E'N = 3/4$. Le point M est l'un des "coins" du carré; la même opération, mais en tendant la corde vers le bas, donne le deuxième "coin" du carré en M . Les deux derniers "coins" sont obtenus de même, après avoir inversé l'orientation de la corde.

1-9 La diagonale du carré produit le double de l'aire.

Commentaire : le carré construit sur la diagonale d'un carré a une aire double de celui-ci.

1-10 La largeur d'un rectangle étant le côté d'un carré donné et la longueur le côté d'un carré

¹⁰D'après J.M. DELIRE, la traduction littérale des "coins est et ouest" est "les épaules et les cuisses"; cela est dû à une vision anthropomorphe de l'autel, être humain dont la tête est à l'est et les pieds à l'ouest. Les coins est sont alors ceux des épaules, et les coins ouest sont ceux des flancs ou des cuisses. (DELIRE 1993 p. 27)

double (ou la productrice du double), la diagonale est le côté du carré triple (ou la productrice du triple).

1-11 Par là on explique le côté du carré égal au tiers d'un carré donné : c'est le côté du carré neuvième du carré.

Commentaire : pour construire un carré dont l'aire est le tiers d'un carré donné, on construit d'abord le triple de celui-ci, comme expliqué en 1-10, puis on en prend le neuvième; il suffit pour cela de partager chaque côté du carré triple en trois parties. On suppose (d'après un témoignage visuel¹¹) que le partage d'un segment en n parties égales se faisait en pliant une corde de même longueur $n-1$ fois sur elle-même.

1-12 Les aires produites respectivement par la longueur et par la largeur d'un rectangle, donnent ensemble l'aire produite par la diagonale.

1-13 Ceci est observé dans les rectangles ayant pour côtés 3 et 4, 12 et 5, 15 et 8, 7 et 24, 12 et 35, 15 et 36.

2-1 Si l'on souhaite combiner deux carrés de mesures différentes : couper une partie du plus grand avec le côté du plus petit. La diagonale de la partie coupée est le côté du carré combiné ...

Commentaire : voir figure 3.

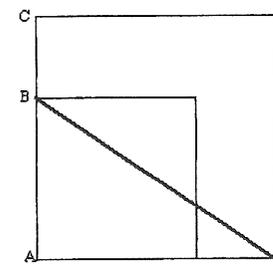


FIGURE 3

BD est le côté du carré dont l'aire est la somme des carrés de côtés AB et AC.

2-2 Si l'on souhaite enlever un carré d'un autre : couper une partie du grand avec le côté du petit que l'on veut enlever. Le côté de la partie coupée est placée en travers de façon à toucher le côté opposé; par ce contact, c'est coupé. Avec ce qui est coupé la différence est obtenue.

Commentaire : On porte $AH = AB$; GH est le côté du carré dont l'aire est la différence des aires des carrés de côtés respectifs AB et AC (Figure 4).

¹¹Seidenberg, p.336, n.53.

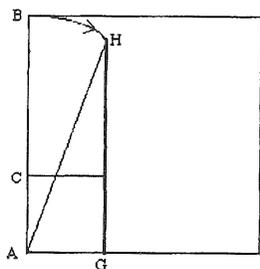


FIGURE 4

2-5 Si l'on souhaite transformer un rectangle en carré, prendre sa largeur comme côté d'un carré; le reste est divisé en deux parties égales et placé sur deux côtés. La place vide est remplie avec un morceau; l'enlèvement de ce morceau a déjà été établi.

Commentaire : Pour transformer le rectangle ABCD (Figure 5) en carré (de même aire), construire le carré (1) de côté AB, partager le rectangle restant de diagonale ED en deux parties égales, et transférer la partie (2) en (3). Le rectangle ABCD est donc équivalent en aire à la différence des carrés de diagonales respectives AF et EF; la façon de procéder pour construire cette différence est en 2-2.

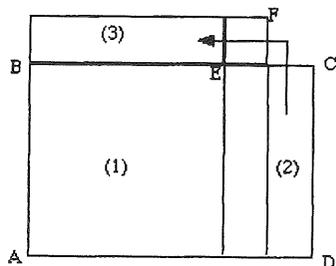


FIGURE 5

2-9 Si l'on souhaite transformer un carré en cercle, tendre la demi-diagonale du centre vers l'est. Avec un tiers ajouté au reste, le cercle est tracé.

Commentaire : formule de la circulaire du carré; reporter (Figure 6) le demi-diagonale du carré "vers l'est" en OB; le rayon du cercle équivalent en aire à ce carré est $OC + (1/3)CB$.

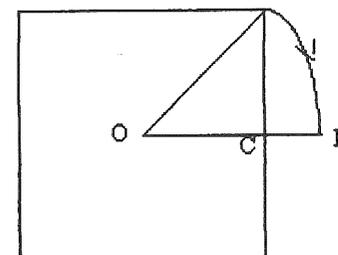


FIGURE 6

2-10 Pour transformer un cercle en carré, diviser le diamètre en huit parties; diviser une partie en vingt-neuf parties, réduire de vingt-huit d'entre elles puis du sixième moins le huitième.

Commentaire : formule de la quadrature du cercle. Le côté c du carré équivalent en surface au cercle de diamètre d est :

$$d \left(1 - \frac{28}{8 \times 29} - \frac{1}{8 \times 29} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{6 \times 8} \right) \right)$$

2-11 Ou bien, diviser en quinze parties et le réduire de deux d'entre elles; cela donne le côté approché¹² du carré.

Commentaire : ou bien $c = d - (2/15)d$.

2-12 La mesure doit être augmentée de son tiers et ceci à nouveau de son quart moins la trentième partie; c'est la diagonale du carré.

Commentaire : la diagonale du carré de côté c est : $d = c \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4 \times 34} \right)$.

B. Application : l'agrandissement homothétique de l'autel en forme de faucon

8-1 Maintenant celui qui désire le ciel doit construire un foyer-autel en forme de faucon.

8-5 Un autre *Brahmana* dit : le foyer-autel est celui qui est construit à la ressemblance d'un

¹²D'après la traduction anglaise de SEN & BAG, mais le terme utilisé, *nitya*, renvoie plutôt à quelque chose de 'traditionnel', par rapport à quoi la première quadrature proposée dans *Baudhayana* serait nouvelle et effectivement moins approximative. L'auteur en avait certainement conscience, mais il a conservé la méthode avérée, sanctionnée par la tradition, comme le fait généralement tout auteur indien. (Note de J.M. D.)

oiseau, c'est-à-dire d'après l'ombre portée par l'oiseau en vol.

8-10 Le corps est un carré de quatre *purusas*¹³; son aile sud est un carré de un *purusa* rallongé d'un *arami*¹⁴ sur le côté sud, et de même pour l'aile nord. Sa queue est un carré de un *purusa* rallongé d'un *pradesa*¹⁵ sur le côté ouest. Ainsi, avec l'addition d'*arami* et de *pradesa*, le sept-part est réalisé.

Commentaire : schéma (Figure 7) du faucon d'après l'ombre portée en vol. Il est composé de sept parties, et son aire totale est de 7,5 *purusas* carrés. Le fait que les sept parties initiales sont carrées justifie son nom de base, *caturasrasyenacit*, modifié en *saratniprodesasaptavidha* ('l'autel-foyer en sept parts avec *arami* et *pradesa*') lorsqu'on prolonge ses ailes et sa queue (J.M. D.).

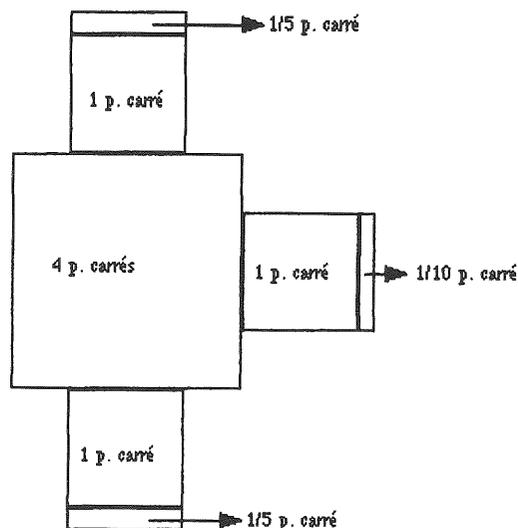


FIGURE 7

¹³Selon les *Sutras* 8-7 et 9-1 d'Apastamba : "Conformément à la tradition, être mesuré avec un *purusa* signifie être mesuré avec une tige de bambou. On fait deux trous sur une tige de bambou à une distance égale à la hauteur du sacrificateur les bras levés ...", comme le montre bien le film de Frits Staal.

¹⁴1/5 de *purusa*.

¹⁵1/10 de *purusa*.

5-1¹⁶ On va expliquer comment le feu-autel cent-une-parts est obtenu graduellement.

5-3 Jusqu'à vingt-et-une parts, le feu-autel doit-être accru d'un *purusa* carré.

Commentaire : (J.M. D.) : au départ, lorsque le sacrifiant le fait construire pour la première fois, l'autel doit avoir une aire de 7,5 *purusas* carrés; s'il le fait construire à une autre occasion, il doit mesurer 8,5 *purusas* carrés, et ainsi de suite. Si 21,5 apparaît ici, c'est parce qu'il s'agit de la taille obligée de l'autel d'un *asvamedha*, quel que soit son rang dans la succession des autels construits par le sacrifiant.

5-4 Pour ajouter un *purusa* à l'autel original en forme de faucon, construire un carré égal à l'autel original avec ses ailes et sa queue, et ajouter un *purusa*.

Commentaire : à partir de l'autel original de 7,5 p. carrés, il faut construire géométriquement un autel de même forme mais d'aire 8,5 p. carrés. On commence pour cela par transformer l'autel original en un seul carré C: l'officiant sait en effet, grâce aux *sutras* précédents, transformer des rectangles (le bout des ailes et de la queue) en carrés, et ajouter des carrés. On peut maintenant ajouter à ce grand carré C un carré de 1 p. carré, et nous avons maintenant un carré C' de 8,5 p. carrés.

J.M. D. : Baudhayana procède autrement (5-6) puisqu'il propose de diviser le carré additionnel (d'un *purusa* carré) en 15 parties égales, puis d'additionner deux de ces parties à chacun des sept carrés qui composent l'autel. Bien entendu (mais sous-entendu), il faut aussi augmenter proportionnellement les prolongations des ailes et de la queue.

5-5 L'autel original doit être divisé en quinze parts égales. Deux de celles-ci doivent être transformées en carré. Cela donne l'unité du *purusa*.

Commentaire : Le carré C' de 8,5 p. carrés doit à présent être retransformé en un autel de même forme que le précédent; la technique est de construire une nouvelle unité (le nouveau *purusa*)¹⁷, telle que le nouvel autel ait pour aire 7,5 nouveaux *purusas* carrés. Pour cela : diviser le carré C' en quinze rectangles égaux, en partageant un côté en trois et un côté en cinq, et transformer deux de ces rectangles ($2/15 = 1/(7,5)$) en un carré C"; 7,5 de ces carrés C", agencés comme il est prescrit en 8-10, donneront un autel de même forme que le premier et d'aire 8,5 p. carrés.

5-7 Ou bien, une aire d'un *purusa*-carré est divisé par cinq lignes des deux côtés. Cinq de ces petites parties doivent être transformées en un carré, dont on enlève le tiers. Le reste est ajouté à un *purusa*-carré. C'est une autre méthode.

¹⁶À partir d'ici, extraits du *Katyayana Śulbasūtra*.

¹⁷J.M. D. : il semble cependant que Baudhayana, dont nous avons déjà vu qu'il pouvait innover tout en respectant la tradition, a essayé de construire directement le nouvel autel, puisqu'il énonce des méthodes de transformation de carrés en rectangles. Celles-ci seraient nécessaires, par exemple, pour adapter aux bouts des carrés représentant les nouvelles ailes et queues (obtenues selon 5-6) les carrés obtenus après avoir additionné (sous forme de carrés bien entendu) chaque prolongement (en *arami* et *pradesa*) à la portion du *purusa* supplémentaire qui leur revient. Ces méthodes de transformation de carrés en rectangle peuvent aussi provenir d'une attention supplémentaire portée par Baudhayana aux méthodes inverses des méthodes connues (cf l'exemple de la quadrature du cercle). D'autre part, il peut aussi avoir répugné, plus traditionnellement, à utiliser un nouveau *purusa*, alors que cette mesure (de la taille du sacrificateur, rappelons-le) était l'étalon de l'autel, et, partant, de la représentation du monde, 'à la mesure de l'homme', qu'il symbolisait dans la pensée védique.

Commentaire : il s'agit d'une autre méthode de construction du nouveau *purusa*; diviser un carré de un *purusa* de côté en 25 parties, transformer le rectangle formé de cinq de ces parties en un carré, et enlever à ce carré son tiers (voir 1-11). On obtient un carré d'aire $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15} = \frac{1}{7,5}$ p. carré; si on lui ajoute un carré de un *purusa* de côté et que l'on fait un carré de l'ensemble, celui-ci est le nouveau *purusa* carré. En effet $7,5$ de ces carrés auront une aire totale de $7,5 (1 + 2/15) = 8,5$ p. carrés.

5-10 Ou bien, une aire de un *purusa* doit être divisée par sept lignes des deux côtés; combiner sept de celles-ci. De cette somme combinée, $1(1/7)$ d'*angula*¹⁸ par 1 *purusa* doit être soustrait. Le reste est ajouté à un *purusa*. C'est une autre méthode.

Commentaire : abrégé de la liste des opérations pour fabriquer le nouveau carré unité : carré de un p. carré, carré de $7/49 = 1/7$ p. carré, puis de $1/7 - (1 + 1/7)(1/120) = 2/15$, et enfin $1 + 2/15$ comme en 5-7.

6-7 Le côté transversal doit mesurer un de moins que le nombre de carrés à combiner en un carré; les deux côtés doivent mesurer un de plus que cela. On forme un triangle; l'altitude le produit.

Commentaire : méthode pour transformer n carrés identiques (de côté 1) en un seul carré d'aire n.

$AC = n - 1$, $AB + BC = n + 1$, donc $BH^2 = (\frac{n+1}{2})^2 - (\frac{n-1}{2})^2 = n$. Le carré de côté BH est donc équivalent à n carrés de côté 1. (Figure 8)

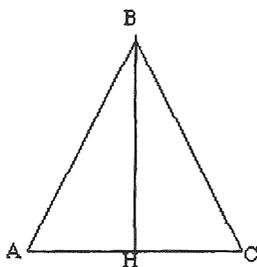


FIGURE 8

¹⁸ 1/120 de *purusa*

Bibliographie

- BAG, A.K. 1979. *Mathematics in Ancient and Medieval India*. Dehli: Chaukhamba Orientalia.
- Civilisations anciennes du Pakistan, 1989. Catalogue de l'exposition présentée aux Musées Royaux d'Art et d'Histoire. Bruxelles.
- DEDRON, Pierre, et Jean Itard. 1959. *Mathématiques et mathématiciens*. Paris : Magnard.
- DELIRE, Jean-Michel. Indian Mathematics in the Context of the Vedic Sacrifice (Sulbasutra). Article soumis à publication dans la *Revue d'Histoire des Mathématiques* de la Société Mathématique de France.
- DELIRE, Jean-Michel. 1993. Un chapitre du *Baudhayana Sulbasutra*. Traduction et commentaires concernant les connaissances mathématiques de l'Inde védique. Mémoire, Philologie et Histoire Orientales, Université Libre de Bruxelles.
- KELLER, Olivier. 1998. Préhistoire de la géométrie : la gestation d'une science d'après les sources archéologiques et ethnographiques. Thèse, Histoire et civilisations (Histoire des sciences), Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, Paris.
- LLOYD, Geoffrey E.R. 1993. *Pour en finir avec les mentalités*. Trad. Franz Regnot. Paris : La découverte.
- RENOU, Louis, ed. 1956. *Hymnes spéculatifs du Vêda. Traduits du sanskrit et annotés par Louis Renou*. Paris : Gallimard.
- SARASVATI AMMA, T.A. 1979. *Geometry in Ancient and Medieval India*. Dehli : Motilal Banarsidass.
- SEIDENBERG, A. 1962. The Ritual Origin of Counting. *Archive for the History of Exact Sciences* 2 (1) : 1-40.
- SEIDENBERG, A. 1978. The Origin of Mathematics, *Archive for the History of Exact Sciences* 18 (4) : 301-342.
- SEIDENBERG, A. 1983. Geometry of the Vedic Ritual. in Staal vol. 2 : 95-126.
- SEN, S.N., & BAG, A.K. 1983. *The Sulbasutras of Baudhayana, Apastamba, Katyayana and Manava*. New Dehli : Indian National Science Academy.
- SMITH, David Eugene. 1958. *History of Mathematics*. 3rd ed. 2 vols. New York : Dover.
- STAAL, F. (Ed.). 1983. *Agni, the Vedic Ritual of the the Fire Altar*. 2 vol. Berkeley.
- VAN DER WAERDEN, B.L. 1983. *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*. Berlin : Springer.
- VARENNE, Jean. 1967a. *Le Veda. Textes réunis, traduits et présentés sous la direction de Jean Varenne*. Paris : Les Deux Océans.
- VARENNE, Jean. 1967b. *Mythes et légendes extraits des Brahmanas*. Trad. J. Varenne. Paris : Gallimard.
- VARENNE, Jean. 1989. Veda. In *Encyclopedia Universalis*. Paris.