Problèmes pouvant nécessiter des reconfigurations intermédiaires en CM^2 et en 5ème

M. Grimaud* - J. Jardy * - J.L. Millet * - J.G. Soumy*

Etude des différentes procédures et des niveaux de justification d'élèves de CM2 et de 5ème, confrontés à la résolution de situations-problèmes pouvant donner lieu à des changements de cadres.

1. " LE VASE "

Le document ci-joint en annexe 1 est distribué aux élèves sous la forme d'une situation de recherche sur le thème : **calcule l'aire de la figure.**

Les élèves travaillent individuellement. Certains ont le dessin sur fond quadrillé, les autres ont le dessin sur fond blanc. Ils doivent déterminer l'aire de la figure.

1.1. PROCEDURES OBSERVEES.

1.1.1. SUR FOND BLANC.

Procédures " Numériques "

Mesurage, désassemblage méréologique (1), application de formules usuelles, calcul d'aires (mesurage bidimensionnel).
Exemples : Annexe 2, D3, D4, D5.

Procédures " Géométriques "

Modifications méréologiques (1) de la figure (reconfiguration (2) ou plongement (3)), avec éventuellement validation par mesurage.
Exemples : Annexe 2, D1, D2.

1.1.2. SUR FOND QUADRILLE.

Procédures " Numériques "

Même procédure que précédemment ; il n'est pas tenu compte du fond quadrillé.
Exemple : Annexe 2, D5.

Comptage des carreaux entiers et des portions de carreaux se complétant (mesurage unidimensionnel).
Exemples : Annexe 2, D9, D10.

Procédures " Géométriques "

Mêmes procédures que sur fond blanc.

---

* Collège A. France, Limoges.
* I.U.F.M., Site de Guéret.
* I.U.F.M., Limoges.
* I.U.F.M., Site de Guéret.

1.2. PRINCIPALES ERREURS INVENTORIEES.

Mesurage à l'aide de la règle graduée erronée.
Exemple : 3,05 cm au lieu de 3 cm. Annexe 2, D5.

Unités de mesure erronées tout en restant en cohérence avec le système de mesure des aires.
Exemple : des m^2 à la place de cm^2

Unités de mesure erronées de manière incohérente avec le système de mesure des aires.
Exemple : des cm au lieu de cm^2. Annexe 2, D7.

Amalgame des différentes grandeurs : aire et longueur.

- Confusion aire-périmètre.
- Recours à des formulaires mixtes (aire-périmètre) ou purement additifs,
Exemple : Annexe 2, D7.

Réorganisation de la figure après fractionnement erroné.

Comptage des carreaux étalons (quand la figure est sur fond quadrillé) erroné,
Exemple : Annexe 2, D9.

Dans un procédure de type numérique qui nécessite un fractionnement de la figure en sous-figures, erreur dans la sommation des aires.
Exemple : l'aire d'un demi-disque est ajoutée au lieu d'être soustraite.

1.3. ASPECTS QUANTITATIFS.

	CM		5ème	
	blanc	quadril.	blanc	quadril.
Procédures mises en œuvre non nécessairement abouties.	(19)	(24)	(11)	(11)
Numérique	10	13	8	6
Recours à un étalon	0	2	0	2
Géométrique	9	6	2	2
Mixtes : Numérique et reconfiguration	0	3	1	1

	CM		5ème	
	blanc	quadril.	blanc	quadril.
Procédures de type numérique	(10)	(13)	(8)	(6)
Confusion : grandeur unidimensionnelle-bidimensionnelle.	6	11	0	1
Recours à des formules cohérentes avec la notion d'aire bidimensionnelle.	4	2	8	5

	CM		5ème	
	blanc	quadril.	blanc	quadril.
Toutes procédures confondues.	(19)	(24)	(11)	(11)
Mesurage erroné	6	1	5	0

Toutes procédures confondues, pourcentage de réussite par rapport aux élèves ayant travaillé sur le même fond (blanc ou quadrillé) :

	CM	5ème
blanc	32	54
quadrillé	33	73

Pourcentages d'élèves ayant choisi un cadre numérique ou un cadre géométrique par rapport au nombre total d'élèves auxquels a été proposée la figure sur fond blanc.

	CM	5ème
Numérique	52	73
Géométrique	48	18

1.4. D'AUTRES PISTES D'OBSERVATIONS.

1.3.1. Les élèves, dans le cadre d'une procédure numérique, sont amenés à calculer l'aire d'un disque, puis l'aire du demi-disque associé puis - souvent immédiatement après -l'aire de deux demi-disques.

1.3.2. Les élèves, quelle que soit la procédure, ont besoin de nommer des élèments de la figure. Le recours aux lettres n'est pas spontané.

1.3.3. La feuille sur laquelle est proposée l'activité peut être positionnée dans plusieurs sens. Le mode de lecture majoritaire de la figure est du type " vase " et non " arbre. " (importance de l'appréhension perceptive des figures)

2. " LE CARRE EBRECHE"

Les élèves travaillent en groupe.

Chaque groupe dispose de figures A et B découpées dans de la cartoline quadrillée - Annexe 3 - et d'une affiche sur laquelle sont dessinées les figures A et B.

Les élèves doivent déterminer si les deux figures ont la même aire et écrire leur méthode sur l'affiche.

PROCEDURES OBSERVEES.

1 - Découpage de la figure (B) pour reconstituer la figure (A)
. Découpage "réel" ou simulé
. Vérification par mesurage ou pas

Plusieurs méthodes de découpage sont mises en oeuvre, sans doute en rapport avec la disposition de la figure (B)

2 - Découpage des deux figures et "correspondance partie à partie"

3 - Découpage et reconfiguration de la figure (B) pour obtenir un rectangle et calculer son aire

4 - Calcul des aires des deux figures après reconfiguration de la figure (B)

3. QUELQUES REMARQUES EN GUISE DE CONCLUSION

- Le cadre géométrique semble plus disponible en CM qu'en 5ème
proximité de l'apprentissage

- les élèves qui mesurent sont persuadés de la fiabilité du mesurage

- les élèves changent de cadre en fonction du type de tache et des "contraintes" liées aux figures

- certains élèves (même au CM) confortent l'idée de la recomposition par le mesurage
changement de cadre pour justifier

- Les changements de conviction se font plus facilement en classe de 5ème

- L'apprentissage de la notion d'aire est trop "ramassé" au CM. Il semble donc nécessaire d'effectuer un réapprentissage en 6ème et 5ème en vue de l'utilisation de cette notion dans d'autres apprentissages (calcul algébrique, démonstration ...)

Eléments de bibliographie

La mesure des aires des surfaces planes au C.M. et début du collège. Les apports de l'histoire des mathématiques, Danielle Ortholland, Professeur I.U.F.M. de Lille, COPIRELEM, Cahors, mars 1991 ;

Aire de surfaces planes en C.M. et 6ème, Régine Douady et Marie-Jeanne Perrin, Revue Grand N, n° 40 et 41 ;

Approches cognitives des problèmes de géométrie en termes de congruence, R. DUVAL,
Annales de didactique et de sciences cognitives, I.R.E.M. de Strasbourg, 1988 ;

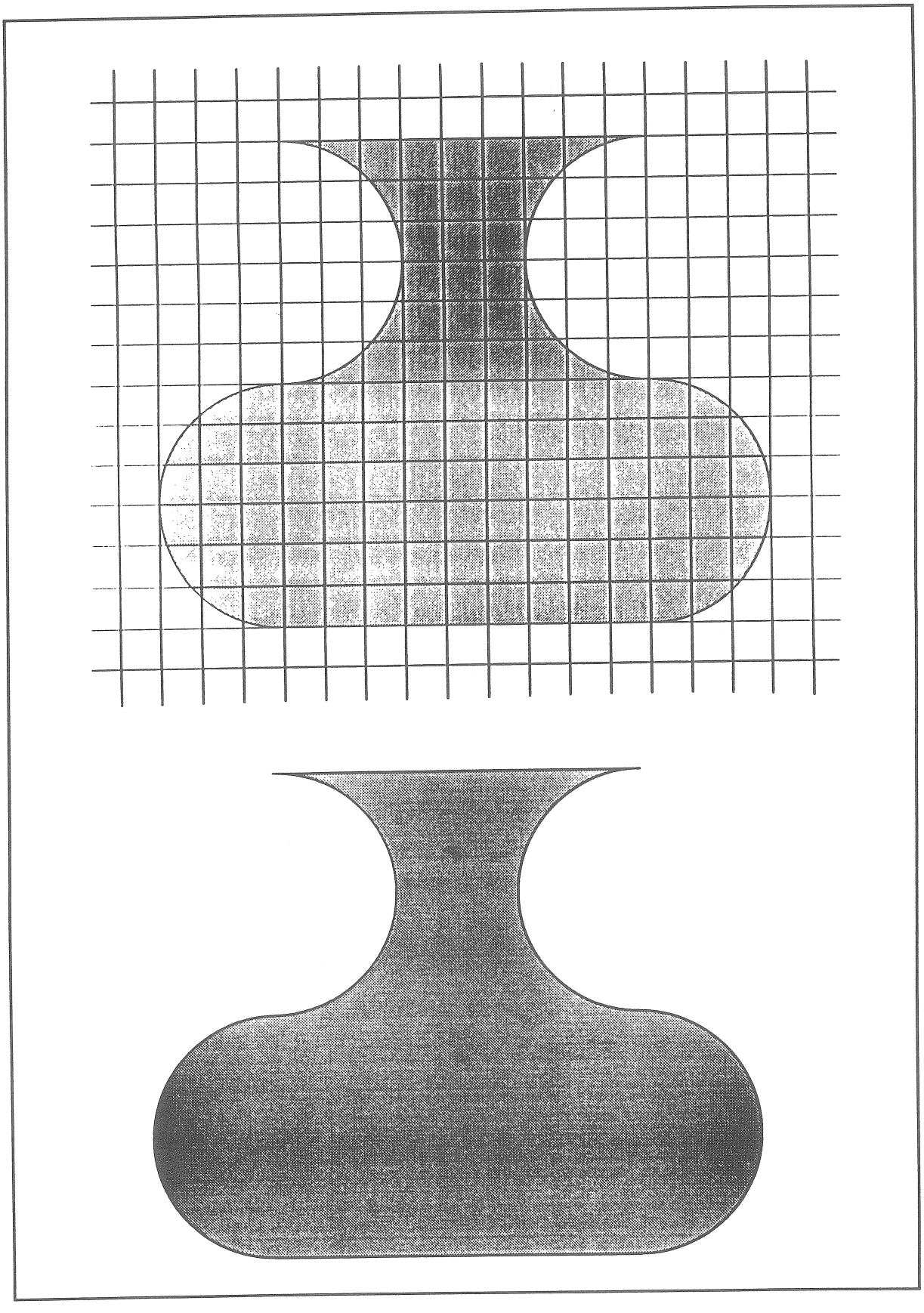
Conceptions des élèves à propos d'aires de surfaces planes, M.J. PERRIN, R. DOUADY, actes du premier colloque franco-allemand de didactique.

(1) Une modification méréologique fait apparaître une forme comme un tout fractionnable en parties homogènes ou hétérogènes.

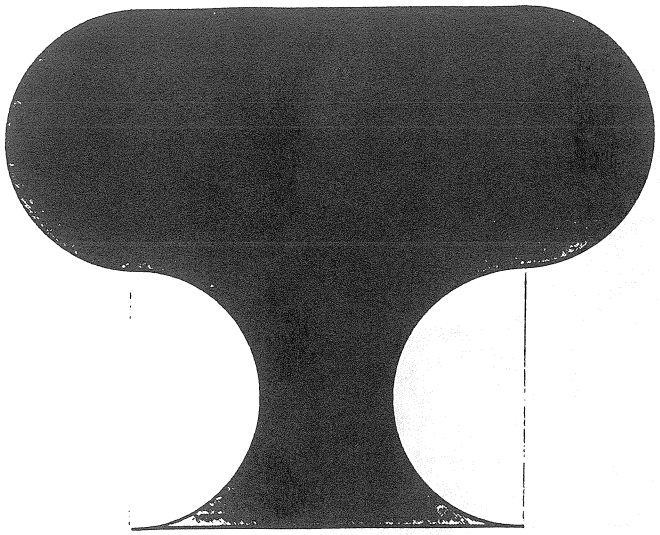
(2) Les parties élémentaires obtenues par fractionnement peuvent être regroupées en plusieurs sous-figures, toutes contenues dans la figure : il s'agit de la reconfiguration intermédiaire.

(3) Le plongement est une modification méréologique qui fait apparaître une figure comme une partie d'une figure qui la contient toute. Il s'agit d'une vision plus profonde que la simple appréhension perceptive.

Annexe 1 : **"Le Vase"**



CM2

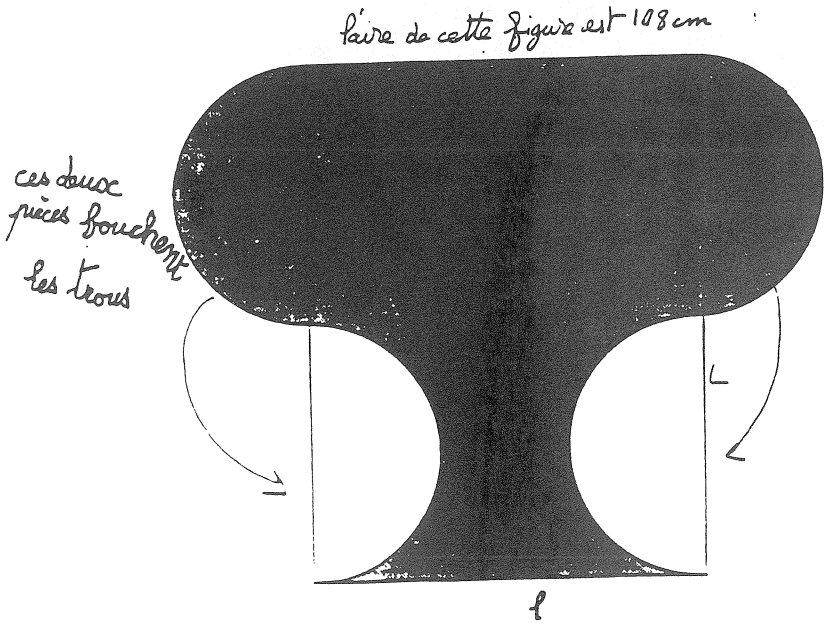


aire = 12 x 9 = 108 cm²

D1

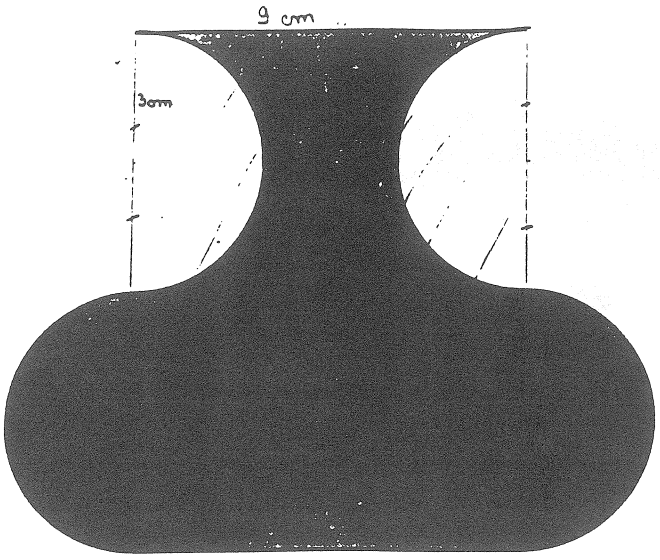
Les 2 demis cercles qui sortent du rectangle, on peut imaginer qu'ils sont à la place des deux autres demis-cercles qui manque.

CM2



D2

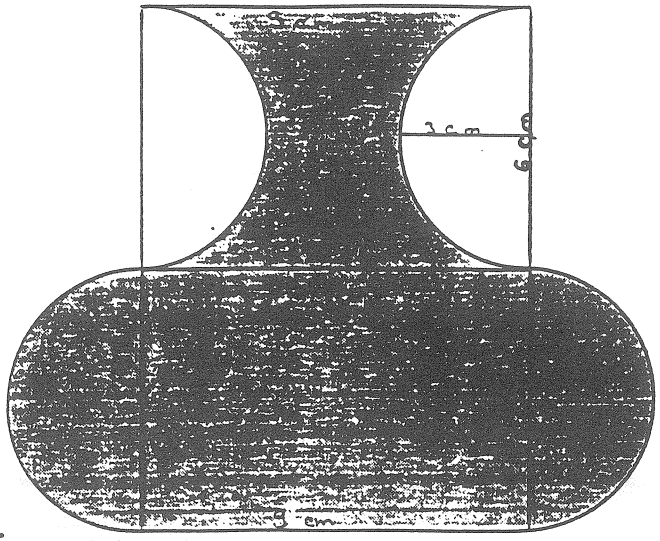
5e



D3

1) Aire du demi-disque :
(3 × 3 × 3,14) : 2 = 14,13 cm²
2) Aire des 2 demi-disques :
14,13 × 2 = 28,26 cm²
3) Aire du rectangle :
9 × 6 = 54 cm²
4) Aire de la partie III :
9 × 6 = 54 cm²
5) Aire de la partie 4 :
54 − 28,26
= 25,74 cm²
6) Aire de la figure :
28,26 + 54 + 25,74 = 108 cm²

CM2



D4

Calcule l'aire de la figure

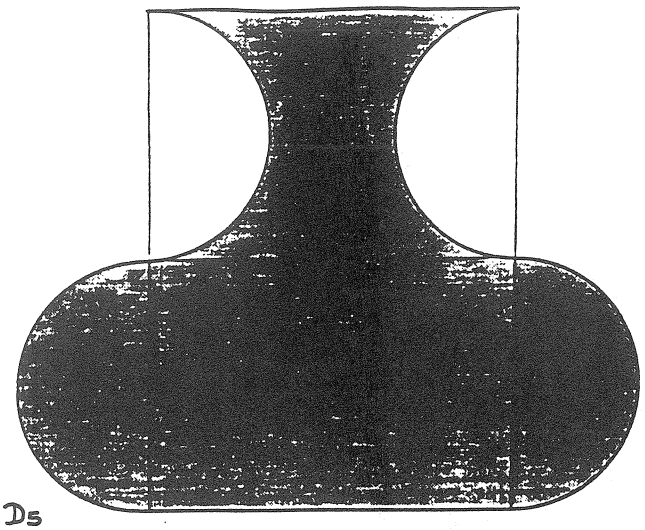
(9 × 6) − (3 × 3 × 3,14) = 82,26

(9 × 6) − (3 × 3 × 3,14) = 25,74

82,26 + 25,74 = 108

L'aire de la figure est : 108 cm²

CM2



D5

rectangle 8,8 x 6,8 =

8,2
x 6,1
55,18 cm²

cercle 3,05 x 3,05 x 3,14 = 29,20985 cm²

aire Total du rectangle et du cercle

29,20985 + 55,18 = 84,38985 cm²

---

aire du rectangle 1 :

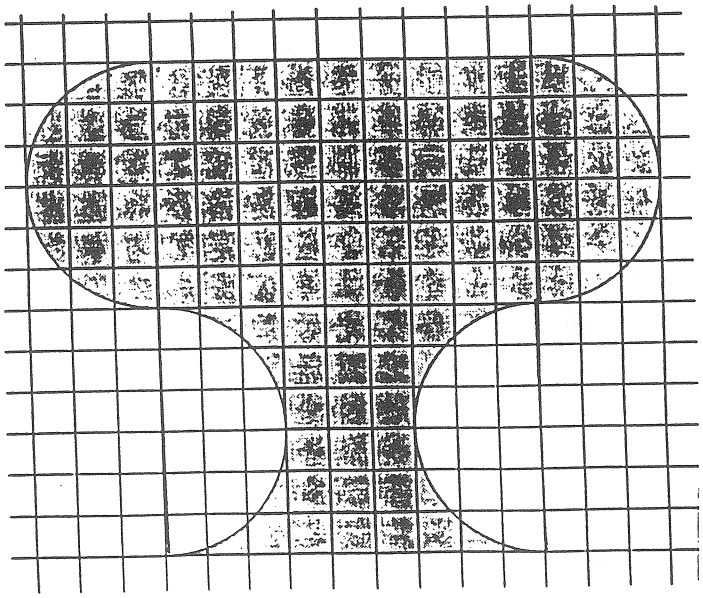
(8,3 x 6,3) - (3,1 x 3,1 x 3,14) = 25,0046 cm²

---

aire total de la figure

25,0046 + 84,38985 = 109,38445 cm²

CM2



D6

Calcule l'aire de la figure

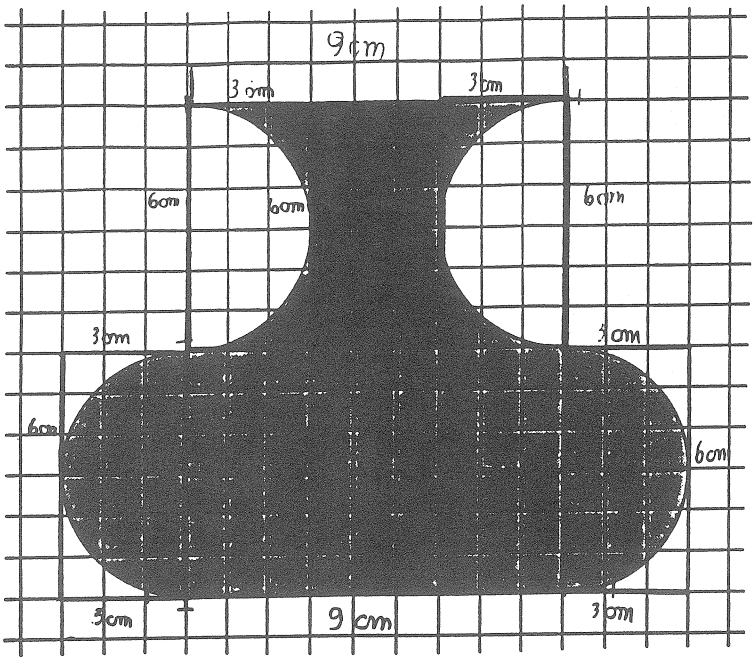
9 cm x 6 cm = 54 cm²

9 cm x 6 cm = 54 cm²

54 cm² + 54 cm² = 108 cm²

L'aire de la figure est de 108 cm²

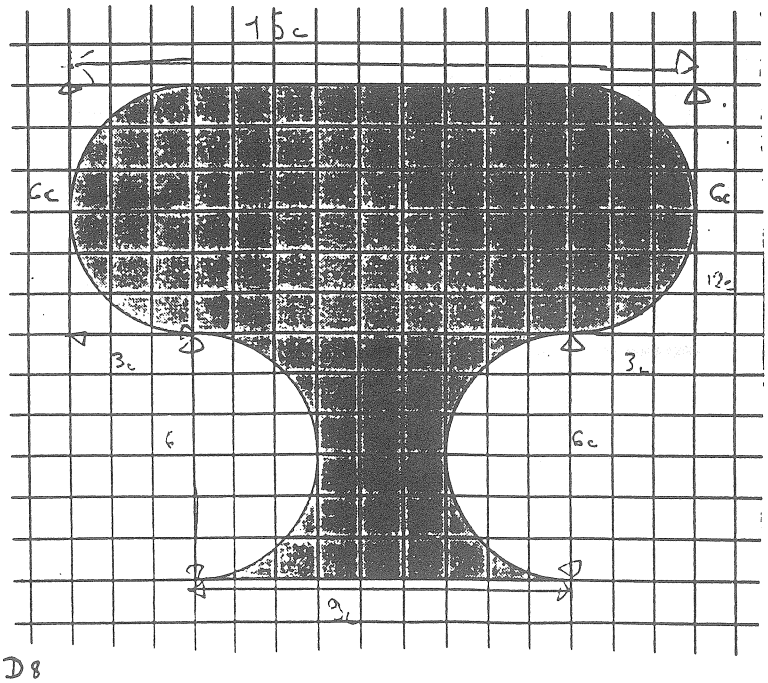
CM2



D7

L'aire du dessin est de 90 cm

24
+ 48
+ 18
90 cm



D8

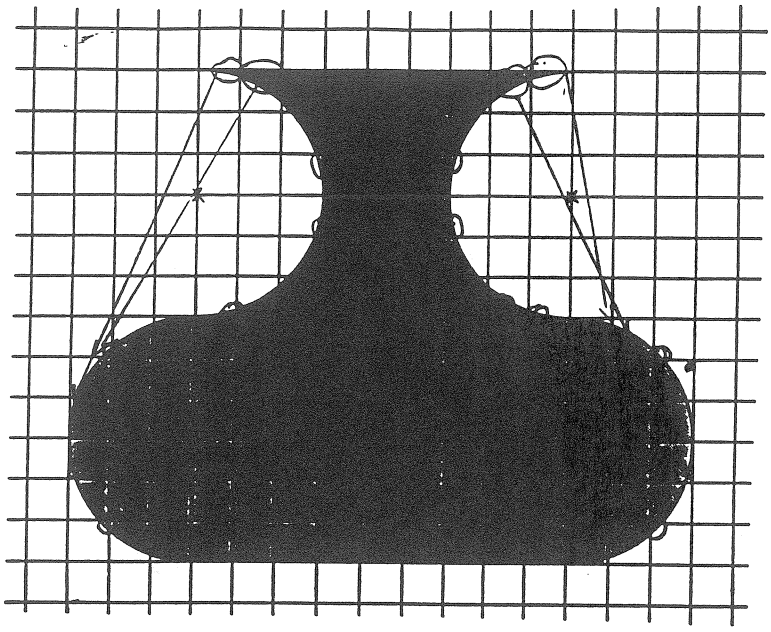
Je calcule la largeur en haut et en bas
15cm = 24
les longueurs droite et gauche
6c+6c+6cm+6cm=24

Je calcule la largeur en milieu
3 x 2 = 6c

24c
24c
+ 6c

44

5e

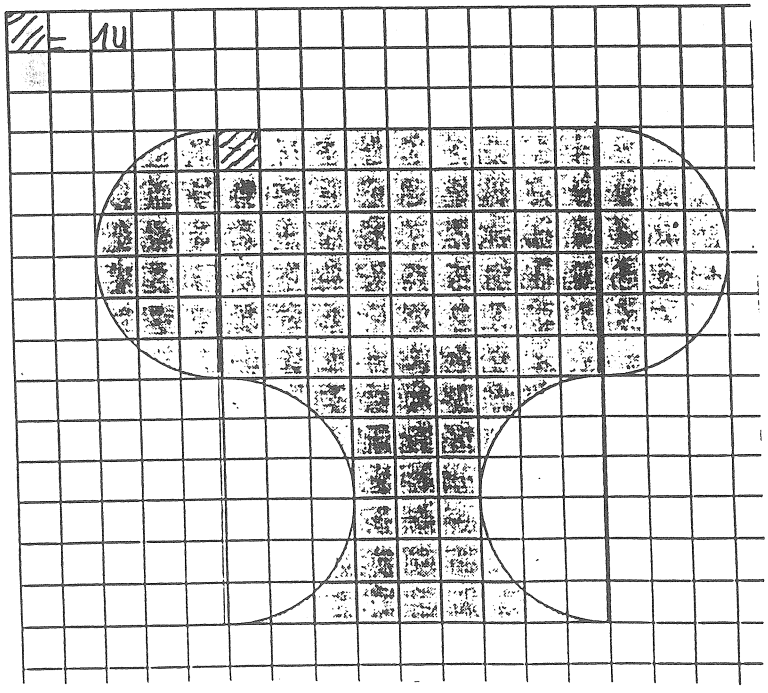


Son aire est 9 t.

J'ai compté les carreaux entiers puis j'ai assemblé les petits bouts aux carreaux incomplet

D9

5e



Calcule l'aire de la figure

$(9 \times 6) \times 2 = 108$

$54 \times 2 = 108$

La figure à 108 U

D10

Annexe 3

fig. A

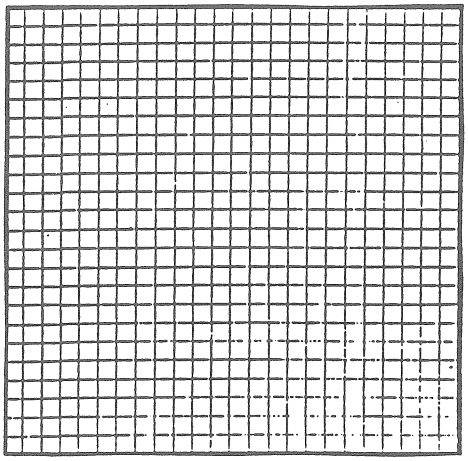
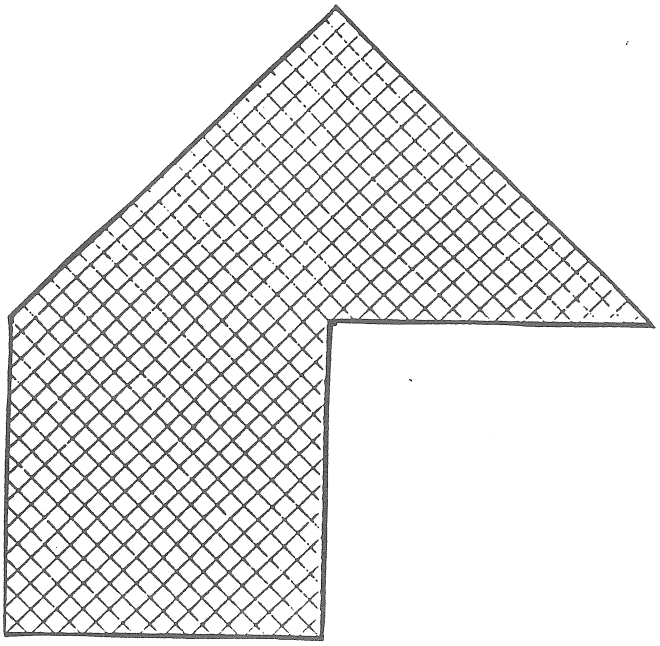



fig. B