

Une invention française du XXème siècle : le théorème de Thalès

H. Plane*

En Droit celui qui découvre un objet non réclamé en est dit l'inventeur. Les enseignants français du début du XXème siècle semblent donc être inventeurs

Pour notre tradition occidentale les mathématiques sont dites nées au - VIème siècle lorsque, à partir d'un ensemble de résolutions de problèmes pratiques s'est édifié un corps de réflexions abstraites. Certes, tout le patrimoine scientifique d'alors, au Moyen-Orient, en étant adopté par la Grèce n'a pas totalement suivi cette transformation. A côté de la "géométrie à philosopher" demeure une "géométrie intéressée" dans les entreprises de la science, dans la vie. Notre théorème vit de ces deux géométries.

C'est le nom de THALES que l'histoire associe le premier à cette transformation et, lorsque la notion de proportion est mise en avant, l'élève du XXème siècle évoque, en France, un certain théorème et l'homme de Milet.

Mais, de l'œuvre de THALES, que savons nous ?

Nous ne disposons que de témoignages sur le personnage et sur ses travaux. PLUTARQUE dans "le banquet des sept sages" rapporte l'exploit de la mesure d'une pyramide à l'aide d'un bâton et des ombres. Mais exploit de qui ? de THALES ou des Egyptiens chez qui il est allé étudier ? De plus, ce témoignage du début du IIème siècle que l'on trouve aussi chez PLINE à peu près à la même époque, est incomplet. HIERONYME de RHODES (IVème siècle av JC), contemporain de PLATON, précise, lui, que l'opération se faisait lorsque "notre ombre nous est égale". Détail non négligeable qui ajoute un voile d'incertitude sur le rôle joué par "l'école de Milet" dans le chapitre "proportions et parallèles" et conduirait à s'en tenir à EODOXE de CNIDE (IVème siècle av JC), comme initiateur de ce chapitre.

Quant à PAPPUS (IVème siècle av JC) et PROCLUS (Vème siècle) quels théorèmes attribuent-ils à THALES ?

- Le diamètre partage le cercle en deux parties égales,
- Les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux,
- Les angles opposés par les sommets sont égaux,
- Un triangle inscrit dans un demi-cercle est rectangle.

Alors, pour cette recherche de paternité fouillons, un peu, le passé.

Comment EUCLIDE (fin IVème siècle av JC) aborde-t-il le sujet ?

Après étude des rapports de grandeurs c'est au livre VI qu'on trouve la définition et les propositions qui nous intéressent : document I Peyrard 1819, document II Peyrard 1804 (on a utilisé les deux traductions de PEYRARD, celle de 1804 offre l'avantage d'user de l'alphabet latin).

* IREM de DIJON

LE SIXIÈME LIVRE DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE.

DÉFINITIONS.

7. Les figures rectilignes semblables sont celles qui ont les angles égaux chacun à chacun, et dont les côtés autour des angles égaux sont proportionnels.

PROPOSITION PREMIÈRE.

Les triangles et les parallélogrammes qui ont la même hauteur sont entr'eux comme leurs bases.

document I - Peyrard 1819

PROPOSITION II.
THÉORÈME.

Si l'on conduit une droite qui soit parallèle à un des côtés d'un triangle, cette droite coupera proportionnellement les côtés de ce triangle; et si deux côtés d'un triangle sont coupés proportionnellement, la droite qui joindra les sections sera parallèle au côté restant du triangle.

Que l'on mène la droite DE (fig. 122) de manière qu'elle soit parallèle à un des côtés du triangle ABC : je dis que CE est à EA comme BD est à DA.

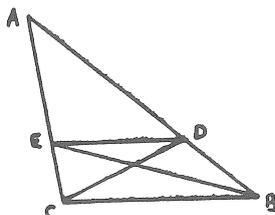
Menez les droites BE, CD.

Le triangle BDE est égal au triangle CDE (prop. 37. 1), parce qu'ils ont la même base et qu'ils sont compris entre les mêmes parallèles.

Peyrard 1804

212 ÉLÉMENTS

Mais deux quantités égales ont la même raison avec une même quantité (prop. 7. 5) : donc le triangle CDE est au triangle ADE comme le triangle BDE est au triangle ADE. Mais le triangle BDE est au triangle ADE comme BD est à DA : car ces deux triangles, qui ont la même hauteur, savoir, la perpendiculaire menée du point E sur la base AB, sont entr'eux comme leurs bases (prop. 1. 6). Par la même raison le triangle CDE est au triangle ADE comme CE est à EA : donc BD est à DA comme CE est à EA (prop. 11. 5).



document II - Peyrard 1804

Dans la définition on soulignera le "et dont les côtés ..."

On notera aussi que la proposition II comporte la réciproque et on notera surtout sa démonstration par l'intermédiaire d'un rapport d'aires égal à un rapport de longueurs de segments, pour user de notre terminologie.

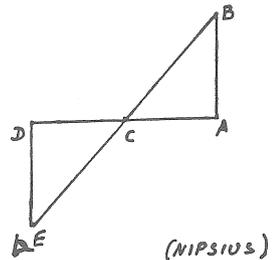
Il est enfin à signaler que cette propriété n'est pas spécialement mise à part dans ce livre VI. La suivent immédiatement : la propriété du pied de la bissectrice, ce que nous nommons les cas de similitude des triangles, et l'étude du triangle rectangle coupé par sa hauteur en deux triangles qui lui sont semblables et ce, avec l'apparition de moyennes proportionnelles.

La proposition X - document III Peyrard 1804 est un problème. Sous ce vocable il s'agit toujours de constructions ; problème pratique donc géométrie "intéressée" et non "à philosopher".

- Cette propriété sera souvent omise dans nombre d'ouvrages traitant de l'espace.
- Toujours est-il que, dans le plan, ce sont les figures semblables qui jouent le grand rôle.

Poursuivons notre quête à la suite des âges.

MARCUS, JUNIUS NIPSIUS, arpenteur romain du 1er siècle, donne le procédé suivant pour mesurer une distance AB lorsque seul le point A peut être atteint. Dans notre style nous dirions :



- figure V -

"Sur la perpendiculaire en A à AB prendre deux points C et D tels que C soit le milieu de [AD] - Sur la perpendiculaire en D à AD déterminer le point E tel que EC et B soient alignés (visée optique). Alors DE = AB car les angles en C sont égaux".

Ici on peut se demander pourquoi des perpendiculaires ?

Pour nombre de géomètres deux droites sont parallèles si elles sont perpendiculaires à une même droite.

Plus proche de ce que nous recherchons est le témoignage de FLAVIUS VEGETIUS RENATUS qui, dans son "Epitome rei militaris", au début du Vème siècle, donne comment mesurer la hauteur de murailles dont on ne peut aller qu'au pied.

Mensura autem colligitur dupli modo. Aut enim limum tenens expeditum uno capite accipitur in angula : quae cum ad muri fastigia directa pervenerit ex mensura lini murorum altitudo deprehenditur. Aut certe, cum sol obliquus umbram turrium murorumque jaculator in terram, tunc, ignorantibus advenentibus, umbrae illius spatium mensuratur ; hinc quo decempeda figitur ex umbra ipsius similiter mensuratur : quod collecto numero, nemo dubitat ex umbra decempedae inveniri altitudinem civitatis, cum sciat quanta altitudo quantum umbrae emittat in longum.

(VEGETIUS)

Il y a deux façons de mesurer.
Ou bien un peloton de fil fin est noué par un bout à une flèche. Lorsque celle-ci parvient au droit du haut du mur, de la longueur du fil on déduit la hauteur.
Ou bien lorsque le soleil...

- document VI -

Après une première méthode très pratique il prescrit : "Lorsque le soleil oblique projette l'ombre des murailles sur la terre, on mesure la longueur de celle-ci. Simultanément on plante la perche de dix pieds et on mesure son ombre. Ce dernier nombre noté, nul ne doute de trouver, à partir de l'ombre de la perche la hauteur des murailles lorsqu'on sait qu'il en est autant de cette hauteur que de l'ombre".

Nous dirions que le rapport de la muraille à son ombre est le même que celui de la perche à la sienne. Il est bien question de similitude évidente : "nemo dubitat" Nul ne doute.

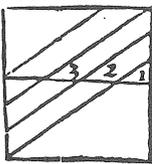
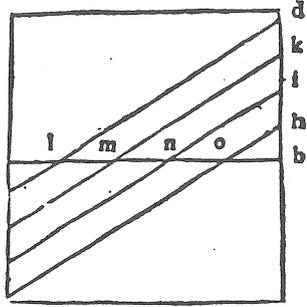
La géométrie dite "faux BOECE" du Xème siècle n'aborde pas ce sujet, non plus que GERBERT - le pape de l'an 1000 - dans ce dont nous disposons de sa correspondance. Mais il lui est attribué plusieurs procédés de mesures à distance comme il en est pour HERON d'Alexandrie (IIème siècle ?) -

Si BOUELLE dans son "Art et pratique de géométrie" (1509) donne un moyen de partager en n parties un segment de droite il ne cite pas de nom autre qu'Euclide. Mais, peut-être, y a-t-il une autre idée dans ce texte



Rectam lineam in quotlibet partes equales diuidere.
 Quo pacto recta linea liceat in duo equa partiri: demōstrat Euclides.
 Quo autem modo sit quotlibet equalium partium numero diuidenda:
 hactenus quod norim proposuit demonstrauitq; nemo. huius tamē scien-
 tia: haud parum Geometricis conducit disciplinis. Nam frequentiuscule
 in geometricis demonstrationibus: expetitur recte lineae quātalibet sectio/
 atq; diuisio. Sic igitur recta linea a b: in quinque partes equas diuidenda.

Super puncta a et b: educo in diuersam partē: duas
 perpendiculares: cuiuscūq; quāritatis (Nā nil differē/
 debent tamen esse inter se equales) a c et b d. que su-
 per lineā a b: creant rectos angulos coalternos c a b
 et a b d. Partior deinde ambas lineas a c et b d: in
 quatuor partes equales a c: in punctis e f g: b d v: o
 punctis h i k. Et duco lineas quatuor: c h e f i k et g
 d. quib; pposita linea a b: erit in quinque parte s equa-
 les secta atq; diuisa: in punctis l. m. n. o. Huius eni
 rationē facile collige per lineas equidistantes et co-
 alternos angulos. Erunt enim linee c h e f i k et g d:
 inuicem equidistantes. quare et coalterni anguli: qui
 ab ipsis super lineam a b: in punctis l m n o: facti sur:
 erunt equales: et intercepte inter equidistantes: linee c
 et l l m m n n o et o b: angulorum coalternorum latera inter se equalia.
 Et eodem modo proceder in quātalibet recte lineae partitione factis sup
 eam diuersa ex parte rectis angulis coalternis eorūq; lateribus: vno mi-
 nore numero equaliter sectis: q; sit propositae lineae expetita diuisio. Si
 enim diuidenda est proposita linea ternario: partire coalternorum angu-
 lorū perpendicularia super datā lineā latera binario. Si in quatuor eam
 partiri vuleris: eadē latera in tria sunt partienda. Si in septē: data linea
 est diuidenda: latera eadem diuide senario. Et ita deinceps.



*Carolus Bovillus - Charles de Bouelle ou Bouvelles -
 né aux environs d'Amiens (Samarobrina) en 1470, enseigne
 et mourut à Noyon (1553) -*

document VII - Carolus Bovillus

Et le "ita deinceps" amorce-t-il une récurrence ?

Pour rester dans le domaine des constructions (les "problèmes" des anciens), voyons l'ouvrage de HENRION

CONSTRUCT. DE DIVERS PROB. 111
 Probleme XLVI.
*Couper vne ligne droite donnee en parties, qui
 soient entr'elles selon vne raison donnee.*
 Soit la ligne droite donnee AD,
 qu'il faut couper en deux parties,
 qui aient cette relation entr'elles que
 AF a C.
 Soit conieue AF avec AD, et
 soit l'ang. a DAF tel qu'on voudra,
 & icelle AF, estant prolongee jus-
 qu'en E, & terminant, soit per-
 pendiculaire à CE, & vrayement DE, par-
 ticulaire à GE, & elle coupera AD en F, selon la raison de AF
 à FG, c'est à dire C, comme il est manifeste: ce qu'il fa-
 uoit faire.

SCHOLIE.
 La mesme se fera aussy avec le compas de proportion le trait
 sur donnee sur l'un des nombres, & par ce l'ouverture de l'au-
 tre sur d'icelle la ligne AD. Et l'ouverture de l'ouverture de AF,
 donnera le point F.

Probleme XLVII.
*D'un angle d'un triangle rectiligne, mener vne
 ligne droite, qui diuise le triangle selon vne rai-
 son donnee.*
 Soit le triangle donnee ABC, & il faut de l'angle B men-
 ner vne ligne droite, qui diuise le triangle selon la rai-
 son de D à E.
 Soit par le prob. preced. con-
 cept A C costé opposé à l'an-
 gle B en F; selon la raison de
 D à E, puis soit menée BF, &
 icelle diuise le triangle se-
 lon le requis: ce qui est ma-
 nifeste.

SCHOLIE.
 Le point F sera trouue avec le compas de prop. puis qu'au-
 trement se peut ce que se fait selon la raison donnee.

document VIII - Henrion, 1623 : La géométrie pratique

Parmi de nombreux problèmes le XLVI "couper une ligne droite donnée en parties qui soient entr'elles selon une raison donnée".

B coupe AD selon la raison de AF à FG, comme il est manifeste et de renvoyer aussi pour résoudre au "compas de proportion".

Cet instrument, outil de base jusqu'à la Révolution, qui, lui, repose, en fait, sur l'égalité des rapports $\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$

Et DESCARTES ? En première page de sa "Géométrie" (1637) : "Comment se font géométriquement la multiplication et la division... Je n'ai qu'à tirer la parallèle", voir document X.

Pas de démonstration : élémentaire, mon cher SCHOOTEN !

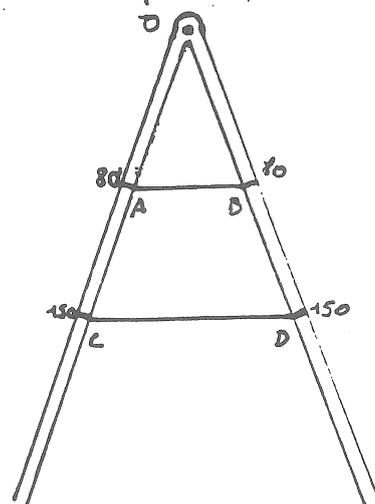
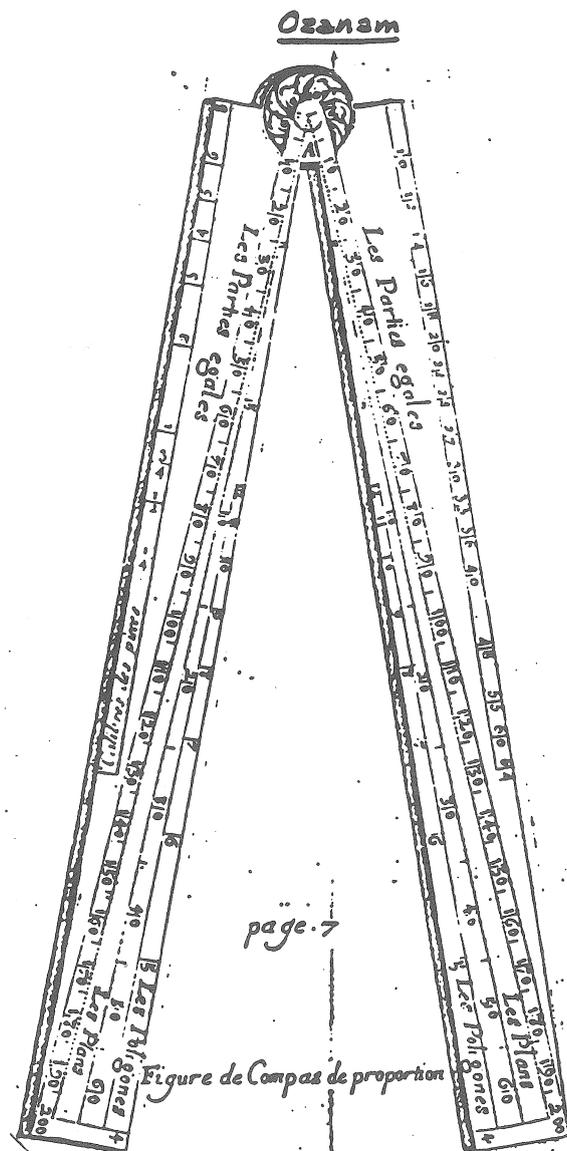
XVIIème, XVIIIème siècles, multiplication des ouvrages -

Il y a les fidèles d'Euclide qui respectent son ordonnance : rapport d'aires, figures semblables avec le cas du triangle coupé par une parallèle à un des côtés. On y trouvera les Jésuites, sans doute sur "ordre" du Collège romain : DESCHALLES - ses "Elemens d'Euclide" (1660) ont été souvent réédités, après révision par OZANAM, jusqu'en 1740 et PARDIES aussi avec sa "méthode courte" (1671, rééditée jusqu'en 1749).

Curieusement DESCHALLES au début de son livre parle pour mesurer une distance inaccessible et du procédé relevé chez NIPSIUS, et de mesurer en "rapportant un triangle sur papier "..., avec une "échelle proportionnée" mais sans démonstration.

Toujours le balancement entre les géométries "intéressée" ou "philosopher".

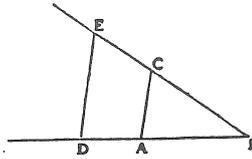
Et les autres ?



$$CD : AB :: 15 : 8$$

LA GEOMETRIE.

La Multi-
plication.



Soit par exemple AB l'unité, & qu'il faille multiplier BD par BC, ie n'ay qu'a joindre les points A & C, puis tirer DE parallele a CA, & BE est le produit de cete Multiplication.

La Divi-
sion.

Oubien s'il faut diuifer BE par BD, ayant ioint les points E & D, ie tire AC parallele a DE, & BC est le produit de cete diuision.

document X - Descartes, 1637

Ces "Messieurs de Port-Royal", à côté de leur "logique" et de leur "grammaire" avaient besoin d'une géométrie. PASCAL en avait parlé, un soir, qui maintenant avait des regards d'un autre "ordre"... C'est donc ARNAULD (Antoine) qui va publier, en 1667, les "Nouveaux élémens de géométrie". C'est un tout autre abord du sujet. Dans la préface l'auteur écrit qu'il ne "considère pas tant la géométrie que l'usage qu'on en peut faire", il veut "réduire les pensées à un ordre naturel".

On a alors une nouvelle proposition fondamentale au livre X, qui concerne les lignes proportionnelles

NOUVEAUX ELEMENTS DE GEOMETRIE. LIVRE X.

paru sans nom d'auteur
chez Claude Savreux à PARIS
M. DC. LXXVII.
Avec privilège du Roy

PROPOSITION FONDAMENTALE
DES LIGNES PROPORTIONNELLES.

Lors que deux lignes sont également inclinées en deux differens espaces paralleles, elles sont entr'elles comme les perpendiculaires de ces espaces, & leurs éloignemens du perpendicule sont aussi en même raison.

Soient deux espaces A & E.	
Soient appellées dans l'espace A.	A P C
La perpendiculaire,	p.
L'oblique,	C.
L'éloignement du perpendicule B.	B.
Et soient de même appellées dans l'espace E.	E p c
La perpendiculaire	p.
L'oblique	c.
L'éloignement du perpendicule b.	b.
	Je dis que
	$pp :: Cc :: Bb.$

Et en voila la preuve tres naturelle, dont je ne croy pas que jamais personne se soit avisé.

Soit p divisée en quelques aliquotes que l'on voudra, 10. 20. 300. 6000. 10000. &c. & ces aliquotes quelconques de p soient appellées x.

Si on tire par tout les points de cette division telle qu'elle soit des paralleles à l'espace A, cet espace sera divisé en autant de petits espaces paralleles qu'x sera dans p, & ces petits espaces seront égaux par le 2^e Lemme, parce qu'ils auront tous x pour perpendiculaire.

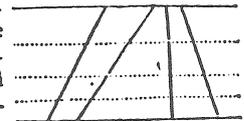
Et de là il s'enfuit que C sera aussi divisé en aliquotes pareilles à celles de p, parce que les portions de C, qui se trouvent entre chacun de ces petits espaces égaux y étant également inclinées par le 9. Lemme, y sont égales par le 8.

.....

document XI

PREMIER COROLLAIRE.

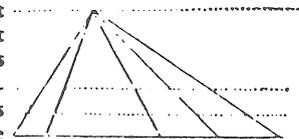
Plusieurs lignes estant diversement inclinées dans le même espace parallele, si elles sont toutes coupées par des paralleles à cet espace, elles sont proportionnellement, c'est adire que chaque toute est à chacune de ses parties, telle qu'est la 1^{re}, ou la 2^e, ou la 3^e &c. comme chaque autre toute a la même partie 1^{re}, ou 2^e, ou 3^e &c.



C'est une suite manifeste du precedent Theoreme, puisque d'une part toutes les toutes sont dans le même espace, qui est l'espace total. Toutes les premieres parties dans le 1^{er} espace partial, les 2^{es} dans le 2^e, & ainsi des autres. Et que de l'autre chaque toute & chacune de ses parties sont également inclinées chacune dans son espace par le 9^e Lemme. Donc la 1^{re} toute est à sa 1^{re} partie comme la seconde toute à sa 1^{re} partie.

SECOND COROLLAIRE.

Si plusieurs lignes sont menées d'un même point sur une même ligne, elles sont coupées proportionnellement par toutes les lignes paralleles à celle qui les termine.



C'est la même chose que le precedent Corollaire, puisqu'en tirant par le point commun à toutes ces lignes une ligne parallele à la ligne qui les termine, elles se trouveront toutes dans le même espace parallele, & par consequent les paralleles à cet espace les doivent toutes couper proportionnellement.

L'ordre naturel fait traiter les lignes avant d'aborder des surfaces. On ne s'appuiera pas sur le rapport des secondes pour établir celui des premières.

Conséquences : il faut traiter à ce stade de l'exposé le cas de la raison (le rapport) lorsqu'elle n'est ni entière, ni quotient d'entiers, et souvent les successeurs escamoteront cette question. On use de parties aliquotes communes assez fines. CAVALIERI et "les indivisibles" sont, sans doute, là dans l'ombre.

Une question : cette idée des bandes parallèles était peut-être en germe chez BOUELLE ! ARNAULD n'évoque ni réciproque, ni l'espace.

En ce qui concerne les collèges dirigés par les Oratoriens il y a les "Elémens" du Père LAMY (1685, réédités jusqu'en 1731)

Ceux-ci sont rédigés dans l'esprit de l'ouvrage d'ARNAULD. Deux triangles sont dits semblables lorsque leurs côtés font des angles égaux ; la définition ne parle plus du rapport des côtés. Le cas de l'espace est étudié également chez cet auteur.

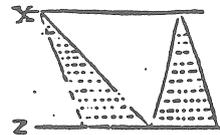
Mêmes idées dans l'ouvrage de l'abbé LA CAILLE (1744) où apparaît une nouvelle figure sur ce sujet

Elémens de Geometrie.

Livre II. Section V.

Cette methode que nous expliquons ici s'appelle la methode des indivisibles ; parce qu'on suppose des lignes qui ont une largeur indivisible à cause de sa petitesse.

On peut employer cette même methode pour prouver l'égalité des triangles qui sont sur une même base. & qui ont la même hauteur ou qui sont entre deux parallèles ; car si on suppose que deux lignes égales ont le même mouvement, & qu'elles se diminuent proportionnellement, il faut que dans le même temps elles fassent des surfaces égales.



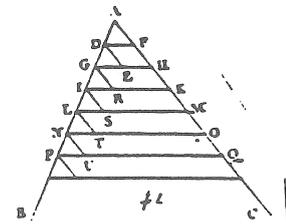
Si aussi on conçoit deux surfaces sur deux bases égales, composées d'un égal nombre de lignes indivisibles, qui sont diminuées proportionnellement ; de sorte que toutes soient égales chacune à chacune, il faut que ces deux surfaces qui sont deux triangles soient égales.

- document XII - B. Lamy

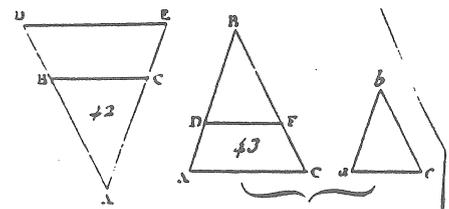
En général toutes les propriétés que nous avons démontrées sur les quantités proportionnelles, conviennent aux lignes qui le sont. Ainsi nous supposerons toujours la démonstration de ces propriétés. Au reste, il ne s'agit ici que de proportions & progressions géométriques ; & c'est la partie la plus essentielle des Elémens de Geometrie.

430. Pour la traiter avec ordre, supposons d'abord que sur la droite AB on prenne des parties égales AD, DG, GI, &c. & que l'on mène les parallèles DF, GH, IK, &c. sur la droite AC, il est clair que les parties AF, FH, HK, de cette droite seront égales entre elles : car si on mène parallèlement à AC les lignes DE, GR, IS, les triangles ADF, DGE, GIR seront égaux. Donc AF = DE = GR = FH = HK = &c.

Des Lignes proportionnelles.



On aura donc AD : AF :: DG : FH :: GI : HK ; & par conséquent AP somme de tous les antécédents est à AQ somme de tous les conséquents (241), comme un seul antécédent AD est à son conséquent AF, comme un nombre quelconque de parties de AB est au même nombre de parties de AC ; par exemple :: AG : AH :: AI : AK :: DI : FK, &c.



431. 1°. Si deux droites AE, AD sont coupées par deux ou par un plus grand nombre de parallèles ED, CB, leurs parties CE, BD seront proportionnelles aux lignes entières AE, AD.

432. 2°. Si deux triangles ABC, abc sont semblables, tous leurs côtés homologues sont proportionnels.

Car si l'angle B = b, & si on prend sur AB la partie DB égale au côté homologue ab, en menant DF parallèle à AC, le triangle BDF sera égal au triangle abc.

Or AB : BC :: BD : BF. Donc AB : BC :: ab : bc.

- document XIII - de La Caille, 1744

Encore les "espaces parallèles" d'ARNAULD chez RIVARD, lequel dédie son ouvrage en 1732 au recteur de l'Université de Paris ! ... Il semble, en France au moins, qu'un nouveau point de vue prenne rang, on le retrouve également dans l'ouvrage de MAZEAS (1770) au collège de Navarre.

Le fond du problème est alors soulevé et c'est CLAIRAUT qui écrit "Euclide avait à convaincre des sophistes obstinés qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes ... Mais les choses ont changé de face. Tout raisonnement qui tombe sur ce que le bon sens seul décide d'avance, est aujourd'hui pure perte". (Préface des "éléments de géométrie" - 1743). C'est pourquoi "afin de suivre une route semblable à celles des inventeurs il s'attache d'abord à faire découvrir aux commerçants les principes dont peut dépendre la simple mesure des terrains". Il importe donc d'avoir un moyen qui supplée à la construction des figures en vraie grandeur. "Ce moyen s'offre comme de lui-même. Il vient à l'esprit de faire une figure semblable dans laquelle les pouces remplacent les toises" (proposition 33). "Les figures semblables ne sont différenciées que par les échelles sur lesquelles elles sont construites" (proposition 48).

Ce point de vue sera couronné par LAPLACE dans son "Exposition du système du monde" (An IV). Il y écrit : "La proportionnalité est un postulat bien plus naturel que celui d'Euclide".

Pour ces derniers c'est donc la proportionnalité qui engendre mêmes angles donc parallélisme : l'ordre est retourné.

Et BEZOUT ?

Dans ses "cours de mathématiques à l'usage des gardes du pavillon et de la marine" (1765 - 1770 et nombreuses rééditions) ne déclare-t-il pas : "transportons aux lignes les connaissances que nous avons tirées des nombres sur les proportions" ? Certes on retrouve la figure inaugurée par LA CAILLE et donc les parallèles avant les triangles semblables, mais l'idée de rapport de mesures, donc de nombres, vient apporter un autre éclairage que d'aucuns voient en germe chez ARNAULD. Poursuite de cet autre éclairage également dans une réédition du "Cours de mathématiques" de BEZOUT faite par REYNAUD - examinateur à l'Ecole Polytechnique - en 1836. Au chapitre de la similitude des triangles on lit : "Ces principes sont la base de toutes les parties des mathématiques théoriques ou pratiques". Nous insisterons un peu sur leurs usages ..."

Or, après quelques exemples, "nous ne nous arrêtons pas plus longtemps parce que la trigonométrie nous fournira des moyens plus expéditifs ...". En effet la trigonométrie fait maintenant partie des ouvrages de géométrie. S'il a existé, dès le XVIème siècle, des ouvrages complets de trigonométrie ceux-ci étaient distincts de ceux-là.

Mais nous sommes entrés dans le XIXème siècle.

Et LEGENDRE ?

C'est le retour à Euclide. "Des éléments de géométrie" de LEGENDRE régneront sur l'enseignement de 1794 à 1823 (douze éditions de son vivant) tout en reprenant la démonstration de l'ordre du Grec. Ceux qui vont vivre de cette "géométrie de Legendre", REYNAUD puis BLANCHET, n'innovent pas. On ne compte plus les rééditions jusqu'en 1881 ... Et puis comme PEYRARD en 1804 et 1819 publie sa nouvelle traduction d'EUCLIDE à partir de textes anciens retrouvés, on ne regarde que de ce côté.

Toutefois DUPIN, dans son "Cours au conservatoire des arts et métiers" (1826 - 28) - mathématiques intéressées -, reste fidèle à l'esprit de CLAIRAUT, donc aux bandes parallèles. Ensuite on trouve deux ouvrages qui furent discutés, leurs auteurs passant alors pour fort peu conformistes. Ils maintenaient la séparation entre les propriétés issues des parallèles et celles des triangles semblables. Ces auteurs sont :

- CATALAN (1ère édit. 1843 - 2ème édit. 1866...) Il étudie d'abord "les segments de deux droites quelconques déterminées par trois parallèles sont proportionnels" puis les

réciproques, puis le cas de n parallèles et après seulement, les figures semblables - Il traite l'espace sous le titre : quadrilatère gauche -

- MERAY (1ère édit. 1874 - 2ème édit. 1905 ...) Il étudie à la fois plan et espace, parle de "bandes" et de "murs parallèles", sépare les rapports, alors étudiés, des figures semblables, évoque la notion de projection et use de rapports algébriques.

Par ailleurs on relèvera que, dans leurs "essais sur le géométrie" ni CHASLES (1837) ni HOÜEL (1867) ne s'attardent sur le sujet et ne citent THALES à cette occasion.

Et les manuels scolaires, et les programmes ?

En effet le XIXème siècle vit éclore ces nouvelles entités agissant plus ou moins les unes sur les autres.

Si on se plonge dans ces ouvrages "scolaires" aucune mention de THALES n'apparaît d'abord. Ni dans les multiples géométries d'après LEGENDRE qui régnèrent longtemps dans

ce siècle, ni chez CIRRODE (1844) qui pourtant reprend l'idée d'ARNAULD, ni chez MACE de LESPINAY, ni chez VACQUANT (1866) - nous retrouverons ces noms plus tard - ni chez ANDRE (1895) ni chez GIROD (1881 et 1897) pour citer les plus répandus. Silence également après la réforme des programmes de 1905. Toujours parmi les plus diffusés, on citera (1905), SAINT-LAGUE (1913) qui use de lignes proportionnelles avec sens, NIEWENGLOSKY et GERARD qui parlent de MENELAUS et de CEVA (1918), HADAMARD (1922) qui parle de "Théorème fondamental" avec la figure de LA CAILLE, ILLOVICI et ROBERT qui usent de vecteurs et d'homothétie, (1939) et même LECOMTE (1942).

Mais quand apparaît donc THALES ?

Dans "Eléments de géométrie" de ROUCHE et COMBEROUSSE (Edition tardive, postérieure à 1889) au livre III : figures semblables, on lit cette scolie :

"Dans les triangles, l'égalité des angles entraîne le proportionnalité des côtés. Cette propriété fondamentale dont la découverte est due à Thalès (639 - 548) ne subsiste pas pour les polygones quelconques".

Curieuse entrée en scène. Mais, et le "Théorème" ?

Il existe un ouvrage édité chez Mame à Tours avec pour nom d'auteur F.J. mais sans date d'impression également. (Dans les dernières années du XIXème siècle certaines maisons d'édition ne mettaient pas de date pour, semble-t-il des raisons d'imposition fiscale ...). Cet ouvrage comporte un "théorème de Thalès"

§ 3. — LIGNES PROPORTIONNELLES

264. *Théorème fondamental.* — Des droites parallèles déterminent sur des sécantes quelconques des segments proportionnels.

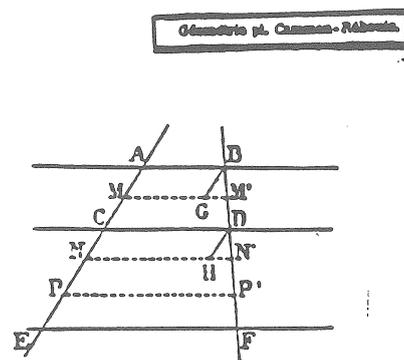
Soient les droites parallèles AB, CD, EF et les sécantes AE et BF; il faut démontrer que

$$\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}.$$

265. REMARQUE. — On peut écrire aussi :

$$\frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BF},$$

266. *Théorème.* — Toute droite parallèle à l'un des côtés d'un triangle détermine sur les deux côtés qu'elle rencontre des segments proportionnels.



- document XIV -

Cours par F.J. (vers 1895 ?) p.96 et Exercices par F.G.M. (1907, 4ème éd.) p.96

Dans "Exercices de géométrie" par F.G.M. encore chez Mame (4ème édition 1907) on lit d'utiles compléments historiques.

Enfin, avec une date, "Cours abrégé de géométrie" COMBETTE de 1898 : Théorème de Thalès : "On étudie un triangle coupé par une parallèle à un des côtés ...".

Quelques curiosités et variétés :

- BARBARIN "géométrie rationnelle" (ouvrage inspiré de HUBERT) - (1911) énonce : "Théorème fondamental (Thalès) si deux sécantes coupent des parallèles ..."

- CAMMAN et REBOUIS - classes de 2nde et 1ère (édition 1925)

Du côté de chez Mame.
(éditeur)

§ III. — Similitude et homothétie.

206. Similitude. L'étude des figures semblables repose principalement sur le théorème de Thalès, relatif aux triangles semblables. (G., n° 221.)
Pour résoudre un problème à l'aide de la similitude ou de l'homothétie, on construit une figure semblable à la figure demandée, et on compare une dimension à son homologue donnée. On opère surtout ainsi lorsque le problème proposé, ou le problème plus simple auquel on a pu le ramener, se dépend que d'une ligne donnée.

208 a. Note. Le nom d'homothétie est dû à CHASLES, mais l'étude des figures homothétiques est de POINCELÉ.

Actuellement l'étude de l'homothétie précède celle de la similitude, ou des figures semblables.

• THALES, un des sept sages de la Grèce (625 à 548 av. J.-C.), alla s'instruire en Égypte : il mesura la hauteur des pyramides par le moyen de leur ombre ; eut aussi les attributions les théorèmes relatifs aux triangles semblables. THALES s'établit ensuite à Milet, et y fonda l'École ionienne. Il eut la gloire de compter PYTHAGORE au nombre de ses disciples.

- document XV -

Théorème de Thalès.
221. Toute parallèle menée à un côté d'un triangle détermine un second triangle semblable au premier.

Soit ABC un triangle quelconque, et DE une parallèle au côté BC. Il faut prouver que les deux triangles ADE et ABC ont les angles respectivement égaux, et les côtés homologues proportionnels.

1° L'angle A est commun ; les angles D et B sont égaux comme correspondants, ainsi que E et C.

2° Menons DF parallèle à AC. La figure DECF est un parallélogramme, et ainsi DE = FC (n° 100). A cause des parallèles DE

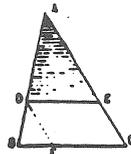


Fig. 164.

et BC on a (n° 213) :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

Les parallèles DF et AC donnent également :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{FC}{BC} \text{ ou } \frac{DE}{BC} \text{ d'où } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \text{ Donc...}$$

Cours : par F.J. (vers 1895?) page 36

Exercices : par F.G.M. (1907 - 4^e édition) page 36

- ce livre comporte beaucoup de notes historiques.

suivent scrupuleusement les programmes officiels et donc n'en parlent pas mais dans une édition 1912 de la même collection, géométrie dans l'espace : "Trois plans parallèles déterminent sur deux sécantes quelconques des segments proportionnels en vertu du théorème de Thalès". Pour la réciproque ces auteurs évoquent orientation et signe. Donc ici c'est THALES dans l'espace ...

- Même aventure chez CHENEVIER : 1931 classe de 2ème, il est question de bandes parallèles, il y a une réciproque mais pas de nom propre. Par contre: 1925 classes de 4ème et 3ème, "Théorème de Thalès : Dans un triangle coupé par une parallèle à un des côtés ...".

Donc dans les ouvrages où figure un théorème de Thalès celui-ci apparaît sous des formes différentes, dans des chapitres différents. En gros deux grandes familles se dessinent quant à la géométrie plane :

- triangle coupé par une parallèle à un des côtés dans le cadre des figures semblables, sans pour cela toujours reprendre la démonstration par les aires (famille d'Euclide ?). Nous y avons rencontré F.J et F.G.M. et COMBETTE. Il y a également, déjà notés, VACQUANT mais édition 1908 et MACE de LESPINAY, édition 1917. Ces deux auteurs citent maintenant Thalès. Et encore BOUCHENY et GARDINET (1920) BECHE (1920) et plus tard CHEVALIER.

- bandes parallèles et sécantes dans le cadre des lignes proportionnelles avec parfois évocation de projection (famille d'Arnauld ?). Figurent là BARBARIN, BRACHET et DUMARQUET, MAILLARD, LEBOSSE et HEMERY, LESPINARD et PERNET etc... Dans

cette famille, FOULON (1937) fait de la propriété un Théorème fondamental de Thalès et introduit les rapports algébriques pour unicité et réciproque.

La variété d'énoncés demeurera dans la seconde moitié du XXème siècle d'autant que THALES et maintenant cité dans les programmes. Vers 1990 la "famille euclidienne parait dominer dans les ouvrages scolaires sans que s'éclipse l'autre. On voit même apparaître "figure de Thalès" et "configuration de Thalès" (TERRACHER), et il y aussi $k(\vec{V}_1 + \vec{V}_2)$ mais ceci est une autre histoire ...

Et au delà de l'hexagone ?

Sur le sujet qui nous occupe, encore au milieu du XXème siècle, pas de trace de Thalès. Temoins ses livres en anglais ou allemand. Silence donc sauf, tardivement, sur des ouvrages d'inspiration française

Geometrie
2
planului
Bucuresci
(1968)

§ 5. Teorema lui Thales

TEOREMA IX.3. Fie λ un vector in planul Π prevăzut cu o origine O și vectorul $A' = \lambda A$. Fie încă d_1, d_2 două axe care trec prin originea O . În aceste condiții are loc relația :

$$A'_i = \lambda A_i$$

sau, altfel spus :

$$(\lambda A)_i = \lambda A_i$$

1. Să facem deocamdată ipoteza $\lambda > 0$ (fig. IX. 9).

a) Să presupunem $\lambda = p$ - întreg. În acest caz fie B, C, \dots puncte pe $d(O, A)$, așa ca $p(O, A) = p(A, B) = p(B, C) = \dots = p(L, A')$. După teorema lui Thales sub forma slabă avem :

$$p(O, A_i) = p(A_i, B_i) = \dots = p(L, A'_i)$$

și deci :

$$p(O, A'_i) = p p(O, A_i)$$

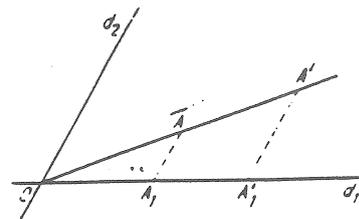


Fig. IX. 9

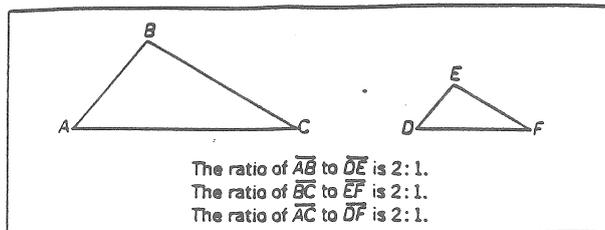
- document XVI -

Geometrie a planului, Bucarest (1968)

Ratio in geometry

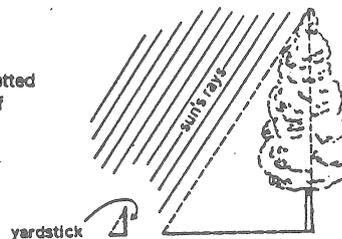
When two triangles (or polygons) are similar, their sides can be paired so that the ratios are equal. In the example below, the two triangles are similar and the ratio of their sides is 2:1.

Elementary
School
Mathematics (6)
EICHOLZ
Addison-Wesley
London (1964)



EXERCISES —

The two triangles shown by the dotted lines are similar. If the shadow of the yardstick is 2 feet and the shadow of the tree is 16 feet, how tall is the tree?

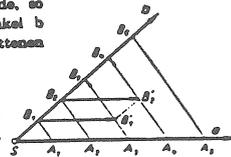


- document XVII -

Elementary School Mathematics (6) Eicholz, Addison-Wesley, Londres (1964)

25. Der Strahlensatz

1. Trägt man auf dem Schenkel a eines Winkels (Fig. 210) gleich lange Strecken $SA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots$ auf und zieht man durch die Endpunkte dieser Strecken parallele Gerade, so sind auch die auf dem zweiten Schenkel b durch die parallelen Geraden ausgeschnittenen Strecken $SB_1, B_1B_2, B_2B_3, \dots$ gleich lang.



Verschieben wir nämlich irgendeine der Teilstrecken auf dem Schenkel b, etwa B_1B_2 , in Richtung des Schenkels e nach $B_1'B_2'$ und dann diese Strecke in Richtung der Parallelen nach B_2B_3 , so ist $B_1B_2 = B_1'B_2'$, $B_1'B_2' = B_2B_3$, also auch $B_1B_2 = B_2B_3$.

Fig. 210

2. a) Wir tragen nun auf dem Schenkel a des Winkels zwei verschiedene lange Strecken SA_1 und A_1A_2 auf (Fig. 211) und ziehen wieder durch deren Endpunkte parallele Gerade, die auf dem zweiten Schenkel b die Strecken SB_1 und B_1B_2 ausschneiden.

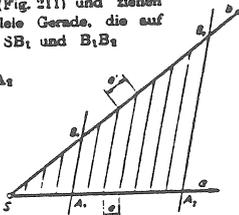


Fig. 211

Haben nun die Strecken SA_1 und A_1A_2 das gemeinsame Maß e, so gilt:

$$\begin{aligned} SA_1 &= p \cdot e \\ A_1A_2 &= q \cdot e \\ \hline SA_1 : A_1A_2 &= p : q \end{aligned}$$

Dabei sind p und q ganze Zahlen (in Fig. 211 ist $p = 4$, $q = 7$).

Tragen wir nun das gemeinsame Maß e auf der Strecke SA_1 p-mal, auf der Strecke A_1A_2 q-mal auf, und ziehen wir auch durch die Teilungspunkte parallele Gerade zu den gegebenen Parallelen, so wird nach Absatz 1 die Strecke SB_1 in p, die Strecke B_1B_2 in q gleiche Teile e' geteilt. Daher gilt:

$$\begin{aligned} SB_1 &= p \cdot e' \\ B_1B_2 &= q \cdot e' \\ \hline SB_1 : B_1B_2 &= p : q \end{aligned}$$

Aus den beiden Proportionen folgt:

$$SA_1 : A_1A_2 = SB_1 : B_1B_2$$

Lehrbuch der Mathematik
für die 3 und 4 Klasse
der Mittelschulen

LAUB

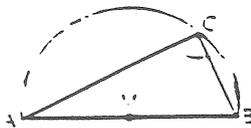
Wien 1965.

- document XVIII -

Lerhrbuch der Mathematik für die 3 und 4 Klasse des Mittelschulen, Laub, Vienne (1966)
- Mais alors ?

C. BOYER dans "A History of Mathematics" écrit : "Au contraire des Egyptiens, les anciens Babyloniens étaient familiers avec le fait qu'un angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit, proposition généralement connue comme étant le Théorème de Thalès"... et voilà !
Autres témoins, outre-Manche, outre-Rhin, le disciple énonce : "Théorème de Thalès : un angle inscrit dans un demi-cercle est droit".

Jedes Dreieck über einem Durchmesser in einem Halbkreis ist rechtwinklig.
(Satz des Thalès)



Gamma 7

Mathematik Gymnasium

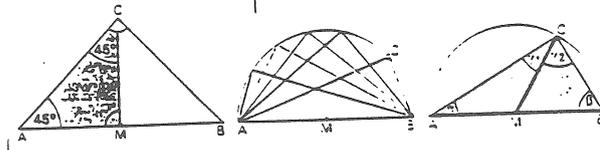
(1977)

- document XIX -

Gamma 7, Mathematik Gymnasium (1977)

27 Der Satz des Thales

Lambacher Scheitzer
(1983 Stuttgart)



Satz: a) Wenn bei einem Dreieck ABC die Ecke C auf dem Halbkreis über AB liegt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.
b) Wenn ein Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel hat, dann liegt C auf dem Halbkreis über AB.
Kurz: Der Winkel im Halbkreis ist ein rechter.

- document XX -

Lambacher Scheitzer, Stuttgart (1983)

Un collègue suisse questionné sur cette alternative associait, lui, le nom de l'homme de Milet à la propriété de la hauteur du triangle rectangle qui partage l'hypoténuse en deux segments qui etc...

L'Europe de l'enseignement aura à se pencher sur cet excès de théorèmes de Thalès sinon "vérité en deça des Pyrénées, erreur au delà".

Enfin, pourquoi un nom, en France, vers 1900 ?

Une hypothèse peut être avancée. Vers les débuts de la III^{ème} République, le programme de l'agrégation de mathématiques stipulait que les candidats devaient faire montre de connaissances en histoire de la discipline. On peut alors penser que, devenus maîtres, ceux-ci eurent à cœur d'user de leur acquis en la matière et d'introduire des noms propres dans leurs cours. En effet, nombre de propriétés figurant dans des ouvrages antérieurs n'y avaient pas le parrainage de PYTHAGORE, EULER ou PASCAL comme cela va devenir fréquent par la suite.

Les programmes français de la fin du XX^{ème} siècle, en évoquant la "dimension historique" sont dans la ligne de cet effort de montrer que derrière les mathématiques il y a des hommes. Ce petit travail a voulu y contribuer.

Quelques uns des auteurs cités... (les éditeurs)

BEZOUT Etienne, 1730 - 1783, mathématicien français.

BOECE Anicius Manlius Torquatus Severinus Boetius, 480 - 524, homme politique, philosophe et poète latin.

BOREL Emile, 1871 - 1956, mathématicien et homme politique français, dégage une définition commode de la notion de mesure.

CAVALIERI R.P. Bonaventura, 1598 - 1647, jésuite et mathématicien italien, théorie des invisibles.

CEVA Giovanni, 1648 - 1734, mathématicien italien.

CHASLES Michel, 1793 - 1880, mathématicien français.

CLAIRAUT Alexis, 1713 - 1765, mathématicien français, détermine la longueur du méridien terrestre. Théorie des 3 corps.

CLAVIUS le P. Christoph KLAU dit Christophorus, 1537 - 1612, jésuite, mathématicien et astronome allemand, traduction commenté des éléments d'Euclide.

DESCARTES René, 1596 - 1650, philosophe et mathématicien français.

DUPIN baron Charles, 1784 - 1873, économiste, mathématicien et homme politique français, applications concrètes de la géométrie.

EULER Leonhard, 1707 - 1783, mathématicien suisse.

GERBERT, 938 - 1003, sous le nom de Sylvestre II, Pape et mathématicien.

HADAMARD Jacques, 1865 - 1963, mathématicien français.

LA CAILLE abbé Nicolas Louis de, 1713 - 1762, astronome français.

LAMY Bernard, 1640 - 1715, oratorien philosophe français.

LAPLACE Pierre Simon marquis de, 1749 - 1827, astronome, mathématicien et physicien français.

LECONTE Jean, 1898 - 1979, physicien français.

LEGENDRE Adrien Marie, 1752 - 1833, mathématicien français.

MENELAOS ou MENELAÛS d'Alexandrie, fin 1er siècle après J.C., mathématicien et astronome grec.

OZANAM Frédéric, 1813 - 1853, historien catholique français.

PAPPUS IVe siècle, mathématicien d'Alexandrie, commente les mathématiques grecs

*PARDIES père Ignace Gaston, 1636 - 1673, jésuite français : publia les *Eléments de géométrie*.*

PASCAL Blaise, 1623 - 1662, mathématicien, physicien et écrivain français.

PLATON, 427 - 347 avant J.C., philosophe grec.

*PLUTARQUE, 50 - 125, après J.C., écrivain grec : *Vies parallèles*.*

PROCLUS, 412 - 485, philosophe grec.

PYTHAGORE, 480 - 570, avant J.C., mathématicien et philosophe grec.

THALES, 547 - 625, avant J.C., astronome, philosophe et mathématicien grec.