PLACE DE LA GEOMETRIE DANS LA CULTURE GENERALE ET DANS LA CULTURE SCIENTIFIQUE

Yvette HORAIN
I.R.E.M. DE LILLE

L'intervention de la géométrie se manifeste dans des domaines variés de la culture générale et de la culture scientifique. D'un point de vue très élémentaire, je ne m'intéresserai qu'à la géométrie classique, bien visualisable, et à quelques unes de ses applications en peinture, en architecture et en aérodynamique.

La peinture est l'expression par le trait et la couleur. Elle met en oeuvre des notions et des raisonnements de géométrie, lors de considérations de mise en page, de composition, ou de perspective. Elle utilise des formes géométriques dans la figuration des êtres et des choses,et dans la décoration.

S'il faut observer la plus grande prudence dans l'interprétation des tracés que l'on peut construire à postériori sur une peinture, il est, entre autres, deux tableaux significatifs qui établissent, avec la plus grande franchise, la réflexion savante du peintre dans l'art de la composition:

- PIERROT, dit autrefois GILLES,d'ANTOINE WATTEAU (1718).
  Que Gilles serait ennuyeux s'il était centré sur le tableau! L'axe du personnage, marqué par l'échelonnement des boutons, est une verticale décentrée à gauche, rigoureusement déterminée par l'intersection d'une diagonale de la toile rectangulaire, et d'une diagonale du carré ayant pour côté la largeur du format. Cette verticale est nettement tracée sur le visage de Gilles qu'elle divise asymétriquement. Dans ce tableau, l'élément de composition est le cercle: cercle du visage, cercle du bandeau, cercle du chapeau, cercle de la collerette, arc de cercle du bas de la veste, arcs de cercles des personnages en mouvement.....

— DEMI - TASSE GEANTE VOLANTE, AVEC ANNEXE INEXPLICABLE DE CINQ METRES DE LONGUEUR, de SALVADOR DALI (1932 - 1935).

Dans un rectangle d'or, Salvador Dali a composé son puzzle et déroulé ses spirales logarithmiques parfaites dont les branches traversent le ciel. Un jeu habile de rectangles d'or permet, avec exactitude, de soulever la tasse du cube et d'amorcer, par le dessin de l'anse, une spirale logarithmique.

Du 15° au 19° siècle,les artistes inventèrent des dispositifs de mise en perspective."Toute oeuvre d'art est comme une fenêtre ouverte sur la création" écrivait Emile Zola en 1864.

Par la géométrisation de la perspective,les mathématiciens découvrirent la notion d'élément à l'infini,et les premiers éléments de la géométrie projective et de la théorie des transformations.

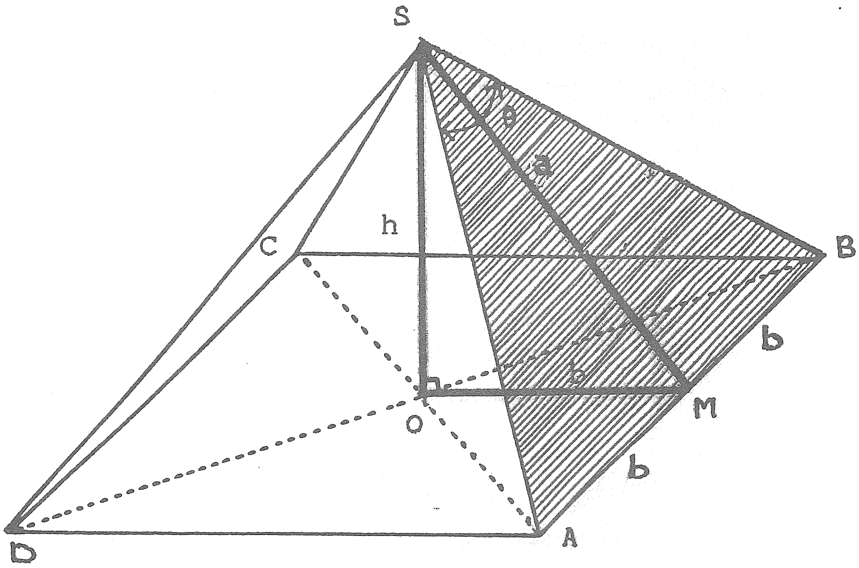
L'architecture est considérée comme l'art suprême. Elle témoigne du sens artistique et intellectuel de l'homme, de ses besoins, de ses usages,et exploite les conquêtes techniques de l'époque.

On ne peut concevoir monument plus simple et plus stable qu'une pyramide à base carrée." Toutes choses craignent le temps, mais le temps craint les pyramides ". La GRANDE PYRAMIDE DE CHEOPS, à Guizèh près du Caire, construite au 3° millénaire av.J.C.,est l'une des " Sept Merveilles du Monde ". En 1988, I.M. PEI achevait notre PYRAMIDE DU GRAND LOUVRE, pyramide semblable à celle de CHEOPS. " Ma pyramide n'est certainement pas égyptienne. Les Egyptiens n'ont pas inventé la pyramide, mais la pyramide de pierre. Ici elle est en verre. Là-bas, c'était lourd,ici, c'est léger. Là-bas c'était opaque pour cacher les morts, ici c'est transparent pour introduire la lumière pour les vivants. Cette pyramide est une pure forme géométrique, une forme cristalline, une forme naturelle dans notre univers. En chinois, cette forme signifie la " pagode d'or ". C'est une forme classique ".(I.M.PEI - Un musée doit être populaire, Art Press, 1985).

Peut-on expliquer l'harmonie géométrique de cette forme atemporelle?

PYRAMIDE DE CHEOPS		PYRAMIDE DU GRAND LOUVRE	
coté de la base	: 230 m environ	coté de la base	: 35,4 m
hauteur	: 147 m environ	hauteur	: 21,6 m
pente des faces	: 51°,8	pente des faces	: 51°

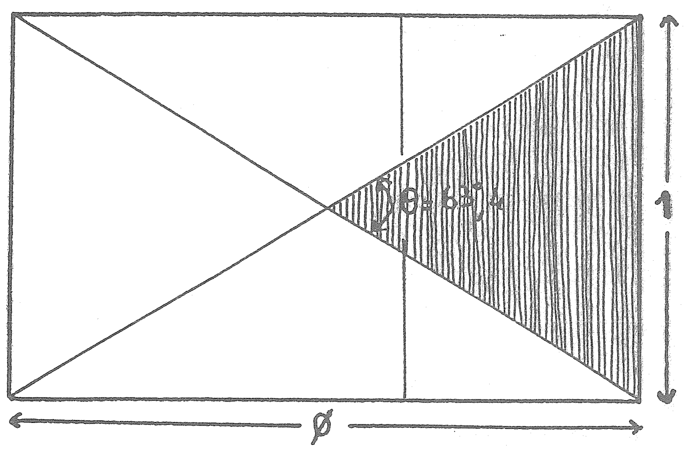
"Hérodote rapporte que les prêtes égyptiens lui avaient enseigné que les proportions établies pour la GRANDE PYRAMIDE entre le côté de la base et la hauteur étaient telles que le carré construit sur la hauteur verticale égalait exactement la surface de chacune des faces triangulaires...." (Abbé Moreux- La Science Mystérieuse des Pharaons).



$$\begin{cases} h^2 = ab \\ a^2 = b^2 + h^2 \end{cases}$$

d'où $a^2 - b^2 = ab$

$$\frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{b} - 1 = 0$$



Pour un rectangle d'or le rapport des cotés satisfait:

$$\frac{\phi}{1} = \frac{1}{\phi - 1}$$

donc $\phi^2 - \phi - 1 = 0$

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618 \text{ .}$$

d'où :

$$\boxed{\frac{a}{b} = \phi \qquad \frac{h}{b} = \sqrt{\phi} \qquad \text{pente: } \widehat{OMS} = 51°,83}$$

Telles sont les relations que les constructeurs de la GRANDE PYRAMIDE auraient respectées.

Beaucoup d'auteurs sérieux d'analyses graphiques de la GRANDE PYRAMIDE ont énoncé des coïncidences, tant arithmétiques que géométriques. Je ne retiendrai que la remarque, ces dernières années, du professeur Michel Le Ray de l'Université de Valenciennes : "Les faces latérales sont des triangles isocèles dont l'angle au sommet Θ vérifie:

$$\tan \frac{\Theta}{2} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\emptyset} \qquad \text{soit } \Theta_{42} = 63°,4 \text{ .}$$

Les quatre ANGLES ENTRE ARÊTES CONSECUTIVES de la GRANDE PYRAMIDE sont les mêmes que l'ANGLE ENTRE LES DIAGONALES DU RECTANGLE D'OR. Chaque FACE de la GRANDE PYRAMIDE apparaît alors de forme identique à celle d'une gigantesque AILE DELTA dont les BORDS D'ATTAQUE feraient ENTRE EUX L'ANGLE PRIVILEGIE $\Theta_{42} = 63°,4$ ".

Le Professeur M. Le Ray, Directeur du laboratoire d'Hydrodynamique, d'Aérodynamique et d'Energétique de l'Université de Valenciennes, a mené, entre autres, des recherches sur les tourbillons hélicoïdaux de l'hélium liquide superfluide, les tourbillons hélicoïdaux se détachant des hélices marines ou aériennes, et les tourbillons, le plus souvent rectilignes, créés au-dessus des maquettes d'ailes d'avion très élancées, dites ailes Delta.

" On sait depuis une cinquantaine d'années, c'est-à-dire depuis la grande période d'élaboration des postulats de la mécanique quantique, que les axes locaux de rotation des électrons sur leurs orbites font avec une direction, dite privilégiée, l'un des angles donnés par la formule:

$$\cos \Theta = \frac{m}{\sqrt{\ell(\ell + 1)}}$$

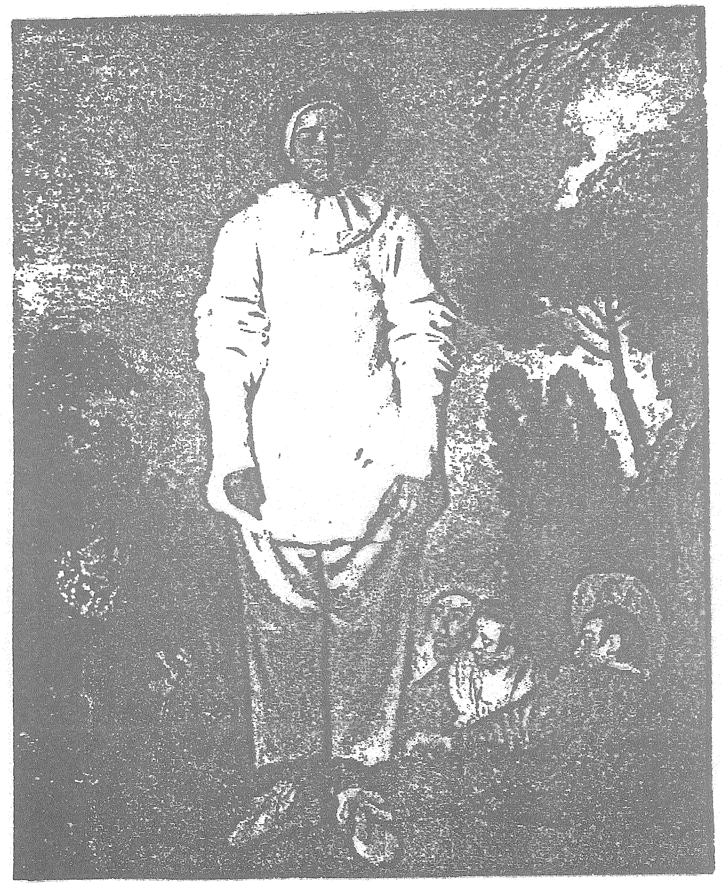
où ℓ et m sont des nombres entiers, m étant inférieur ou égal à ℓ. Cette propriété constitue la " quantification spatiale du moment cinétique orbital ".

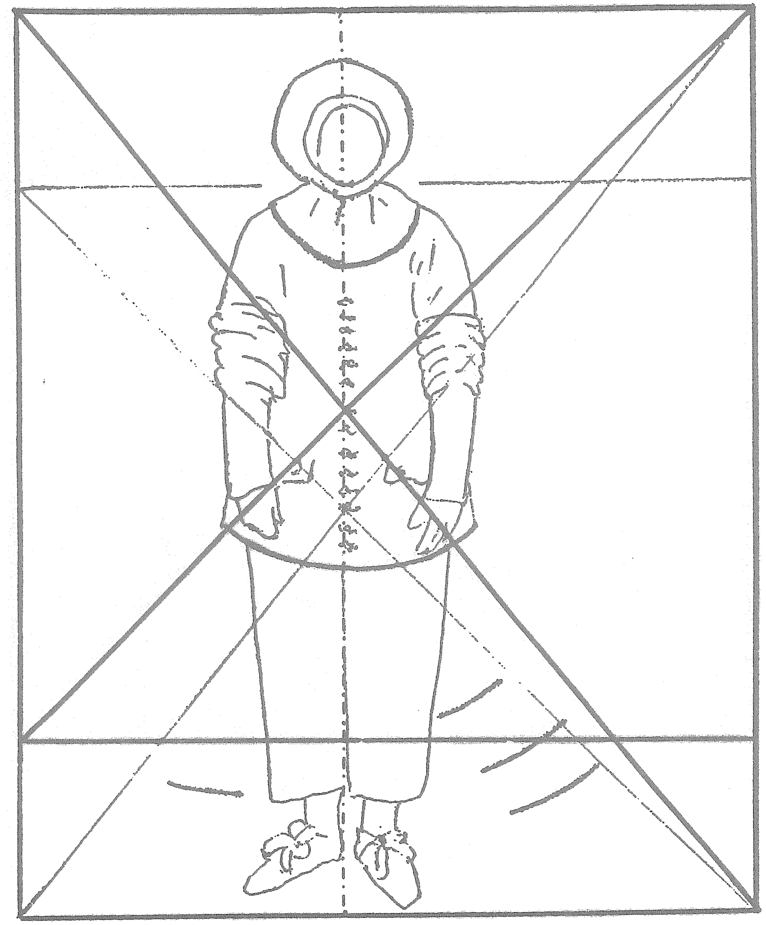
Dès 1972, convaincus de l'existence d'un isomorphisme entre les structures fondamentales présentes à l'échelle microscopique et celles qui se manifestent à l'échelle macroscopique,.... nous avons montré que les angles faits par les tourbillons hélicoïdaux avec l'axe autour duquel ils s'enroulent et les angles faits par des tourbillons rectilignes, soit entre eux, soit avec une arête d'un obstacle, possèdent la propriété définie par la formule citée...." (M. Le Ray, Communication et Langage, n° 45, Paris, mars 1980).

En 1976, M. Le Ray identifie dans les conditions de stabilité des systèmes de tourbillons, deux familles de l'ensemble déterminé par cette formule:

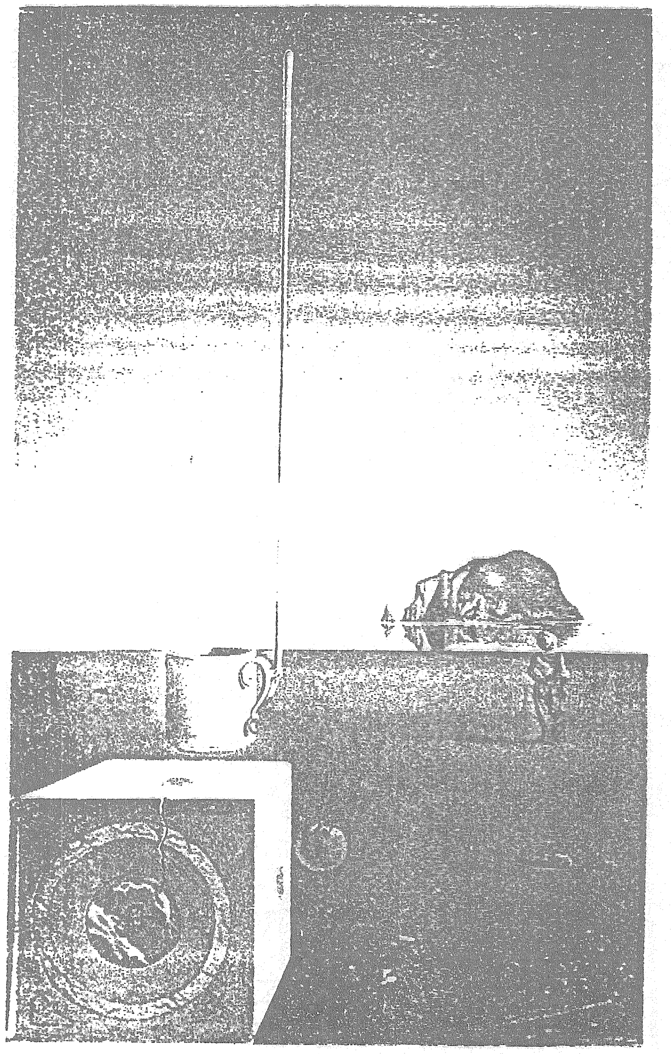
- la famille définie par $m = \ell$, c'est-à-dire la famille $\Theta_{\ell\ell}$ pour laquelle $\Theta_{\ell m}$ est minimum pour ℓ donné

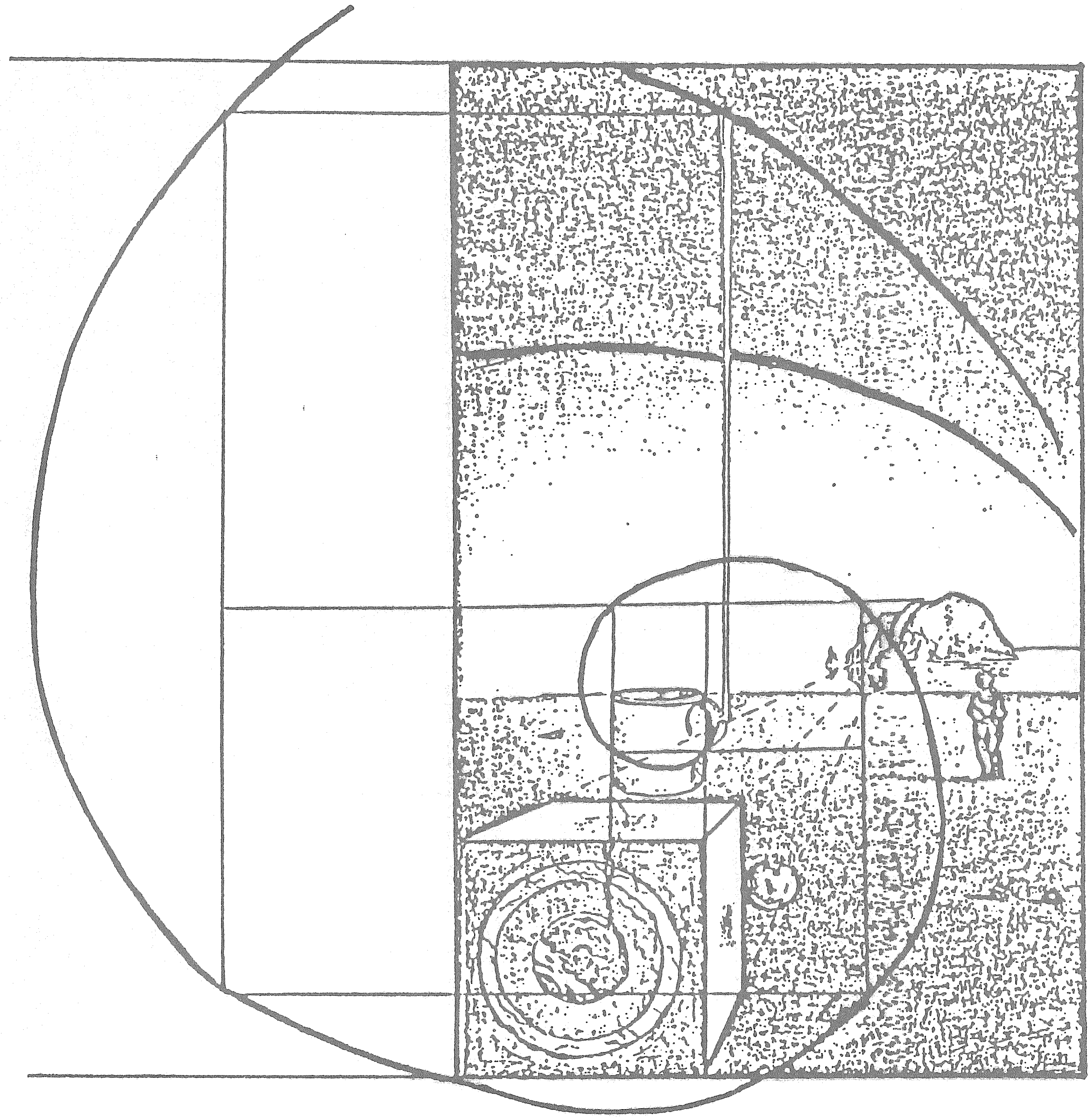
$$\cos \Theta_{\ell\ell} = \sqrt{\frac{\ell}{\ell + 1}} \qquad \sin \Theta_{\ell\ell} = \frac{1}{\sqrt{\ell + 1}} \qquad \tan \Theta_{\ell\ell} = \frac{1}{\sqrt{\ell}}$$





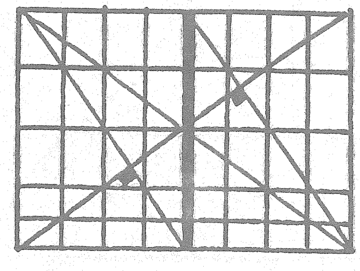
PIERROT, dit autrefois GILLES d'Antoine WATTEAU (1718).



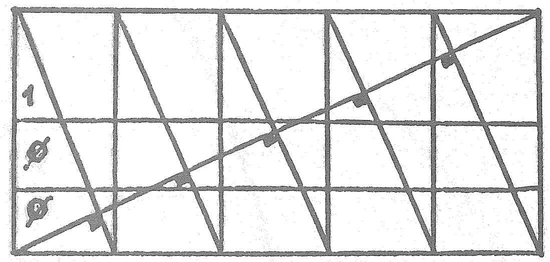


DEMI-TASSE GEANTE VOLANTE, AVEC ANNEXE INEXPLICABLE DE CINQ METRES DE LONGUEUR, de SALVADOR DALI (1932-1935).

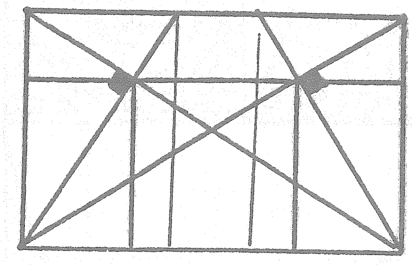
STRUCTURE DU RECTANGLE



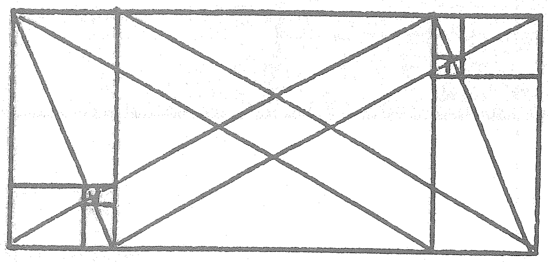
Rectangle $\sqrt{2}$



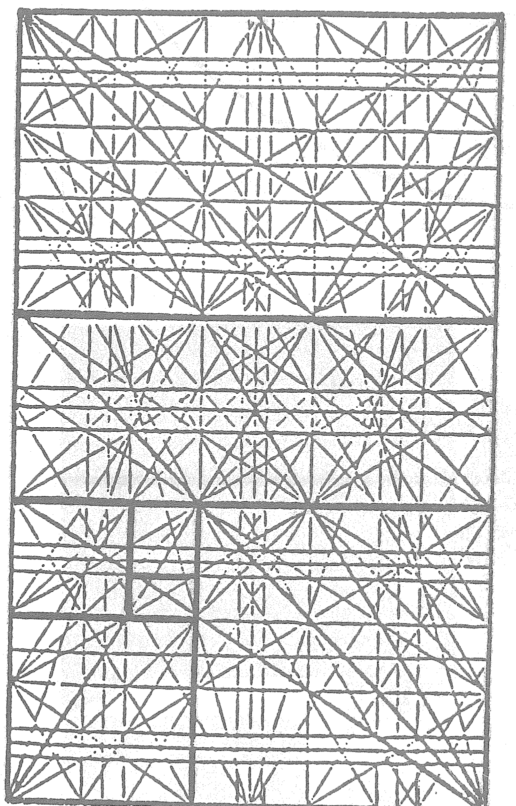
Rectangle $\sqrt{5}$

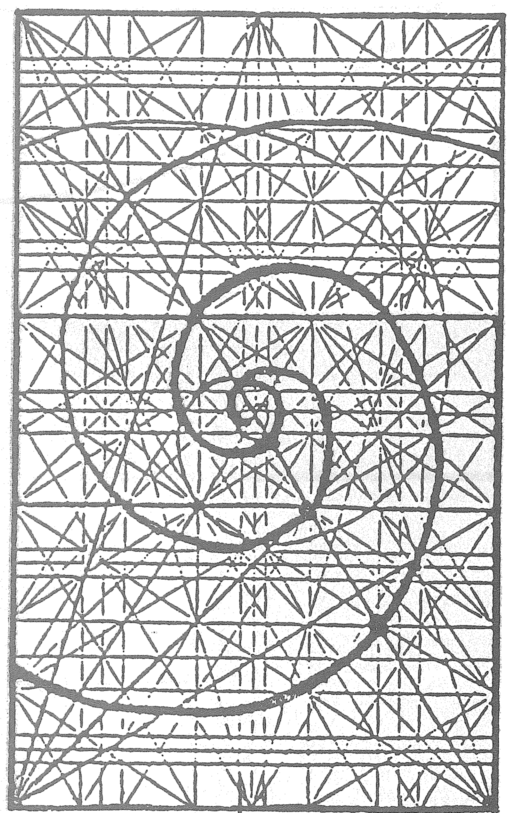


Rectangle ø



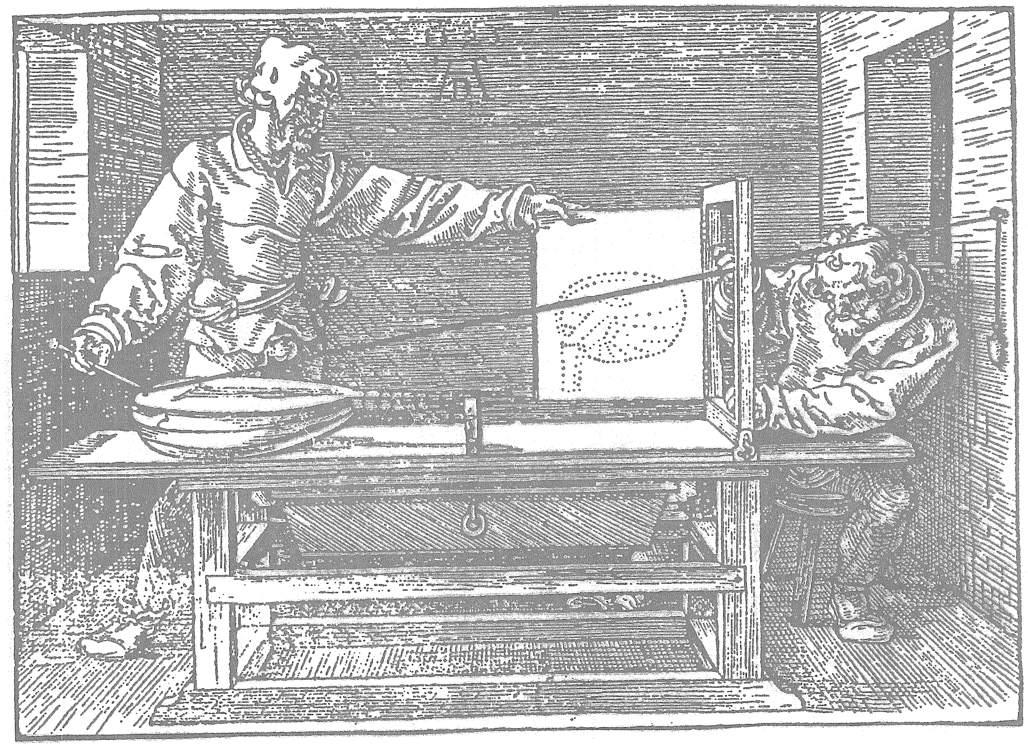
Rectangle $\sqrt{5}$

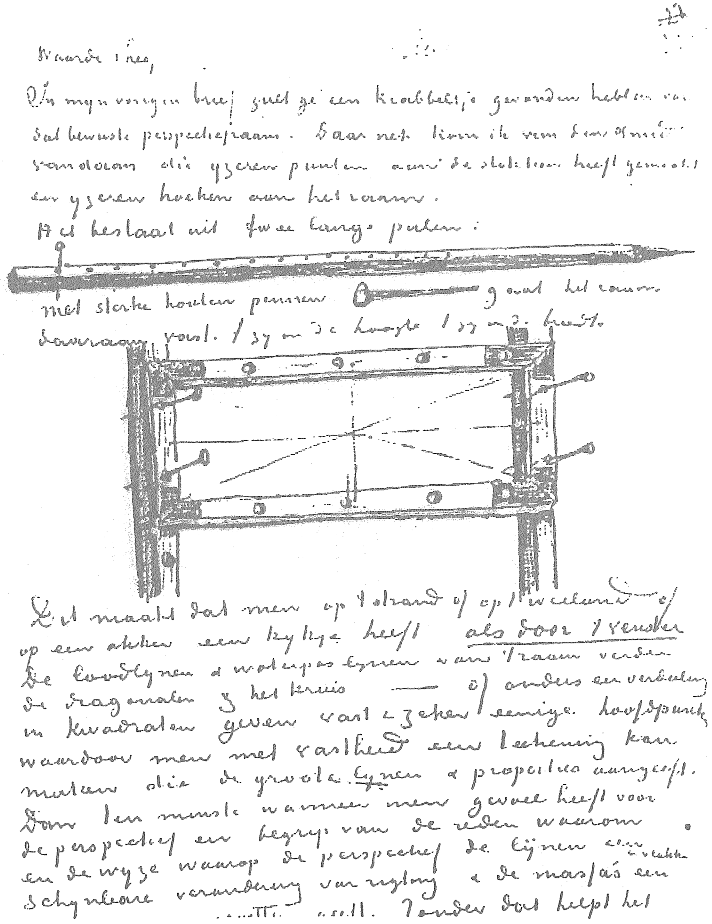




Rectangle d'or et spirales logarithmiques

Un Rectangle d'Or est tel que si on lui retranche ou si on lui ajoute un carré, le rectangle obtenu est semblable au rectangle initial.





Waarde Theo,

In mijn vorigen brief zult ge een krabbeltje gevonden hebben van dat bewuste perspectiefraam. Daar net kom ik van den smid vandaan die ijzeren punten aan de stokken heeft gemaakt en ijzeren hoeken aan het raam.

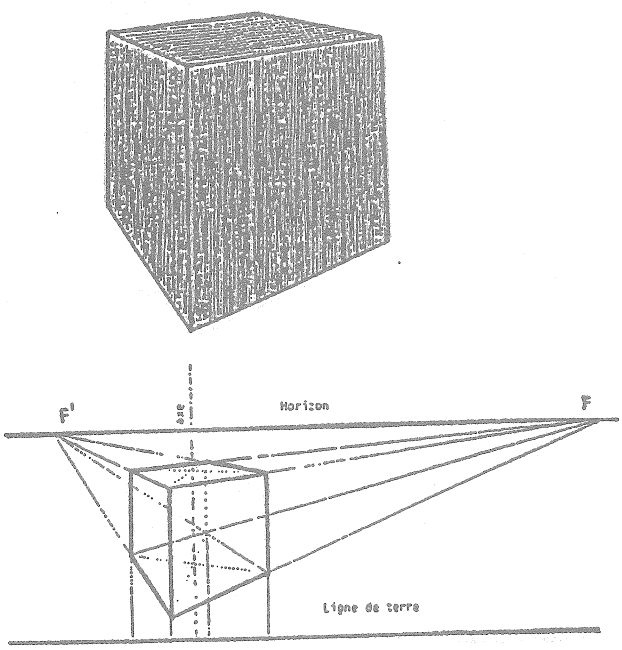
Het bestaat uit twee lange palen:

met sterke houten pennen gaat het raam daaraan vast. 't zij in de hoogte 't zij in de breedte.

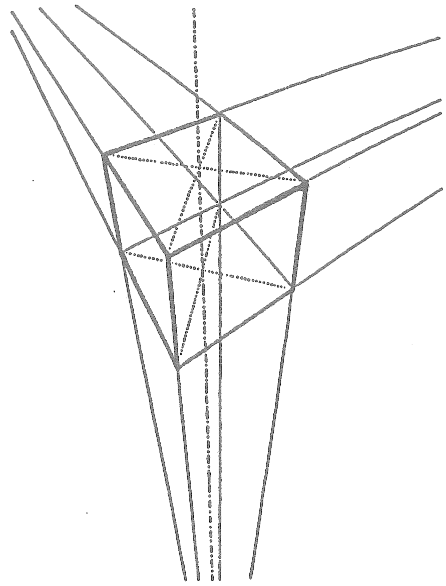
Dit maakt dat men op 't strand of op 't weiland of op een akker een kijkje heeft als door 't venster. De loodlijnen & waterpas lijnen van 't raam verder de diagonalen & het kruis — of anders een verdeeling in kwadraten geven vast & zeker eenige hoofdpunten waardoor men met vastheid een teekening kan maken die de groote lijnen & proportien aangeeft. Dan ten minste wanneer men gevoel heeft voor de perspectief en begrip van de reden waarom en de wijze waarop de perspectief de lijnen een [illegible] en schijnbare verandering van richting & de massa's een [illegible] stelt. Zonder dat helpt het

DISPOSITIFS DE MISE EN PERSPECTIVE

- " Le dessinateur et le luth ". ALBERT DURER (1525)
- Cadre perspective réglable de VINCENT VAN GOGH. (Lettre à THEO, août 1882).

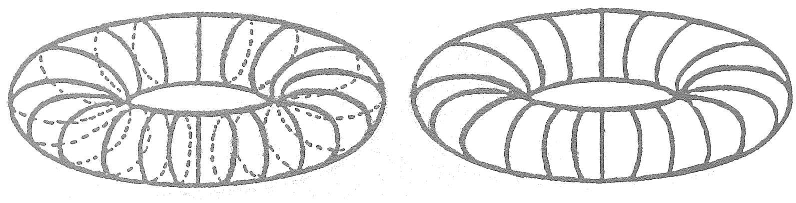


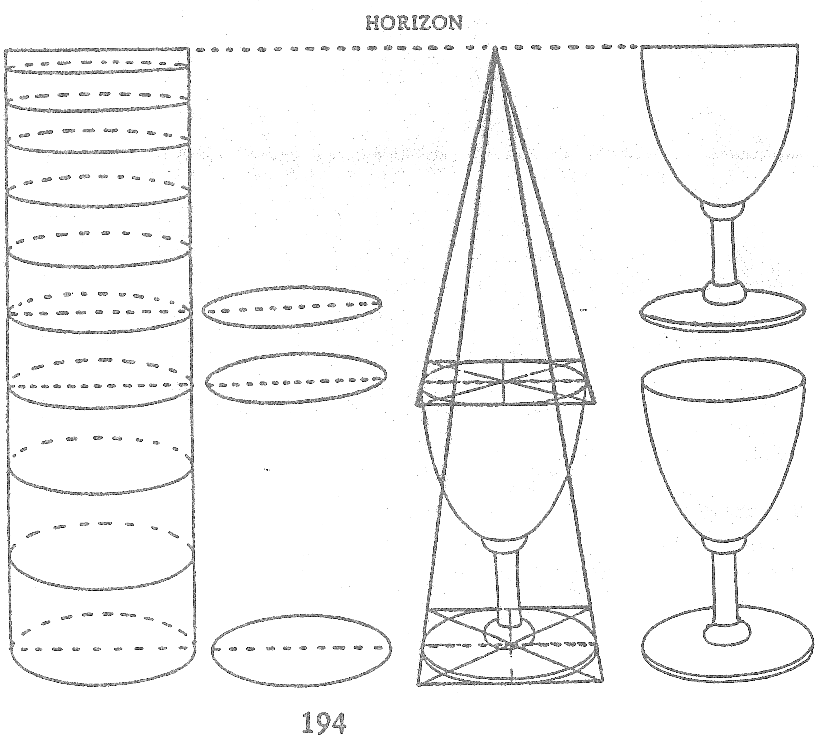
Cube en perspective oblique
(2 points de fuite)



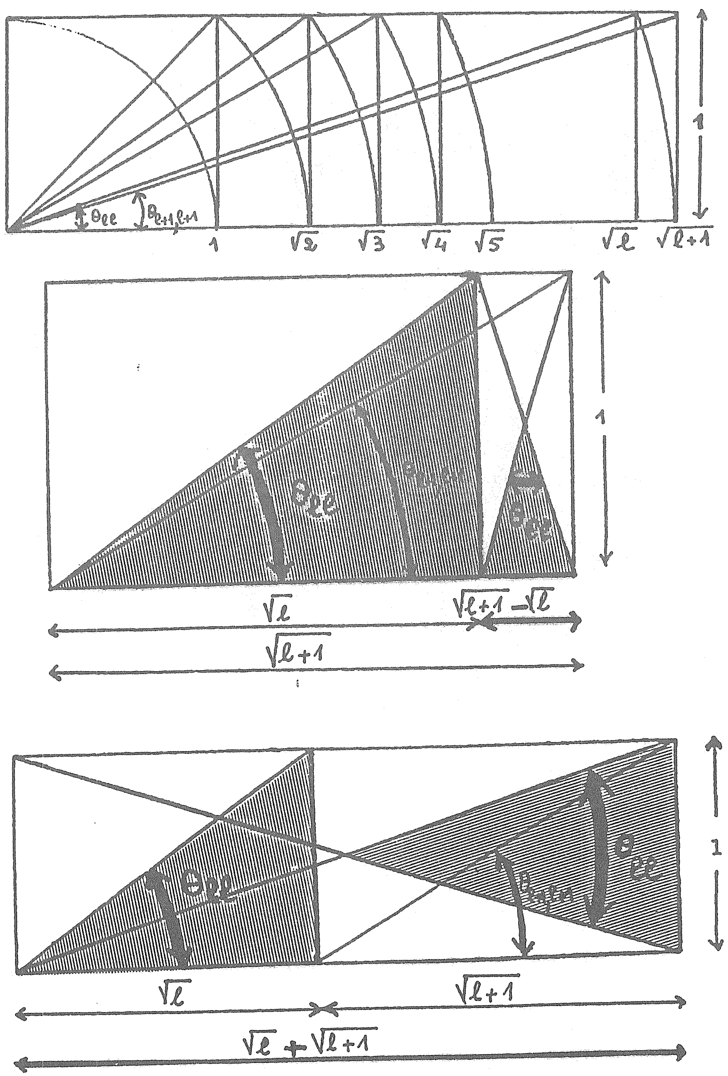
Cube en perspective plongeante
(3 points de fuite)

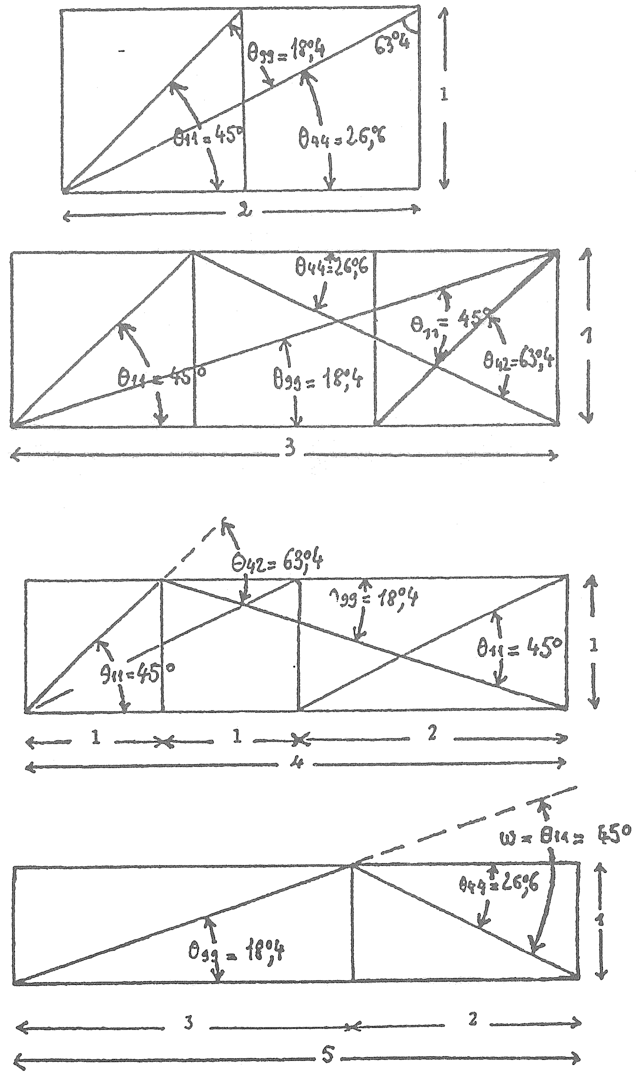
Etude du cercle.





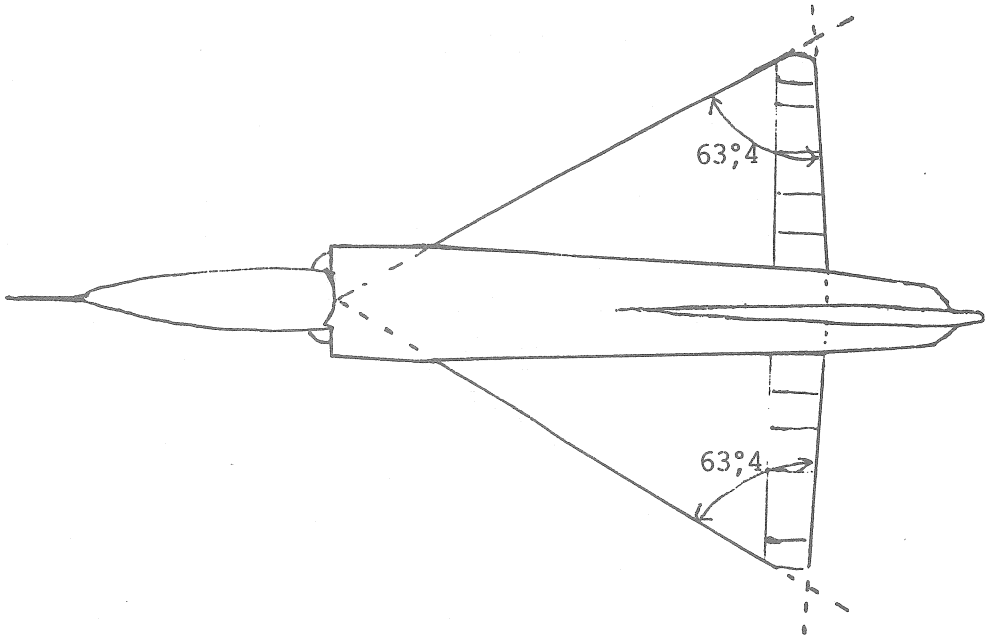
<u>RECTANGLES RACINES et ANGLES PRIVILEGIES</u> (d'après M. LE RAY).





Angles privilégiés en aérodynamique

(d'après M.LE RAY)



Mirage F.5 - Marcel Dassault.

" Si un avion est beau, il vole bien ".

(M.Dassault dans Jours de France).

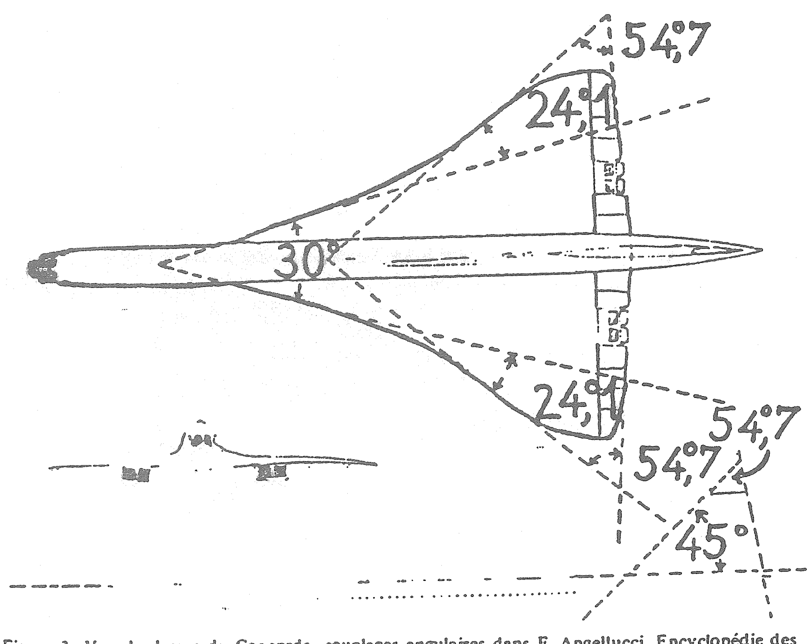


Figure 3 : Vue de dessus du Concorde, couplages angulaires dans E. Angellucci. Encyclopédie des avions Elsevier Sequoïa, Bruxelles, 1976.

Le Concorde," avion oiseau " présente une FORME PARFAITE dûe à la présence d'angles privilégiés (d'après M.LE RAY).

Tourbillons rectilignes formés au-dessus des AILES DELTA.

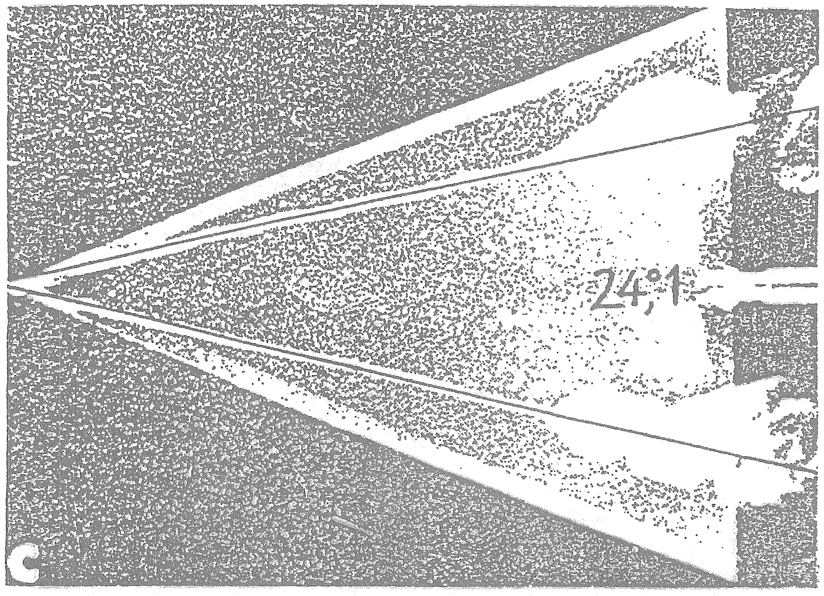
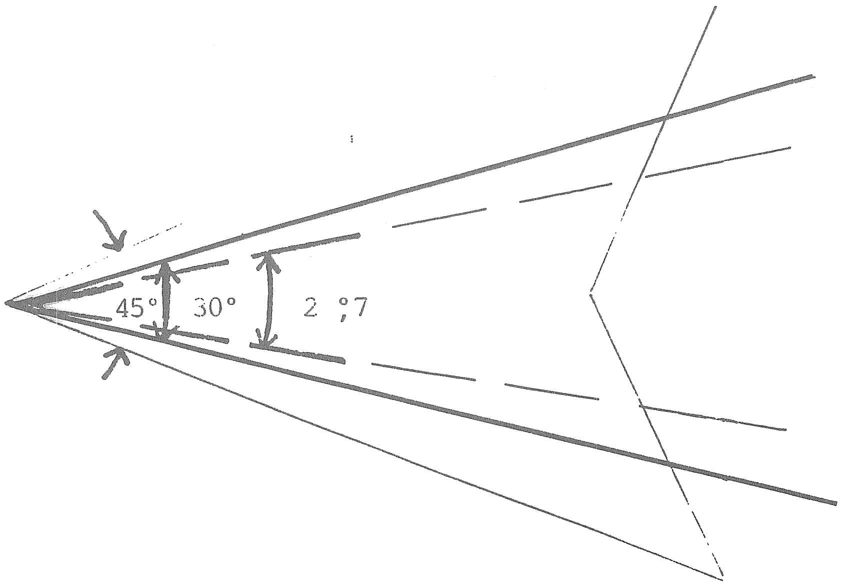
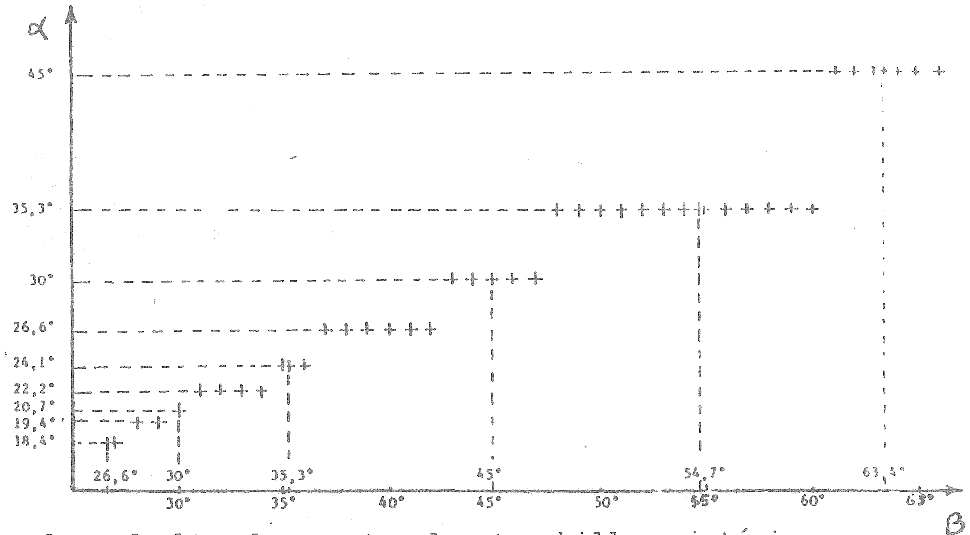


Figure 2 : Tourbillons visualisés par filet coloré dans l'eau, au-dessus d'une maquette d'aile Delta. dans H. Werlé, sur l'éclatement des tourbillons, O.N.E.R.A., note technique n° 175 (1971).



Loi de filiation entre les angles privilégiés.

(d'après M. LE RAY)



Valeur de l'angle α entre les tourbillons intérieurs en fonction de l'angle d'apex β, pour une incidence i=16°.

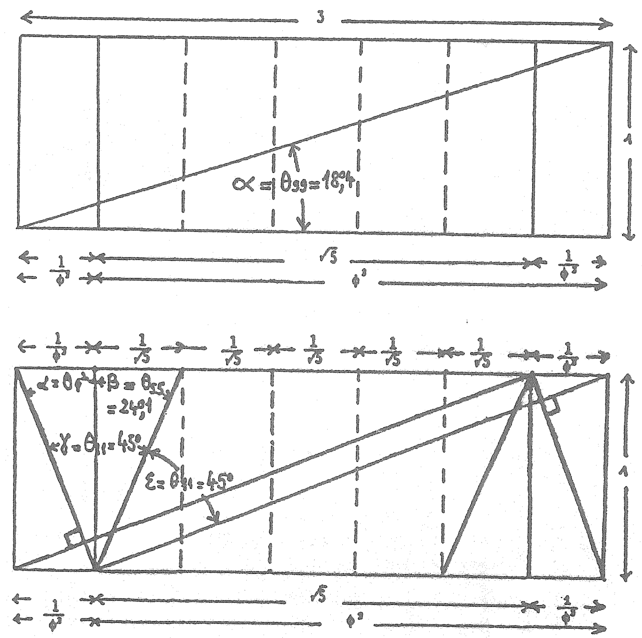
$$\boxed{\sin^2\alpha = \frac{1}{2}\sin^2\beta}$$

A l'angle $\beta = \Theta_{\ell\ell}$ correspond l'angle $\alpha = \Theta_{2\ell+1,2\ell+1}$.

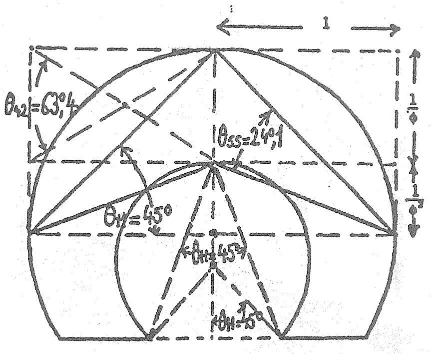
Exemple de filiation double:

$$\Theta_{11} = 45° \longmapsto \Theta_{33} = 30° \longmapsto \Theta_{77} = 20°7 .$$

Effets angulaires dans le PARTHENON et dans le MIHRAB DE LA GRANDE MOSQUEE DE TLEMCEN (d'après M.LE RAY).

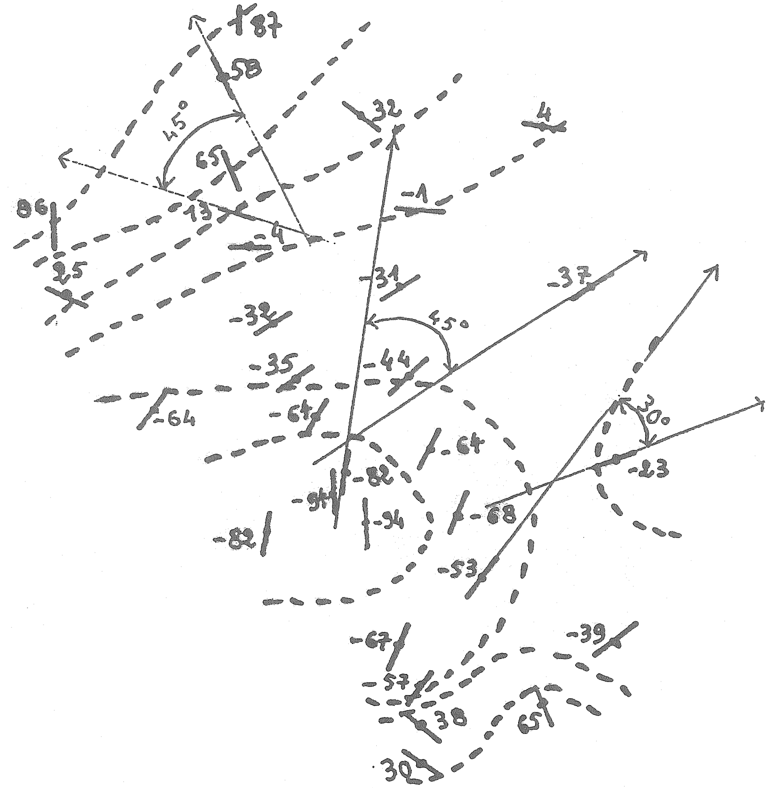


PARTHENON



MIHRAB DE LA GRANDE MOSQUEE DE TLEMCEN

Orientations préférées des colonnes neuroniques du cortex visuel du chat (d'après D.Hubel et T.Wiesel, et M.Le Ray).



D.Hubel et T.Wiesel ont mesuré les angles formés par les colonnes neuroniques avec un axe de référence horizontal.

M.Le Ray observe que les colonnes neuroniques forment les angles 45°, 30°, 35° ou 36° (proches de 35°,3), 54° ou 55° (proches de54°,7), 63° ou 64° (proches de 63°,4),26° ou 27° (proches de 26°,6)... avec une remarquable fréquence.

24 = -44-(-68)=31-(-55)...

26 = -68-(-94)=-31-(-57) ; 27=-67-(-94)=65-38=-37-(-64)...

30 = -23-(-53)=-1-(-31)=-64-(-94)=-37-(-67)=180-(86-(-64))

35 = 65-30=4-(-31) ; 36=32-(-4)=-1-(-37)

45 = -37-(-82)=-23-(-68)=58-13=13-(-32)

54 = 86-32=58-4=-1-(-55) ; 55=87-32=-39-(-94)

63 = 32-(-31) ; 64=32-(-32)

69 = 30-(-39)=65-(-4)=25-(-44)=32-(-37)