Y'A UN MALAISE ...

Quelques réflexions d'ordre didactique à propos de l'enseignement de la Géométrie à L'Ecole élémentaire .

(Alain Duval, Marie-Hélène Salin E.N. de la Gironde)

...

Lorsque, à l'occasion de stages à l'Ecole Normale, des instituteurs sont interrogés sur leur pratique de la classe et les contenus de leur enseignement, on peut remarquer une nette différence de leurs attitudes selon les domaines concernés : diserts sur le domaine numérique et souvent au fait des différents apprentissages possibles, ils reconnaissent leur embarras et leurs réponses se font beaucoup plus évasives dès lors que l'on évoque l'enseignement de la Géométrie à l'Ecole élémentaire . Les Elèves-maîtres, au retour de leurs stages pratiques sur le terrain ou en école d'application, font part également du peu d'importance accordée à cette partie des programmes, voire même, dans certains cas, de l'absence de son enseignement au moins pendant leur stage . Il existe donc un problème du statut de la Géométrie dans l'enseignement primaire . La place anecdotique réservée aux connaissances géométriques dans l'évaluation CM2-6ème de 1989 est un autre signe de cette réalité . On sait que cela résultait d'un choix délibéré . La Géométrie à l'Ecole élémentaire souffre d'une mauvaise image : quels sont les objectifs de son enseignement? A quoi ça sert ? Quelles connaissances doit-on faire apprendre ? Quelles définitions ? Les différentes notions sont-elles liées ? Y-a-t-il une progression ? Voilà une série de questions que des maîtres peuvent se poser et pour lesquelles les réponses ne peuvent être données sans un minimum de réflexion ou d'information . Dans le domaine numérique par exemple, personne ne conteste qu'il soit utile de savoir effectuer une division, donc de l'apprendre à l'école . C'est "naturel" , depuis un siècle à peu près . Le retirer des programmes du cours moyen ne passerait pas inaperçu . Pour des connaissances géométriques les convictions sont moins affirmées . Essayons de l'expliquer . Où les maîtres peuvent-ils trouver réponse aux questions précédentes ? Dans leur propre vécu bien sûr, dans les textes et instructions officiels, dans les manuels scolaires qui constituent leur principale source d'information .

Les programmes .

L'enseignement de la Géométrie fait partie intégrante de l'enseignement obligatoire à l'Ecole élémentaire . Les différents programmes ont précisé, plus ou moins bien d'ailleurs, son contenu . Ils ont parfois été assortis de compléments d'information pédagogique pour expliciter les objectifs de cet enseignement ou au moins donner des exemples d'activités envisageables . Nous en donnons un exemple avec les compléments aux programmes et instructions du 13 mai 1985.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

« L'enseignement des mathématiques fait acquérir des connaissances et des compétences dans les domaines numérique et géométrique, tout en aidant l'élève à se forger des méthodes de travail. Il stimule l'imagination ». « Résoudre des problèmes suppose la maîtrise d'un certain nombre d'outils, numériques et géométriques, et l'appropriation de méthodes ».

Programmes et instructions, pp. 39-40

La géométrie présente une grande importance pour toute l'activité mathématique : c'est elle qui permet de visualiser les concepts fondamentaux (ensembles de nombres, continuité, limite, ...), elle est inséparable du nombre et de la mesure. Construire l'espace représentatif est indispensable pour que l'activité mathématique puisse s'exercer.

Les activités géométriques (constructions, tracés, ...) offrent la possibilité de cultiver, chez l'élève, le goût du travail bien fait, car la précision d'une construction dépend du soin apporté à sa réalisation. La conservation, par l'élève, des travaux qu'il a exécutés est, de même, une bonne incitation à une recherche de qualité et une motivation pour procéder à des constructions plus complexes et plus personnelles.

1. Le champ des activités : objets physiques, objets géométriques

A l'école élémentaire, les activités géométriques doivent concourir, au même titre que d'autres (par exemple les activités physiques et sportives) à la construction de l'espace chez l'enfant. Les élèves doivent donc être mis en situation :

— d'agir sur des objets, d'en fabriquer et d'en construire ;

— de se familiariser avec divers espaces, abordés selon des points de vue différents (on peut, par exemple, suivant le problème posé, s'intéresser seulement à la continuité ou seulement au parallélisme ou uniquement à la mesure) ;

— de traiter des problèmes de représentation.

C'est donc une pédagogie de l'activité qui permet à l'enfant de se constituer un champ d'expériences sur lequel peut se construire la géométrie. C'est pourquoi les activités doivent être conduites, tout au moins dans un premier temps, à partir d'objets physiques de l'espace qui, bien que complexes, sont plus proches de l'expérience des enfants : dés, berlingots, boîtes de toutes sortes, emballages divers...

Peu à peu on amène les élèves, grâce à de nombreuses activités sur ces objets physiques, à changer d'angle de vue, c'est-à-dire à les considérer de façon plus géométrique : cube, pavé, tétraèdre... puis, si l'on s'attache aux faces : parallélogramme, rectangle, triangle... enfin, si l'on s'attache aux arêtes : segment, sommet, milieu...

Le passage du monde des objets physiques à celui des objets géométriques est important et difficile ; il nécessite un effort d'abstraction (au sens de « enlever de »). Prenons l'exemple d'une boîte cubique : il faut en effet parvenir à ne pas tenir compte des inscriptions sur les faces, de la couleur de la boîte, à substituer l'idée et le mot de « face » à l'idée et au mot « couvercle » : une boîte a un couvercle mais toutes les faces d'un cube sont identiques. Pour effectuer ce passage il est indispensable que les élèves disposent de matériel et de matériaux nombreux et divers, dont la fonction est justement de permettre d'isoler les éléments invariants que sont le nombre de faces, d'arêtes, de sommets, de formes... ; par exemple, le cube est la forme commune à toute une série de boîtes cubiques de tailles, de couleurs et de fonctions différentes.

2. Les activités à conduire avec ces objets

Les activités géométriques consistent à reproduire, à décrire, à représenter, à construire.

● Reproduire

Les élèves disposent d'un objet et ils doivent en réaliser une copie. Il est possible de reproduire, avec des matériaux divers, un objet plus ou moins usuel, ou bien de procéder à des aménagements ou à des compléments de fabrication. On peut, pour la reproduction, utiliser des moulages, des calques, des patrons et, bien sûr, les instruments de mesure et de dessin. Le résultat obtenu est conforme ou non à l'objet initial. En cas d'erreur il suffit de mettre la production « à l'épreuve des faits ». En cas de demande d'un objet « semblable », il convient de préciser le degré de conformité souhaité, si l'on désire évaluer le résultat obtenu.

● Décrire

En reproduisant un objet et donc en choisissant, puis en agençant le matériel, les élèves sont amenés à s'exprimer à propos de cet objet et à formuler des remarques de type géométrique (ex. : il me faut des faces carrées). Progressivement, ils utilisent, en situation fonctionnelle, un vocabulaire géométrique qui permet :

— d'identifier l'objet, par comparaison et opposition avec d'autres objets, en choisissant le critère discriminant ;
— de le reproduire (quel matériel ? quelle démarche ?) ;
— de le représenter.

On pourra effectuer des classements et dresser une liste des propriétés de l'objet, en utilisant un langage de plus en plus précis.

Il s'agit donc de décrire pour :

— identifier : l'élève doit être capable d'expliciter les critères discriminants, d'énoncer les propriétés communes aux éléments d'une collection et de préciser pourquoi tel objet n'appartient pas à la collection (intrus) ;
— reproduire : l'élève doit être capable de formuler la demande en matériel nécessaire à la reproduction et de la justifier ;
— représenter : l'élève doit être capable de classer les remarques de type géométrique à propos d'un objet, d'une part celles qui sont mises en évidence dans une représentation donnée, d'autre part celles qui ne le sont pas.

● Représenter

Dès lors qu'on représente un objet géométrique à l'aide de procédés conventionnels, on se trouve dans l'obligation de négliger des propriétés pourtant présentes dans la description. La représentation ne permet pas, en effet, de mettre en évidence toutes les propriétés : par exemple, les six faces de la description d'un cube n'apparaissent pas toutes sur une représentation. Il est donc intéressant d'habituer les élèves à effectuer et à utiliser des représentations différentes d'un même objet, et à savoir choisir la représentation qui convient le mieux. Il est utile de prendre de nombreux points de vue de l'objet (empreintes, coupes, gabarits, ombres, ...), de passer des dessins d'un objet à des schémas conventionnels. On peut, en particulier, et dès le cours élémentaire, procéder à des activités sur les patrons : développements divers d'un même objet, comparaison et classement des patrons.

● **Construire**

La construction est l'aboutissement d'un processus qui s'appuie sur la représentation et la description. Elle nécessite la mise en œuvre des techniques de tracés associées à un vocabulaire fonctionnel. Pour les constructions dans l'espace, on pourra utiliser divers matériaux (pâte à modeler, carton, baguette, fil de fer...) ; une attention particulière sera portée à la recherche des différents patrons d'un solide donné (cube, tétraèdre régulier, pavé, octaèdre régulier, ...). Notons que, si les matériaux utilisés sont très divers, ils ne sont pas interchangeables et ils ont leur spécificité, dans la mesure où ils mettent en évidence certains aspects plutôt que d'autres : le papier ou le carton matérialisent les faces, leur nombre, la continuité ; le fil de fer met l'accent sur les arêtes et les sommets ; la pâte à modeler met en évidence le volume. La diversité des matériaux permet donc une bonne articulation entre la reproduction et la description et peut aider à la représentation. Dans le plan, on pourra utiliser des planchés à clous, des fils élastiques, des baguettes ou procéder à des assemblages (tangram, puzzles). Une partie importante du travail à effectuer concerne l'usage des instruments de tracé et de mesure : règle, équerre, compas, règle graduée, papier calque, quadrillage, réseau, gabarit, rapporteur. Il peut être intéressant, à cet égard, de mettre l'élève en situation de construire un objet qui réponde à un « cahier des charges ». La validation est alors immédiate, les causes d'erreurs devant être situées pour progresser. Pour effectuer la construction, l'élève doit être capable de choisir la représentation qui convient le mieux (par exemple : ce patron permet de diminuer le nombre d'onglets). La construction est, en géométrie, un bon exemple de résolution de problème.

3. Réflexions sur les méthodes

● **Démarche**

Les activités géométriques nécessitent une alternance entre des moments d'investigation et des moments de réalisation, entre des moments d'analyse et d'autres de synthèse, étroitement liés dès lors que l'on se trouve dans un processus de production (reproduire et construire), comparable à celui de la technologie. Très souvent il faut anticiper sur les pratiques (par ex. : que faudrait-il faire pour obtenir un cube dont les arêtes soient doubles de celles du cube que vous venez de construire ?).

Les langages gestuel, oral, écrit (dont le dessin, le schéma, la photographie...) jouent un rôle important dans la conceptualisation des objets géométriques, qui est en cours à l'école élémentaire et qui doit être prolongée et enrichie au collège.

● **Recours aux transformations géométriques**

Les actions sur les objets géométriques (déplacements, agrandissements, réductions, déformations) concourent à ce processus de conceptualisation. En effet, c'est en observant les résultats de ces actions, puis en prenant comme objet d'étude ces actions elles-mêmes, que peuvent être mises en évidence les transformations géométriques planes : translation ou rotation (déplacement plan), symétrie. Les travaux concernant les rosaces, les mosaïques, les frises et les pavages, qui permettent de mettre l'accent sur l'imagination, la créativité et la dimension esthétique, aident à une prise de conscience de l'importance des transformations géométriques dans l'organisation de l'espace. On peut accorder une attention particulière aux ensembles de transformations qui conservent globalement une configuration donnée. Le rectangle est conservé globalement par chacune des symétries par rapport à la médiatrice de deux côtés parallèles, ainsi que par la rotation de 180° par rapport à son centre ; les mêmes remarques peuvent être faites pour le carré, qui est un rectangle particulier, mais, de plus, le carré est conservé globalement par chacune des symétries par rapport à une diagonale, ainsi que par les rotations de 90° et 270° par rapport à son centre ; le triangle équilatéral est conservé globalement par chacune des symétries par rapport à la médiatrice d'un côté, ainsi que par les rotations d'angles de 120° et 240° par rapport à son centre de gravité.

● Vocabulaire

Le vocabulaire géométrique sert à la transmission et à la compréhension des informations ; il aide aussi à la conceptualisation. Des mots précis, en nombre limité, doivent être acquis en situation fonctionnelle et parfaitement maîtrisés. L'élève doit accéder, le plus tôt possible, au vocabulaire correct et définitif, qui est celui de l'adulte. Il vaut mieux éviter tout vocabulaire provisoire. Le fait d'utiliser les mots *cercle* et *disque*, *sphère* et *boule*, facilite la perception des différences notionnelles et aide à la conceptualisation. Le vocabulaire géométrique est ainsi acquis au terme d'un processus d'utilisation continue et, bien sûr, ne doit pas être appris en dehors de tout contexte, associé à des définitions, qui n'ont pas leur place à l'école élémentaire, car elles sont fondées sur la notion de « condition nécessaire et suffisante », qui relève du collège. Il s'agit avant tout d'acquérir un vocabulaire actif et utile.

4. Problèmes posés par l'évaluation

Les activités géométriques dépassent l'acquisition de savoir-faire techniques et de compétences de tracé, comme en témoigne ce qui précède, et l'évaluation n'en est pas facile. Elle est incluse dans l'explicitation même des verbes « reproduire », « décrire », « représenter », « construire ».

Des compétences de tracé sont attendues des élèves à la fin du C.M. et elles peuvent faire parfois l'objet d'une étude en soi, au cours de brèves séquences d'apprentissage, mais elles doivent être intégrées dans les activités et être conçues comme des moyens à mettre en œuvre dans des procédés de construction. C'est ainsi que les élèves doivent être capables :

— de tracer un trait à la règle, avec ou sans consigne, au C.E., l'apprentissage étant commencé dès le C.P. ;

— de tracer, au C.E., des perpendiculaires à une droite donnée ;

— de tracer, au C.M., des parallèles à une droite donnée et de construire des réseaux de droites, l'apprentissage pouvant commencer au C.E. en considérant deux droites perpendiculaires à une troisième ;

— de reporter, dès le C.E., des distances, avec une règle graduée, une bande de papier ou un compas ;

— de reproduire, au C.M., des angles avec calque, gabarit ou compas.

A la fin du C.M. les élèves sauront construire, sur différents supports (papier quadrillé, ligné ou blanc), des figures géométriques planes (triangle, parallélogramme, rectangle, losange, carré, autres polygones, cercle), l'apprentissage ayant été commencé dès le C.E., sur quadrillage. Progressivement les élèves apprendront à choisir eux-mêmes les instruments les mieux adaptés aux tracés et aux mesures qu'ils veulent réaliser.

Ce texte est resté assez curieusement confidentiel : envoyé en un exemplaire dans chaque école, il est postérieur aux instructions elles-mêmes et ne figure pas dans le petit livre des programmes. Les maîtres interrogés sont peu nombreux à en connaître l'existence, encore moins à l'avoir lu. Il donne une classification de divers types d'activités: Reproduire, décrire, représenter, construire, et présente des objectifs correspondant en termes de savoir-faire. Il reste que la lecture de ce document nécessite au moins des connaissances mathématiques ...

La comparaison des programmes de 1945 à 1985 montre une certaine évolution. Comprises en 1945 *comme des exercices d'observation et des leçons de choses en même temps qu'un premier apprentissage du dessin et du travail manuel*, les activités préconisées dans les intructions récentes deviennent des problèmes de maîtrise des rapports dans l'espace, réduit à l'espace graphique de la feuille de papier et aux objets manipulables. Le vocabulaire géométrique "actif et utile" ne devrait plus être nécessairement lié à des définitions. L'application effective des instructions impliquerait un changement non négligeable du statut des connaissances et de la gestion de la classe. (Ce qui nécessite une formation des maitres). Certaines recherches sont menées qui vont dans ce sens mais elles n'ont pas encore d'impact sur le terrain.

Les ouvrages scolaires.

Si les aides pédagogiques de l'APMEP, les ouvrages de la collection ERMEL, quelques cahiers de divers IREM proposent des activités proches de ces objectifs, il n'en est pas de même des manuels scolaires qui perpétuent les leçons de choses. Nous donnons en annexe 1.1 et 1.2 deux exemples extraits des deux ouvrages les plus utilisés dans notre département, la Gironde, traitant du même thème : les solides. On remarquera que dans les deux cas on suppose que les élèves maîtrisent a priori les différents modes de représentation ainsi que les règles de la perspective cavalière. Mais au fait, cette connaissance ne nécessiterait-elle donc aucun apprentissage ? Nous sommes au royaume de l'Utopie ...

Comme les ouvrages scolaires constituent pratiquement la seule source de référence des maîtres, on peut comprendre qu'ils soient mal à l'aise. Pratiquement ils y retrouvent souvent leur passé scolaire vaguement remanié à une mode plus contemporaine. Parmi les situations fondamentales (telles que les définit Brousseau) capables de donner du sens aux connaissances géométriques, se trouvent des situations de communication. Elles ont été expérimentées et on a montré leur rôle important. Dans les ouvrages scolaires elles sont souvent dénaturées, relatées comme une mise en scène superflue avantageusement remplacée par une <u>simulation</u> de communication. on lira par exemple : "Voici un message que tu pourrais recevoir d'un de tes camarades... dessine la figure sur une feuille." Evidemment cela pose moins de problèmes de gestion de la classe.

Il y a donc peu de chance de voir évoluer la situation rapidement. La solution passe par une réflexion sur la didactique de la Géométrie. Cette réflexion existe, encore faut-il que les maîtres en prennent connaissance.

ANALYSE DETAILLEE D'UNE PRESENTATION DE LA NOTION D'ANGLE

Comme nous pouvons le lire dans l'introduction des compléments aux programmes de 85 présentés ci-dessus, à l'école élémentaire les activités géométriques sont censées tout à la fois aider l'élève dans sa maitrise de l'espace et le préparer à l'enseignement futur de la géométrie.

Elles se réfèrent constamment mais de manière le plus souvent implicite :
-d'une part à l'espace physique. C'est le milieu avec lequel l'élève est en interaction dans les activités de mesure, de tracés et de fabrication d'objets.
-d'autre part au savoir géométrique ou tout au moins au langage géométrique présenté dans les instructions comme un moyen de conceptualisation.

Je vous propose d'étudier, à titre d'exemple (mais il est assez représentatif), la façon dont la notion d'angle est présentée à des élèves de CM dans un manuel récent (Collection Chapuis CM1; éditeur Nathan), en nous attachant plus particulièrement à l'articulation de ces deux références.

Avant de regarder les documents, je vais énumérer quelques questions qui pourraient constituer un guide d'analyse commun à différentes approches. Ce guide s'appuie sur les résultats de l'analyse didactique développée par G. Brousseau dans sa conférence.

Dans le document étudié.

1)-Un problème spatial pour lequel le concept d'angle pourrait être construit comme un outil nécessaire à sa résolution est-il posé aux élèves?
-renvoie-t-il à des pratiques sociales importantes?
-un tel problème est-il seulement évoqué?

2) si l'angle n'est pas présenté comme un outil,
-l'introduction du concept est-elle associée
* à la description d'un phénomène spatial
* à une figure de l'espace géométrique?
* à une définition accompagnée d'une figure?

-y-a-t-il des exercices permettant au maitre de tester les représentations de ses élèves, aux élèves de les remettre en cause?
-existe-t-il des exercices d'application leur permettant de comprendre à quoi peuvent servir les angles?

3) Quelle transposition d_dactique de la notion d'angle a été choisie par les auteurs?
Etude du vocabulaire et des notations employés.

Voici quelques-uns des résultats que fournit l'application de cette grille à l'étude du document présenté.

Analyse de la première activité (annexe 2.1)

Au plan de l'espace

Elle relève du domaine spatial, mais l'activité de l'élève porte sur l'espace graphique dans lequel il doit représenter le déplacement de la boule conformément à une situation qui est seulement évoquée. La question posée est une prévision: La boule blanche, lancée dans la direction indiquée sur la figure, peut-elle après plusieurs rebonds pousser la boule 3 dans le trou?

Dans cette situation, le concept d'angle peut-il être construit par les élèves comme un outil permettant de résoudre le problème?

Remarquons tout de suite que la situation ne valide pas l'action de l'élève: S'il n'a pas compris comment se font les rebonds de la boule, s'il n'a pas su reporter des angles égaux, seule la correction par l'enseignant pourra le lui faire savoir.

Regardons de plus près les consignes en supposant que l'enseignant propose l'exercice exactement comme il est décrit dans le manuel.

* La possibilité de trouver qui des 2 joueurs a raison suppose que les élèves soient capables de reproduire le dessin de manière exacte, en particulier les positions des boules, et la direction du déplacement de la boule blanche. Bien sûr, il suffit de noter la position exacte de A et de B, mais pourquoi les enfants comprendraient-ils que la réponse à la question posée dépend, dans cette situation, de l'exactitude de leur reproduction, ce qui n'est pas le cas dans d'autres situations?

* Les auteurs doutent, fort justement, que les enfants soient capables de déterminer eux-mêmes la loi du rebond. Aussi la leur expliquent-ils en utilisant, dès le début, le terme d'angle (dont c'est la première apparition dans ce contexte; auparavant les enfants ont repéré des angles droits de quadrilatères) et en leur proposant un moyen permettant d'obtenir la construction attendue, grâce à un subterfuge: avoir choisi un angle d'attaque de 60°, permettant d'utiliser l'équerre.

Tout le travail de modélisation géométrique de la situation réelle est donc absent, son résultat est présenté aux élèves comme allant complètement de soi et l'activité spatiale ne sert que de prétexte à un travail de tracés, dont le résultat ne peut en aucun cas être confronté avec ce qui se passerait dans la réalité.

Notons enfin que l'utilité sociale d'une telle référence à l'espace n'est pas grande.

Au plan de l'espace graphique

L'activité proposée est donc une activité de tracé de segments, le problème étant de déterminer leurs directions en appliquant une règle de construction qui supposerait la compréhension par les élèves de l'égalité des angles et de la façon de les reporter. Mais puisque c'est la première activité sur ce sujet, les auteurs jugent nécessaire de les aider en suggérant l'emploi de l'équerre; toutefois, le maitre aura bien besoin de guider les élèves s'il veut qu'une majorité d'enfants puissent aller jusqu'au bout de la tâche. De nombreuses observations dans d'autres situations, plus simples, me laissent penser que l'emploi de l'équerre n'est pas si simple et qu'il faut déjà avoir compris ce que signifie le report d'un angle pour pouvoir l'utiliser à bon escient.

* Notons en ce qui concerne la transposition didactique de la notion d'angle, l'ambiguité et la complexité de la situation proposée:

- Le trajet de la boule évoque les changements de direction et donc l'angle de rotation.
- La façon de construire fait appel à l'angle de secteur.

Notons aussi le choix fait par les auteurs de ne pas introduire le concept de secteur qui pourtant permet une certaine clarification de "l'imbroglio des angles". Mais ce choix est conforme aussi au programme de 6ème.

Analyse de la deuxième activité (annexe 2.1)

C'est encore une activité de tracé, qui généralise, mais en la situant dans un cadre différent, l'activité précédente:

Le tracé de départ ne représente plus le trajet d'une boule, il constitue un objet qu'il s'agit de "reproduire". Comme la consigne est assez floue, (quelles sont les caractéristiques du dessin qu'il faut reproduire? la position par rapport au rectangle, la longueur des segments Ox et Oy etc...), les auteurs décrivent successivement deux algorithmes qui doivent permettre aux élèves, sans doute, à la fois de comprendre ce qu'est un angle et de savoir en reproduire.

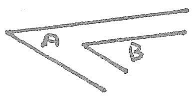
Nous voyons ici fonctionner un mode de présentation des connaissances, typique de l'enseignement élémentaire de la géométrie, l'ostension. Ne pouvant donner à des enfants de 9 ans une des définitions possibles du concept d'angle, (ce qui serait d'ailleurs en contradiction avec les instructions), ne pouvant non plus faire appel à une situation adidactique le faisant fonctionner, les auteurs choisissent d'associer le mot angle à un tracé particulier, accompagné d'une série de "marqueurs" nouveaux pour les élèves comme les notations Ox et Oy, ou la représentation de zones colorées non bordées par des traits.

Remarquons qu'aucune information complémentaire ne vient expliciter la différence entre reproduire un angle et reproduire un triangle: Un angle est une figure formée de 2 côtés et non de 3, dont on colorie une partie située entre les 2 côtés.

Analyse des exercices (annexe 2.2)

Peuvent-ils remettre en cause la conception énoncée ci-dessus?

Aucun des exercices 1, 2, 4, 5, ne peut faire apparaitre une question ou une contradiction comme le pourrait l'exercice suivant:



$\hat{A} = \hat{B}$?

Les exercices 3 et 6 sont une réplique exacte de la première activité, quant au jeu il présente les mêmes caractéristiques que les deux activités de présentation de l'angle: l'illusion que l'enfant peut donner du sens à n'importe quelle situation évoquée et qu'il suffit de lui montrer sur un exemple ce qu'il faut faire pour qu'il puisse le réaliser à son tour.

Conclusions

Nous voyons donc sur cet exemple, (mais c'est absolument général; voir math hebdo CM2 p.67) les deux caractéristiques les plus importantes de l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire (et dans une moindre mesure, en 6ème -5ème. J'ai retrouvé tous les exercices à support spatial: billard, terrain de foot, radar dans des manuels de 6ème)

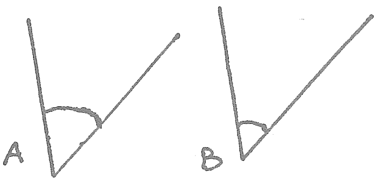
La référence à l'espace n'est toujours qu'évoquée: un dessin réalisé par l'adulte semble suffire pour donner au problème une signification spatiale, la transposition de la situation réelle à la situation représentée est supposée évidente, la capacité des élèves à utiliser, dans une situation réelle, les outils mathématiques introduits n'est pas testée.

Les notions géométriques sont introduites sans référence à des problèmes adidactiques, mais par ostension. La seule vue des tracés, accompagnés des notations mathématiques usuelles, doit suffire à définir les objets géométriques et leurs propriétés.

L'ostension s'appuie sur l'illusion empiriste, souvent dénoncée, qu'il suffit de montrer un phénomène ou un objet pour que celui qui les perçoit en ait une connaissance intellectuelle. Le contrat didactique de la géométrie en élémentaire et en 6ème-5ème fonctionne de manière à convaincre l'élève que toute figure porte en elle-même de l'information et qu'il suffit d'observer pour la lire. Comme les enseignants savent bien que ce n'est pas vrai mais qu'ils ne peuvent placer leurs élèves dans une situation trop ouverte (où par exemple tout le monde ne serait pas d'accord sur le fait que 2 droites tracées sont parallèles et où il faudrait débattre des moyens de le faire), ils restreignent les figures de l'espace graphique à un ensemble de configurations particulières pour lesquelles la réponse à la question "que peux-tu dire de ..?" (que l'on retrouve dans tous les manuels) n'est jamais "je ne peux rien dire". Les interactions de l 'élève avec cet espace sont donc biaisées, on peut penser qu'elles ont moins d'effet sur sa conception de l'espace géométrique que n'en a l'interprétation implicite qu'il fait des "stratagèmes" utilisés par l'enseignement pour permettre une efficacité minimale du contrat d'ostension.

Le résultat en est:

-un échec important dans les épreuves d'évaluation qui violent le contrat didactique usuel



Dans une épreuve anglaise, 60% des élèves de 6ème pensent que $\widehat{A}$ est supérieur à $\widehat{B}$

-une très grande difficulté pour les élèves à comprendre la rupture de contrat entre la géométrie de l'école primaire basée sur le voir et le fonctionnement ultérieur de la géométrie basé sur les règles du débat mathématique.

Les enseignants du primaire, dont la culture géométrique est faible, se heurtent à de telles difficultés quand ils essaient de mettre en oeuvre les activités décrites dans les manuels, activités qui gomment tous les problèmes et dont ils ne voient pas bien les objectifs, qu'ils abandonnent complètement ou se cantonnent dans des activités rituelles et algoritmisées dont le sens est absent.

Je ne voudrais pas laisser croire en terminant qu'ils sont responsables de cet état de fait:

- La plupart des caractéristiques décrites sont présentes dans les livres de 6ème -5ème.
- Dans l'ensemble, la communauté des enseignants de mathématiques ne s'accorde pas sur ce qu'est la géométrie ni sur la manière de l'enseigner. Il ne suffit pas de dire "Priorité à la maitrise de l'espace" et de dénoncer les tares d'un enseignement trop formel, encore faut-il étudier à quelles conditions on peut y échapper et comment on peut proposer aux enseignants des activités qui permettent à leurs élèves d'établir un autre rapport à l'espace et à la géométrie.

OBJECTIF CALCUL CM2.

72 GÉOMÉTRIE : les solides

Réinvestir les critères de différenciation des solides familiers : les faces (nombres et formes), les arêtes, les sommets.

EXERCICES

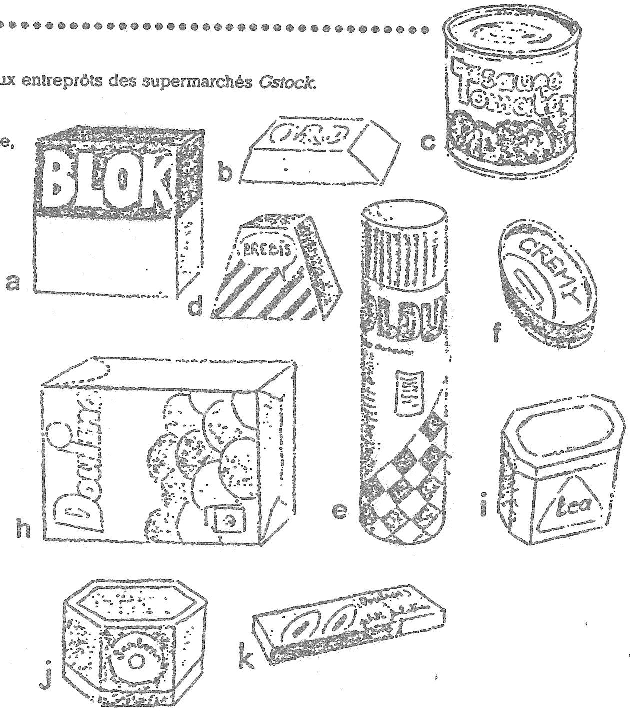
découverte

MISE EN BOÎTES !

C'est la période des inventaires aux entrepôts des supermarchés *Gstock*. M. Alexandre, le magasinier, doit ranger toutes les boîtes que voici. Pour faciliter le rangement, il place, ensemble, dans les rayons, toutes celles qui se ressemblent.

Aide-le. Pour cela :

1. Trouve comment classer les emballages suivant des ressemblances géométriques.

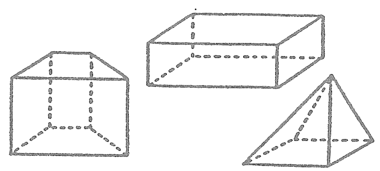


2. Classe-les.
3. Explique en quoi les boîtes se ressemblent dans chacune des classes.

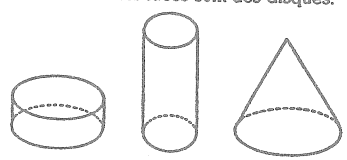
aide-mémoire

Les solides les plus usuels sont :

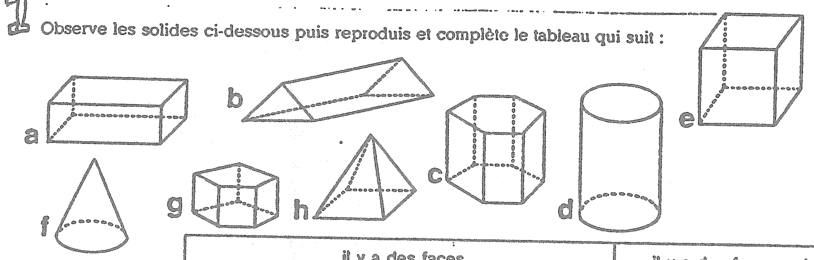
soit des **polyèdres** : toutes leurs faces sont des polygones ;



soit des **cylindres ou des cônes** : certaines de leurs faces sont des disques.

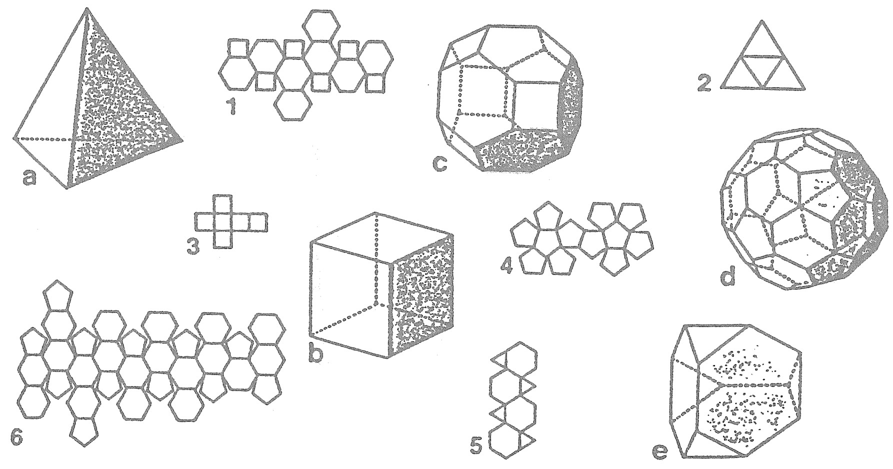


1 Observe les solides ci-dessous puis reproduis et complète le tableau qui suit :



	nombre de faces	il y a des faces qui sont des polygones				il y a des faces qui ne sont pas des polygones	
		carrés	rectangles	triangles	autres polygones	disques	autres
a	6	×					
b							
c							
d							
e							
f							
g							
h							

2 Relie par une flèche chaque solide au développement qui lui correspond (utilise le transparent).

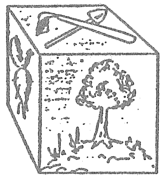


34 Solides

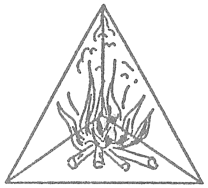
DÉCOUVERTE

1 a/ Observe les représentations des cinq polyèdres réguliers appelés aussi *solides de* PLATON. Les anciens Grecs associaient chacun d'eux à un élément naturel. (Un polyèdre est dit régulier lorsque toutes ses faces sont superposables, ces faces étant des polygones réguliers.)

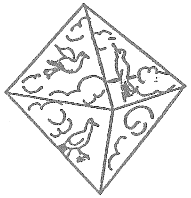
◆ Essaie de trouver autour de toi différents solides correspondant à ces représentations.



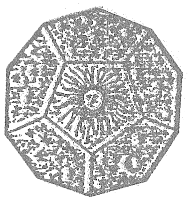
CUBE
Terre



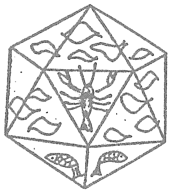
TÉTRAÈDRE
Feu



OCTAÈDRE
Air

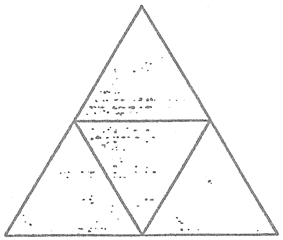


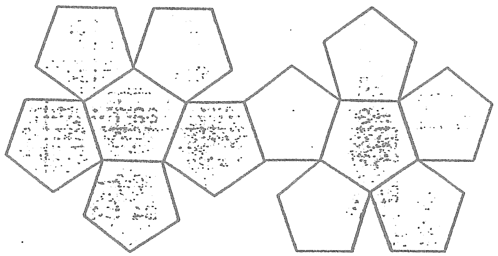
DODÉCAÈDRE
l'Univers



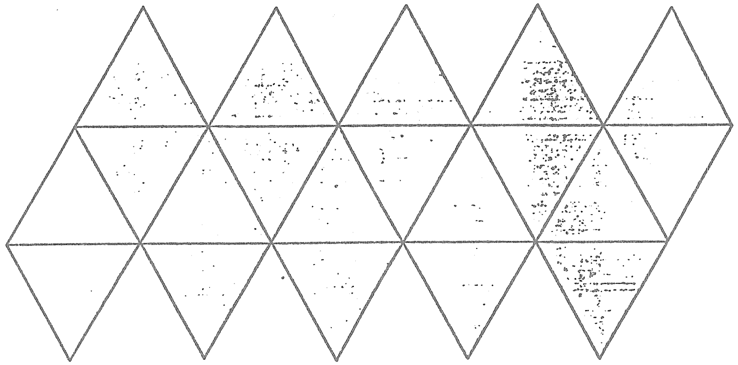
ICOSAÈDRE
Eau

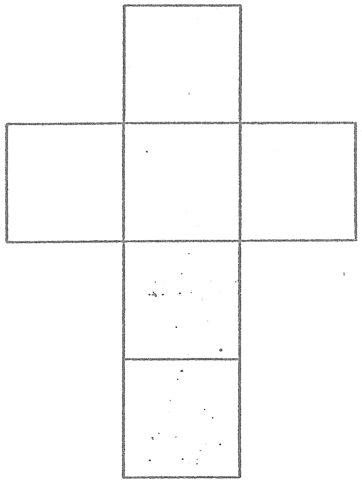
b/ Observe les développements suivants et indique à quel solide de PLATON correspond chacun d'eux.

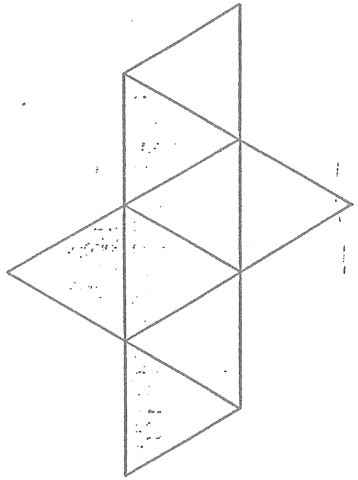




Eiller Maths et Calcul CM2. Hachette







◆ Construis, sur une feuille de papier épais, les trois développements ci-dessus ainsi que ceux donnés en page précédente en doublant leurs dimensions, puis reconstitue les cinq solides.

◆ Établis la carte d'identité de chacun d'eux en donnant des renseignements sur :

— la « forme » des faces;
— le nombre de faces, de sommets et d'arêtes.

annexe 1.3

OBJECTIF CALCUL CM 1 (Hatier)

40 GÉOMÉTRIE : reconnaître les figures planes

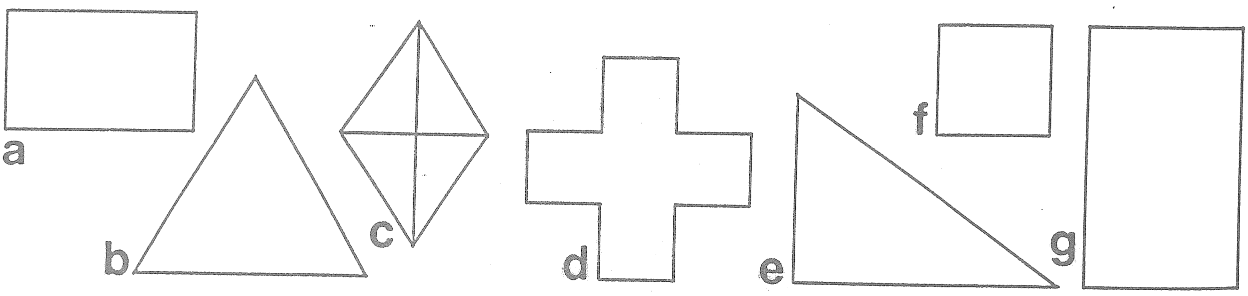
Pour savoir construire des figures planes, il faut en connaître certaines propriétés ; de même pour réaliser un pavage du plan.

découverte

Parmi toutes les figures ci-dessous, choisis-en une.

1. Sur une feuille de papier, décris-la de telle façon qu'un camarade qui lira ton texte soit capable de la reproduire sans la voir (mais n'écris pas le nom de la figure si tu le connais).

2. Échange ton papier avec un camarade et construis la figure qu'il a décrite.
Vérifiez entre vous que les figures choisies et construites se recouvrent parfaitement.

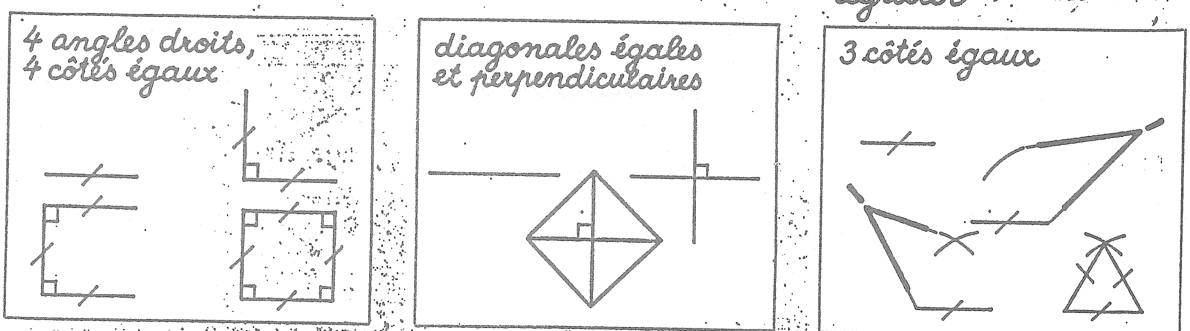


aide-mémoire

Pour construire une figure, il suffit d'utiliser certaines de ses propriétés.
Il y a plusieurs façons de la construire.

EXEMPLE :

le carré *le triangle régulier*



116

18

RETRANCHER UN NOMBRE DE DEUX CHIFFRES

137 – 13	*137 – 13 = (137 – 10) – 3 = 127 – 3 = 124*				
158 – 24	266 – 11	389 – 48	996 – 92	276 – 63	
147 – 32	495 – 52	884 – 71	748 – 35	698 – 87	

TRACÉ ET REPRODUCTION D'ANGLES

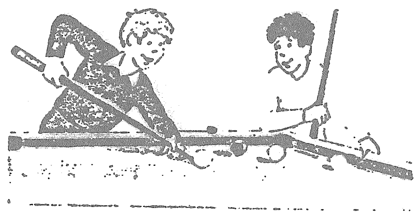
Présentation

Thomas et Sébastien font une partie de billard américain. La bille blanche doit envoyer les autres billes dans les trous.

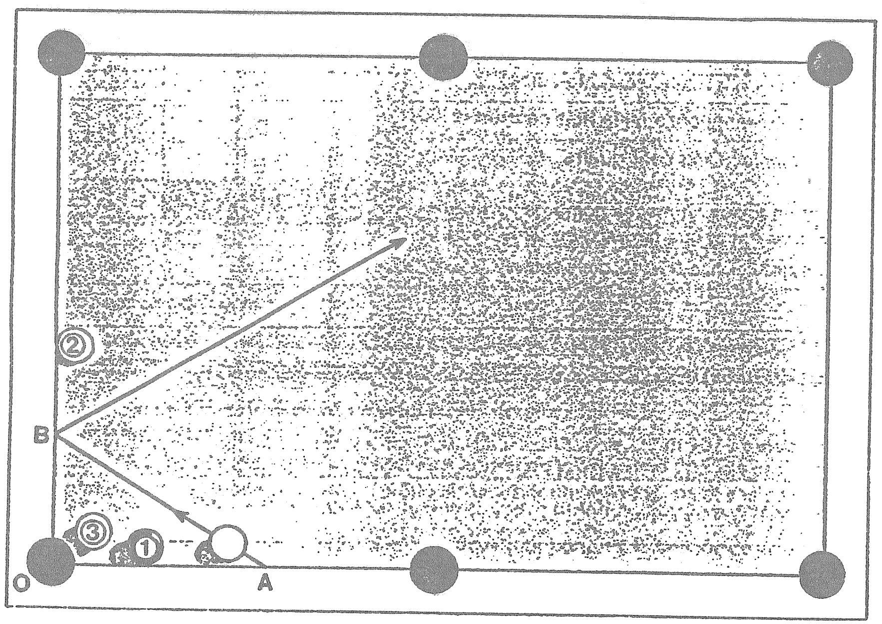
C'est à Thomas de jouer, il frappe la bille et pense aussitôt qu'il va réussir à faire rentrer la bille n° 3 dans le trou.

Sébastien, lui, est sûr du contraire.

Lequel des deux a raison?



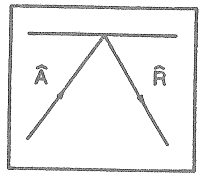
Pour t'aider à trouver qui a raison, voici un rectangle représentant la table de billard.

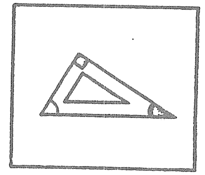


• Reproduis-le sur ton cahier d'essais puis marque les points A et B.

• Trace la suite de la trajectoire de la bille en respectant la règle suivante :
chaque fois qu'une bille lancée rencontre un bord, elle rebondit selon un angle égal à son angle d'attaque.

• Reporte les angles égaux en utilisant une équerre identique à celle-ci. Colorie-les d'une même couleur.





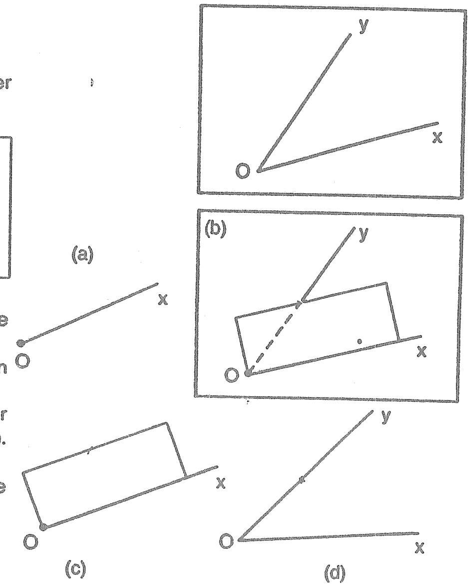
Â angle d'attaque
R̂ angle de rebond
Â = R̂

Reproduction d'angles

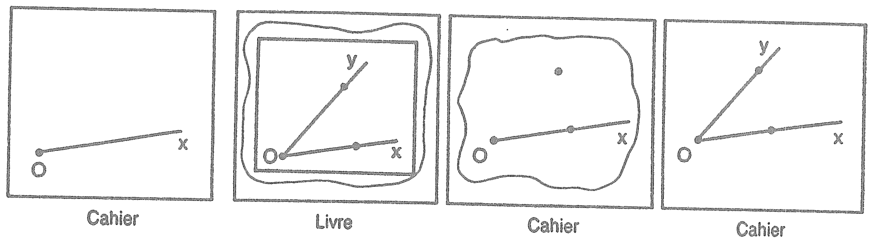
A l'aide d'un gabarit et d'une règle
Reproduis l'angle $\widehat{xOy}$ sur une feuille de papier blanc.

> Fabrication du gabarit
> 1. Trace sur une feuille de carton souple un rectangle dont les côtés mesurent 1 cm et 5 cm.
> 2. Découpe-le. Il te servira de gabarit.

● Lis cette liste d'instructions puis exécute le tracé.
1. Marque le sommet O de l'angle et trace un côté (a).
2. Comme sur le dessin, place le gabarit sur l'angle à reproduire puis marque l'écartement (b).
3. Reporte l'écartement de l'angle (c).
4. Trace le deuxième côté et colorie la zone comprise entre les deux côtés.



A l'aide d'un calque et d'une règle
Reproduis à nouveau l'angle de l'exercice précédent sur ton cahier d'essais, en suivant les étapes de reproduction ci-dessous.



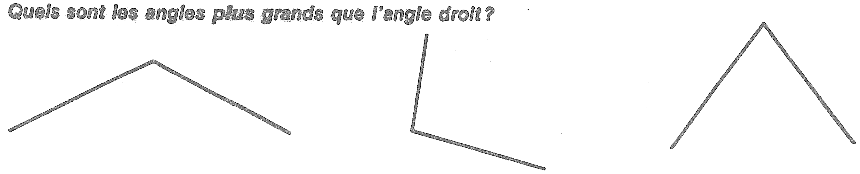
● Découpe les deux angles que tu viens de reproduire, puis vérifie par superposition sur le modèle que tu n'as pas commis d'erreur.

Pour reproduire ou reporter des angles avec un calque ou un gabarit, il est important :
— de bien relever les points choisis,
— de placer avec précision les instruments,
— et de tracer avec soin les côtés de l'angle (crayon finement taillé).

TRAVAUX ET EXERCICES

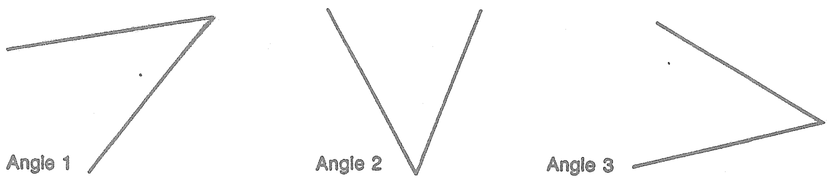
★

1 Reproduis ces angles sur ton cahier à l'aide d'un papier calque et d'une règle.
Quels sont les angles plus grands que l'angle droit ?



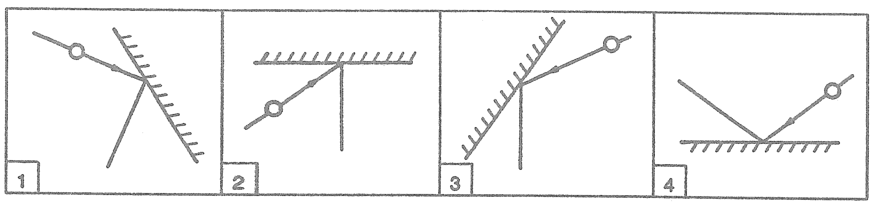
Angle 1 Angle 2 Angle 3

2 Reproduis ces trois angles à l'aide du gabarit et d'une règle.
Deux angles sont égaux. Lesquels ?

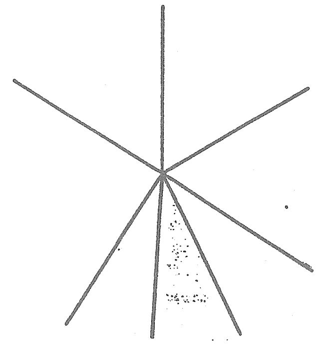


★★

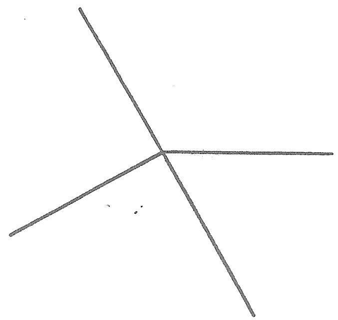
3 Chacune de ces figures représente la trajectoire d'une bille qui rebondit contre un bord du billard.
Indique les trajets qui sont possibles et ceux qui sont impossibles.



4 Utilise uniquement la règle et l'équerre pour reproduire ces angles.

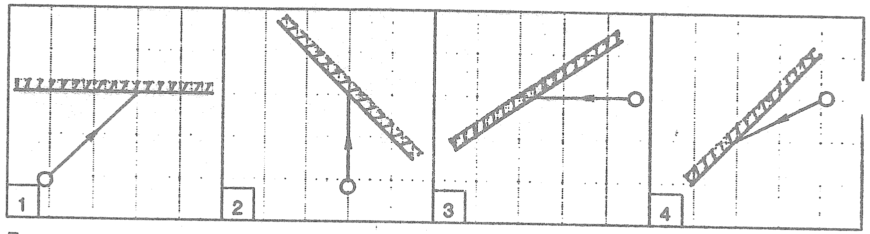


5 A l'aide de l'équerre et de la règle, reproduis ces angles.



★★★

6 Reproduis ces figures sur ton cahier d'essais, puis complète chaque trajectoire de la bille. Utilise les instruments qui te paraissent les mieux adaptés. Colorie les angles égaux.



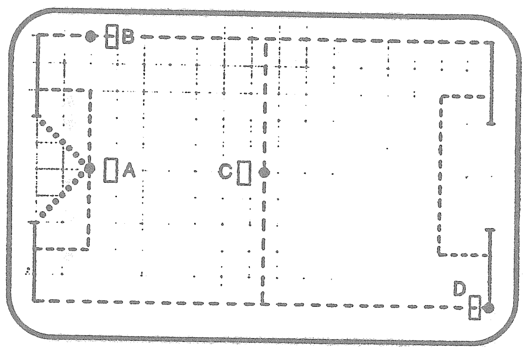
JEU

Cécile s'amuse sur son ordinateur à dessiner les angles de tir des différents joueurs.

Elle a déjà délimité la zone de tir du joueur A.

• Reproduis sur ton cahier d'essais ce terrain de football, puis trace et colorie les angles de tir des joueurs. Tu peux en placer d'autres.

A ton avis, où est-il préférable de se placer sur le terrain pour que l'angle de tir soit le plus grand ?



	CP	CE	CM
GEOMETRIE	Repérage dans l'espace (les objets par rapport à soi). Déplacement de l'élève et construction d'itinéraires en tenant compte de contraintes. Utilisation des quadrillages, des diagrammes, des tableaux. Reconnaissance et organisation des formes et des figures simples : Courbes et domaines : intérieur, extérieur. Rosaces, frises, pavages, mosaïques, puzzles. Tracés à la règle.	Repérage des cases ou des nœuds d'un quadrillage ; utilisation de ces repérages. Reproduction, description, représentation (à l'aide de procédés conventionnels) et construction d'objets géométriques (solides, surfaces, lignes) : Manipulation et classement des objets physiques. Utilisation des instruments : papier-calque, papier quadrillé, règle, équerre, compas, gabarit. Mise au point des techniques de reproduction et de construction : calque, pliage, découpage, patrons de solides. Utilisation d'un vocabulaire géométrique et d'une syntaxe logiquement articulée. Application à des objets géométriques des transformations ponctuelles (symétrie, translation).	Reproduction, description, représentation et construction de différents objets géométriques (solides, surfaces, lignes). Application à des objets géométriques des transformations ponctuelles (translation, rotation, symétrie) : Utilisation des instruments : papier-calque, papier quadrillé, règle, équerre, compas, gabarit. Mise au point des techniques de reproduction et de construction : report de distances ; reproduction, agrandissement ou réduction d'un dessin fait sur fond quadrillé ; tracé de parallèles ou de perpendiculaires. Utilisation d'une syntaxe logiquement articulée et d'un vocabulaire géométrique : cube, arête, sommet, face, sphère, boule, triangle, quadrilatère, parallélogramme, rectangle, losange, carré, côté, diagonale, cercle, disque.
MESURE	Repérage d'événements dans la journée et dans la semaine. Mise au point d'une procédure pour classer et ranger des objets selon leur longueur et selon leur masse.	Repérage des événements dans la journée, la semaine, le mois, l'année : comparaison des durées (expression verbale et représentation symbolique). Classement et rangement d'objets selon leur longueur et selon leur masse. Connaissance des unités du système légal (longueur) et usuel (masse).	Formation des concepts de longueur, d'aire, de volume, de masse, d'angle et de durée ; utilisation des systèmes de mesure : expression, par un nombre ou par un encadrement, du résultat d'un mesurage. Utilisation des unités du système légal et usuel. Calcul sur des nombres exprimant des mesures de longueur ou de poids. Utilisation des instruments de mesure : double décimètre, balance, montre, etc. Détermination du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'un rectangle, de l'aire d'un triangle, du volume d'un pavé. Utilisation d'un formulaire pour calculer l'aire ou le volume d'un objet donné.

PROGRAMMES DU 13 MAI 1985