

INTELLIGENCE ARTIFICIELLE

et

ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

Roger CUPPENS*

Résumé. Dans cette note, nous présentons les apports possibles de l'intelligence artificielle à l'enseignement de la géométrie et, en particulier, les études récentes relatives à la réalisation de tuteurs intelligents dans ce domaine. Nous discutons également brièvement les implications de ces recherches pour la formation des maîtres.

1. Intelligence Artificielle et Géométrie.

Prophétisée par Alan Turing dans un article paru en 1950, l'Intelligence Artificielle est née lors d'un congrès à l'université de Darmouth en 1956. Une des premières réalisations fut le Geometry Theorem Machine de Gelernter ([32] à [34]) qui date de 1959. Ce logiciel démontrait des théorèmes simples de géométrie, par exemple le fait qu'un triangle isocèle a deux angles égaux¹. Forcément très limité, il montrait déjà toutes les difficultés que l'on rencontre pour résoudre automatiquement des problèmes de géométrie : nécessité d'heuristiques (en particulier rôle de la figure), ajout d'éléments aux données, "symétries" des démonstrations², ...

* IREM de Toulouse et Commission Inter-IREM Intelligence Artificielle.

¹ La démonstration de ce résultat eut droit aux honneurs de la grande presse car la démonstration fournie par la machine était beaucoup plus simple que les démonstrations des livres de classe américains puisqu'elle ne nécessitait aucune construction auxiliaire.

² Par symétrie, j'entend ici tout ce qui apparaît dans une démonstration avec une formule du type "on démontrerait de même ...".

Depuis les recherches en Intelligence Artificielle¹ se sont multipliés et de nombreuses concernent plus ou moins directement la géométrie, par exemple :

- en démonstration automatique, une méthode élaborée par Wu et implantée sur machine par Chou permet de démontrer² de nombreux théorèmes de géométrie euclidienne et non euclidienne³, par exemple le résultat suivant : si avec quatre droites dans un plan on peut former quatre triangles, les quatre orthocentres sont alignés;
- les recherches sur la reconnaissance des formes et en particulier sur la vision des robots fournissent de nouveaux sujets de recherche en géométrie;
- en apprentissage symbolique, le logiciel AM de D. Lenat [26] a étudié la possibilité de développer automatiquement une théorie mathématique : en géométrie, partant d'éléments de la théorie des ensembles et des notions de point et droite, il a retrouvé l'importance du théorème de Thalès⁴; un autre logiciel PROTO-TEG [27] a étudié l'acquisition des figures géométriques élémentaires.

2. L'EIAO.

Dans le même temps, les recherches en Enseignement Assisté par Ordinateur (EAO) ont montré la quasi-nécessité d'introduire des éléments d'intelligence artificielle dans les logiciels destinés à l'enseignement ou "didacticiels", donnant ainsi naissance à l'EIAO. Deux types de didacticiels sont particulièrement importants, les micro-mondes et les tuteurs intelligents.

Les micro-mondes sont des logiciels visant à la découverte par l'apprenant de nouveaux domaines : le premier et le plus connu est LOGO qui fut conçu par S. Pappert pour la découverte d'une géométrie nouvelle appelée "géométrie de la tortue"⁵.

¹ On trouvera un exposé des principales directions de recherche dans [18].

² Les démonstrations sont des démonstrations analytiques et utilisent les aptitudes des machines à faire du calcul formel : elles sont donc fort différentes des démonstrations traditionnelles.

³ Le livre de Chou [19] expose la méthode de Wu et cite 512 résultats ainsi démontrés dont certains semblent nouveaux.

⁴ Ce qui a énormément surpris son auteur!

⁵ LOGO a fait couler beaucoup d'encre, mais il ne semble pas que ces études aient beaucoup d'influence sur l'enseignement traditionnel de la géométrie.

Les tuteurs intelligents sont des logiciels plus ou moins mythiques qui devraient permettre de remplacer complètement l'enseignant humain¹. Pour ceci, un moteur d'inférences utiliserait des connaissances du domaine à enseigner, un modèle de l'élève et un modèle de l'enseignant (cf figure ci-dessous). Comme nous le verrons dans la suite, la réalisation d'une base de connaissances n'est déjà pas un problème simple; quant aux modèles de l'élève et de l'enseignant, ils font l'objet de nombreuses recherches, mais seuls quelques-uns des nombreux aspects de ces problèmes ont reçu une amorce de solution. Nous verrons aussi que ce schéma déjà compliqué est tout à fait insuffisant pour un domaine aussi complexe que la géométrie.

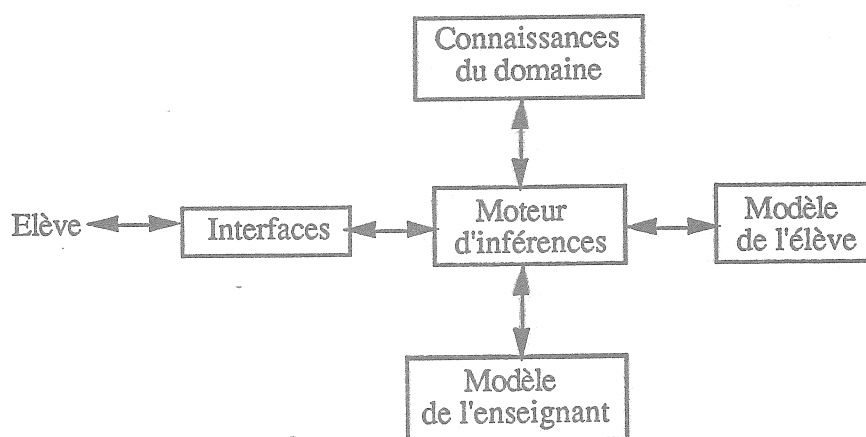


Figure 1

3. Les tuteurs intelligents en géométrie.

Dans ce paragraphe, nous présentons un produit commercialisé et quatre projets qui visent à créer des tuteurs intelligents pour la géométrie de la classe de quatrième. Il en existe d'autres².

3.1. Geometry tutor.

Geometry tutor est le premier logiciel en géométrie à prétendre au titre de tuteur intelligent. Il a été réalisé par une équipe dirigée par Anderson comme outil pour vérifier la théorie d'acquisition des connaissances de ce dernier [5].

¹ On en trouvera une étude assez complète dans [49].

² Par exemple, le logiciel TRICON ([9], [42], [43]) élaboré à l'université allemande de Giessen et le tuteur de Greve [36]. Lors de la dernière réunion des deux commissions inter-IREM Logiciels et Pédagogie et Intelligence Artificielle et de ce colloque, j'ai découvert l'existence de deux logiciels, l'un de l'IREM de Rouen [37], l'autre de l'IREM des Antilles-Guyane [44] que je ne peux étudier ici.

Entre sa description dans la littérature ([4], [6] à [8]) et la version commercialisée, il y a un monde que nous indiquons en quelques mots¹.

Le logiciel fournit les hypothèses d'un problème, la conclusion à démontrer et la figure. L'élève doit à chaque étape choisir les prémisses et une règle et, si le choix est correct, la machine applique cette règle et ceci jusqu'à ce que la démonstration soit complète. Comme les énoncés et les démonstrations sont pré-enregistrés², on constate que toute déviance de la (ou des) démonstration est refusée et le tuteur déclare fausses des démonstrations parfaitement correctes. De plus, toute démonstration est effectuée à un niveau de détail tel que ceci devient rapidement lassant. Enfin, contrairement aux théories d'Anderson, un tel logiciel ne s'attaque pas au problème fondamental de la découverte d'une solution

3.2. Le projet CABRI.

Le projet CABRI³ est en cours de réalisation à l'IMAG de Grenoble. Il regroupe des informaticiens et des didacticiens des mathématiques et concerne les deux domaines de la théorie des graphes et de la géométrie. Nous n'examinerons que cette dernière partie.

Actuellement, le groupe a commercialisé un logiciel sous le nom de CABRI-géomètre dans sa version MacIntosh et de Le géomètre dans sa version PC (cf [10], [11], [13]). Il s'agit d'un micro-monde pour les constructions géométriques⁴ utilisant toutes les ressources d'un environnement moderne de programmation: souris, menus déroulants, ...

Les développements ultérieurs [12] prévoient d'utiliser ce micro-monde comme noyau d'un tuteur intelligent. Dans un avenir proche, devrait être réalisée une analyse de la validité de la figure tracée par l'élève analogue à celle du projet MENTONIEZH ci-dessous. A plus long terme, devrait être développé un tuteur d'apprentissage de la démonstration correspondant au schéma du paragraphe précédent.

¹ Il est possible que le prototype de laboratoire soit différent et que les défauts indiqués ici soient dus à une "miniaturisation" excessive.

² On ne peut donc parler de tuteur intelligent, une condition minimale étant que la machine ait des connaissances suffisantes pour faire elle-même la démonstration.

³ CABRI signifie CAhier de BRouillon Informatique.

⁴ cf dans ce colloque la présentation de J.Fages.

3.3. Le projet MENTONIEZH¹.

Ce projet est développé à l'IRISA et à l'IRMAR de Rennes. Actuellement deux études sont très avancées. La première ([1] à [3], [45], [47]) concerne l'analyse d'une figure réalisée par un élève sur une table traçante et répond aux deux questions suivantes :

- la figure comprend-elle tous les éléments de l'énoncé ?
- la figure n'est-elle pas un cas particulier ?

La deuxième ([31], [35]) comprend la réalisation en PROLOG d'un logiciel pour l'apprentissage de la notion de démonstration. Ce logiciel, assez analogue au Geometry Tutor a été expérimenté dans les classes et a fait l'objet de recherches didactiques poussées.

Une autre étude [46] en cours de réalisation concerne la détermination des intentions d'un élève à partir de ses productions. Elle utilise des techniques utilisées en reconnaissance du langage naturel et devrait fournir le noyau d'un modèle de l'élève.

3.4. Le projet Archimède.

Ce projet est développé au laboratoire GRTC du CNRS implanté à Marseille.

La première étude ([20] à [23], [25]) a consisté en la réalisation dans un langage-objet d'une base de connaissances en géométrie. Cette base de connaissances devrait suffire pour résoudre la plupart des problèmes de géométrie du niveau de la classe de quatrième.

D'autres études concernent la compréhension des énoncés écrits en langue naturelle [48] et le raisonnement par analogie en géométrie [24].

3.5. Le projet de l'IREM de Strasbourg.

Après des études préliminaires [40,41], la première étape du projet a consisté en la réalisation d'une base de connaissances pour une partie de la géométrie de quatrième. Cette base de connaissances devrait être disponible dans un proche avenir sous la forme d'une pile Hypercard.

Puis l'équipe s'est attaquée au problème de trouver des heuristiques utilisables dans la recherche d'un problème de géométrie. Leur première idée de chercher des configurations types dans la figure a été expérimentée avec succès dans les classes [28,29].

¹ MENTONIEZH signifie géométrie en breton.

L'état actuel de leurs réflexions présenté dans [38] et [39] fournit un véritable cahier des charges de ce que pourrait être un tuteur intelligent en géométrie. Nous en décrivons brièvement ci-dessous le contenu, en renvoyant le lecteur à [39] pour les détails.

4. La résolution de problèmes en géométrie.

Dans le délicat problème de l'apprentissage de la notion de démonstration et de la résolution des problèmes en géométrie, on peut distinguer plusieurs problèmes différents:

- faire comprendre à l'élève le besoin de démontrer et pour ceci l'utilisation judicieuse d'un logiciel comme CABRI peut être une aide appréciable;
- comprendre ce qu'est une démonstration et, dans ce cas, l'étude de Rennes [35] montre qu'un logiciel simple peut aider l'enseignant;
- découvrir une solution et c'est pour ceci qu'une approche type tuteur intelligent peut être appréciable.

Ce dernier problème peut être décomposé en plusieurs sous-problèmes correspondant à la figure 2

La première étape de lecture de l'énoncé peut se concevoir de deux manières :

- si le tuteur fournit l'énoncé, il n'y a aucun problème;
- par contre, si l'élève peut fournir à la machine un énoncé en langue naturelle, se pose le problème de la compréhension de l'énoncé par la machine qui n'est pas complètement résolu.

La compréhension par l'élève de l'énoncé (séparation des hypothèses et de la conclusion) ne pose guère de problèmes de même que le problème de la construction de la figure¹. Pour ces problèmes, de même que pour la plupart des étapes ultérieures, le tuteur doit pouvoir fournir une assistance si l'élève ne sait pas fournir de solution, puis contrôler la solution fournie, ce qui correspond au schéma de la figure 3 de traitement (l'intervention du tuteur étant figurée par des rectangles arrondis). Pour chacune de ces tâches, le tuteur doit avoir accès à des connaissances en géométrie, à des connaissances pédagogiques et à un modèle de l'élève et donc correspondre au schéma évoqué au paragraphe 2.

¹ Ce problème de la construction a été fort étudié : outre les travaux précurseurs de Buthion [16], [17] et ceux déjà cités des projets CABRI et MENTONIEZH, on pourra consulter [14], [15] et [30].

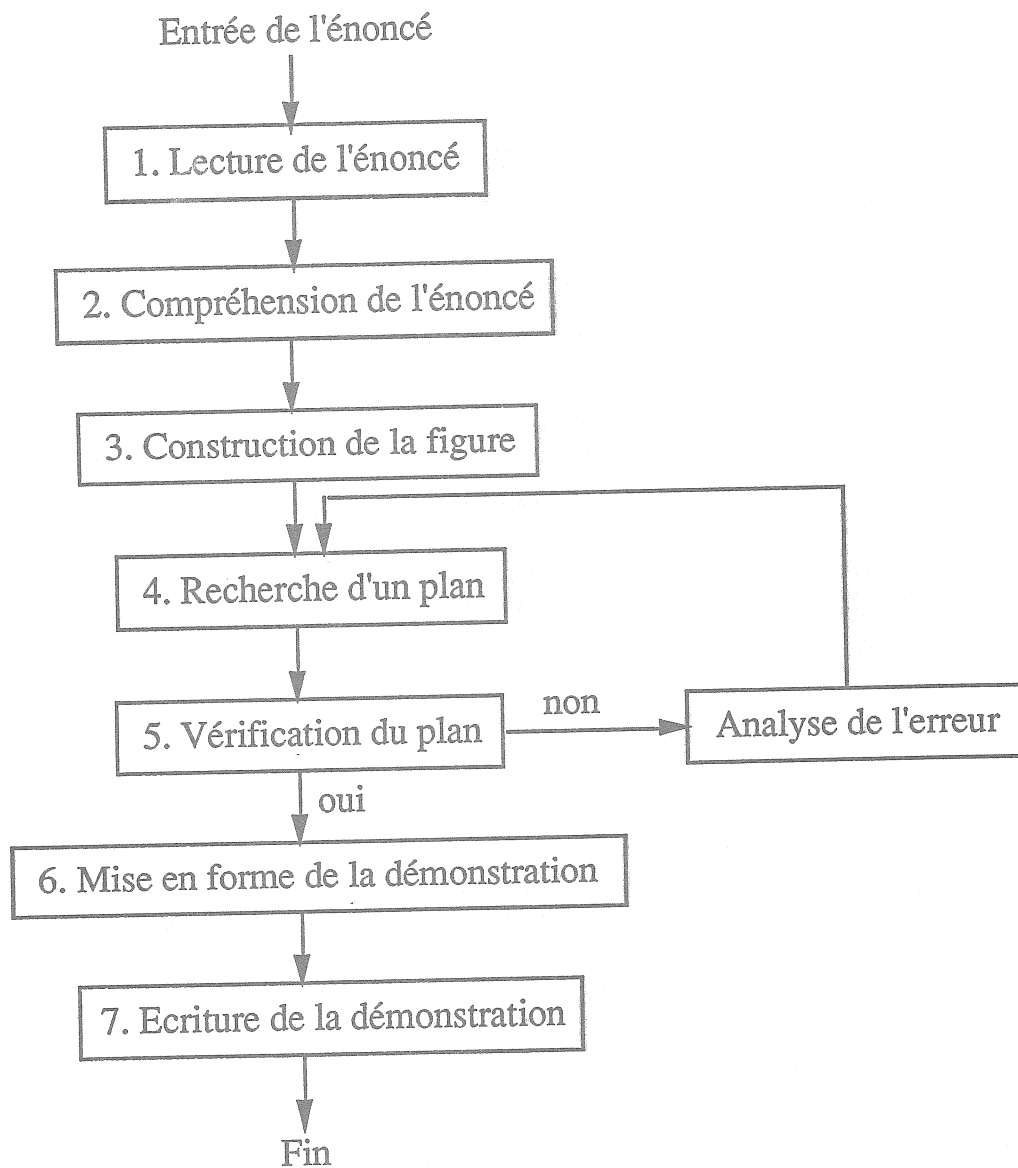


Figure 2

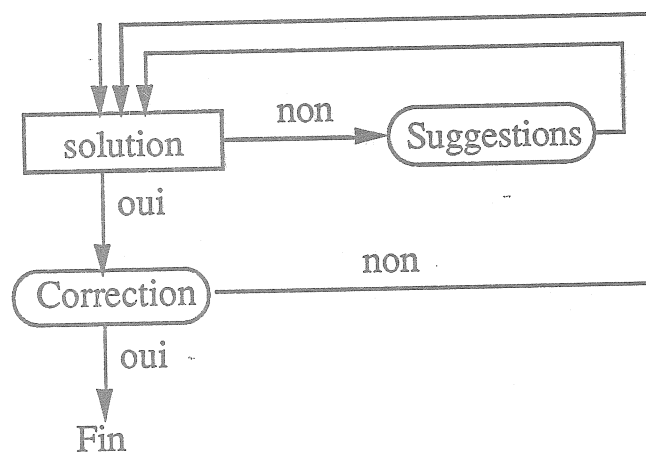


Figure 3

Pour la recherche du plan, D. Guin [39] suggère d'utiliser des réseaux de planification analogues aux arbres de démonstration bien connus. A ce niveau, il ne semble pas souhaitable que le tuteur vérifie le plan fourni par l'élève, même si ce plan n'aboutit pas ou n'est pas le meilleur possible. Si l'élève s'avère incapable de fournir un plan, le tuteur doit donc se contenter de fournir des suggestions de nature heuristique telles que "regarde les hypothèses", "regarde la conclusion" ou "cherche une configuration type dans la figure".

L'implantation réelle de cette méthode reste à réaliser ainsi que celle des étapes de vérification du plan, d'analyse de l'échec éventuel et de la mise en forme de la démonstration sous forme d'arbre : ces dernières pourraient consister en une transformation progressive du réseau de planification en arbre de démonstration.

Par contre, la dernière étape de transformation d'un arbre de démonstration en une démonstration écrite en langue naturelle ne devrait pas poser de gros problème.

5. Conclusion.

On voit que les techniques d'intelligence artificielle fournissent des outils de constructions de figure utiles pour un enseignant dans sa classe. L'emploi d'un micro-ordinateur avec écran projetable devrait être la première étape pour une utilisation de ces outils dans l'enseignement de la géométrie.

Par contre, l'"ordinateur enseignant" n'est pas pour demain. On pourrait s'en réjouir et se sentir conforté dans un sentiment de supériorité si les difficultés rencontrées ne révélaient pas une méconnaissance grave de certains aspects essentiels du métier d'enseignant. En effet, l'on constate que pour réaliser un tuteur intelligent en géométrie manquent les connaissances heuristiques et pédagogiques.

Or, ce manque a aussi des conséquences graves dans la formation des maîtres : la formation actuelle est presque exclusivement orientée, quand elle existe, vers la formation dans la discipline. Or il nous faut affirmer avec force que, s'il est nécessaire de savoir, il ne suffit pas de savoir pour savoir faire (des connaissances heuristiques sont nécessaires), ni de savoir faire pour savoir enseigner (des connaissances didactiques et pédagogiques sont nécessaires). Il est inadmissible qu'un enseignant débutant se "fasse la main" sur des générations d'élèves avant de devenir réellement "opérationnel" : une réforme complète de la formation des maîtres en mathématique est indispensable.

Les recherches actuelles en intelligence artificielle me semblent donc essentielles car elles mettent l'accent sur des lacunes graves de notre formation des maîtres. Etudier la base de connaissances d'un tuteur telle que celle réalisée par l'IREM de Strasbourg peut mettre en évidence la restructuration nécessaire des connaissances à enseigner et les méthodes indispensables pour résoudre un problème de géométrie de la classe de quatrième. De même, les recherches sur les modèles de l'élève et de l'enseignant permettent d'aborder les problèmes pédagogiques et didactiques.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ALLEN, R. - NICOLAS, P. - TRILLING, L. Learning geometry with the assistance of logic programming. ICMI Symposium on the Influence of Computers on Mathematics and its Teaching. Strasbourg (1985) pp. 131-137.
- [2] ALLEN, R. - NICOLAS, P. - TRILLING, L. Spécification logique de figures pour l'aide à l'enseignement de la géométrie. *Cognitiva 87*, Paris (1987).
- [3] ALLEN, R. - NICOLAS, P. - TRILLING, L. L'acquisition de la figure dans un système d'aide à l'enseignement de la géométrie. Journées EIAO du PRC-IA, Cachan (1989).
- [4] ANDERSON, J.R. Tuning of search of the problem space for geometry proofs. *Proceedings of the Seventh International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Vancouver (1981) pp. 165-170.
- [5] ANDERSON, J.R. *The architecture of cognition*. Harvard University Press, Cambridge, Ma, 1983.
- [6] ANDERSON, J.R. Acquisition of proof skills in geometry. In *Machine learning* (MICHALSKI, R.S., CARBONELL, J.G. & MITCHELL, T.M. (eds)). Springer-Verlag (1984) pp. 191-219.
- [7] ANDERSON, J.R. - BOYLE, C.F. - YOST, G. The geometry tutor. *Proceedings of the Ninth International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Los Angeles (1985) pp. 1-7.
- [8] ANDERSON, J.R. - BOYLE, C.F. - YOST, G. The geometry tutor. *The Journal of Mathematical Behavior* 5 (1986) 5-19.
- [9] BARZ, W. - HOLLAND, G. An intelligent tutorial system for training of forward reasoning in geometrical proof problems. *Sixth International congress on mathematical education*. Budapest (1988). Abstracts of short communications. 1. Oral presentations, p. 23.
- [10] BAULAC, Y. Cabri-géomètre: présentation fonctionnelle d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie. Rapport de recherche n° 740 I, Université de Grenoble, 1988.
- [11] BAULAC, Y. Cabri-géomètre: un système d'EIAO pour la géométrie élémentaire. *Applica 88*, Lille (1988) pp. 349-362.

- [12] BAULAC, Y. - LABORDE, J.M. Cabri-géomètre pour un nouvel apprentissage de la géométrie. TSI 8 (1989) 387-391.
- [13] BELLEMAIN, F. CABRI-Géométrie: un CAhier de BRouillon Informatisé pour la résolution de problèmes de géométrie plane. Petit x n° 16 (1988) 35-48.
- [14] BRAUN, G. Un outil pour la construction géométrique. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 2 (1989) 111-133.
- [15] BUISSON, R. J. P. GEOTALK: Un logiciel Smalltalk pour la géométrie et ses applications.
- [16] BUTHION, M. Un programme qui résout formellement des problèmes de construction géométrique. Thèse 3ème cycle, Université de Paris VI, 1975.
- [17] BUTHION, M. Un programme qui résout formellement des problèmes de construction géométrique. RAIRO Informatique 13 (1979) 130-138.
- [18] CHARNIAK, E. - Mc DERMOTT, D. Introduction to Artificial Intelligence. Addison-Wesley, Reading, 1986.
- [19] CHOU, S.C. Mechanical geometry theorem proving. Reidel, Dordrecht, 1988.
- [20] CHOURAQUI, E. - INGHILTERRA, C. Conception d'une base de connaissances orientée objet pour l'EAO de la géométrie. Congrès francophone EAO 87, Cap d'Agde (1987) pp. 477-486. (aussi dans Actes de l'Université d'été "Intelligence Artificielle et Enseignement des Mathématiques". IREM de Toulouse (1987) pp. 83-92).
- [21] CHOURAQUI, E. - INGHILTERRA, C. Modélisation des connaissances d'un système expert d'E.A.O. de la géométrie. ECOOP'87. Special issue of BIGRE n° 54 (juin 1987) pp. 175-180.
- [22] CHOURAQUI, E. - INGHILTERRA, C. Apport de la méthodologie fondée sur les objets pour la conception d'un système EAO de la géométrie. MARI-COGNITIVA 87 (1987) pp. 39-44.
- [23] CHOURAQUI, E.- INGHILTERRA, C. ARCHIMEDE: un tutoriel intelligent pour la géométrie. TSI 8 (1989) 391-393.
- [24] CHOURAQUI, E. - INGHILTERRA, C. Apprentissage et raisonnement par analogie dans le tutoriel ARCHIMEDE. A paraître.
- [25] CHOURAQUI, E. - INGHILTERRA, C. - VERONIS, J. ARCHIMEDE: an intelligent geometry tutoring system. In Artificial Intelligence III: Methodology, systems, applications (T. O'SHEA & V. SGUREV, eds). Elsevier (1988) pp. 389-396.
- [26] DAVIS, R. - LENAT, D.B. Knowledge-based systems in artificial intelligence. McGraw-Hill, New York, 1982
- [27] DILLENBOURG, P. - DEPOVER, C. - GEETS, J.P. PROTO-TEG: un tutoriel évolutif en géométrie. Congrès francophone EAO 87, Cap d'Agde (1987) pp. 417-428.

- [28] EGRET, M.A. - VOGEL, N. Réflexions sur l'apprentissage de la démonstration en géométrie de 4ème autour d'un logiciel. Actes du Colloque Inter-IREM de Géométrie, Montpellier, 1989, pp. 163-168.
- [29] EGRET, M.A. - GUIN, D. - KUNTZ, G. - METIVIER, G. - VOGEL, N. avec la participation de R. DUVAL. Réflexions sur l'apprentissage de la démonstration en géométrie de 4ème autour d'un logiciel. L'ouvert 52 (1988) 32-40.
- [30] FHAL, G. Synthèse graphique d'énoncés géométriques. Rapport de DEA. GRTC, Marseille, 1987.
- [31] FONTAINE, M.D. Logiciel d'aide à la résolution de problèmes en géométrie. Actes de l'Université d'été "Intelligence Artificielle et Enseignement des Mathématiques". IREM de Toulouse (1987) pp. 173-176.
- [32] GELERNTER, H. Realization of a geometry-theorem proving machine. In Computers and thought (FEIGENBAUM & FELDMAN, eds). McGraw-Hill (1963) pp. 134-152.
- [33] GELERNTER, H. - HANSEN, J.R. - LOVELAND, D.W. Empirical explorations of the geometry theorem proving-machine. In Computers and thought (FEIGENBAUM & FELDMAN, eds). McGraw-Hill (1963) pp. 153-163.
- [34] GILMORE, P.C. An examination of the geometry theorem machine. Artificial Intelligence 1 (1970) 171-187.
- [35] GRAS, R. Aide logicielle aux problèmes de démonstration géométrique dans l'enseignement secondaire. Petit x n° 17 (1988) 65-83.
- [36] GREVE, S.H. A real-time coaching environment for triangle congruence proofs. In Computer-Assisted Learning (E. MAURER, ed), Springer-Verlag (1989) pp. 150-157.
- [37] GUILLOT, P. - JOLIVET, L. - LEPERD, J.L. - MOULIN, C. Ecriture automatique de démonstrations en géométrie. IREM de Rouen, 1990.
- [38] GUIN, D. Réflexions sur les logiciels d'aide à la démonstration en géométrie. Annales de Didactique et des Sciences Cognitives, IREM de Stasbourg 2 (1989) 89-109.
- [39] GUIN, D. A cognitive analysis of geometry proof focused on Intelligent Tutoring Systems. A paraître.
- [40] GUIN, D. - ROUSSELOT, F. Aide à la recherche d'une démonstration (géométrie de 4ème). Congrès francophone EAO 87, Cap d'Agde (1987) pp. 429-438. (aussi dans Actes de l'Université d'été "Intelligence Artificielle et Enseignement des Mathématiques". IREM de Toulouse (1987) pp. 73-82).
- [41] GUIN, D. - ROUSSELOT, F. Recherche en vue de la réalisation d'un programme EAO d'aide à la démonstration en géométrie. MARI-COGNITIVA 87 (1987) pp. 50-56.

[42] HOLLAND, G. Solving of geometrical construction problems with the intelligent tutoring system TRICON. Sixth International congress on mathematical education. Budapest, 1988. Abstracts of short communications. 1. Oral presentations, p. 99.

[43] HOLLAND, G. Un logiciel de résolution de problèmes de preuve en géométrie utilisé en tant qu'expert d'un système tutoriel. Actes du premier colloque franco-allemand de didactique (1988) pp. 275-282.

[44] IREM des Antilles-Guyane, section de la Martinique. Le logiciel "Raymond Labat". 1989.

[45] NICOLAS, P. Construction et vérification de figures géométriques dans le système MENTONIEZH. Thèse, Université de Rennes I, 1989

[46] PY, D. MENTONIEZH: an intelligent tutoring system in geometry. In Artificial Intelligence and Education (D. BIERMAN, J. BREUKER & J. SANDBERG, eds). Proceedings of the 4th International Conference on AI and Education, Amsterdam, 1989, IOS, pp. 202-209.

[47] PY, D. - NICOLAS, P. EDAHO: un système d'enseignement assisté par ordinateur, appliqué au domaine de la géométrie. Convention IA 89. Actes de la première conférence européenne sur les techniques et les applications de l'intelligence artificielle en milieu industriel et de service, Hermès (1989) pp. 687-701..

[48] VERONIS, J. Une logique multi-sortes pour l'analyse automatique de théorèmes et problèmes de géométrie en langage naturel. CIIAM 84 (1984) pp. 171-184.

[49] WENGER, E. Artificial intelligence and Tutoring Systems. Computational and Cognitive Approaches to the Communication of Knowledge. Morgan Kaufmann, Los Altos, Ca, 1987.