

## COMPTE-RENDU ATELIER AUDIO-VISUEL

COLLOQUE DE GEOMETRIE - PORT D'ALBRET - Juin 1990

SALLE AUDIO-VISUEL  
Jeudi 16 h - 17 h 30

Jacques COURIVAUD  
I.R.E.M. de LIMOGES  
Commission Inter-IREM  
"IMAGES ET MATHS"

### LE TRAITEMENT GRAPHIQUE DES IMAGES DE GEOMETRIE PLANE ET DE GEOMETRIE DANS L'ESPACE LE RAPPORT TEXTE IMAGE

#### Plan :

1. Apport de données sur le fonctionnement du Système Visuel
  - Le point sur les connaissances actuelles de la perception visuelle.
2. Quelques informations sur la Sémiologie graphique de Jacques BERTIN.
  - Les variables visuelles - mise en oeuvre.
3. L'utilisation de ces outils 1. Savoirs 2. Méthode pour le traitement graphique des images de géométrie.
  - 3.1 - Dans le plan
    - . Quelles sont les variables visuelles les plus efficaces ?
    - . Réflexion à partir d'exemples fournis avec différents modes de traitement
  - 3.2 - Les problèmes spécifiques posés par la géométrie dans l'espace
    - . Deux approches
      - la visualisation de l'espace sur l'objet géométrique lui-même
      - la visualisation de l'espace par traitement du contexte
    - . Le mélange des deux approches. A partir d'exemples -
      - Avantages - limites.
4. Débat
  - 4.1 - Les objectifs
    - Par la confrontation des points de vue des participants, faire prendre conscience de la nécessité dans le dialogue pédagogique de se préoccuper de la forme des images géométriques utilisées, en rapport avec le niveau mathématique des élèves.
  - 4.2 - Les problématiques
    - Faut-il lever les ambiguïtés de lecture des figures géométriques par un traitement graphique approprié afin d'assurer une lecture monosémique et ainsi augmenter le rendement de la communication ? La reconnaissance de formes ainsi créées facilite-t-elle la compréhension des concepts à acquérir ? Problématique plus générale : Est-ce une "aide" ou une "béquille" pour l'apprentissage ?

§1, §2, §3 "COMPRENDRE" ou "DE LA NECESSITE D'UNE BONNE INTROSPECTION"

La compréhension d'une image n'est pas la photographie de cette image au niveau de notre cerveau mais le résultat d'une structuration des informations sensorielles recueillies par la lecture de cette image.

Il y a un problème à résoudre, et les procédures utilisées sont déterminées par les informations disponibles. Pour comprendre il faut faire des hypothèses sur le sens, il faut interpréter des informations sensorielles, il faut les organiser en une représentation qui va devenir cohérente (des tests d'hypothèses permettent de confirmer ou d'infirmer un sens).

Exercice : Chercher dans le dessin ci-contre une étoile parfaite. En même temps, essayez de prendre conscience de la façon dont vous cherchez - de la stratégie que vous utilisez.

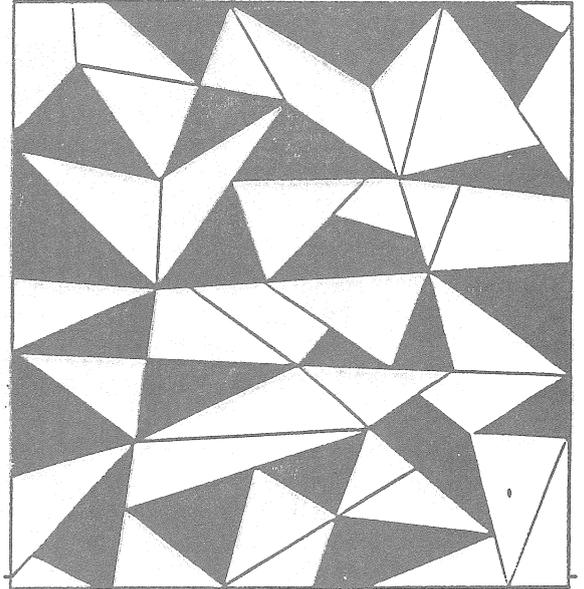


fig. 1

(solution en fin d'article)

Pour certains élèves ces procédures n'aboutissent pas, leur lecture d'image aboutit à la reconnaissance d'éléments de l'image qui sont mémorisés (à court terme) sans qu'aucun ordre apparaisse, aucune signification globale, aucune image mentale construite. Pour aider ces élèves deux approches complémentaires sont possibles :

a) Augmenter les aides visuelles en différenciant certains éléments de l'image par l'utilisation des variables visuelles : forme - orientation - couleur - grain - valeur - taille (par ordre croissant d'efficacité selon J. Bertin).

La figure ci-contre représente une pièce vue en coupe (les cotes sont exprimées en mm, (yy') est un axe de symétrie).

11 variables visuelles différentes sont utilisées.

extrait de Maths 2nde  
Armand Colin, prog. 90

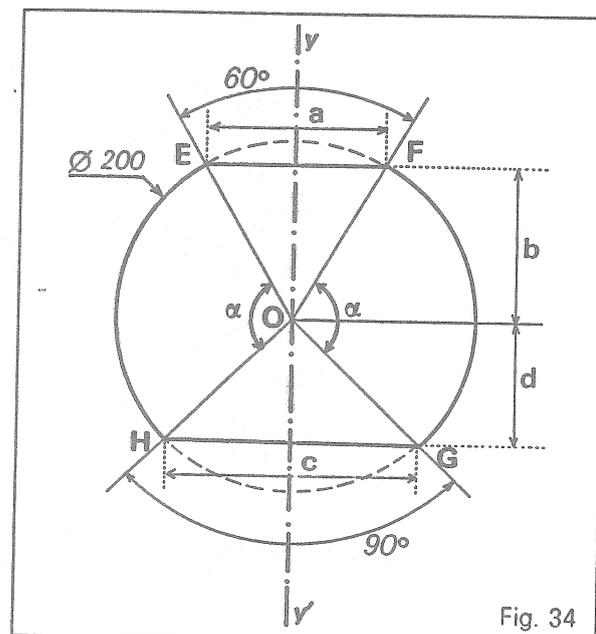


Fig. 34

b) Imposer un sens de lecture en augmentant le contraste au niveau des angles pour une figure géométrique (concentration des fixations visuelles) et par extension au niveau des discontinuités de la figure.

Angle inscrit; angle au centre

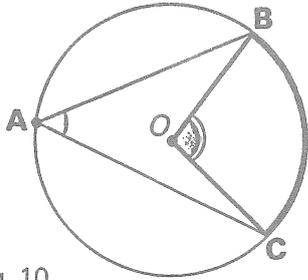


Fig. 10

Nous avons :  $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC}$ .

PÉRIMÈTRE OU AIRE

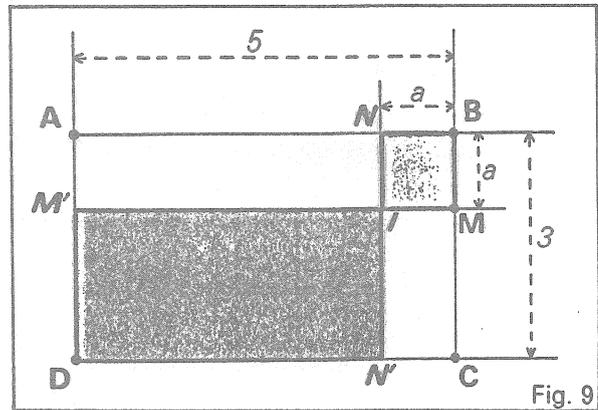
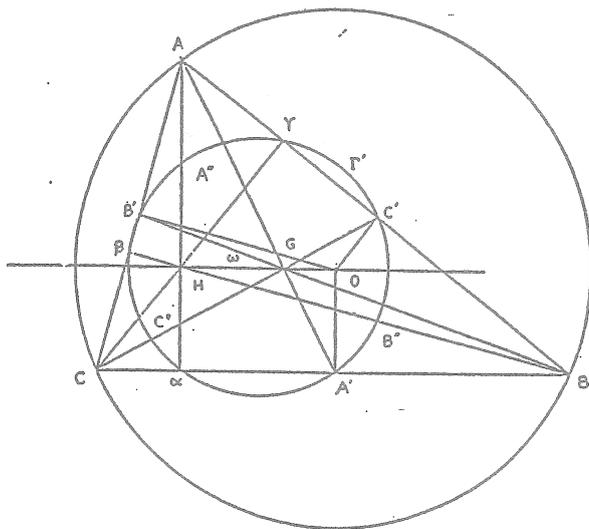


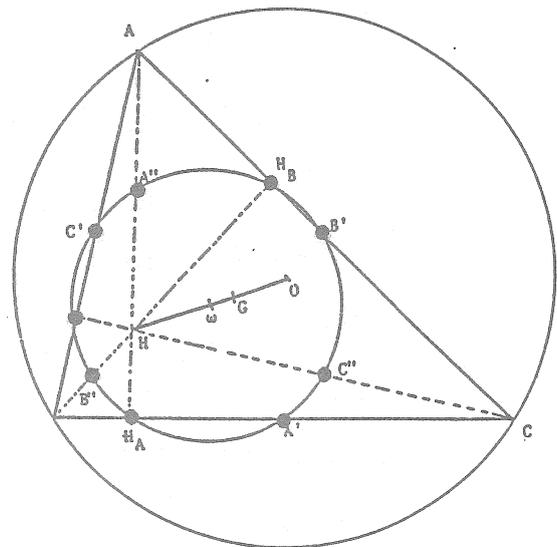
Fig. 9

c) Faciliter les interprétations en levant les ambiguïtés

(CERCLE DES NEUF POINTS OU CERCLE D'EULER).



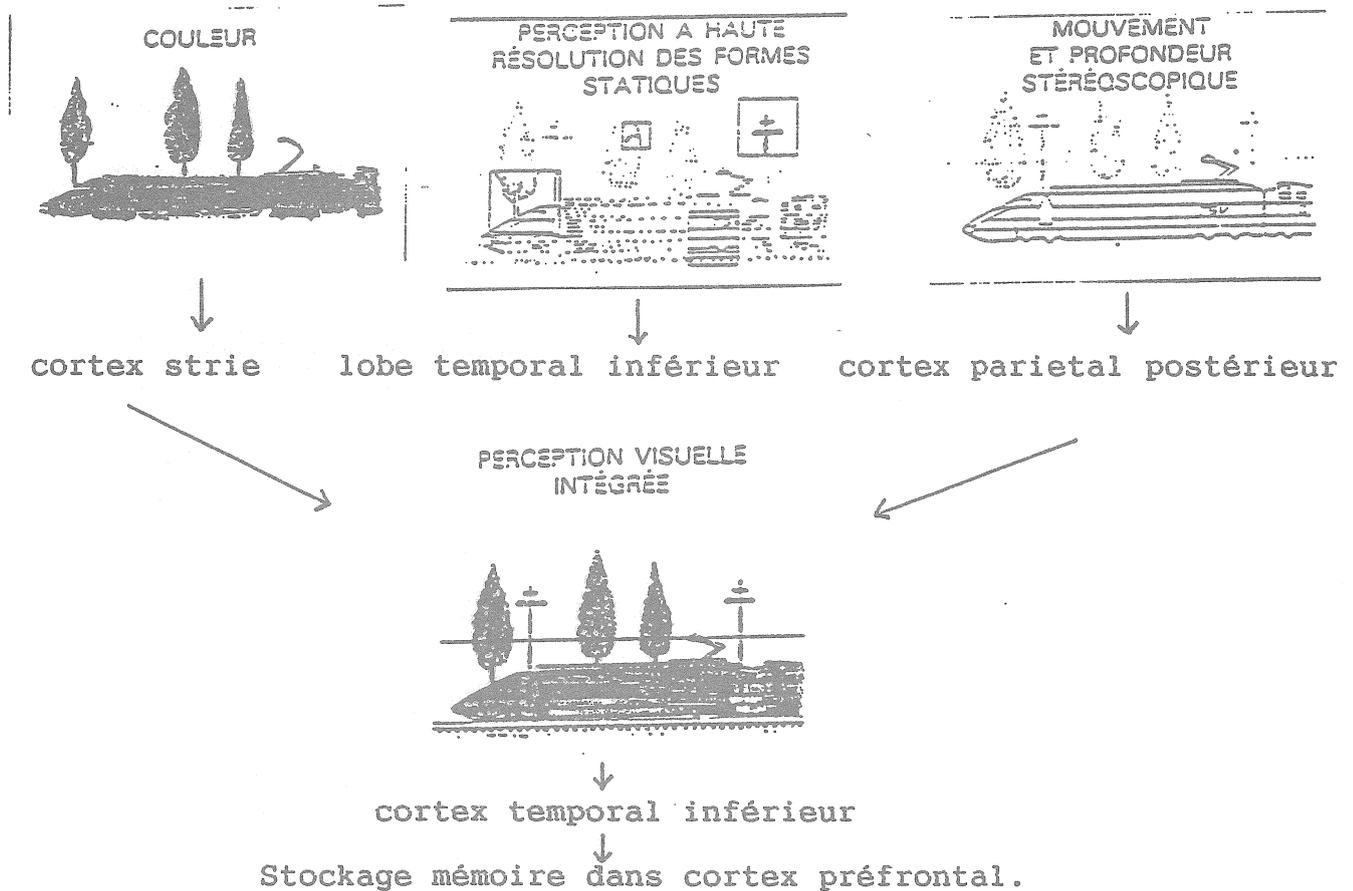
avant traitement



après traitement graphique

Dans cet article je ne développerai pas plus le traitement des images de géométrie plane, je renvoie le lecteur au Numéro Spécial "Images et Maths" Publication Inter-IREM - IREM de Lyon, Sept.89, pages 8 à 19 - ISBN 2-906943-12-6 pour l'aspect théorique; et au manuel scolaire ... "Maths en 2nde, Armand Colin 90" pour les exemples de mise en oeuvre.

3.2. Le traitement graphique des images de géométrie dans l'espace Les récents résultats de la recherche sur le fonctionnement du système visuel nous apprennent que les informations sensorielles recueillies par le système œil nerf optique ne sont pas traitées dans une seule aire visuelle mais dans plusieurs :



Cette séparation de l'information n'empêche pas une perception globale, il serait plus juste de dire perception de synthèse car il s'agit d'une élaboration progressive par ajouts successifs d'information. (par chaque fixation visuelle notamment en des points précis de la figure).

Dans la suite de cet article, je vais essayer de montrer comment utiliser cette particularité du traitement des images dans des aires corticales différentes pour représenter des figures de géométrie dans l'espace.

Quel est le problème qui se pose pour une figure de géométrie dans l'espace ? : "Traduire graphiquement la 3ème dimension".

Concrètement, s'assurer que pour tout observateur, expérimenté ou non, les éléments de la figure placés dans un plan proche ne seront pas perçus comme placés dans un plan éloigné et inversement. Que l'échelonnement des plans de la figure soit précisé sans ambiguïté de lecture comme pour les escaliers "qui descendent toujours" de MC. ESCHER.

Plusieurs approches sont possibles :

- 1) Traiter graphiquement l'objet représenté
- 2) Traiter graphiquement le contexte de l'objet représenté
- 3) Mélanger les deux traitements dans des situations bien définies.

3.2.1. Pour traiter graphiquement l'objet représenté il s'agit d'utiliser des variables visuelles : "forme, orientation, couleur, grain, valeur, taille".

Nous vivons dans un monde à 3 dimensions et nous avons pris l'habitude de traduire en distances l'ensemble des déformations subies par toutes les sensations et qui sont dues à l'éloignement. C'est en déformant pertinemment toutes ces variables visuelles que le peintre réalise les meilleurs "trompe l'oeil".

Pour restituer sur un plan cette perception de l'espace il suffit d'utiliser quelques unes, voire une seule des sensations visuelles.

a) La variation de "forme" : Il s'agit de la mise en oeuvre d'un certain type de "perspective". Ce n'est pas l'objet de cet article, toutefois quelques remarques générales peuvent être formulées. La perception des formes est un processus cognitif il ne peut donc y avoir conscience de déformation sans connaissance (mémorisation) préalable de l'objet "déformé" par les règles perspectives utilisées. Si un cube, une chaise, une table nous apparaissent "en perspective" et créent un espace à 3 dimensions, la mise en volume d'un caillou quelconque ne peut résulter d'une déformation perspective, la forme initiale étant inconnue. A l'inverse, l'observateur d'une sphère en perspective dite cavalière, reconnaîtra plus volontiers un ballon type ballon de rugby que le résultat des déformations subies par la sphère, par l'utilisation des règles de la perspective cavalière.

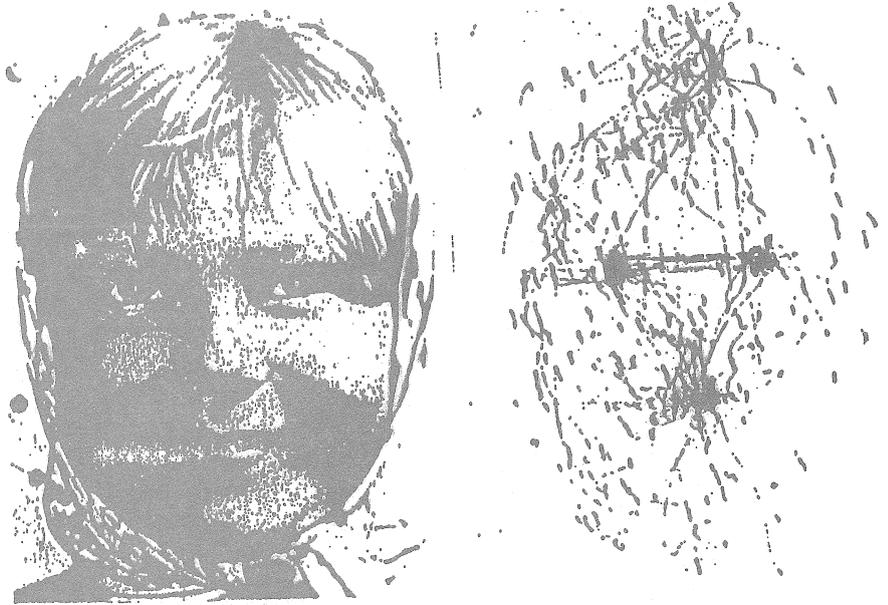
La variation de forme n'impose un sens à l'image que si le récepteur, l'observateur connaît les codes de construction utilisés par l'émetteur, l'expert et le novice n'ont pas la même analyse de l'image.

b) La variation de "taille"

La variation d'épaisseur des lignes représentées va suggérer le défilement des plans et la transformation combinée des "valeurs" et des "tailles" dus à l'éloignement.

Pour être sûr que cette variation soit significative d'éloignement il faut qu'elle n'inverse aucune des positions spatiales suggérées par le volume. Ce qui est en avant est plus épais, ce qui est en arrière plus mince.

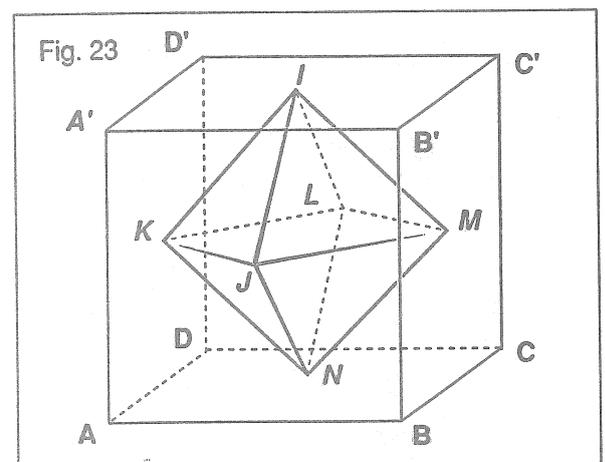
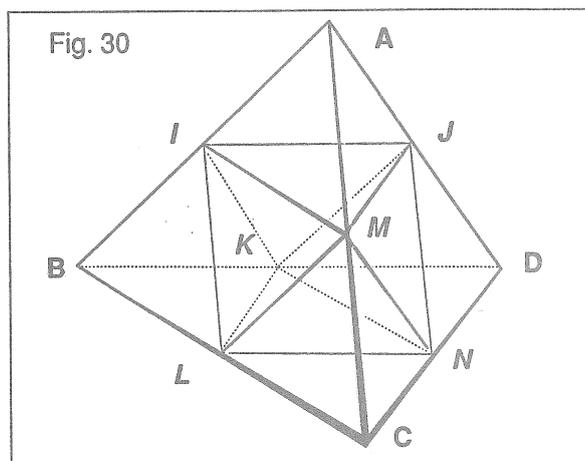
L'objectif ici, est d'obliger l'observateur à focaliser ses fixations visuelles sur les éléments de l'image présentant le contraste le plus élevé ;



Fixations visuelles sur un visage de jeune fille :  
 les yeux, la bouche concentrent beaucoup de fixations, il s'agit là plutôt d'une composante culturelle liée à la communication. Par contre les fixations visuelles centrées sur la racine des cheveux ainsi que la partie gauche du visage indiquent les focalisations dues aux zones de contraste élevé.

La ... découverte de l'image se fera donc plus souvent dans l'ordre imposé traits épais - traits fins soit l'ordre de l'échelonnement des plans.

Mise en oeuvre de cette technique de variation de taille sur les figures ci-dessous ; extraites de Maths en 2nde, Armand Colin, prog.90.



Avantages de ces représentations : L'interpénétration des volumes reste lisible.

L'expert et le novice analysent l'image dans le même ordre. Ce mécanisme est renforcé par les interruptions des lignes qui créent des discontinuités repérées par le système visuel et comme elles sont en cohérence avec l'échelle des plans, l'impression de profondeur est accentuée. (cf Fig. 23)

c) Variation de "valeur"

Dans le monde réel, des variations de valeur traduisent sur les faces des objets les variations d'éclaircement, il s'agit d'ombres liées, la figuration de ces ombres liées sur l'objet représenté ne renseigne pas sur la profondeur mais crée une donnée du contexte en l'occurrence elle suggère une direction pour les rayons lumineux.

TP 3  
OMBRES AU SOLEIL

Le but du TP est de construire une ombre au soleil d'un solide.

Une telle ombre est obtenue par projection sur le plan horizontal parallèlement aux rayons lumineux. Le plan horizontal est le plan  $(B_1, C_1, F_1)$ .

Choisissez une direction pour les rayons lumineux.

Le point  $A$  a pour ombre le point  $A'$ .

- a) Quelles sont les ombres des points  $B_1, C_1, E_1, F_1$ ?
- b) Quelle est l'ombre du segment  $[AB]$ ? du rectangle  $ABCD$ ?
- c) Quelle est l'ombre du rectangle  $HEFG$ ?
- d) Hachurez l'ombre portée sur le plan horizontal du solide.

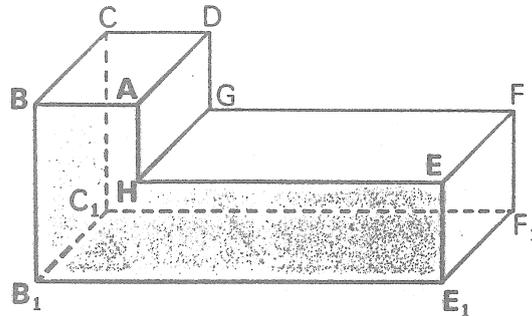
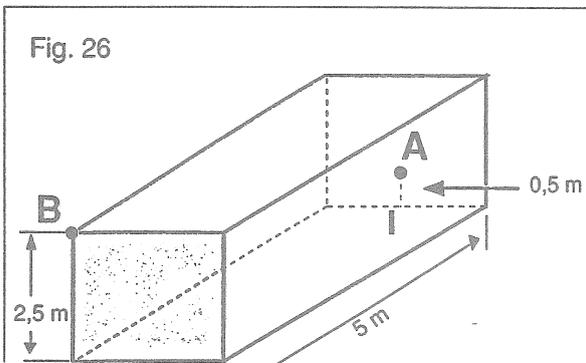


Fig. 39

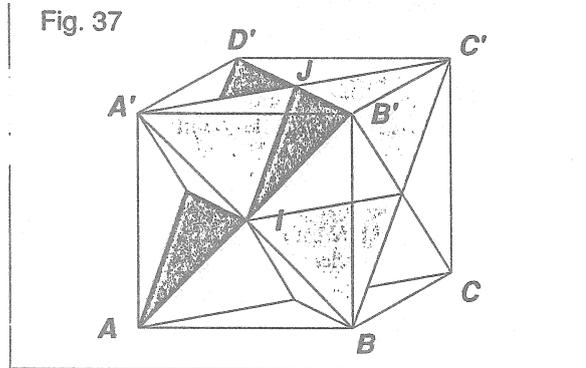
Ci-dessus

la perception de profondeur est donnée par une variation d'épaisseur (des arêtes, des lettres) comme pour le cas précédent

Fig. extraites de Maths en 2nde, Armand Colin, 90.



la variation de valeur ne suffit pas à traduire la profondeur



la variation de valeur a pour fonction d'identifier les différents plans et non la profondeur

La variation de valeur ne doit donc pas être utilisée seule mais en complément éventuel d'une variation de taille par exemple avec l'inconvénient de perdre ainsi la "transparence" de l'objet.

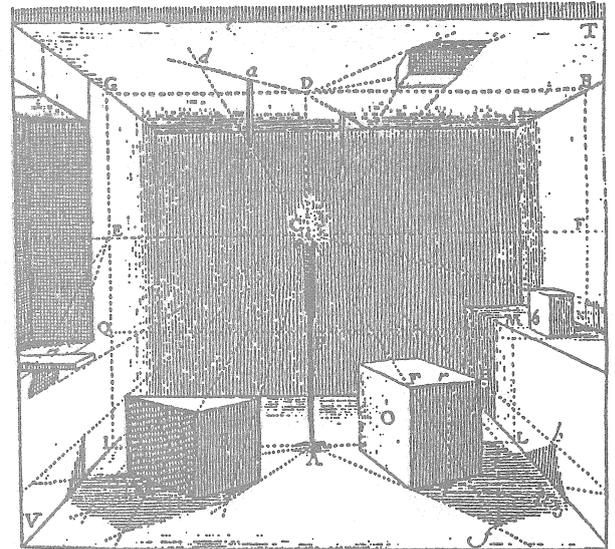
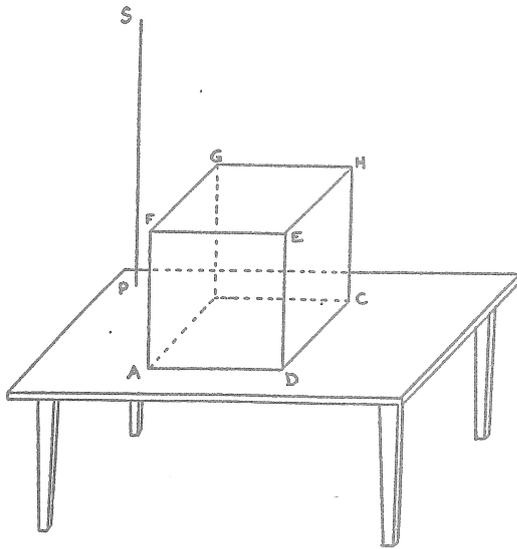
3.2.2. Pour traiter graphiquement le contexte de l'objet représenté

Il s'agit d'utiliser ici le phénomène d'ancrage d'un sens donné par le contexte sur l'objet géométrique traduit en deux dimensions.

La figure se verra dotée du sens - voire des propriétés - apportés par le contexte.

Comment procéder

a) Insérer la figure plane dans un contexte figuratif.



A. BOSSE : Traité des pratiques géométrales et perspectives (1655).  
PLANCHE 39 : La même chose sur la lumière au flambeau.

b) Traduire par la variation d'une variable visuelle une régularité du monde physique qui est corollaire de la perception d'éloignement

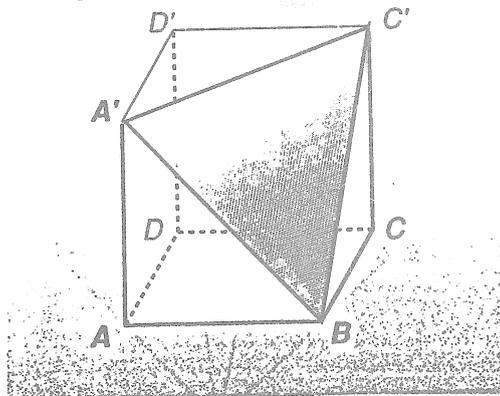
Pour un peintre les plans éloignés sont plus flous par diminution du contraste dû à l'affaiblissement des valeurs des éléments éloignés ainsi qu'une transformation colorée vers les bleus.

Pour un mathématicien, une variable suffit pour induire une perception de la même nature (le cerveau n'a pas besoin d'une perception rétinienne complète, il procède par analogie et de plus cette information sur la profondeur est traitée dans une aire visuelle spécialisée cf 1

Ci-dessous deux figures dont les contextes sont traduits par une variation de valeur

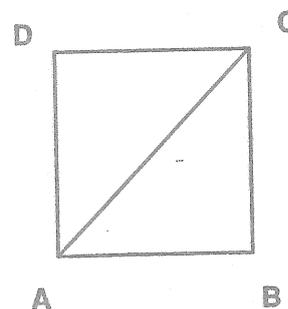
Figures extraites de Maths en 2nde, Armand Colin 90.

Fig. 20



Fond dégradé : Contexte d'espace qui s'applique à la figure

Fig. 21



Fond uni : Contexte plan qui s'applique à la figure



R.2 Considérons un tétraèdre ABCD et trois points M, N, P appartenant respectivement aux arêtes [AB], [AC] et [AD] du tétraèdre et tels que les droites (MN), (NP), (PM) percent le plan (BCD) respectivement en P', M', N'.

1° Démontrez que P', M', N' appartiennent respectivement aux droites (BC), (CD), (BD).

2° Démontrez que les points M', N', P' sont alignés.

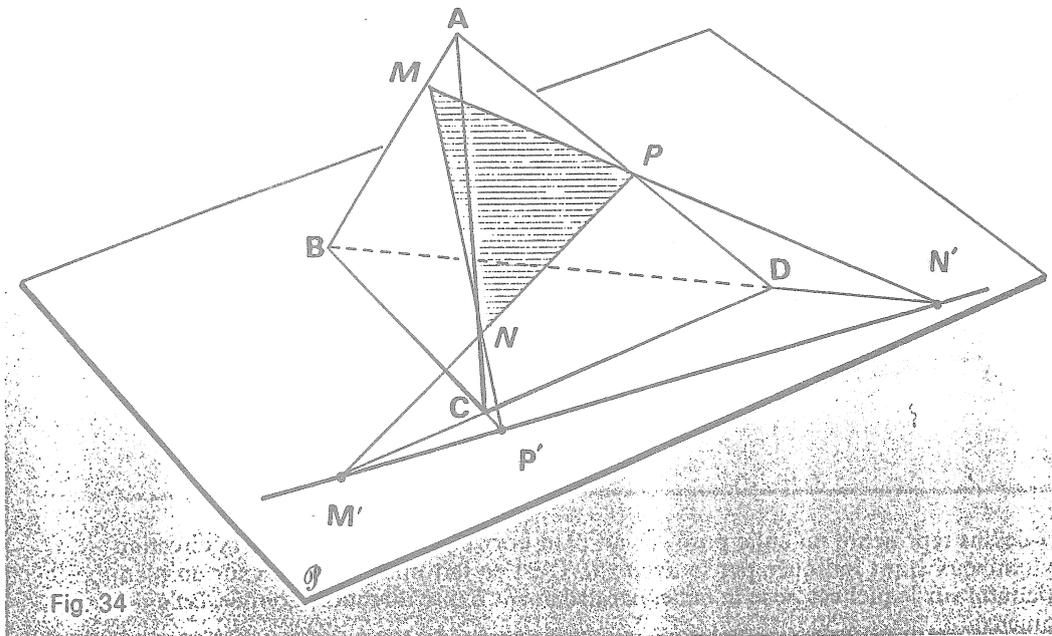


Fig 34

Analyse - Description de la figure ci-dessus

| Signifiants Iconiques<br>Mode de construction de l'image (contexte)                 | Signifiants extra-iconiques<br>les éléments de l'image qui ont une existence hors de l'image (objets)   | Signifié 1<br>Image mentale  | Signifié 2<br>concept                   |
|---|---|--|---|
| <b>ESPACE</b><br>Plan grand ensemble<br>  puis<br>Plan de demi-ensemble             | dégradé   | Espace vaste 3ème dimension  | infini                                  |
| <b>COMPOSITION</b><br>Une fenêtre dans l'image<br>Emboîtement                       | "Un personnage dans un décor"<br>un tétraèdre dans un plan  | Recadrage plus serré   | Importance du sujet                     |
| <b>PRISE DE VUE</b><br>plongée  | parallélogramme à bords inférieurs épais (fixations visuelles)<br>Figuration des seules arêtes épaissies d'un tétraèdre (hyperbole*)<br>ligne pointillée BD | Plan P<br>tétraèdre défini comme objet mathématique  | la Perspective                          |
| <b>LUMIERE</b><br>contrastée<br>pas d'ombre liée<br>pas d'ombre projetée (ellipse*) | triangle hachuré régulièrement inclus dans le tétraèdre   | Arête cachée   |   |
|   | 3 points M', P', N' sur une droite reliés par des droites aux points M, N, P et B, C, D   | plan défini par 3 points M, N, P.<br>Image mentale de Deux plans sécants<br>Plan MNP coupe le plan BCD | Voir à travers l'ob<br>↑<br>surréalisme |

\* Rhétorique de l'image :

hyperbole : "Procédé qui consiste à exagérer l'expression pour produire une forte impression"

La signification de l'image est déterminée par "allusion" avec le tétraèdre qui ne possède pas d'arêtes épaissies

Ellipse : "Figure de style qui consiste à omettre un ou plusieurs éléments de la phrase". Dans ce cas application à l'image.

Cette analyse permet de faire le lien avec le fonctionnement du système visuel rapidement décrit dans le 1. De gauche à droite du tableau de la page précédente

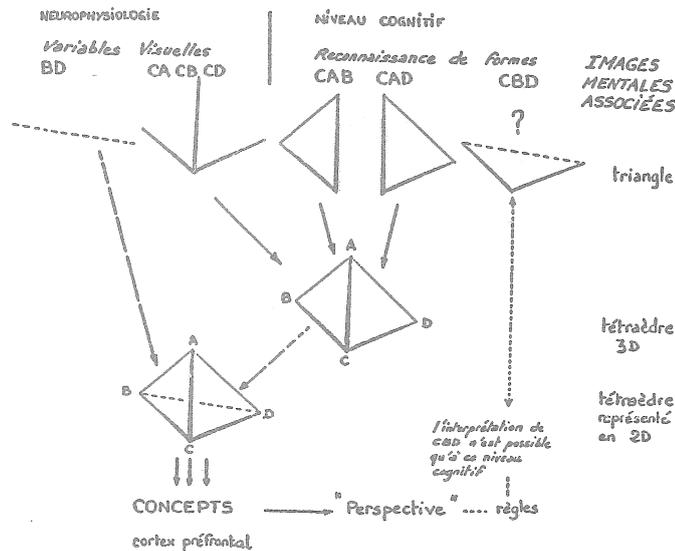
D'où vois-je la scène ? du dessus —> plongée  
 Quel portion d'espace ? —> Plan grand ensemble

Pour LIRE cette image :  
 Où vais-je porter mes premières fixations visuelles ? là où les contrastes sont élevés —> Fenêtre (côtés du parallélogramme) ex :  
 au niveau des discontinuités —> Triangle hachuré ex :

cortex strié L'information extraite se situe au niveau neurophysiologique. Elle est du type réponse à des stimuli visuels couleur, contraste, fréquence (ex. hachures du triangle MNP), orientation

lobe temporal inférieur Pour INTREPRETER cette image il faut mettre en relation ces informations extraites afin de délimiter des unités de sens du type : même codage graphique, même unité. Reprenons l'exemple du triangle hachuré MNP il est traversé par l'arête CA épaissie et l'arête BD en pointillé, il faut que le cerveau détermine pour ces trois éléments à quelle unité ils doivent être rattachés d'où  
 Nouvelles fixations Visuelles : Cette fois-ci pour recueillir des informations permettant de lever des ambiguïtés  
 —> ex : Arêtes CA ; CB ; CD même codage —> même unité

cortex temporal inférieur Pour COMPRENDRE cette image : Ces mécanismes de la perception font naître des images mentales (signifié 1) par analogie avec des éléments existants mémorisés. Il s'agit d'un traitement de l'information au niveau cognitif. La reconnaissance du tétraèdre pourrait se décomposer de la façon suivante :



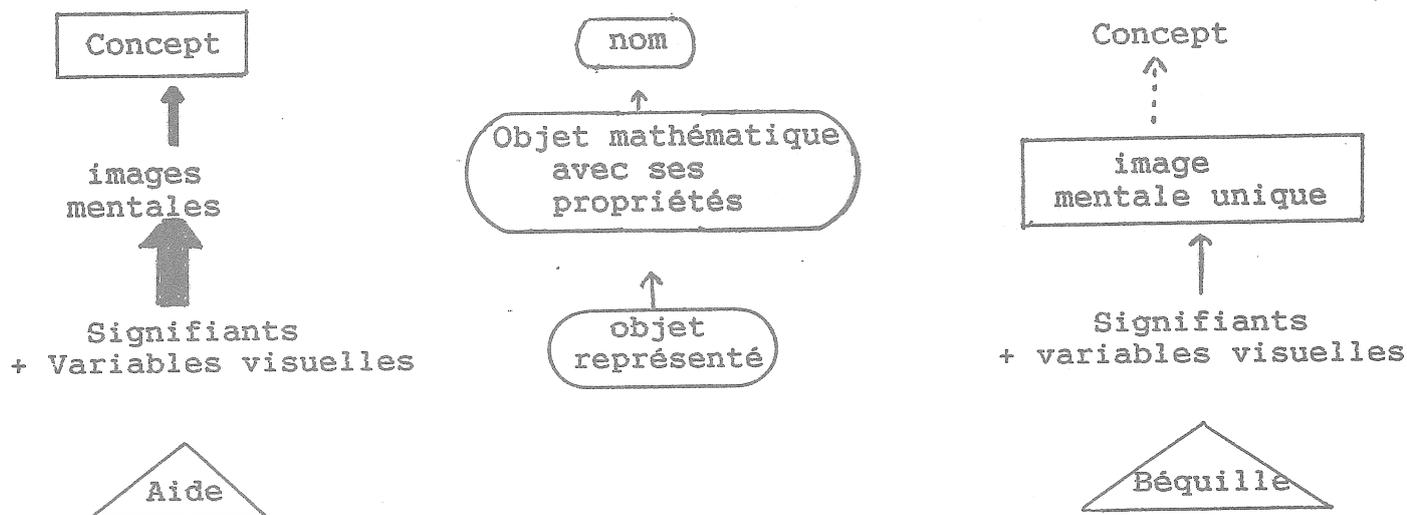
Conclusion :

L'objectif terminal est d'amener l'élève à construire des représentations mentales abstraites où le langage joue un rôle prédominant.

Néanmoins pour atteindre ce niveau cognitif, l'élève utilise des représentations figuratives ou "images mentales" qui elles-mêmes proviennent des mécanismes de la "perception".

Or pour la géométrie dans l'espace, l'élève a une situation de novice et non d'expert, ses fixations visuelles ne sont guidées que par les variables visuelles utilisées sur la figure et qui agissent comme stimuli, si elles induisent un mauvais découpage de formes il y aura forcément une mauvaise interprétation d'où, vous l'aurez compris, une nécessité pour la phase d'apprentissage de travailler dans un premier temps sur des images traitées graphiquement afin de développer une stratégie de lecture des images de l'espace qui soit optimale.

Traiter des images : Aide ou béquille ?



Penser que c'est une "aide" signifie que le traitement graphique est une étape qui permettra plus sûrement de relier la représentation au concept

Penser que c'est une "béquille" signifie que le traitement graphique imposera une image mentale unique empêchant de relier la représentation au concept le jour où le traitement graphique n'existera plus.

A vous de choisir ...

Limoges le 19.11.90

Jacques COURIVAUD

Solution exercice Fig. 1 p. 2 : Chercher dans le coin inférieur droit une étoile à 5 branches

