COMMENT ANALYSER LES PRATIQUES ENSEIGNANTES LORS DE SÉANCES FONDÉES SUR UNE INVESTIGATION ?

Chantal TUFFÉRY-ROCHDI[12]

Résumé. Ce texte rend compte d'un atelier mené à la CORFEM 2021. Après avoir été confronté à la résolution d'un problème dit *à prise d'initiative* conçu pour des élèves de seconde, les participants ont eu à réfléchir aux pratiques enseignantes attendues lors de la préparation et la mise en œuvre de ce type de problème en classe. Cet atelier s'inscrivait dans le thème 2 et visait à outiller les formatrices et les formateurs pour décrire, comprendre et analyser les pratiques enseignantes.

Des recherches antérieures (Gandit et al. 2014, Tufféry-Rochdi 2017) avancent l'impact positif d'une réflexion des enseignants sur l'évaluation des élèves lors de séances fondées sur une démarche d'investigation (DI), impact ressenti aussi bien sur les méthodes d'enseignement que sur les apprentissages des élèves. Nous émettons l'hypothèse que cet effet au niveau n pourrait se reproduire au niveau n+1. C'est-à-dire qu'amener les formateurs à réfléchir sur l'analyse des pratiques enseignantes lors de l'observation de séances fondées sur une DI pourrait leur permettre une meilleure appropriation de cette méthode d'enseignement mais également une meilleure capacité à expliciter leurs attentes auprès des professeurs qui participent à leurs formations. Cette explicitation devrait, dans un second temps, guider les professeurs formés vers la conception et la gestion de séances fondées sur une DI. C'est sur cette hypothèse que repose cet atelier.

Il vise à amener des éléments de réponses aux problèmes professionnels suivant :

- Comment observer et évaluer un professeur qui mène une séance fondée sur une investigation en mathématiques ?
- Quels sont les éléments qui permettent de considérer que la séance est bien menée et que l'objectif visé, qu'il soit disciplinaire ou autre, est atteint ?
- Quels sont les retours sur la séance que l'on peut faire lors de l'entretien ?

Nous avons fait le choix de confronter dans un premier temps les participants de l'atelier à un problème qui sera l'objet de la première partie ce cette communication. Nous montrerons ensuite dans une deuxième partie comment le problème choisi s'inscrit dans un ensemble de dispositifs visant à préconiser un enseignement fondé sur l'investigation en sciences et en mathématiques. Nous avons ensuite amené les participants de l'atelier à réfléchir aux problèmes professionnels détaillés ci-dessus et qui s'inscrivent dans la continuité d'une recherche antérieure débutée avec les formateurs du premier degré (Tufféry-Rochdi 2018). Ces réflexions seront l'objet de la troisième partie de cette communication.

Une activité introductive : un problème à prise d'initiative

Nous avons fait le choix de confronter dans un premier temps les participants de l'atelier à un problème *(Figure 1)*. Ce problème est extrait du sujet zéro[13] de la nouvelle épreuve écrite

[12] Formatrice, INSPE de Paris, Sorbonne-Université

LDAR, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, UNIROUEN

chantal.tuffery-rochdi@inspe-paris.fr

[13] https://www.devenirenseignant.gouv.fr/cid157873/sujets-zero-2022.html

disciplinaire appliquée du CAPES de mathématiques. Il est identifié dans le sujet zéro comme un exercice à prise d'initiative.

Énoncé de l'exercice 2

D'après la Compétition mathématique sans frontières

Pour traverser un centre commercial Victorien emprunte un trottoir roulant sur lequel il marche de son pas habituel.
Il va ainsi d'une extrémité à l'autre de ce trottoir en 1 min 12 sec.
Il fait ensuite l'expérience de remonter ce trottoir à contre-sens en marchant toujours de son pas habituel. Il lui faut alors 6 min pour le parcourir complètement.

Le lendemain, le trottoir roulant est en panne. Combien de temps Victorien met-il alors pour se déplacer d'une extrémité du trottoir à l'autre en marchant de son pas habituel ?

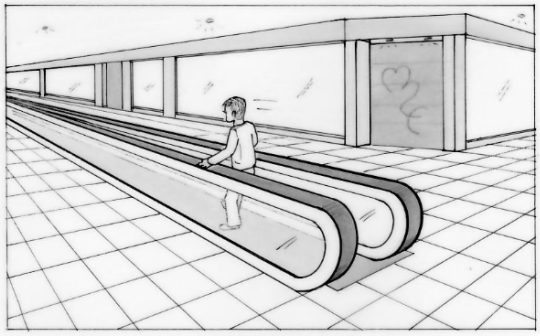
Figure 1 : Exercice à prise d'initiative extrait du sujet 0 du CAPES de Mathématiques

Le problème reprend quasiment à l'identique, sans l'illustration, un exercice du sujet[14] 2019 du concours « Mathématiques sans frontières Alsace ». Cette compétition est organisée par l'Inspection Pédagogique Régionale et l'IREM de Strasbourg. Elle s'adresse aux élèves des classes de troisième et de seconde. Il s'agit d'un problème portant sur la grandeur vitesse qui a été conçu à destination des élèves de seconde *(Figure 2)*.

Exercice 13 pour les secondes GT
10 points

À pied

Mathématiques SANS Frontières



Pour traverser un centre commercial, Victorien emprunte un trottoir roulant, sur lequel il marche, de son pas habituel, pour gagner du temps. Il va ainsi d'une extrémité à l'autre de ce trottoir en 1 min 12 s.
Un jour, il fait l'expérience de remonter ce trottoir à contre-sens, en marchant toujours de son pas habituel. Il lui faut 6 min pour y parvenir.
Le lendemain, le trottoir roulant est en panne.

Combien de temps Victorien met-il alors pour aller d'une extrémité du trottoir roulant à l'autre en se déplaçant, bien sûr de son pas habituel ? Justifier.

Figure 2 : Exercice issu du sujet Mathématiques sans frontières, Alsace, 2019

Nous avons confronté à ce problème des formateurs en mathématiques ou en sciences physiques de l'INSPE de Paris en amont du colloque sans limitation de temps ainsi que les participants à l'atelier sur un temps imparti. Nous reprenons ici une partie des méthodes de résolution proposées en commençant par une méthode *(Figure 3)* que l'on pourrait qualifier d'experte et dans laquelle les valeurs numériques n'interviennent qu'à la dernière étape.

[14] http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/FichPDF/MSF_19_Epr_dec.pdf

Soit D la longueur du trottoir roulant en mètres
Soit v_T la vitesse du trottoir roulant en mètre par seconde
Soit v_M la vitesse de marche de Victorien en mètre par seconde
Soit t_1 le temps en seconde mis à l'aller en marchant sur le trottoir
Soit t_2 le temps en seconde mis au retour en marchant sur le trottoir
Soit t_3 le temps en seconde mis le lendemain sans le trottoir

À l'aller, la vitesse de Victorien est : $v_M + v_T$
Au retour, la vitesse de Victorien est : $v_M - v_T$
Comme la $vitesse\ moyenne = \frac{distance}{temps}$, on obtient : $v_M + v_T = \frac{D}{t_1}$ et $v_M - v_T = \frac{D}{t_2}$
D'où : $2\ v_M = \frac{D}{t_1} + \frac{D}{t_2} = \frac{(t_1 + t_2)D}{t_1 \times t_2}$ et $v_M = \frac{(t_1 + t_2)D}{2t_1 \times t_2}$

Le lendemain, sans trottoir roulant, la vitesse de Victorien est : v_M
Le temps de parcours est : $t_3 = \frac{D}{v_M} = \frac{D}{\frac{(t_1 + t_2)D}{2t_1 \times t_2}} = \frac{2t_1 \times t_2}{(t_1 + t_2)}$
Comme $t_1 = 72s$ et $t_2 = 360s$
On obtient $t_3 = 120s$

Figure 3 : Méthode de résolution experte proposée par des formateurs confrontés au problème

Une méthode équivalente a également été proposée dans laquelle les valeurs numériques disponibles dans l'énoncé interviennent dès le départ dans les calculs *(Figure 4)*. Une alternative est aussi proposée pour la dernière étape.

Soit D la longueur du trottoir roulant en mètres
Soit v_T la vitesse du trottoir roulant en mètre par seconde
Soit v_M la vitesse de marche de Victorien en mètre par seconde

À l'aller, la vitesse de Victorien est : $v_M + v_T$
Au retour, la vitesse de Victorien est : $v_M - v_T$
Comme la $vitesse\ moyenne = \frac{distance}{temps}$, on obtient : $v_M + v_T = \frac{D}{72}$ et $v_M - v_T = \frac{D}{360}$
D'où : $2\ v_M = \frac{D}{72} + \frac{D}{360} = \frac{6D}{360} = \frac{D}{60}$ et $v_M = \frac{D}{120}$

Le lendemain, sans trottoir roulant, la vitesse de Victorien est : v_M
Le temps de parcours est : $t = \frac{D}{v_M} = \frac{D}{\frac{D}{120}} = 120$
Alternative : à partir de $v_M = \frac{D}{120}$ on pourrait écrire $v_M = \frac{D}{t} = \frac{D}{120}$ donc t = 120

Figure 4 : Autre méthode de résolution proposée par des formateurs avec introduction précoce des valeurs numériques données dans l'énoncé

Une troisième méthode *(Figure 5)* s'appuie sur le fait qu'il s'agit d'une situation inversement proportionnelle : Victorien met cinq fois plus de temps au retour lorsqu'il remonte le trottoir à contre sens, il va donc cinq fois moins vite qu'à l'aller.

Soit D la longueur du trottoir roulant en mètres
Soit v_T la vitesse du trottoir roulant en mètre par seconde
Soit v_M la vitesse de marche de Victorien en mètre par seconde

À l'aller, la vitesse de Victorien est : $v_M + v_T$
Au retour, la vitesse de Victorien est : $v_M - v_T$

On peut remarquer que $360s = 5 \times 72s$
Victorien va 5 fois plus vite à l'aller qu'au retour
Donc $v_M + v_T = 5 \times (v_M - v_T)$
D'où $4\,v_M = 6\,v_T$ et $v_T = \frac{2}{3} v_M$

On en déduit que : $v_M + v_T = \frac{5}{3} v_M$
Or la vitesse et le temps de parcours sont inversement proportionnels :
Le lendemain, le temps de parcours : $\frac{5}{3} \times 72s = 120s$

Figure 5 : Méthode de résolution proposée par les formateurs s'appuyant sur la reconnaissance d'une situation inversement proportionnelle

Les formateurs sollicités pour résoudre ce problème en amont de l'atelier et pendant l'atelier semblent s'accorder sur le niveau de difficulté que pourrait représenter ce problème pour des élèves de seconde. L'une des raisons de cette difficulté reconnue repose sur le fait que la longueur du trottoir n'est pas donnée dans l'énoncé. Afin de dépasser cette difficulté, il est possible d'envisager une autre approche qui consisterait dans un premier temps à fixer une longueur arbitraire pour le trottoir roulant, par exemple 100 m. Le résultat obtenu avec 100 m correspond à la réponse attendue soit 120 s. D'autres essais pourraient être tentés avec d'autres longueurs du trottoir possibles. Ces tentatives permettraient de dégager comme conjecture que la durée cherchée ne dépend pas de la longueur du trottoir et est toujours égale à 120 s. Dans un second temps, afin de vérifier que la réponse est indépendante de la longueur du trottoir, il peut être envisagé une méthode experte qui reviendrait à partir des méthodes des *figures 2* et *3* à remarquer que la formule qui donne le temps cherché ne dépend pas de la longueur D du trottoir. Il est également possible d'envisager une autre approche pour valider la réponse avec l'utilisation d'un tableur comme ci-dessous *(Figure 6)*.

Si on décide que la longueur du trottoir est 100m
Soit v_T la vitesse du trottoir roulant en mètre par seconde
Soit v_M la vitesse de marche de Victorien en mètre par seconde

À l'aller, la vitesse de Victorien est : $v_M + v_T$
Au retour, la vitesse de Victorien est : $v_M - v_T$
Comme la $vitesse\ moyenne = \frac{distance}{temps}$, on obtient : $v_M + v_T = \frac{100}{72}$ et $v_M - v_T = \frac{100}{360}$
D'où : $2\ v_M = \frac{100}{72} + \frac{100}{360} = \frac{600}{360} = \frac{5}{3}$ et $v_M = \frac{5}{6}$

Le lendemain, sans trottoir roulant, la vitesse de Victorien est : v_M
Le temps de parcours est : $\frac{D}{v_M} = \frac{100}{\frac{5}{6}} = 120$

Cela pourrait être une aide apportée aux élèves bloqués sur l'exercice : décider d'une longueur pour le trottoir, changer la longueur du trottoir pour vérifier que la réponse ne dépend pas de la longueur choisie …

	A	B	C	D	E
1	**longueur du trottoir**	**vitesse à l'aller**	**vitesse retour**	**vitesse marche**	**temps cherché**
2	**"A2"**	**"=A2/72"**	**"=A2/360"**	**"=(B2+C2)/2**	**"=A2/D2"**
3	10	0,139	0,028	0,083	120
4	15	0,208	0,042	0,125	120
5	20	0,278	0,056	0,167	120
6	25	0,347	0,069	0,208	120
7	30	0,417	0,083	0,250	120
8	35	0,486	0,097	0,292	120
9	40	0,556	0,111	0,333	120
10	45	0,625	0,125	0,375	120
11	50	0,694	0,139	0,417	120
12	55	0,764	0,153	0,458	120
13	60	0,833	0,167	0,500	120
14	65	0,903	0,181	0,542	120
15	70	0,972	0,194	0,583	120
16	75	1,042	0,208	0,625	120
17	80	1,111	0,222	0,667	120
18	85	1,181	0,236	0,708	120
19	90	1,250	0,250	0,750	120
20	95	1,319	0,264	0,792	120
21	100	1,389	0,278	0,833	120
22	105	1,458	0,292	0,875	120
23	110	1,528	0,306	0,917	120
24	115	1,597	0,319	0,958	120

Figure 6 : Proposition d'une autre approche de résolution du problème

Cette dernière approche nous semble davantage correspondre à ce que l'on pourrait attendre d'un exercice à prise d'initiative destiné à des élèves de seconde. Nous sommes alors dans un

raisonnement par *induction et présomption*. Ce type de raisonnement est présenté dans le document d'accompagnement des programmes, *Raisonnement et démonstration au collège*[15], produit dans le cadre du programme de 2008 mais identifié sur Éduscol comme conforme aux programmes du cycle 4 de 2016. Ici, à partir de l'étude de plusieurs exemples concordants nous avons déduit, par présomption, une propriété générale à savoir que le résultat attendu ne dépend pas de la longueur du trottoir et qu'il est toujours égal à 120 s. Dans le même document d'accompagnement des programmes, il est précisé que, si dans le domaine des sciences expérimentales, le raisonnement par induction peut se suffire à lui-même, en mathématiques il ne se conçoit, en général, que comme une première étape pour conduire à une conjecture et qu'il reste ensuite, par un raisonnement déductif, à démontrer la véracité de cette conjecture. La poursuite du travail que nous proposons avec le tableur s'inscrit davantage dans une démarche expérimentale mais, comme déjà dit, une approche plus rigoureuse du type de celle décrite dans les *figures 2* et *3* peut également être envisagée.

Nous avons également demandé aux mêmes formateurs de préciser les prérequis pour cet exercice. Les principaux prérequis identifiés sont les suivants :

- Comprendre que si l'utilisateur avance sur le trottoir roulant dans le sens de fonctionnement, sa vitesse par rapport au sol s'obtient en ajoutant à sa vitesse de marche la vitesse du trottoir alors que, si l'utilisateur prend le trottoir dans l'autre sens, il faut soustraire la vitesse du trottoir.
- Connaitre la formule de la vitesse moyenne en fonction de la distance et du temps : Vitesse moyenne = distance/temps.
- Maitriser le calcul sur les fractions.
- Maitriser le calcul algébrique : résolution de système, résolution d'équation.

Enfin, une résolution erronée a été anticipée *(figure 7)* :

Si on part de l'idée d'un aller-retour sur le trottoir roulant :
Victorien fait un aller-retour et met : 72s + 360s = 432s
S'il a un copain qui fait l'aller-retour en même temps que lui à côté du tapis en marchant à la même allure que lui, ils doivent revenir en même temps au point de départ, puisque la vitesse "en plus" de l'aller et la vitesse "en moins" du retour sur le trottoir en marche se compensent.
Le copain qui a marché à côté du trottoir (à vitesse constante) a mis le même temps à l'aller et au retour soit 432s / 2 = 216s !

Figure 7 : Une résolution erronée anticipée

Cette tâche d'anticipation de différentes méthodes de résolution possibles, d'identification des prérequis et de conceptions erronées représente une partie importante du travail de préparation d'un enseignant qui souhaite proposer cet exercice à ses élèves. Bien que toute séance se doit d'être préparée en amont, la tâche nous semble plus ardue pour ce type de problème.

Nous allons dans un deuxième temps apporter des éléments permettant de situer ce problème en termes d'attentes institutionnelles et en référence à d'autres dispositifs.

Situer les problèmes à prise d'initiative en termes d'attentes institutionnelles

[15] Raisonnement et démonstration (education.fr)

Comme déjà écrit, ce problème est identifié dans le sujet 0 de la nouvelle épreuve écrite disciplinaire appliquée du CAPES de mathématiques comme un exercice à prise d'initiative. Nous tentons ici de préciser en quoi consiste les exercices à prise d'initiative.

Dans l'introduction du programme[16] actuel de mathématique du cycle 4, on peut lire :

> La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches proposées : « questions flash » pour favoriser l'acquisition d'automatismes, exercices d'application et d'entraînement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes ouverts favorisant la prise d'initiatives, débats et mises au point collectives d'une démonstration, production d'écrits individuels formalisant une démarche ou un raisonnement, etc. (p.128)

Le problème proposé ici peut être considéré comme issu de la vie quotidienne mais aussi de la discipline des sciences physiques. Sur les différents types de tâches identifiés, il semble correspondre à un *problème ouvert favorisant la prise d'initiatives*. Nous pouvons noter que dans ce texte les termes *problème ouvert* et *à prise d'initiative* sont associés. Nous y reviendrons plus tard dans ce texte.

Dans le document d'accompagnement des programmes[17] intitulé « *Types de tâches »* on trouve un paragraphe sur les activités avec prise d'initiative :

> Les activités exigeant une prise d'initiative sollicitent l'autonomie et l'imagination des élèves. Elles peuvent conduire à modéliser une situation et consistent toujours à résoudre un problème. La résolution de ce problème peut être utilisée dans des situations d'enseignement variées :
> • la découverte d'une notion nouvelle, à travers l'identification d'un obstacle qu'elle permet de franchir ;
> • le réinvestissement de notions antérieurement installées.

Il est également précisé que :

> Afin de ne pas déconnecter les activités à prise d'initiative des contenus du programme, les savoirs mathématiques (notions, méthodes ou stratégies) sollicités dans chaque activité de ce type doivent être formalisés au cours d'une phase d'explicitation, de structuration ou d'institutionnalisation.

Le problème travaillé en début d'atelier ne semble pas correspondre à la découverte d'une notion nouvelle en mathématiques mais concerne plutôt le réinvestissement de notions antérieurement installées.

Le dernier paragraphe nous amène à nous questionner sur les savoirs mathématiques (notions, méthodes ou stratégies) sollicités dans notre résolution du problème et qui pourrait être formalisés à la suite d'une résolution avec des élèves. Nous avons déjà répondu à cette question. Concernant les notions nous avons identifié le fait que les vitesses s'ajoutent dans un sens et se retranchent dans l'autre sens, la formule de la vitesse moyenne en fonction de la distance et du temps, le calcul sur les fractions et le calcul algébrique. Concernant la méthode, nous avons identifié un raisonnement par induction et présomption qui nous a conduit après des essais à émettre une conjecture puis à une validation de la conjecture.

Cette demande institutionnelle de formalisation des savoirs mathématiques fait en particulier écho à des travaux de Gandit (2017) qui préconisent pour les séances fondées sur une investigation une institutionnalisation en deux temps et de deux ordres. L'ordre 1 concerne les objets mathématiques et l'ordre 2 concerne les méthodes de travail sur ces objets.

---

[16] Programme2020_cycle_4_comparatif_1313377.pdf (education.fr)

[17] RA16_C4_MATH_types_de_taches_547938.pdf (education.fr)

Les activités avec prise d'initiative sont donc explicitement associées aux problèmes ouverts dans le programme. Les problèmes ouverts initiés par une équipe de l'IREM de Lyon au début des années 1980 vérifient les caractéristiques suivantes :

> L'énoncé est court.
> L'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de questions du type « montrer que »). En aucun cas cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours.
> Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples.
> (Arsac, Mantes et Germain 1988, p.7)

La résolution d'un problème ouvert doit conduire les élèves à essayer, conjecturer, tester, prouver. Le problème à prise d'initiative proposé peut répondre pour des élèves de seconde aux caractéristiques des problèmes ouverts. Son énoncé est court et il n'induit ni la méthode, ni la solution qui ne découle pas d'une application immédiate d'un résultat du cours. Les élèves peuvent comprendre facilement la situation et devraient pouvoir s'engager dans la résolution. Cette résolution peut passer par des essais, l'émission d'une conjecture et une validation de cette conjecture.

Nous pourrions également rattacher les exercices à prise d'initiative aux démarches d'investigation. En France, un enseignement des sciences à l'école élémentaire fondé sur le questionnement et l'investigation a été mis en place à partir de la rentrée 2000 dans le « Plan de Rénovation des Sciences et de la Technologie à l'Ecole[18] ». Ce plan s'inspirait de l'expérimentation du projet « La main à la pâte[19] » initié par Georges Charpak à la fin des années quatre-vingt-dix. À la suite de réflexions menées par l'Académie des sciences en 2004 et 2005, la démarche d'investigation (DI) est apparue dans les programmes[20] de collège de 2006. Elle y est présentée, dans l'introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques dont les mathématiques, comme une démarche qui privilégie la construction du savoir par l'élève. Elle s'appuie sur le questionnement des élèves relatif au monde réel (en sciences expérimentales et en technologie) et sur la résolution de problèmes (en mathématiques). Des spécificités liées aux objets d'études de ces différents domaines et à leurs méthodes de preuve sont précisées : formulation respective d'hypothèses explicatives et de conjectures, validation par l'expérimentation d'un côté et par la démonstration de l'autre. Les investigations réalisées avec l'aide de l'enseignant, l'élaboration de réponses et la recherche d'explications ou de justifications sont censées déboucher sur l'acquisition de connaissances, de compétences méthodologiques et sur la mise au point de savoir-faire techniques.

Sept moments essentiels d'une DI sont identifiés même s'il est précisé que ce canevas n'a pas la prétention de définir « la » méthode d'enseignement, ni celle de figer de façon exhaustive un déroulement imposé. L'ordre dans lequel ces moments se succèdent ne constitue pas une trame à adopter de manière linéaire et un aller-retour entre ces moments est envisageable en fonction des sujets.

- Le choix d'une situation-problème par le professeur.
- L'appropriation du problème par les élèves.
- La formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles expérimentaux possibles.

---

[18] https://www.education.gouv.fr/bo/2000/23/ensel.htm

[19] https://www.fondation-lamap.org/

[20] https://www.education.gouv.fr/bo/2005/hs5/default.htm

- L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves.
- L'échange argumenté autour des propositions élaborées.
- L'acquisition et la structuration des connaissances.
- L'opérationnalisation des connaissances.

Ici encore, bien que le problème proposé ne soit pas envisagé comme une situation-problème (Brousseau 2004) visant à introduire une nouvelle connaissance mathématique, il conduit les élèves à investiguer, formuler une conjecture et la valider.

Dans le programme[21] actuel de mathématiques du cycle 4, il est demandé aux enseignants d'amener les élèves à développer des compétences. Parmi ces compétences, figurent en particulier :

> Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui ;
> S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter, (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre- exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture ;
> Tester, essayer plusieurs pistes de résolution. (p.129-130)

Dans la suite de ce texte, nous assimilerons ces différents types de problèmes (problèmes à prise d'initiative, problèmes ouverts, démarches d'investigation) aux problèmes fondés sur une investigation.

Réfléchir à l'évaluation des pratiques enseignantes lors de séances fondées sur une investigation

Nous avons ensuite amené les participants de l'atelier à réfléchir aux problèmes professionnels suivants : Comment observer et évaluer un professeur qui mène une séance fondée sur une investigation en mathématiques ? Quels sont les éléments qui permettent de considérer que la séance est bien menée et que l'objectif visé qu'il soit disciplinaire ou autre est atteint ? Quels sont les retours sur la séance que l'on peut faire lors de l'entretien ?

La réflexion proposée portait donc sur deux points qui nous semblent essentiels : la gestion de la séance et l'organisation de la rencontre des élèves avec le contenu mathématique. La gestion d'une séance fondée sur une DI repose sur un contrat didactique (Brousseau 2004) bien différent de celui d'un cours traditionnel. L'enseignant n'est plus en charge de dispenser le savoir. Il doit, dans un premier temps, concevoir une tâche qui favorise la rencontre des élèves avec ce savoir. Il doit ensuite guider les élèves tout au long de cette tâche, permettre la dévolution du problème au groupe classe, favoriser le travail d'équipe au sein des groupes d'élèves puis animer la mise en commune pour permettre une confrontation des résultats obtenus et favoriser l'argumentation. Il doit enfin réussir, à partir des résultats obtenus, à structurer les connaissances visées. Les difficultés rencontrées par les enseignants pour mener à bien ce type de séances sont régulièrement mises en avant :

> Le partage des responsabilités mathématiques entre enseignants et élèves que sous-entend cette vision de l'apprentissage est en fait loin d'aller de soi. Il requiert des tâches et un guidage approprié des élèves, ainsi qu'un contrat didactique approprié (Brousseau, 1997). Il requiert des enseignants capables de faire face à l'imprévu et d'identifier le potentiel mathématique d'idées et de productions d'élèves non nécessairement anticipées. Il requiert des enseignants capables enfin d'aider les élèves à relier les résultats qu'ils ont obtenus dans un contexte particulier avec les connaissances visées par l'institution, à la fois dans leur contenu et dans leur forme d'expression. Les besoins en expertise enseignante vont ainsi bien au-delà de ce qui est en jeu dans les pratiques d'enseignement traditionnelles. (Artigue 2011, p.22)

[21] Programme2020_cycle_4_comparatif_1313377.pdf (education.fr)

Pour organiser le travail en atelier, la séance a été découpée en temps d'enseignement qui reprennent les phases habituelles d'une séance fondée sur une investigation : la présentation du problème, la phase de recherche par les élèves le plus souvent en groupe, la mise en commun, la phase de structuration des contenus visés qu'ils concernent les connaissances mathématiques ou la démarche de recherche. L'objectif n'était pas l'élaboration d'une grille d'évaluation du problème cherché par les participants mais celle d'une grille adaptable aux observations des séances de ce type qu'ils mènent dans les classes. Les éléments portés dans le tableau suivant sont l'aboutissement de cet atelier. Dans le tableau ci-dessous, P désigne « professeur des écoles » et E désigne « élève » ou « élèves ».

	RÔLE DU PROFESSEUR CONCERNANT :	
	LA GESTION DE SÉANCE	**LE CONTENU DISCIPLINAIRE ET/OU LA DÉMARCHE DE RECHERCHE**
PRÉSENTATION DU PROBLÈME	- P pose le cadre : déroulement de la séance, différents moments, travail attendu des élèves, gestion du temps, règles à respecter (bruit…) - P vérifie la compréhension des consignes (reformulation…). - P parvient à susciter l'intérêt des E pour le problème.	- Le problème est pertinent, porteur, adapté au niveau des élèves. - P vérifie les prérequis nécessaires (vocabulaire, concepts…). - P fait émerger les conceptions erronées. - P vérifie que le problème est compris par tous. - P ne « tue » pas le problème.
PHASE DE RECHERCHE	- Temps de recherche individuel avant de passer au travail en groupe. - P organise le travail de groupe : constitution des groupes en fonction de critères explicites, distribution des rôles au sein de chaque groupe… - P a prévu le matériel nécessaire pour la recherche et pour la communication des résultats (affiche, tablette…). - P circule équitablement de groupe en groupe. - P laisse les élèves circuler dans les autres groupes pour récupérer des informations.	- Le matériel, les aides/indices sont pertinents. **Interactions avec les élèves :** - P ne répond pas directement aux questions mais retourne la question ou oriente vers les pairs, les outils… - P identifie la démarche des élèves. - P aide les élèves à se situer dans la résolution du problème. - P invite les E à éprouver les réponses avancées. - P prend des informations pour préparer le bilan. - P met en œuvre une différenciation des tâches.
PHASE DE MISE EN COMMUN	- P recentre l'attention des E. - P choisit les groupes invités à communiquer l'avancée de leurs recherches (tous/uniquement certains). - P organise la gestion de l'espace (tableau), en fonction du support utilisé (affiche, photo, tablette…). - P distribue la parole, s'assure des interactions entre tous les E. - P fait en sorte que les E écoutent les explications des autres groupes.	- P met en commun toutes les réponses et pas uniquement celles qui sont correctes (statut et gestion de l'erreur). - P fait passer les groupes dans un ordre didactiquement porteur. - P fait expliciter les réponses et les stratégies des E. - P favorise les interactions, la confrontation et l'argumentation. - P met en avant les méthodes de recherche et pas uniquement les connaissances.
STRUCTURATION DES CONNAISSANCES	- P parvient à maintenir l'attention des E. - P fait en sorte que les E gardent des traces des résultats obtenus.	- P parvient à faire reformuler les connaissances visées et à généraliser en vue d'une trace écrite. - P parvient à faire expliciter et à structurer les méthodes de recherche mises en œuvre. - Qualité et précision du vocabulaire utilisé. - P met en perspective la suite des apprentissages.

Figure 8 : Grille d'évaluation d'une séance fondée sur un investigation

Bien que les deux colonnes du tableau soient liées, il est possible de scinder en deux les observations. Dans la première colonne, figurent les éléments liés à la gestion d'une séance fondée sur une investigation et menée en groupe : constitution des groupes, organisation du travail, du matériel et du temps, maintien des élèves dans l'activité. Cette colonne ne dépend pas du contenu mathématique et pourrait être utilisée pour analyser une séance de ce type menée dans une autre discipline. La seconde colonne est explicitement associée au contenu mathématique aussi bien concernant la démarche de recherche que les connaissances en jeu.

Le travail de préparation mené en amont de la séance par le professeur est perceptible à différents moments. Le formateur pourra ainsi vérifier que le problème proposé est pertinent au regard de l'objectif visé, porteur d'apprentissages et adapté au niveau des élèves. Le choix du matériel laissé aux élèves, les aides et les indices qui peuvent être proposés lors de la phase de recherche permettent de percevoir que les prérequis, les conceptions erronées, les différentes méthodes de résolution ont été anticipées par l'enseignant. Les capacités de l'enseignant à

identifier les démarches suivies par chaque groupe, à faire passer les groupes dans un ordre didactiquement porteur lors de la phase de mise en commun et à mener la phase de structuration des objectifs visés concernant les connaissances mathématiques et les méthodes de recherche seront aussi le reflet du travail de préparation effectué.

Lors de la phase de présentation du problème, l'enseignant doit vérifier la compréhension des consignes aussi bien concernant le problème mathématique que le type de travail attendu de la part des élèves. Il doit être particulièrement attentif à ne pas apporter des informations qui auraient pour effet de transformer ce problème en un problème d'application.

Pendant le temps de recherche, un premier moment de recherche individuelle avant de passer en groupe favorise un engagement de tous les élèves dans l'activité. L'enseignant doit ensuite interagir avec les différents groupes dans un double objectif. Le premier est de maintenir les élèves au travail et de favoriser leur progression dans cette recherche. Le deuxième est de prendre des informations sur l'avancée de la réflexion dans chaque groupe afin d'organiser ensuite le temps de mise en commun.

Lors de la phase de mise en commun, l'enseignant doit d'abord recentrer l'attention des élèves pour qu'ils se montrent attentifs aux résultats avancés par les autres groupes. La gestion matérielle de cette phase est importante : gestion de l'espace, du tableau, des supports utilisés pour permettre l'exposition des travaux de chacun… Si l'enseignant doit favoriser les interactions de tous, il peut décider de faire passer tous les groupes ou seulement certains. Néanmoins, toutes les réponses doivent être mises en commun et pas seulement les réponses correctes et les méthodes expertes. L'ordre de passage des groupes doit être didactiquement porteur et pour cela il doit être anticipé par le professeur à partir d'informations prises en circulant lors de la phase de recherche. Enfin, l'enseignant doit amener les élèves se trouvant au tableau à expliciter à la fois les procédures mises en œuvre et les résultats obtenus afin de favoriser les interactions, la confrontation et l'argumentation.

La phase de structuration des connaissances intervient en fin de séance après un long temps de recherche en groupe et d'échange lors du bilan. L'enseignant doit reprendre la main et maintenir de la part des élèves un niveau d'attention suffisant. Le rôle de l'enseignant est alors de faire reformuler dans un vocabulaire précis les résultats obtenus aussi bien concernant les méthodes de recherche mises en œuvre que les connaissances mathématiques. L'enseignant peut également mettre en perspective la suite des apprentissages.

La gestion du temps par le professeur lors de chacune de ces étapes est un élément d'observation essentiel. Une séance de ce type peut être menée en continu en moins de 55 minutes (durée habituelle d'une séance de mathématique dans le second degré). Il est également envisageable de la mener sur deux séances en la scindant après le temps de recherche en groupe. Il est alors nécessaire d'avoir produit des traces conservables (affiches, photos…) des recherches menées dans chaque groupe. Cette interruption peut permettre à l'enseignant une meilleure prise de connaissance des avancées de chaque groupe et une meilleure anticipation de la phase de mise en commun, voire de la phase de structuration des connaissances.

L'entretien mené à la suite d'une séance de ce type peut porter sur les différents points de vigilance identifiés dans le tableau ci-dessus. Il permet à l'enseignant observé d'expliciter ses choix et les raisons de ses choix.

Conclusion

Cet atelier a été mené en deux temps. Le premier visait à faire résoudre un problème pouvant conduire à une démarche de recherche (essais, conjecture, validation) mais pouvant également être résolu de façon plus experte. L'objectif était d'amener les participants de l'atelier à

percevoir le travail de préparation que doit faire un enseignant en amont de la séance avant de proposer ce type de problème à ses élèves. Une anticipation des méthodes de résolution possibles, des prérequis, des conceptions erronées, des aides envisageables s'avère nécessaire et indispensable, encore plus que pour un autre type de problème. Si cette préparation se montre incomplète, l'enseignant pourra se trouver confronté à des productions d'élèves imprévues dont il devra identifier rapidement le potentiel (Artigue, 2011).

Le deuxième temps de cet atelier a permis d'identifier le rôle de l'enseignant lorsqu'il met en œuvre une séance fondée sur une investigation avec ses élèves. La première colonne du tableau concerne la gestion des élèves, du travail de groupe, du matériel et du temps. Elle est indépendante des mathématiques et pourrait être proposée dans d'autres disciplines. La seconde colonne est en lien direct avec les objectifs visés par la séance : le développement de compétences en termes de démarche de recherche le plus souvent associé au réinvestissement ou à l'acquisition de connaissances mathématiques.

À la fin de l'atelier, en complément du travail mené, nous avons présenté le modèle ESFI (Enseignement des Sciences Fondé sur une Investigation) élaboré dans le cadre du projet européen S-TEAM (Science Teacher Education Advanced Methods) qui visait à promouvoir l'enseignement des sciences fondé sur des démarches d'investigation (Grangeat, 2013). Ce modèle en six dimensions (origine du questionnement, nature du problème, responsabilité des élèves, diversité des élèves, place de l'argumentation, explicitation des savoirs) permet d'identifier l'activité des enseignants au cours d'une séance fondée sur une DI.

Références bibliographiques

Artigue M. (2011). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base.* Rapport pour l'UNESCO. En ligne : http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/ 191776f.pdf

Arsac, G., Germain, G., Mante, M. (1988). Problème ouvert et situation-problème. Lyon : IREM de Lyon édition.

Brousseau, G. (2004). *Théorie des situations didactiques (Didactique des mathématiques 1970-1990)*. Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield. Grenoble : La Pensée Sauvage (deuxième édition).

Gandit M. et al. (2014) Evaluation formative et démarches d'investigation en mathématiques, dans le cadre du LéA EvaCoDICE. En ligne : file:///C:/Users/chant/Downloads/Documents/Acte_EvaCoDICE_2014.pdf

Gandit, M. (2017). Débat et institutionnalisation à deux niveaux : deux outils d'évaluation formative, In Symposium Evaluation et Didactique : conditions pour permettre une évaluation au service des apprentissages des élèves en mathématiques, *Actes du 29ème colloque international de l'Association pour le Développement des Méthodologies d'Evaluation en Education*, Dijon, 2017, p. 34. En ligne : https://www.agrosupdijon.fr/fileadmin/user_upload/Axe3.pdf

Grangeat, M. (2013). Modéliser les enseignements scientifiques fondés sur les démarches d'investigation : développement des compétences professionnelles, apport du travail collectif. In M. Grangeat (Éd.), *Les enseignants de sciences face aux démarches d'investigation. Des formations et des pratiques de classe* (pp. 155-184). Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.

Tufféry-Rochdi, C. (2017) Comment évaluer les élèves engagés dans l'enseignement d'exploration Méthodes et Pratiques Scientifiques en seconde ? *Actes de l'École d'été de didactiques des Mathématiques* – Paris 2017.

Tufféry-Rochdi, C. (2018) : Proposition d'une grille d'évaluation des pratiques enseignantes lors de séances fondées sur des démarches d'investigation en mathématiques au primaire. *Actes du colloque de l'Espace Mathématique Francophone* – Gennevilliers 2018.