MATH & MANIP AVEC APPRENTI GEOMETRE
AIRES ET AGRANDISSEMENTS AU COLLEGE AVEC UN LOGICIEL DE GEOMETRIE DYNAMIQUE

M-F. GUISSARD, V. HENRY, P. LAMBRECHT, P. VAN GEET, S. VANSIMPSEN

Résumé – L’atelier s’intéresse à l’influence de la duplication des dimensions d’une figure sur son aire. La mise en place de techniques efficaces de comparaison des aires conduit à la généralisation à d’autres facteurs entiers. Ce sujet est abordé par des activités qui peuvent être traitées soit par un travail papier-crayon, soit en utilisant le logiciel de géométrie dynamique *Apprenti Géomètre*. Les spécificités des compétences développées par l’usage de ce logiciel sont mises en exergue.

Introduction

Le CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, Belgique) est actuellement impliqué dans une recherche visant à favoriser l'introduction de certains concepts mathématiques par le recours à des manipulations effectuées par les élèves (Bkouche, 2008 ; Borel, 1904 ; Dias & Durand-Guerrier, 2005). Nous appelons *Math & Manips* (Guissard, Henry, Agie & Lambrecht, 2010) les séquences d'apprentissage conçues et mises au point au cours de ce travail. Cet atelier décrit plus particulièrement une activité, destinée aux élèves du début du collège, qui s'intéresse à l'influence de la duplication des longueurs des côtés d'un polygone sur son aire. La mise en place de techniques efficaces de comparaison des aires conduit à la généralisation à d'autres facteurs entiers. Ce sujet est abordé par des activités qui peuvent être traitées soit par un travail papier-crayon, soit en utilisant le logiciel de géométrie dynamique gratuit *Apprenti Géomètre*. Nous mettrons en exergue les spécificités des compétences développées par l'usage de ce logiciel par rapport à celles qui sont mobilisées par la même activité, en version papier-crayon.

Découverte du logiciel Apprenti Géomètre

Apprenti Géomètre est un logiciel de géométrie dynamique mis au point par le CREM à partir de 2004 et disponible librement au téléchargement sur le site du CREM (www.crem.be). Il est conçu pour pouvoir être utilisé avec des élèves très jeunes, dès le primaire. C'est un logiciel destiné notamment à faciliter l'apprentissage de la géométrie et, par conséquent, son fonctionnement est spécifique, différent de celui d'un logiciel de dessin. Le logiciel est d'un accès aisé, la lecture du guide utilisateur en facilite la prise en main.

De courtes séquences sont intégrées à la *Math & Manip* pour guider les élèves dans leur découverte du logiciel et leur faire tester les principales fonctionnalités. Les fichiers nécessaires à la réalisation de l'ensemble de l'activité sont disponibles sur le site du CREM, de même que des fiches de travail présentant brièvement le logiciel, les formes qu'il permet de construire et les mouvements et opérations qu'on peut leur appliquer.

Construction de polygones

Après avoir découvert le logiciel et la façon de construire un segment et des polygones, les élèves doivent reproduire le dessin du fichier *ChapeauxPointus.fag* (figure 1) et mettre les figures en couleur. Ils sont amenés à construire, sur une grille, un polygone régulier, un polygone quelconque, des segments et des triangles particuliers. Pour tracer les polygones, les élèves doivent les identifier au préalable (nombre de côtés, propriétés...).

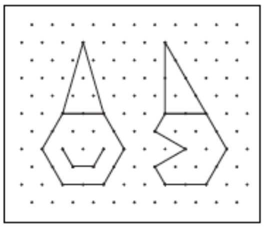


Figure 1 – Visualisation du fichier ChapeauxPointus.fag

Dans les classes, on observe que les polygones réguliers sont généralement familiers, mais que c'est rarement le cas des polygones irréguliers et encore moins des polygones concaves. Des triangles particuliers (isocèle ou rectangle) ont été insérés dans le dessin pour que les élèves prennent conscience de l'importance de l'ordre de construction des points dans le logiciel.

Notons que, lors de cette activité préliminaire, certains élèves éprouvent des difficultés à se repérer dans le plan, même sur du papier pointé, d'autres ne reconnaissent pas les polygones à reproduire… L'activité est donc plus compliquée pour eux mais permet de mettre en évidence ces problèmes et d'y remédier avant d'aborder la séquence proprement dite.

Quelques fonctionnalités

Pour mettre en couleur l'intérieur d'un polygone, il faut commencer par choisir une couleur via la fonctionnalité `Colorier` dans le menu *Outils* avec l'option `Couleur_fond`. Ensuite, il reste à sélectionner le polygone. Si des élèves reproduisent les formes en travaillant par segments, il leur sera impossible de colorier leur dessin car une succession de segments ne constitue pas une forme.

Les fonctionnalités `Glisser`, `Tourner` et `Zoomer` qui se trouvent dans le pavé à gauche de l'écran s'appliquent tant aux figures qu'à la feuille de dessin. Le bouton `Modifier` est utile notamment lorsqu'on souhaite déplacer un point tout en conservant les propriétés de la figure.

Une spécificité du logiciel *Apprenti Géomètre* est la possibilité de `Dupliquer` une figure (dans le menu *Opérations*) de manière à disposer d'autant de figures identiques que nécessaire. Des liens unissent les formes dupliquées à celle de départ : toute modification apportée à l'une d'elles entraîne la même modification aux autres.

Diviser et découper des formes avec Apprenti Géomètre

Cette section consacrée à la découverte de `Diviser` et `Découper` peut se faire plus tard, mais en tous cas avant les pavages de polygones (section 4).

Dans un premier temps, l'enseignant montre comment construire, à partir d'un carré, les triangles du fichier *Exemple.fag* (figure 2). Dans un second temps, les élèves devront effectuer un travail similaire avec d'autres formes.

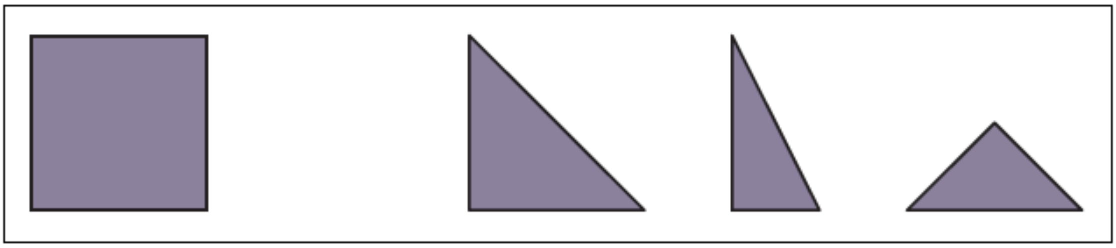


Figure 2 – Visualisation du fichier Exemple.fag

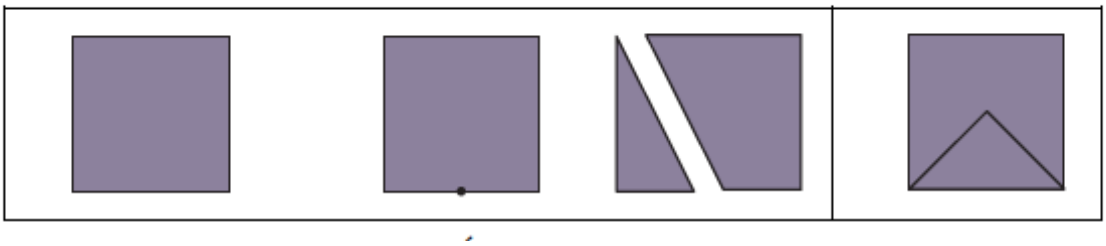
Pour obtenir les triangles à partir du carré, il faut leur trouver des points communs que l'enseignant repère en glissant les triangles sur le carré. Les élèves observent alors que ces figures ont même base ou même hauteur que le carré de départ.

Pour obtenir le premier triangle, l'enseignant utilise l'*Opération* qui consiste à `Découper` le carré selon une de ses diagonales, ce qui produit deux triangles dont l'un correspond au grand triangle rectangle isocèle si la diagonale a été bien choisie. *Apprenti Géomètre* crée les morceaux découpés au-dessus de la figure originale. Ceci permet aux utilisateurs de conserver la forme de départ, ce qu'un travail papier-crayon ne permet pas.

Pour créer les deux triangles suivants, des points supplémentaires sont nécessaires pour découper le carré. Ces points n'existent pas encore, il faut donc les créer.

Dans un cas, il faut créer le point milieu de la base du carré en la divisant en deux parties égales via l'*Opération* `Diviser`. Une fois la division effectuée, il reste à `Découper` le carré. L'un des deux morceaux correspond au triangle rectangle (figure 3).

Dans l'autre cas, pour obtenir le petit triangle rectangle isocèle, on observe que le sommet du triangle se trouve au centre du carré (figure 4). Ce point est obtenu par l'*Opération* `Construire le centre`. Il reste à `Découper` le carré en commençant et terminant par les points situés sur son bord.



Figures 3 et 4 – Etapes de la construction des triangles

L'enseignant demande ensuite aux élèves de faire un travail similaire pour construire les polygones du fichier *Hexagone.fag* (figure 5) à partir de l'hexagone.

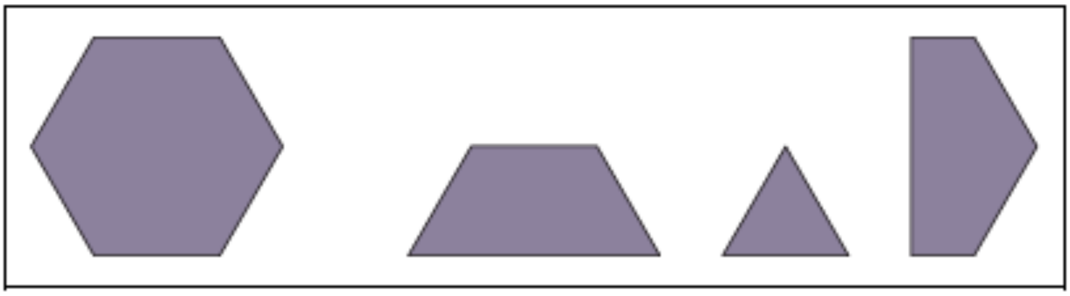


Figure 5 – Visualisation du fichier Hexagone.fag

Agrandissements

Doubler les longueurs

Dans les fichiers *Campagne.fag* et *Egypte.fag* (intitulés respectivement « À la campagne » et « Vacances en Égypte »), il est demandé aux élèves de reproduire sur la deuxième moitié de chaque feuille les différents éléments du dessin en doublant chacune des longueurs, y compris les distances qui les séparent.

Les figures 6 et 7 illustrent les dessins proposés ainsi que les agrandissements qui sont obtenus en doublant toutes les longueurs. Remarquons que deux types de grilles ont été utilisées en fonction des polygones à représenter.

Les élèves ne devraient pas rencontrer de difficultés pour doubler les dimensions. Par contre, l'enseignant devra peut-être insister sur le fait qu'il est important de doubler également les distances entre les différents éléments des dessins. C'est ainsi que l'apparence globale sera conservée.

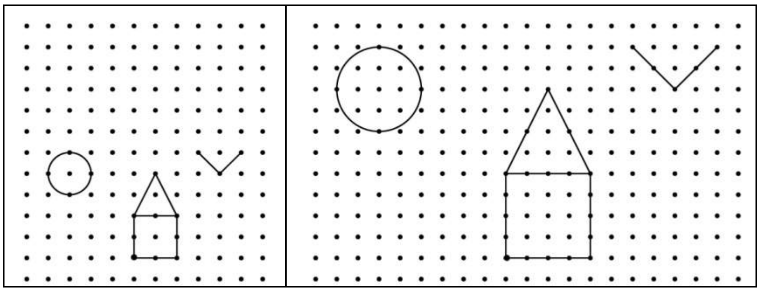


Figure 6 – Visualisation du travail réalisé dans Campagne.fag

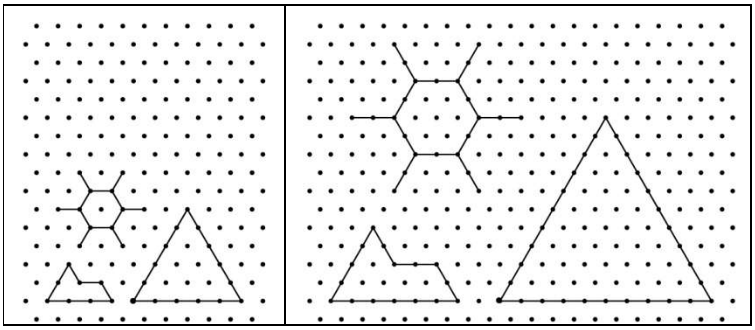


Figure 7 – Visualisation du travail réalisé dans Egypte.fag

Pour réaliser l'activité, les élèves auront dû reconnaître les différents polygones figurant dans les dessins. Notamment, pour représenter le sphinx du dessin intitulé « Vacances en Égypte », il faut l'identifier au préalable à un pentagone.

Caractéristiques d'un agrandissement

L'enseignant indique aux élèves que les reproductions ainsi construites sont appelées des agrandissements, et leur demande alors ce qui, selon eux, caractérise un agrandissement. Un travail collectif débouche sur la construction d'un tableau qui reprend l'ensemble des propositions des élèves.

Ce qui reste identique par un agrandissement	Ce qui est modifié par un agrandissement
carré	mesures
triangle	longueurs
triangle isocèle	hauteurs
oiseau	espacements
image	diamètres
…	périmètres
	aires
	…

Tableau 1 – Propositions d'élèves

Au fil des propositions, les élèves remarquent que certains éléments peuvent être rassemblés. Par exemple, que ce soit un carré qui reste un carré ou un triangle qui reste un triangle dans l'agrandissement, on peut dire que la forme est conservée. Il est rare que les élèves identifient d'eux-mêmes la conservation des angles comme la propriété mathématique qui garantit l'invariance de la forme. Pour guider les élèves, l'enseignant propose d'observer l'oiseau du dessin « À la campagne », et un autre oiseau, qu'il dessine au tableau, avec des ailes de longueurs doubles mais dont l'ouverture n'est pas de même amplitude (figure 8).

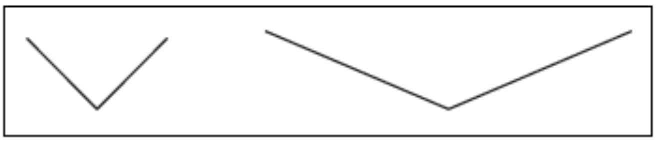


Figure 8 – Oiseaux à observer

Les élèves devraient s'apercevoir que l'oiseau de droite de la figure 8 n'est pas un agrandissement de l'oiseau de gauche parce que les angles ne sont pas identiques. À ce stade, certains élèves n'ont pas une représentation claire de ce qu'est un angle. Ils associent un angle à la longueur de ses côtés. Avec ces élèves, c'est justement l'occasion de travailler ce concept plus en profondeur. L'usage d'*Apprenti Géomètre* permet de déplacer les polygones de départ sur leurs agrandissements et remarquer que, en chacun des sommets, les angles se superposent parfaitement.

L'enseignant synthétise alors ce tableau avec les élèves et y relève les caractéristiques mathématiques d'un agrandissement.

Ce qui reste identique par un agrandissement	Ce qui est modifié par un agrandissement
les formes et leurs propriétés	les longueurs
les angles	les aires

Tableau 2 – Caractéristiques mathématiques d'un agrandissement

L'enseignant introduit finalement le vocabulaire correct : les polygones de départ et leurs agrandissements respectifs sont qualifiés de « polygones semblables ».

Remarquons que, lorsqu'on double les longueurs des côtés d'un polygone, celui-ci ne conserve pas nécessairement ses angles, et donc son apparence. En effet, contrairement aux triangles, les polygones de quatre côtés et plus sont déformables. Si les longueurs des trois côtés d'un triangle sont données, il n'est possible d'en construire qu'un seul. Par contre, connaissant les longueurs des côtés d'un quadrilatère, il est possible d'en construire une infinité (figure 9). Si les angles sont connus, sa construction est unique.

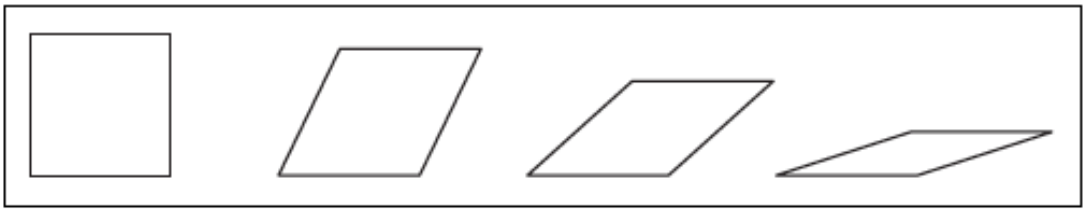


Figure 9 – Différents quadrilatères avec côtés de même longueur

Pavages de polygones

À partir des fichiers *PavageTriangle.fag*, *PavageCarre.fag*, *PavagePentagone.fag*, *PavageHexagone.fag* et *PavageChat.fag* présentant chacun un polygone particulier, on demande combien de ces polygones sont nécessaires pour couvrir (sans superposition) la figure semblable dont la longueur des côtés a été doublée. Pour réaliser le pavage, on ne découpera que lorsque c'est indispensable.

Pour le triangle, il suffit de dupliquer trois fois le triangle et de glisser les duplicata dans l'agrandissement ; le blanc apparent est facilement identifié comme le quatrième triangle qui a subi une rotation d'un demi-tour (figure 10).

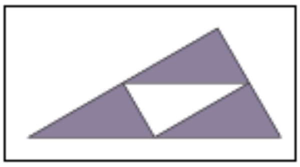


Figure 10 – Pavage d'un triangle

Le pavage de l'agrandissement du carré est réalisé très simplement car il suffit de dupliquer quatre fois le carré initial et de placer les quatre exemplaires côte à côte dans l'agrandissement.

Le pavage suivant est celui d'un pentagone irrégulier, le sphinx des « Vacances en Égypte » (inspiré de Noël, 2008). Il est possible de paver celui-ci avec quatre pentagones de départ sans aucun découpage. Cependant, les élèves ne verront peut-être pas cette possibilité et découperont plusieurs pièces pour paver l'agrandissement.

Contrairement à ce qui se passe avec un puzzle en carton découpé, dont les pièces sont manipulées un peu au hasard, les élèves doivent décider consciemment de chaque mouvement à appliquer aux petits pentagones avant de les glisser dans le contour du grand. Pour que les élèves réalisent le pavage de la figure 11 sans trop de difficultés, un premier pentagone a été placé dans le fichier car il faut notamment penser à retourner certaines pièces.

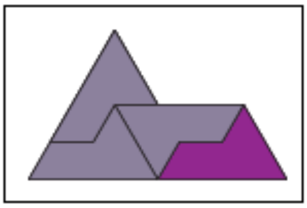


Figure 11 – Pavage d'un pentagone

Les élèves observent que, jusqu'ici, quatre polygones initiaux sont nécessaires pour paver leur agrandissement de côtés de longueurs doubles.

Ensuite, lorsque les élèves pavent l'agrandissement de l'hexagone, ils s'aperçoivent rapidement qu'il n'est plus possible de placer quatre formes entières. Ils peuvent placer trois hexagones entiers mais l'agrandissement n'est pas totalement couvert. Les élèves doivent alors penser à découper un hexagone pour compléter ce puzzle. Ils s'apercevront qu'un hexagone coupé en trois losanges comme dans la figure 12 permet de finaliser le pavage. Le découpage est réalisé facilement si les élèves utilisent l'*Opération* `Construire le centre`. Une alternative pour paver l'agrandissement consiste à placer un hexagone au centre et à répartir des demi-hexagones tout autour (figure 13).

Comme précédemment, quatre polygones initiaux sont nécessaires pour paver l'agrandissement de côtés de longueurs doubles.

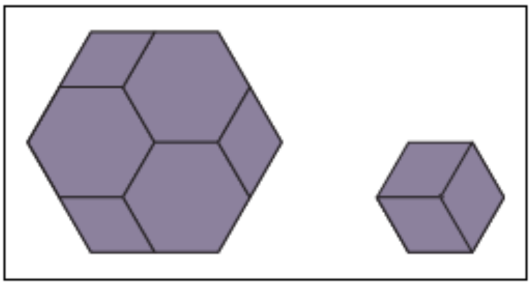


Figure 12 – Pavage d'un hexagone

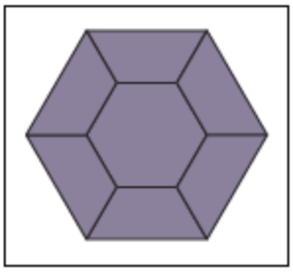


Figure 13 – Autre pavage d'hexagone

Rappelons que, lors des découpages avec *Apprenti Géomètre*, les deux morceaux découpés se superposent à la figure initiale. Les duplicata créés lors des découpages pourraient perturber les élèves dans le décompte du nombre d'hexagones nécessaires à la réalisation du pavage. Il est donc intéressant de proposer aux élèves, après avoir réalisé le pavage, de glisser les différentes pièces utilisées afin de reconstituer des hexagones entiers.

Le travail se poursuit avec une figure qui a l'apparence d'une tête de chat. Comme pour les autres polygones, les élèves essayent de paver l'agrandissement de côtés de longueurs doubles avec un maximum de petites « têtes de chat » entières.

Il ne faut pas laisser les élèves s'attarder car cette figure a pour objectif de leur faire prendre conscience qu'une solution raisonnée permet l'économie d'un grand nombre de découpages fastidieux. En travaillant avec cette figure, les élèves se rendent compte qu'il n'est pas toujours possible de paver un polygone avec des figures qui lui sont semblables. L'enseignant propose alors de procéder autrement et de se référer à un polygone qui a été pavé simplement et qui pourrait lui-même être utilisé pour paver des polygones plus compliqués. Le pavage du carré paraît simple mais il est impossible de décomposer le polygone en forme de tête de chat en carrés. Par contre, le pavage du triangle quelconque a également été réalisé rapidement et la « tête de chat » est décomposable en triangles.

Le procédé que l'on adopte est donc le suivant : partager en triangles le polygone et son agrandissement de la même manière (figure 14) et paver ensuite chaque grand triangle avec les petits (figure 15).

Il est possible de décomposer le polygone en triangles de nombreuses manières. Pour travailler avec un minimum de triangles, une des solutions consiste à choisir un sommet et à le relier à tous les autres comme dans la figure 14. Cette décomposition a l'avantage de respecter la symétrie de la figure.

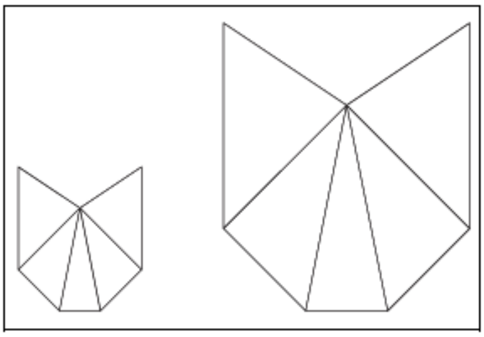


Figure 14 – Proposition de décomposition de la figure en triangles

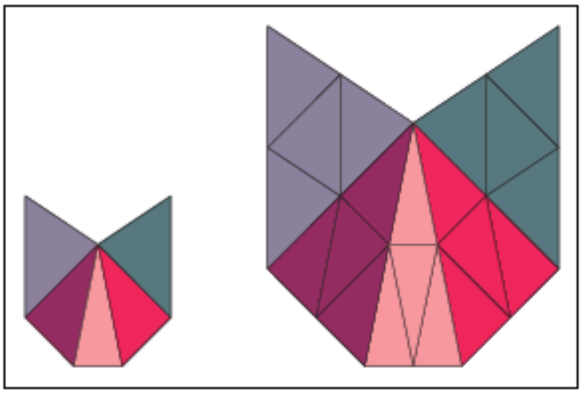


Figure 15 – Pavage de la figure

À partir du fichier *PavageChatInit.fag*, l'enseignant demande de partager de la même manière les deux « chats » en triangles et, après avoir mis chaque triangle du petit chat en couleur (une couleur différente par triangle), de paver les triangles du grand chat avec ceux du petit chat.

Pour décomposer les figures en triangles, les élèves commenceront probablement par placer des segments pour visualiser ces triangles, mais au moment d'utiliser l'*Outil* `Colorier` (`Couleur_Fond`), ils prendront conscience qu'il est impossible de colorier un triangle qui n'a pas été construit en tant que tel.

Une fois les triangles du « petit chat » coloriés, les élèves effectuent la même démarche que précédemment en recomposant chacun des grands triangles avec quatre petits triangles identiques. Ils observent ainsi que les morceaux de quatre exemplaires de la petite tête de chat sont nécessaires pour paver l'agrandissement de côtés de longueurs doubles (figure 15).

Comparaison des aires

Après la réalisation des différents pavages, l'enseignant demande, pour chacun des polygones rencontrés, de comparer les aires avec celles de leur agrandissement de côtés de longueurs doubles.

Pour paver l'agrandissement du triangle de côtés de longueurs doubles, quatre exemplaires du triangle ont été nécessaires. Les élèves devraient alors déduire que « lorsqu'on double les longueurs des côtés d'un triangle, son aire est multipliée par quatre ».

La même conclusion peut être formulée pour les autres polygones rencontrés : l'aire du polygone semblable de côtés de longueurs doubles est quatre fois plus grande que l'aire du polygone initial.

Afin de généraliser, un raisonnement en plusieurs étapes est nécessaire. L'une d'elles consiste à se convaincre que tout polygone est un assemblage de triangles. Il faut également remarquer que, si un polygone et son agrandissement (de côtés de longueurs doubles) sont décomposés en triangles de la même manière, chaque triangle de l'agrandissement a des côtés de longueurs doubles de celles des triangles semblables de la décomposition du polygone initial.

Suite à ces réflexions et en partant du polygone de la figure 16 (à gauche), le raisonnement suivant peut être établi.

- Tout polygone est un assemblage de triangles (figure 16).

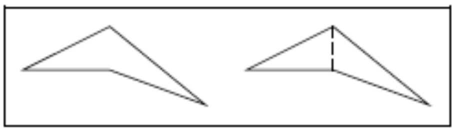


Figure 16 – Décomposition d'un polygone en triangles

- Les grands triangles de la décomposition d'un agrandissement (de côtés de longueurs doubles) ont des côtés de longueurs doubles des petits triangles de la décomposition du polygone initial (figure 17).

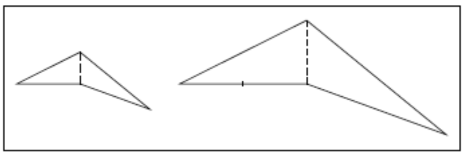


Figure 17 – Décomposition semblable du polygone agrandi

- Lorsqu'on double les longueurs des côtés d'un triangle, l'agrandissement est pavé avec quatre exemplaires du triangle de départ. Son aire est donc multipliée par quatre (figure 18).

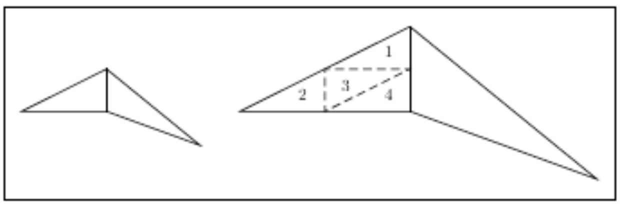


Figure 18 – Pavage d'un triangle de côtés de longueurs doubles

La conclusion suit : « lorsqu'on multiplie les longueurs des côtés d'un polygone par deux, l'aire de son agrandissement est égale à quatre fois celle du polygone initial. ».

Notons que la démarche mentale sous-jacente à la justification de la conclusion implique une réorganisation des pièces du puzzle qui correspond à une mise en évidence, ou à une distributivité, comme l'illustre la figure 19.

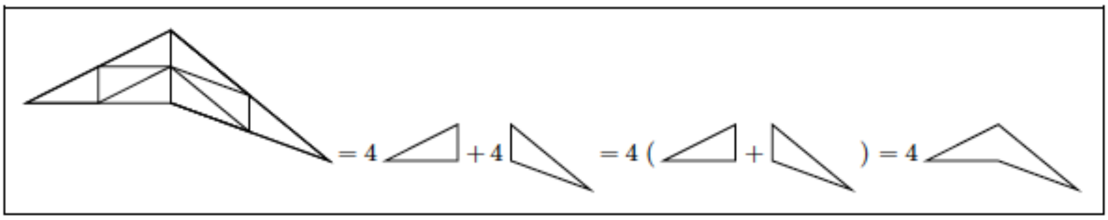


Figure 19 — Réorganisation des pièces

Construire des agrandissements

Agrandissements de côtés de longueurs doubles

L'enseignant demande aux élèves d'ouvrir une nouvelle fenêtre dans *Apprenti Géomètre*, d'y tracer un triangle quelconque, puis après l'avoir mis en couleur, de construire son agrandissement de côtés de longueurs doubles par assemblage de triangles.

En l'absence de quadrillage, il n'est plus possible de dessiner d'abord le contour du triangle agrandi pour le remplir ensuite. En s'inspirant des manipulations précédentes, les élèves devraient parvenir à obtenir le contour de la figure agrandie en dupliquant trois fois le triangle initial et en glissant les duplicata dans la position adéquate (figure 20). L'utilisation du logiciel permet d'exécuter cette construction rapidement avec toute la précision requise.

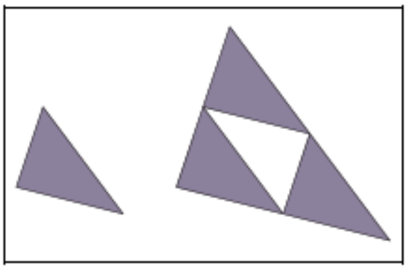


Figure 20 – Construction de l'agrandissement d'un triangle avec côtés de longueurs doubles

De plus, cette construction permet aux élèves de justifier qu'ils ont effectivement construit un triangle semblable puisque les angles sont conservés. Notons que les élèves ne se contentent généralement pas de placer les trois triangles qui forment le contour de l'agrandissement, certains éprouvent le besoin de placer le quatrième exemplaire dans l'espace vide.

Pour aller plus loin, on demande d'effectuer un travail similaire avec un pentagone quelconque[1] c'est-à-dire de construire son agrandissement de côtés de longueurs doubles par assemblage de triangles.

Après avoir décomposé le pentagone initial en triangles, on colorie chaque triangle dans une couleur différente pour y voir plus clair. On réalise ensuite l'agrandissement comme le montre la figure 21.

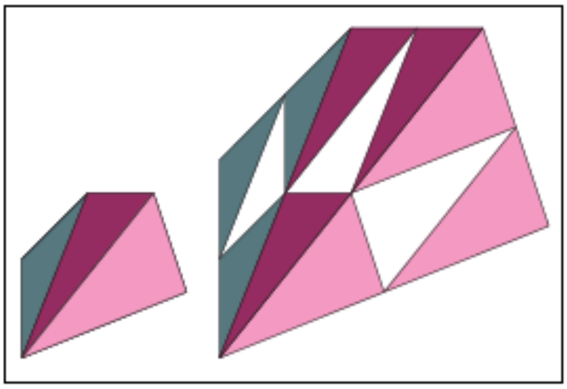


Figure 21 – Construction de l'agrandissement d'un pentagone avec côtés de longueurs doubles

Moyennant un travail sur la somme des angles, ce procédé permet de justifier que la construction réalisée est bien un agrandissement du pentagone initial puisque les angles sont conservés. De plus, cette méthode est généralisable aux agrandissements de tout polygone.

Construire l'agrandissement du pentagone n'est pas évident pour tous, certains élèves ont besoin de consignes plus précises. Soit l'enseignant les guide en leur proposant de réaliser l'agrandissement de chacun des triangles pour commencer, soit il leur suggère de former le contour du pentagone agrandi en plaçant à chaque fois deux triangles en respectant l'alignement des côtés de manière à construire des côtés de longueurs doubles. Cette deuxième méthode permettra d'aborder plus facilement l'activité de la section suivante.

Agrandissements de côtés de longueurs triples

Le travail accompli jusqu'ici établit que « lorsque les longueurs des côtés d'un polygone sont multipliées par deux, l'aire de son agrandissement est égale à quatre fois l'aire du polygone initial ». Pour aller plus loin dans la démarche, on se demande ce qu'il advient de l'aire d'un polygone lorsqu'on construit un agrandissement de côtés de longueurs triples.

En appliquant le procédé de construction utilisé dans l'activité précédente, *Apprenti Géomètre* permet ici encore de réaliser facilement un polygone dont les côtés sont de

---

[1] Il est possible que le fonctionnement du logiciel amène les élèves à construire des polygones croisés. Il vaut mieux les rejeter à cause des difficultés propres aux aires de ces polygones (Noël & Noël, 2010).

longueurs triples de celui de départ, en utilisant seulement deux fonctionnalités (`Dupliquer` et `Glisser`).

Le travail sur le triangle quelconque montre que neuf triangles sont nécessaires pour paver l'agrandissement, on déduit alors que son aire est neuf fois plus grande que celle du triangle initial (figure 22).

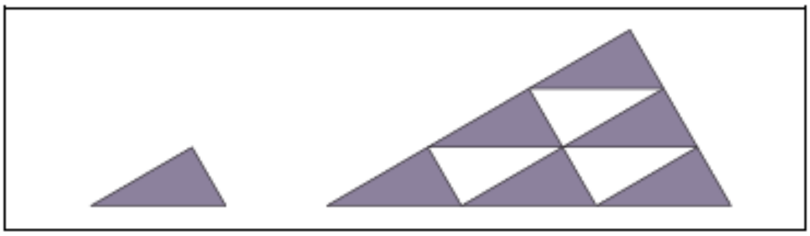


Figure 22 – Construction de l'agrandissement d'un triangle avec côtés de longueurs triples

Ce travail peut également être réalisé pour un polygone quelconque. Considérons par exemple le pentagone de la figure 21 et construisons l'agrandissement de côtés de longueurs triples. Une fois encore, il n'est pas obligatoire de placer les neuf triangles de chaque sorte pour former l'agrandissement dont les côtés sont trois fois plus longs. Les espaces vides suggèrent d'eux-mêmes les triangles absents (figure 23).

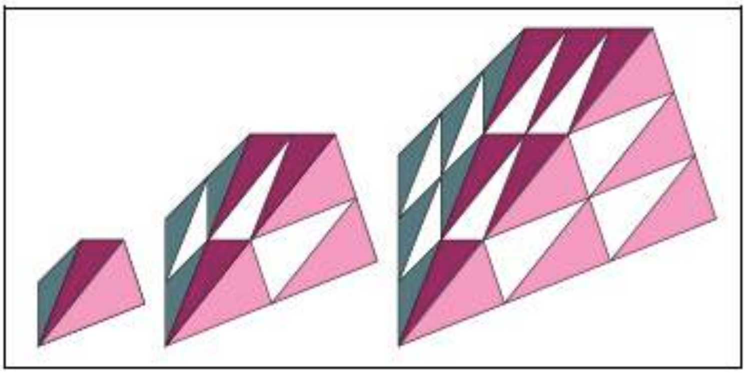


Figure 23 – Construction de l'agrandissement d'un pentagone avec côtés de longueurs triples

Les élèves ont dès à présent les outils nécessaires pour généraliser le procédé à un polygone quelconque et pour formuler une conclusion. Ils ont observé précédemment que tout polygone était un assemblage de triangles. Ils peuvent facilement voir que les triangles de la décomposition d'un agrandissement de côtés de longueurs triples ont des côtés de longueurs triples des triangles de la décomposition du polygone initial. Après avoir mis en évidence ci-dessus que, lorsque les longueurs des côtés d'un triangle sont multipliées par trois, l'aire est multipliée par neuf, les élèves peuvent enfin conclure que « lorsque les longueurs des côtés d'un polygone sont multipliées par trois, l'aire de son agrandissement est égale à neuf fois l'aire du polygone initial. ».

Généralisation et extension

Multiplier les longueurs des côtés par un nombre entier

Les élèves ont pu observer jusqu'ici comment se comporte l'aire d'un polygone lorsqu'on l'a agrandi en multipliant les longueurs de ses côtés par deux ou par trois. Un travail similaire peut être réalisé pour observer comment l'aire des polygones varie lorsque leurs longueurs sont multipliées par un autre facteur entier mais nous n'envisageons pas de poursuivre la démarche de décomposition en triangles au-delà du facteur trois.

La figure 24 offre un moyen de retenir comment évolue l'aire d'un agrandissement en fonction de la multiplication des longueurs des côtés d'un polygone initial. En effet, un carré peut être vu comme une juxtaposition de deux triangles, ce qui permet d'admettre que l'analogie persiste au-delà du facteur trois. La suite de carrés permet d'imaginer ce qui se passe pour d'autres multiples entiers.

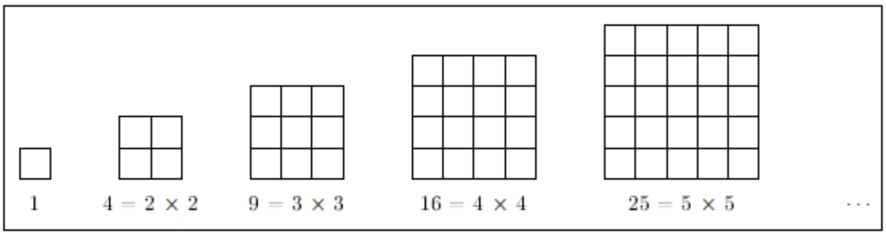


Figure 24 – Suite des nombres carrés

À partir de tout le travail accompli jusqu'ici, les élèves peuvent conclure que « si les longueurs des côtés d'un polygone sont multipliées par un nombre, l'aire du polygone agrandi sera alors égale à l'aire du polygone initial multipliée par le carré de ce nombre ». Nous n'envisageons pas ici l'extension de la règle à des multiples non entiers.

L'aire du disque de rayon double

L'enseignant invite les élèves à observer les agrandissements réalisés dans la section 3.1 et demande ce qu'il advient de l'aire des figures agrandies. Pour les polygones, la conclusion découle du travail effectué au long de la séquence qui précède : l'aire des figures dont les longueurs ont été doublées a été quadruplée. Par contre, pour le disque, il est impossible de paver l'agrandissement avec quatre exemplaires du disque de départ. Il n'est pas non plus possible de partager le disque en triangles afin de mener à la généralisation de la section 5. Il est alors nécessaire d'adopter une technique qui permet d'approcher le disque.

En observant la suite de polygones réguliers de la figure 25, les élèves remarquent que, plus le nombre de côtés du polygone est grand, plus son contour est proche d'un disque.

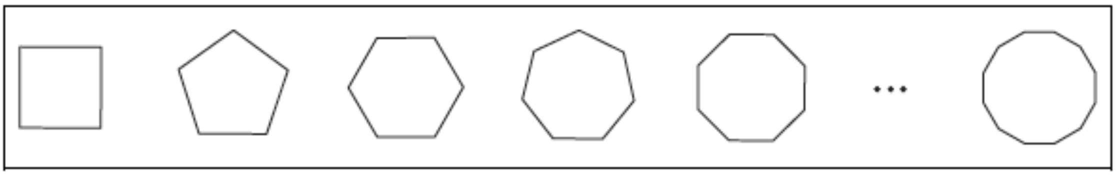


Figure 25 – Polygones à observer

Si on imagine le disque comme un polygone avec de nombreux côtés, on pourrait lui appliquer la démarche réalisée précédemment. La figure 26 est une illustration du raisonnement sur un dodécagone, mais on peut comprendre qu'on pourrait le faire avec un polygone dont le nombre de côtés devient aussi grand que l'on veut.

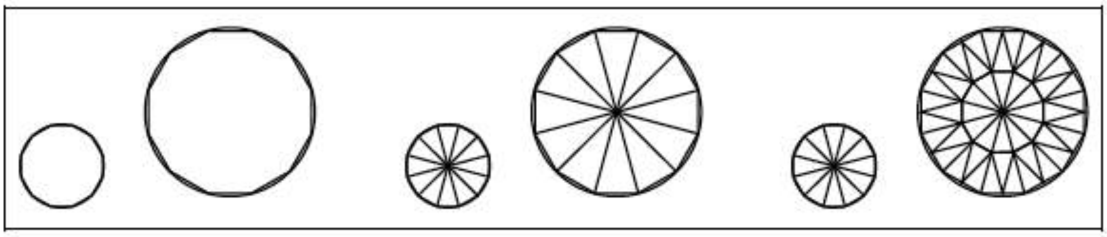


Figure 26 – Illustration du raisonnement sur un dodécagone

REFERENCES

Bkouche, R. (2008) Du caractère expérimental des mathématiques. À propos des laboratoires de mathématiques. *Repères IREM, 70*, 123-137.

Borel, É. (1904) Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire. Musée Pédagogique, Paris. Conférence prononcée le 3 mars.

Dias, T. & Durand-Guerrier, V. (2005) Expérimenter pour apprendre en mathématiques. *Repères IREM, 60*, 61-78.

Guissard, M.-F. *& al.* (2010) Math & Manips. *Losanges, 7,* 39-46.

Noël, G. (2008) D'assemblages au théorème de Thalès. *Losanges, 2*, 56-61.

Noël, G. & Noël, Y. (2010) Le théorème de Varignon (2). *Losanges, 11*, 37-45.