

L'ENSEIGNANT DANS LA THEORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES

Guy BROUSSEAU

Résumé

Il s'agit dans ce cours :

- de repérer les très nombreux assujettissements de l'enseignant qui s'actualisent successivement ou, et surtout, simultanément dans la relation didactique ;
- de les modéliser en termes de "situation didactique" c'est à dire en "jeux" formels qui inscrivent les *décisions* possibles dans des stratégies, (et les décisions observées dans des stratégies "optimales"). Les décisions qui nous intéressent sont déterminées par les caractères spécifiques du savoir visé et de son usage par les élèves. Les stratégies optimales sont conditionnées par des contraintes que la didactique a pour objet de mettre en évidence ;
- de se donner les moyens de confronter les modèles théoriques à la contingence. Celle-ci est appréhendée, et même construite, en traitant les observations possibles (de classes, de cours, de textes) à l'aide d'objets et de méthodes adéquates mais moins spécifiques.

Cours 1

Structures et fonctionnement du système didactique

Résumé du chapitre 1

1.0 Problèmes de modélisation de l'activité didactique dans la théorie des situations

1.1. Eléments et Structures du système didactique. La relation didactique au sens le plus restreint n'est pas le résultat d'un besoin de l'enseignant, il y a un contrat avec un système social extérieur; le savoir n'est pas davantage perçu comme un besoin par celui à qui on l'enseigne : il subira donc un assujettissement "imposé". La nature même du fonctionnement des connaissances et du savoir rend alors incontournables pour le professeur l'institution d'un "milieu à finalité didactique" (pour l'élève), et la conception d'un milieu culturel (pour lui), fictions fondatrices de la transposition, qu'il doit aussitôt réduire et peut être nier.

1.2. Régulations dans le système didactique. Chaque assujettissement se traduit par la nécessité de maintenir ou de rétablir certains équilibres, plus que par la programmation des étapes d'une progression. A chaque assujettissement correspond un répertoire de termes, de tournures, de connaissances, de conventions, et ses fonctions. Ex. traitement techniciste et traitement cognitif des erreurs des élèves ; caractères fictif ou effectif de la situation, régulation de la mémoire didactique, activités réflexives (méta) etc.

1.3. Gestion combinée des différentes relations dans le système didactique. Les observables manifestent des régulations combinées des divers paramètres (le temps, la mémoire, l'appétence des élèves, des classifications de savoirs, une épistémologie didactique...) La résolution des divers paradoxes connus passe par le maintien ou la reproduction de la structure fondamentale à travers des transformations des savoirs résultant des apprentissages. Cette régulation laisse des marques sur les savoirs enseignés et donc dans la culture elle-même (ex. Théorème de Thalès). Elle ne peut pas s'exercer en dehors de certaines conditions (ex. la proportionnalité)

1.0. La modélisation de l'activité didactique dans la théorie des situations;

a) Les deux sources de la modélisation.

La modélisation de la diffusion des connaissances fait appel à deux sources.

une source "empirique", qui consiste à identifier une classe d'observables, un élément pertinent, un phénomène, une composante etc. puis à décrire et à rationaliser cet objet de la façon aussi simplifiée que possible mais toujours "réaliste", en utilisant les instruments ou les domaines les plus appropriés (ex. les connaissances des élèves à tel sujet, la transposition didactique, l'enseignant, une leçon, un problème, une chronique...). Que l'on commence par l'observation ou par le modèle, la justification de la présence de chaque élément est sa signification concrète, c'est à dire la présence de deux éléments correspondants, dans le modèle et dans l'observation.

une source "idéaliste" qui consiste à définir d'abord un concept, un élément, une composante, un phénomène, quitte à chercher plus tard quels pourraient être les observables auxquels on pourrait le confronter. Dans cette deuxième démarche aussi on trouve des modèles et des réalisations mais elles peuvent rester longtemps théoriques. (ex. les connaissances, la

conception α des rationnels, une situation d'action comme automate fini, une chronique comme production d'une connaissance)

L'activité scientifique s'alimente à ces deux sources. En conjuguer les apports est toujours une opération délicate. Rien n'oblige en effet les modèles du premier type à coïncider avec les réalisations du second. Cette activité se concrétise par un certain nombre de types d'objets d'étude - nous en distinguerons au moins quatre - qui chacun utilise pour un même concepts mathématique ou didactique un sens ou un terme différent : la contingence, les modèles empiriques, les modèles théoriques, les théories. Dans les deux premiers cours nous construirons essentiellement des modèles théoriques, nous étudierons le cas des modèles empiriques dans le troisième.

b) principe méthodologique de la théorie des situations didactiques

Ces distinctions sont particulièrement indiquées pour le sujet qui nous occupe aujourd'hui. La théorie des situations didactiques essaie de rejoindre des observables en les dérivant -parfois assez métaphoriquement il faut l'avouer- de modèles mathématiques, plus précisément des automates¹. Elle ne diffère que sur un point - fondamental il est vrai - de l'usage que les théoriciens américains de l'apprentissage² ont fait de ces modèles : l'automate ne modélise pas l'un des actants (le professeur ou l'élève par exemple) mais leurs rapports, leurs relations. Ce choix facilite une approche systémique de l'objet strictement didactique, mais il a l'inconvénient de faire disparaître les hypo-systèmes (les actants, le milieu) comme modèles indépendants au profit des sous-systèmes (par ex. une situation a-didactique est un hypo-système non didactique d'un système didactique). De telle sorte qu'il n'y a pas à proprement parler de modèle d'enseignant dans la théorie des situations. Nous devons donc chercher à identifier les "réalités" qui le concernent par les perturbations et les régulations qu'il produit et assure dans le fonctionnement du système didactique. Nous le ferons d'abord du point de vue théorique (idéal) et ensuite seulement en partant des observations dont le premier point de vue aura établi la pertinence.

c) Bases théoriques

La méthode conduit naturellement à chercher les systèmes dans la régulation desquels "doit" intervenir un actant au titre de sa responsabilité d'enseignant.

L'étude se place dans le cadre d'une science des conditions de la production et de la diffusion des savoirs utiles aux sociétés et aux affaires des hommes. Les éléments de la structure sont des institutions (objets des modélisations en termes d'automates).

Le fonctionnement d'une institution mettant en présence divers systèmes, exige de chacun d'eux, à chaque étape, un choix, c'est à dire la détermination d'un état (réel, historique) parmi plusieurs (possibles). Cette détermination s'effectue par la mise en oeuvre ou la création d'une hiérarchie de codes, offrant des valeurs permises (langages, savoirs) - plus ou moins conventionnels - et de connaissances (plus ou moins exactes, fiables, stables, régulières ou erratiques). (fig.1)

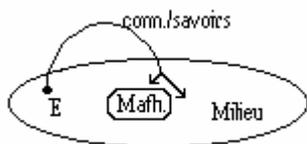


fig.1 (c'est aussi le schéma réduit d'une situation non didactique)

La façon dont ces choix permettent de contrôler le déroulement des interactions est l'objet des connaissances. La participation (stratégie de base) et le contrôle de chacune des activités ou composantes d'une activité d'une institution (un sous système) identifiable à l'aide d'un modèle de

¹Réf: BROUSSEAU G. "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques" RDM Vol 7.2 (1988); "Le contrat didactique, le milieu", pp 313- 318 RDM vol 9. 3 (1990), "Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant" pp 196-202 RDM Vol (199')

²Référence: Chomski, Suppes, Arbib, Nelson voir bibliographie

situation (automate fini), suppose de la part de certains actants une finalité et une ou des connaissances.

Les interventions des hypo-systèmes d'une institution sont en fait des interactions entre institutions. On les classe en trois types selon ce qu'elles tendent à modifier dans le système antagoniste :

- directement les états (action)
- les décisions des actants (information, frayage)
- les modes d'élaboration des décisions des actants, c'est à dire leurs connaissances.(enseignement) (fig. 2)

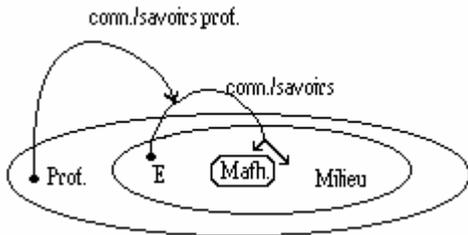


fig. 2 Schéma réduit d'une situation didactique

Certaines institutions ont pour objet la reconnaissance des connaissances nécessaires au fonctionnement d'une autre institution, le métalangage des connaissances qu'elles construisent ainsi est le savoir. La production de savoirs s'effectue à l'aide de connaissances variées (non nécessairement reconnues), mais les producteurs légitiment leur activité (validation) par des codes ou des systèmes générateurs qui sont évidemment eux même des savoirs. Le partage entre savoirs et méta-savoirs semble purement culturel.

d) Définition

L'acte didactique est une intervention d'une institution sur les moyens de décision d'une autre, mais ses finalités sont particulières (les restrictions ci après seront illustrées dans le chapitre 2). Il met en relation, sinon en présence, plusieurs systèmes : un E-é ("enseigné"), un milieu M, un décideur L, un producteur P de connaissance ou de savoirs, un enseignant E-ant.

Le système L au nom d'une légitimité quelconque décide

- que l'enseigné Eé doit être assujetti au milieu M
- que cet assujettissement n'est pas possible "directement"
- qu'il suppose préalablement l'acquisition d'une forme appropriée d'un savoir S ou d'une connaissance C, produits ou en usage dans un système P
- qu'il juge E-é incapable de vouloir et de pouvoir déterminer le savoir à acquérir et les conditions pour le faire
- qu'il se charge de tout ou de partie de la responsabilité de cette acquisition
- qu'il délègue à un système E-ant la tâche de réaliser les conditions de cette acquisition, ou même d'assurer cette acquisition

e) Résultats

Cette modélisation a pour objet (et elle a déjà eu pour résultat) de poser des questions et de les regrouper de façon à les mettre en rapport avec des objets intelligibles et observables. Pour étudier un phénomène, il faut en isoler ce qui peut être étudié indépendamment et qui peut ensuite y être replongé de façon compréhensible.

Ainsi la nécessité d'étudier séparément les aspects didactiques et a-didactique d'une situation d'enseignement découle directement du fait qu'ils possèdent des modèles théoriques différents (automate-au moins-à pile de mémoire³ pour la première, automate-au moins-fini pour la seconde), même si localement on peut observer des cas dégénérés ou les modèles coïncideraient.

³Référence : *Études sur la théorie des automates et son application à la didactique des mathématiques*, Étude en didactique des mathématiques, Bordeaux, 1977

La mémoire du système éducatif et la mémoire de l'enseignant, Conférence de Guy Brousseau à Colmar, 24 mars 1993

Cette distinction a déjà montré sa fécondité aussi bien pour l'analyse que pour l'ingénierie didactique.

Nous avons été conduits pour cela à montrer que l'enseignement était un processus en général non markovien et que l'enseignant *devait* avoir une mémoire avant d'en chercher les traces et les indices. La méthode permet de montrer la nécessité d'un phénomène indépendamment des observations empiriques. Il est donc possible ensuite de chercher les éléments de la contingence qui pourraient contredire ou modifier la théorie sur ce point. C'est ainsi que la structuration et le fonctionnement du milieu ont pu être mis en évidence, ainsi que les phénomènes d'institutionnalisation et de dévolution qui sont associés aux paradoxes du contrat didactique.

On reconnaît dans les schémas ci joints des représentations dans l'espace de certains éléments de la structuration du milieu. [Margolinas]

1.1 - Différents assujettissements qui caractérisent l'enseignant

a) Mode de détermination d'un assujettissement

Il ne suffit pas d'identifier une institution dont on voit qu'elle joue ou veut jouer un rôle dans l'enseignement (par ex. une association de défense de handicapés) pour déterminer un assujettissement fondamental de l'enseignant, même si à un moment donné un enseignant particulier peut être amené à modifier le savoir qu'il veut enseigner ou ses modes spécifiques d'intervention pour satisfaire une demande légitime de cette institution. Il faut, après avoir identifié ses objectifs et ses modes d'actions, établir comment ils vont peser de façon permanente sur le système du professeur et modifier le champ de ses possibilités. En général le nouvel assujettissement se manifeste aussi par un changement de répertoire, par l'impossibilité d'utiliser et de maintenir l'ancien.

Ainsi se précisent les critères d'identification d'un assujettissement, qui sont la base de la modélisation empirique en théorie des situations : Il faut repérer et mettre en correspondance

- deux modèles de relation différents (situation)
- des vocabulaires différents, et l'impossibilité d'employer certains mots et concepts de l'une des situations dans l'autre
- des sens différents pour les mêmes termes, qui se manifestent par des usages différents.

Prenons un exemple à l'intérieur de l'activité de l'enseignant : les différentes sortes de corrections du travail des élèves observées en classe (les corrections *technicistes*, *explicatives* et *causales*) constituent-elles des assujettissements différents du professeur? Nous reviendrons sur ce sujet dans le troisième cours

C'est la méthode que, plus loin, nous proposons d'utiliser pour distinguer l'activité didactique de la communication, pour discuter de l'assujettissement (au sens de rendre participant, de faire dépendre) et surtout pour l'opposer à l'asservissement (au sens ordinaire de domination, de mise à son service, de réduction à l'état d'esclave), Il ne faut pas confondre la soumission à une règle librement acceptée avec la soumission à une règle imposée, mais la nuance est souvent faible.

b) *La structuration du milieu didactique: détermination des assujettissements "internes" du professeur, première approche des répertoires et des théories relatives aux différents hyposystèmes* (voir transparent n°2 p. 55) .

c) Schéma des différents assujettissements "externes" de l'enseignant

Concrètement les institutions qui sollicitent l'enseignant sont beaucoup plus nombreuses (la liste reste ouverte). Elles définissent toutes une partie des assujettissements qui déterminent la fonction sociale, technique et culturelle de l'enseignant. Le schéma ci dessous (fig. 3) indique de façon très simplifiée leurs positions relatives.

La représentation que se font certaines institutions des divers assujettissements est symbolisée par des lignes grisées. Le contrat didactique qui se noue dans l'acte d'enseignement est formé des représentations que se font l'E-é et l'E-ant de leurs assujettissements réciproques et de leur

assujettissement au milieu. Il ne faut pas le confondre avec le contrat d'enseignement qui gère l'assujettissement du professeur à la société qui lui délègue sa fonction.

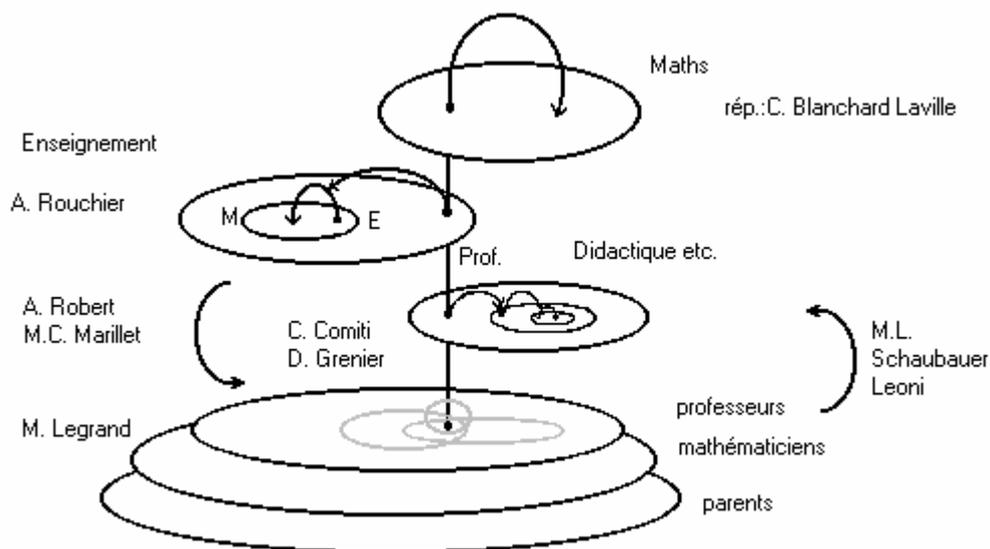


fig 3

1.2. Rappel de quelques résultats

a) La place de l'enseignant dans le système didactique (6ième école d'été de DDM, 1991)

Le schéma ci dessus nous permet de placer les principaux travaux qui ont traité de l'enseignant depuis la 6e école d'été. (Interventions: titre sujet)

M.J. Perrin-Glorian, R. Douady ; J. Centeno

M.L. Schubaer-Leoni ; C. Blanchard-Laville ;

M.C. Marilier, A. Robert

A. Rouchier ;

C. Comiti, D. Grenier ;

J. Robinet, M.J. Perrin-Glorian ;

Situations non et a didactique (C.Margolinas ; M. Legrand)

Evolution, temps : R.Douady, M.J. Perrin-Glorian, J. Robinet

b) Les articles de Educational Studies in mathematics

Nous trouverons une bibliographie et un résumé des textes publiés par ESM sur ce sujet en annexe

c) Quelques thèses et travaux récents en didactique des mathématiques

Nous les présenterons en fin du chapitre 2, selon la partie du schéma dont ils traitent :de la situation ou du contrat didactique, des assujettissements techniques du professeur, de ses rapports aux mathématiques ou de la représentation que s'en font d'autres institutions, de leurs rapport à l'enseignement... Présenter la position des résultats des chercheurs en didactique par rapport aux deux sources évoquées plus haut pourrait faciliter leur interprétation et leur diffusion

d) Du côté des sciences de l'éducation

Stratégies d'apprentissage et techniques didactiques (transparent de la page 54)

Elles sont fondées sur des courants pédagogiques (transparent de la page 53 / 2)

et mettent en oeuvre des "méthodes" (transparents de la page 53/ 1 et 52)

e) Première conclusion.

Ces travaux mettent essentiellement l'accent sur **les actions** des enseignants et très peu sur **les régulations** inhérentes à toute action et surtout les indices sur lesquels peuvent s'appuyer les

rétroactions de régulation. Elles sont déterminées par les grands équilibres qu'il est nécessaire de maintenir (et non pas de produire). Nous allons un peu développer ce point de vue.

1.3 -Méthode d'étude

a) Les différents types de modèles

La prise en compte d'un assujettissement et sa modélisation ne se justifient que dans la mesure où il représente la nécessité d'assurer le maintien d'un équilibre nécessaire.

Le travail scientifique consiste dans ce cas à ne pas se limiter à la modélisation de la structure des systèmes en présence: l'enseignant, l'enseigné, comme on le trouve parfois en intelligence artificielle, mais à reconnaître les grands équilibres qui doivent être conservés pour maintenir possible la relation didactique. Le repérage des fonctions se fait par leurs régulations, par l'identification des moyens de rétroactions et par les indices utilisés, et éventuellement à en établir de nouveaux. Ce travail concerne chacun des assujettissements repérés.

Chacun de ces équilibres devra être repéré et étudié en tant que contingence, en tant que modèle empirique, en tant que modèle théorique, ou en tant que théorie. En tant que modèle théorique, une situation didactique est un automate mathématique, elle a pour objet de rendre compte d'un assujettissement, ou d'un fonctionnement partiel d'une institution (relatif à un savoir, par exemple une leçon) qui peuvent être, eux, des modèles "empiriques, dans la mesure où ils sont supposés décrire, de façon simplifiée mais réaliste, une collection d'indices choisis dans la contingence. Exemple (Transparent).

b) modèle général de la régulation

Le modèle théorique de la régulation est bien connu et sa représentation simplifiée aussi. Des senseurs évaluent le résultat de l'action et modifient de diverses façons (empirique ou systématique) le mode d'action du système (par exemple les variables de commande P1 et P2 pour ramener le résultat à l'intérieur d'une zone d'acceptation (lorsqu'il s'en est écarté). La régulation peut converger ou non, diverger ou non, de façon monotone ou oscillante etc.(fig. 4)

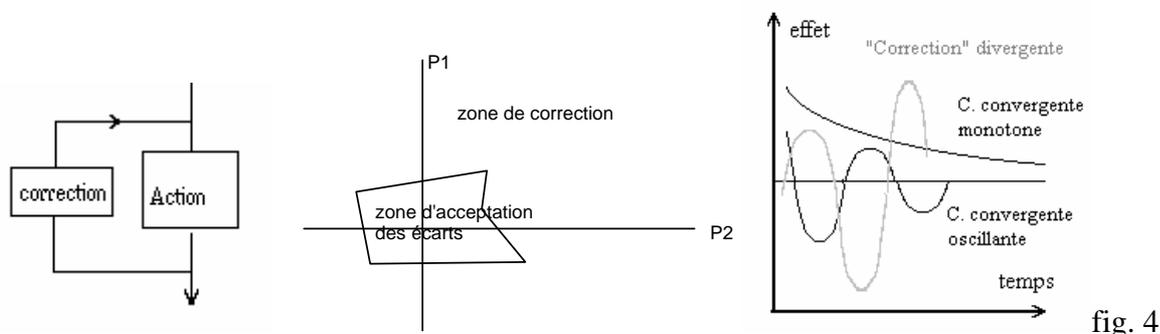


fig. 4

Les dérapages dénotent des corrections inappropriées ou insuffisantes.

1.4. Régulation interne ou externe, orthodoxie ou pathologie,

a) La régulation

"De manière générale, un système (ou une institution) finalisé agit sur un environnement, reçoit de celui-ci des informations, dispose d'un régulateur qui distingue niveau d'adaptation et de correction, détermine les conditions de son fonctionnement ; les corrections les plus fortes donneront lieu à un nouveau système (ou à de nouvelles institutions).

On peut donc considérer au sein de chaque système :

- une composante principale, définie par l'action (ou la raison d'être de l'institution),
- une composante de correction pour réduire les inévitables écarts prévus ou les erreurs constatées (relativement aux objectifs), cette correction restant compatible avec le fonctionnement ordinaire,

- les limites au delà desquelles les corrections ne seront plus possibles (ce qui déterminera alors des échecs) dans le système lui-même et qui engage un nouveau projet, un autre fonctionnement (une autre institution).

Ces deux niveaux de correction (interne pour les écarts ou erreurs et externe pour les échecs) se légitiment par les limitations du projet principal et **déterminent en général une différenciation d'institution.**

b) Première application aux systèmes didactiques : l'orthodoxie et la pathologie

"En classe, un élève commet une erreur bénigne de calcul, le professeur peut simplement lui faire recalculer son opération et continuer à traiter l'objet d'enseignement en cours. Mais s'il explique à l'élève pourquoi le résultat est faux (parce que cette même erreur se reproduit souvent et qu'il a pu en identifier une cause possible), il effectue une rupture dans son discours, il change de projet. Les deux actions relèvent d'une logique différente : l'une ne rompt pas le temps didactique, l'autre si.

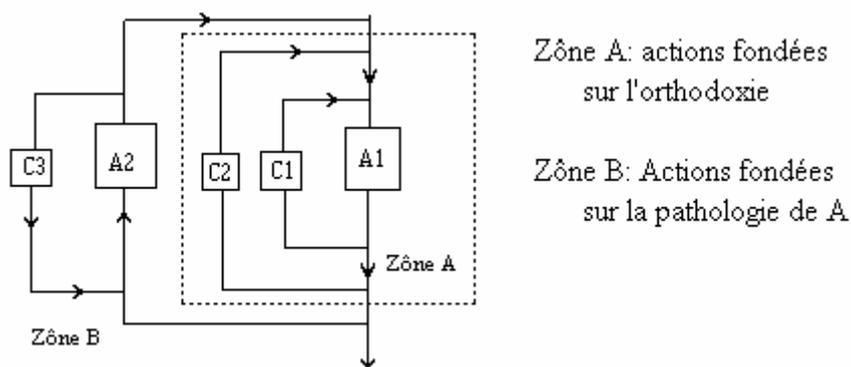
La première action se réfère à l'action principale, nous dirons qu'elle relève d'une **"logique de l'orthodoxie"**.

La seconde est centrée sur les corrections, nous dirons qu'elle relève d'une **"logique de la pathologie"**¹.

Il s'agit en fait d'une dialectique :

- la "pathologie" se réfère à l'"orthodoxie", elle ne peut exister que par rapport à celle-ci,
- pour perdurer, un système nécessite un sous-système interne de correction, toute "orthodoxie" s'accompagne donc de "pathologie".

La question se pose donc surtout en terme d'équilibre, le pathologique ne pouvant se définir qu'en terme de relative rareté par rapport à la normalité."



A1 action 1 ; C1 et C2 corrections liées à l'orthodoxie, à l'intérieur du système. A2 et C3 , action qui s'autorise de l'échec du système A, se réclame de la pathologie : méta-leçon. Elle aussi peut se réclamer d'une orthodoxie mais pas par rapport à la "leçon"

"A tout niveau, on peut considérer une action, dont on attend un certain résultat. Si un résultat est non conforme aux attentes, il pourra être qualifié de "pathologique". Plus la liaison action-résultat est standardisée, plus l'écart est considéré comme pathologique.

La scolarité obligatoire s'inscrit dans un rapport de droits et de devoirs. Les élèves doivent acquérir un certain savoir mathématique déterminé par une institution ; ce sont les règles sociales et culturelles qui définissent les objets d'enseignement, ces interventions volontaires sont soumises à certaines normes. C'est ce que nous appellerons l'"orthodoxie scolaire".

¹ Le terme "pathologie" est ici employé comme désignant ce modèle théorique, dans le cadre fixé par notre problématique (II-2) indépendamment des pathologies répertoriées par le Savoir médical.

La "pathologie scolaire", elle, repère et prend pour objets d'étude les désordres de l'orthodoxie, elle s'autorise d'une souffrance, d'un manque, pour y remédier.

En classe (orthodoxie scolaire), certaines erreurs sont considérées comme normales, certaines donnent lieu à des corrections de type techniciste, d'autres encore font l'objet d'un travail réflexif d'une autre nature : apprentissage formel, approfondissement du sens ...

D'autres erreurs enfin, ne pourront pas être corrigées dans ce cadre, soit pour des raisons d'ergonomie, soit parce que les connaissances nécessaires ne sont pas disponibles dans ces conditions et nécessiteront alors un basculement vers une autre action (et d'autres règles d'actions)."²

c) *Explications technicistes, explications cognitives*

Appliquons ces distinctions à un exemple banal du choix des décisions didactiques : Suivant l'histoire de l'élève et celle de la classe (l'âge, le niveau, le contexte, la période de l'année, le cours précédent...), une erreur comme :

$$\text{"3,4 x 100 = 3,400"}$$

peut provoquer les réactions suivantes :

* Avant la leçon, le professeur peut utiliser cette réponse (prévue) pour distinguer la nouvelle notion (multiplication d'un décimal par une puissance de dix) de l'ancienne règle qui ne concernait que les entiers, dans le but de l'institutionnaliser

* Au moment de la leçon, le professeur peut exiger la correction par l'élève : "Regarde un peu ce que tu as écrit! Tu es bien étourdi! "(logique de la pathologie interne de rang 1)

* Après la leçon : le professeur peut interpréter cette erreur comme un algorithme imparfait : "Tu as peut être bien fait d'ajouter deux zéros, c'est quelquefois utile avant de déplacer la virgule, mais tu n'as pas pensé à décaler la virgule" ; c'est une correction de type **techniciste**, (suivant le terme de Chavallard) elle vise à renforcer l'algorithme pour qu'il soit acquis (logique de la pathologie interne de rang 2), Ces trois premiers types d'intervention relèvent de la "logique" de l'orthodoxie..

* A un moment quelconque le professeur peut estimer que la référence au savoir enseigné a échoué, interrompre un moment le calcul en cours et

-faire une tentative d'explication, un appel au sens par exemple: "Que veut dire 3,4 ? Pour toi, qu'est-ce qu'un décimal ? "

-ou bien tenter une explication **cognitive** "ne serais-tu pas en train d'oublier la virgule et de confondre ...

-ou encore procéder à un renforcement de l'apprentissage en donnant à l'élève une série d'exercices du même type (logique de la pathologie externe, car dans tous les cas l'actio en cours est interrompue)

* le professeur peut penser que l'élève n'est pas capable d'assimiler une telle notion et renoncer plus ou moins provisoirement à la lui faire acquérir (dépassement des limites du dispositif, relais d'une nouvelle institution dont on peut distinguer les cas où les interprétations de la situation et les actions entreprises seront soit en référence avec le savoir didactique, soit en référence avec un savoir extérieur).

"Cette répartition ("orthodoxie" / "pathologie") ne se réfère pas à des propriétés inhérentes aux éléments à classer, mais elle est relative. Par rapport à l'orthodoxie scolaire, les institutions sociales et médicales seront considérées comme relevant d'une position de type pathologie scolaire.

d) *Conclusions*

² Florence GENESTOUX, "Quelle institution d'appui aux élèves en difficulté en mathématiques"
AnnieIs.doc

Certaines ruptures d'équilibre conduisent à des changements d'assujettissements. Le rôle de l'enseignant serait donc de gérer des régulations intra assujettissements et des régulations interassujettissement. Essayons d'esquisser un modèle de ce phénomène.

1.5 Modèle théorique d'équilibres didactiques

a) Paradigme

Un répertoire (syntaxe et vocabulaire) est utilisé pour engendrer un langage L_1 . Si à chaque symbole nous associons une fonction de coût, à toute formule ou énoncé x de ce langage peut être associé un coût d'énonciation: $c(x)$. (par exemple $\#(x)$ le nombre d'occurrences de symboles)

Supposons qu'un ensemble de réalisations de ce langage se trouve impliqué dans un corpus de situations dont on peut relever la fréquence d'utilisation. on peut attribuer à chaque formule ou énoncé x une fréquence d'apparition $f(x)$ dans ce corpus et reporter ces fréquences sur les symboles, termes ou formules atomiques. On peut alors attribuer à L_1 un "coût global : $\sum_{x \in L_1} c(x) \cdot f(x)$.

Envisageons un autre langage L_2 , qui soit une réécriture de L_1 (il existe pour toute formule minimale de L_1 une formule minimale de L_2 qui lui soit "équivalente", ce pourrait être simplement une définition, c'est à dire le remplacement d'un énoncé ou d'un terme par un terme plus court). La même fonction de coût et la même distribution de fréquences déterminent alors un coût de L_2 . Il est alors possible d'évaluer l'économie réalisée par la substitution de L_2 à L_1 . (Toutefois ce calcul simpliste conduirait à attribuer les meilleures performances à une réécriture où un répertoire énorme permettrait d'écrire toutes les formules avec un signe chacune). En fait l'augmentation de la taille du répertoire coûte un certain prix d'apprentissage; elle augmente aussi le coût de l'énonciation (car la recherche d'un signe dans un ensemble de N objets croît au moins comme $\log_2 N$); enfin diverses limitations sévères dans les capacités de traitement de l'information interviennent aussi de façon complexe.

Entre un petit répertoire, une syntaxe simple mais conduisant à un coût énorme de production, et une syntaxe complexe et un répertoire étendu abaissant le coût (apparent) de production mais au prix d'efforts excessifs, il existe des positions optimales. Remplacer un certain assemblage par un symbole unique n'est intéressant que sous certaines conditions.

b) Exemples classiques:

Soit L_1 le système de numération de Robinson (un trait par objet). Utilisé pour dénombrer le corpus { 12 nombres "3", 17 nombres "8"; 4 nombres "21" }, il présente un coût de $(3 \times 12 + 17 \times 8 + 4 \times 21 = 256)$. C'est le nombre de traits que Robinson doit creuser avec son couteau. Sur le même corpus le système romain n'aurait coûté que $12 \times 3 + 17 \times 5 + 21 \times 5 = 226$ traits pour $12 \times 3 + 17 \times 3 + 4 \times 3 = 99$ signes à Robinson et le système décimal $12 + 17 + 8 = 37$ signes.

Apprendre par coeur tous les résultats de la table de multiplication dans le système à base 10 comprend l'étude de 81 résultats de coûts variables. L'apprentissage de la commutativité permettrait de ramener ce nombre à 45. L'intérêt (la fréquence d'emploi) de certains est nul (par exemple 0×4 ne se présente jamais avec l'algorithme scolaire). Mais le coût additionnel du retournement des couples pouvait s'avérer prohibitif pour des calculateurs entraînés. D'autre part, une écriture en base 20 permettrait de raccourcir la longueur des nombres, mais la table de multiplication comprendrait 361 produits élémentaires! Le système "bibi" de Bobby Lapointe ou celui de Mgr Lemaître étaient ingénieux ...

1.6. Equilibres a l'intérieur d'un assujettissement

a) Les Théorèmes et les problèmes

Il n'y a pas de différence mathématique entre un théorème et un problème, la différence est seulement didactique. Les professeurs espèrent (théoriquement) engendrer la capacité de démontrer

tous les théorèmes d'une théorie par l'enseignement d'un petit nombre d'entre eux et l'effet conjugué des savoirs et des connaissances développées.

b) Les savoirs et les connaissances, la forme outil, la forme objet

Exemple: Dans une théorie enseignée aux élèves, il faut maintenir un équilibre entre

- la partie institutionnalisée comme savoir: les définitions, les théorèmes,
- la partie institutionnalisée comme connaissances. Ces connaissances sont celles qui sont nécessaires pour résoudre les problèmes que l'on s'attend à voir dominés par les élèves : certaines ne sont même pas explicites, d'autres sont des savoirs enseignés convertis en moyen de résolution,
- la partie déterminée comme connaissances non institutionnalisées développées spontanément par les élèves.

c) Les connaissances et les métaconnaissances

Le maintien des grands équilibres de ce type est la partie cachée de l'activité didactique. Est-ce bien le rôle de l'enseignant?

ou plutôt celui du système enseignant tout entier?

Revisite de la transposition didactique et des mécanismes transpositifs, maintien du gradient de la distance : Thalès

1.7 - Régulations inter assujettissements, un accident de transposition

Mais les enseignants ne peuvent ils pas directement coordonner leur action? les experts et les responsables ne peuvent-ils pas déterminer ce qui doit se faire? Pour illustrer ce qu'est l'enseignement des mathématiques à l'école primaire du côté des professeurs je vous propose d'examiner un problème de transposition. Nous ne parlerons pas ici des institutions "correctives".

a) un document "épouvantable"

Une collègue nous a récemment apporté un journal professionnel d'enseignants qui présentait un document étonnant. L'auteur y vantait l'usage d'une calculatrice pour enseigner et "comprendre un concept délicat à acquérir : la proportionnalité". Il présentait d'abord un tableau de nombres naturels à compléter en effectuant des opérations (multiplications et divisions par 2 et 3) communes à tous les nombres d'une même ligne (Exercice classique, à gauche sur la figure). Il invitait ensuite les élèves à utiliser la touche "division euclidienne" par trois, pour retrouver les nombres de la ligne supérieure qu'ils venaient de multiplier par trois (tableau de gauche. Grâce à cette touche, cette calculette spéciale affiche, non pas l'approximation décimale du quotient rationnel (comme ordinairement avec la touche "division"), mais le quotient naturel et le reste de la division (aménagement didactique qui évite l'intrusion des décimaux avant terme et dont il faut remercier le constructeur). Evidemment tous les restes sont nuls.

x 2	7	5				••
	14		8	12		
x 3			24		48	••

Tu tapes		Tu vois	
42	•• 3	14	0
30	••		

quotient reste

L'auteur, qui avait étiqueté cette opération :

"pour vérifier la proportionnalité des nombres entre les lignes 3 et 2, utilise la touche division euclidienne..." ,

conclut ainsi :

"quand le reste est égal à 0, les deux nombres sont proportionnels (! c'est moi qui souligne). Le coefficient de proportionnalité est indiqué par le quotient !"

L'exercice continue par un nouveau tableau où les nombres de la colonne de gauche doivent être divisés (avec la machine) par les nombres de la deuxième colonne, **tous différents**. Les restes et les quotients doivent être simplement transcrits dans les colonnes trois et quatre.

"Colorie les coefficients de proportionnalités quand les nombres sont proportionnels"

continue l'auteur qui enfonce le clou avec la "leçon" suivante:

"Pour (vérifier si des nombres sont proportionnels) il suffit de les entrer sous la forme de fractions. Si la fraction est entièrement simplifiable, les deux nombres sont proportionnels, le plus grand sera le numérateur. Plusieurs appuis successifs sur la touche "simp" montrent lorsque l'on obtient un nombre entier :

- a) que les nombres sont proportionnels
- b) le coefficient de proportionnalité "

b) son corrigé (partiel)

Les termes "proportionnel", "proportionnalité" et "coefficient de proportionnalité" ne sont pas employés ici conformément aux usages mathématiques.

L'auteur utilise "proportionnel" comme adjectif s'appliquant à **deux** nombres (or "proportionnel" veut dire "relatif à une proportion" ou qui est "déterminé par une proportion", et pour définir une proportion il faut quatre nombres a; b; c; d; tels que $a/b = c/d$). Et il l'utilise pour indiquer que l'un des deux nombres, (peu importe lequel) est **multiple** de l'autre (qui en est un sous multiple). De plus la suite montre qu'il utilise le terme "coefficient de proportionnalité" pour désigner alors le **rapport** de deux nombres **lorsqu'**il est entier naturel, -, il devient alors simplement synonyme de quotient (entier)-. En fait le coefficient de proportionnalité entre les colonnes un et deux n'est pas le quotient - différent sur chaque ligne - ni même le nombre 3, par lequel on divise toujours (c'était coefficient pour la troisième ligne en fonction de la deuxième), c'est 1/3 ou 0,333...

Sans changer les exercices il aurait pu dire:

"Pour vérifier la proportionnalité des deux **suites** de nombres des lignes 3 et 2, utilise la touche division euclidienne. En divisant **tous** les nombres de la troisième ligne par 3, **tous les quotients** sont le nombre correspondant de la deuxième et **tous** les restes sont égaux à 0.

L'évocation de la proportionnalité n'a pas grand intérêt:

Les deux lignes sont proportionnelles. et dans ce cas "3" est le coefficient de proportionnalité de la troisième ligne en fonction de (ou par rapport à) la deuxième..."

puis plus loin:

"colorie les quotients quand le premier nombre est un **multiple** (ou multiple exact) du second, Si **tous** les quotients sont égaux et si tous les restes sont nuls alors la suite des premiers nombres est proportionnelle à la suite des seconds et le quotient commun est le coefficient de proportionnalité."

c) critique

Ce que les élèves ont à faire est raisonnable, et on peut soupçonner ce que le professeur a pu vouloir enseigner : pour vérifier que deux suites de nombres (naturels) sont proportionnelles (un des coefficients de proportionnalité étant naturel), il faut que la division des plus grands par ce coefficient donne des restes nuls

Ne s'agit-il donc que d'une erreur de vocabulaire, une formulation contraire aux usages mais qu'il suffira de rectifier? Ne pouvons nous laisser à plus tard l'apprentissage de la précision verbale et des savoirs "formels" pour ne s'attacher qu'aux connaissances? La réponse est NON. D'abord cette formulation est incohérente car les enfants pourront appeler "tableau de nombres proportionnels" un tableau mettant en correspondance les nombres d'une première colonne avec, dans une deuxième colonne, des multiples quelconques mais surtout variés, des premiers. Chaque ligne déterminera un (soi disant) "coefficient de proportionnalité" différent et le tableau de nombres soi-disant proportionnels ne sera pas un tableau de proportionnalité!

De plus cette confusion conduit à confondre aussi et à échanger les rôles des termes d'un produit. Si $a \times b = c$, alors a et b sont tous les deux des "coefficients de proportionnalité"! Et l'auteur n'évite pas l'erreur : ce sont les valeurs de la deuxième ligne (ou de la 3e colonne) qui deviennent des coefficients de proportionnalité!

L'erreur se révélera catastrophique dès l'apparition des nombres rationnels et des nombres décimaux car alors tous les nombres seront "proportionnels"... Il y a bien d'autres inconvénients, la cause est entendue: la précision et l'exactitude formelle ne sont pas un luxe imposé arbitrairement par des puristes doctrinaires. Il faut des mots pour penser et dire les choses, et leur choix quand il résulte d'une culture ancienne et concertée n'est ni innocent ni facile à remettre en cause.

d) une explication

Essayons de comprendre d'abord l'origine du pataquès.

Il est clair que les formulations "correctes" sont un peu plus délicates et les phrases plus longues. Le mot "suite" est difficile à éviter et "tous", impossible. On peut comprendre qu'un enseignant se laisse aller, pour coller au répertoire de ses élèves à quelques abus, mais je sais aussi qu'il est possible de présenter ces tâches aux élèves, sans abus de langage, et sans que le vocabulaire nécessaire présente pour eux de grandes difficultés. Personne n'est obligé d'émettre de grandes phrases en forme de théorèmes comme tente de le faire notre auteur mais les caractéristiques d'un tableau de proportionnalité par rapport à un tableau quelconque peuvent être parfaitement connues des élèves. Alors que se passe-t-il? Avons-nous affaire simplement à un cuisinier qui commet une bêtise isolée?

Un rapide raisonnement de didactique fait pressentir que non. Cette erreur est du type de celles que peuvent commettre en situation de nombreux enseignants, même s'ils sont eux même bien informés des mots et de leur sens. Une enquête impromptue a confirmé ce raisonnement. Et pour finir plus de 90% des candidats au concours externe de recrutement des professeurs des écoles à la critique desquels la feuille a été proposée ne lui ont rien trouvé à redire!

Faut-il s'écrier encore "Ah que le niveau baisse mon cher!" et penser que lorsque 200 000 instituteurs font la même faute, c'est évidemment parce qu'il y a là 200 000 sots?

Sans examiner en détail les mécanismes didactiques qui rendent probables de telles aberrations, il faut remarquer le plus important : certains usages de la langue française ne coïncident pas avec les usages mathématiques (par exemple le mot "proportion" y est souvent synonyme de "rapport" : les proportions d'un modèle). A l'école primaire de tels conflits sont très difficiles à arbitrer. Les enseignants ne peuvent le faire qu'avec l'aide de conventions précises et la complicité de toute la société.

e) Les effets des réformes

Mais il me semble que cet exemple montre aussi les conséquences d'un important phénomène de transposition didactique. Dans les années 70, un souci légitime d'unification du langage mathématique et d'amélioration du niveau des élèves, a conduit à éliminer des programmes du secondaire la **théorie des proportions** et plus généralement à abandonner une partie de sa fonction, qui consistait à donner une place épistémologique et des instruments d'analyse pour les connaissances du primaire.

Dans le primaire, les problèmes de **proportionnalité** ont dû être "reconditionnés" et la notion d'application linéaire est venue remplacer la règle de trois (présentation sous forme de tableaux par ex.). Les termes "**rapport**" et "**multiple**" ont perdu leur usage et leur sens précis, à la fois pour les professeurs d'écoles qui ne disposaient que des mathématiques du premier cycle, et pour les élèves du primaire.

Mais avant qu'une "culture professionnelle" nouvelle ait pu s'établir, une nouvelle réforme a supprimé des programmes les concepts et le vocabulaire (des ensembles et des relations par ex. mais aussi les termes de rapports, de multiple etc.) qui devaient permettre aux professeurs de

maîtriser progressivement ces difficultés et de créer les instruments et les exercices nécessaires. Les exercices et les tableaux sont restés mais pas les termes pour les traiter.

Aujourd'hui, les à-coups imposés à l'enseignement par des décisions empiriques et doctrinaires ont mis à mal même la communication des concepts les plus simples.

Les chercheurs en didactique mettent en évidence ces phénomènes et leurs causes. Les formateurs de professeurs tentent d'utiliser ces connaissances pour corriger les aspects les conséquences les plus négatives de ces improvisations. La décision de supprimer tout "ce qui passe mal" associée à la volonté opiniâtre de conserver une gestion empirique et administrative des savoirs finira par ne plus rien laisser passer. Il faut préserver les concepts fondamentaux, les mots nécessaires pour les utiliser, les exercices pour les apprendre, les situations qui leur donnent du sens.

f) La noosphère

Ce ne sont pas seulement les réformes ou le manque de réformes qui sont en cause, ni les grands coups de volants idéologiques dans tous les sens que nous nous sommes permis dans une période faste pour notre culture et pour notre économie. C'est la conception même des moyens de gestion de l'enseignement primaire qui est en cause. Comme pour l'économie au XVIIIe siècle, nous commençons à peine à soupçonner les lois profondes de la diffusion des savoirs, et comme au XIXe siècle, nous croyons qu'il suffit de dire à chacun ce qui le menace ou qui l'opprime pour qu'il s'organise pour y résister.

Le cours de demain utilisera le modèle de régulation pour analyser les stratégies de l'enseignant.

Cours 2

Les stratégies de l'enseignant et les phénomènes typiques de l'activité didactique

Résumé du chapitre 2

2.1. Philosophie des choix didactiques

2.2. Les stratégies didactiques : communication des savoirs (méthodes dogmatiques, axiomatiques, formalistes), communication des connaissances (méthodes empiriques), maïeutiques (problèmes, méthodes constructivistes) etc. Les stratégies sont classées suivant la responsabilité dévolue à l'élève et celle conservée par le professeur. Elles sont rangées en stratégies de base ou dérivées selon leurs propriétés ergonomiques de façon à montrer comment elles peuvent se compléter. La réorganisation des savoirs. Les phénomènes typiques de l'activité didactique : obsolescence, perméabilité, reprise, glissement métadidactique, ostension, effet topaze

2.3. La régulation didactique Critique de l'usage des "méthodes" en pédagogie : comme moyen de description de l'enseignement et de formation (Ex. Comment gérer la quantité de "sens" nécessaire et limiter les excès dans ce domaine). Intérêt d'une ergonomie didactique pour la recherche en mathématiques.

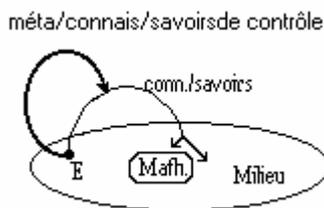
2.1 - Eléments entrant dans les choix didactiques.

2.1.1. Rappels.

La communication "didactique" a pour objet de donner à son destinataire un moyen de contrôle ou de régulation sur un certain *milieu*. Nous pouvons appeler "*connaissance*" cette capacité de contrôle. La conscience que le sujet apprenant peut avoir de sa capacité de contrôle sur une situation ou un milieu donné est repéré comme "sa" connaissance. Prendre conscience de ses connaissances suppose de la part de l'apprenant, l'usage d'un certain répertoire culturel : ce bagage de connaissances culturelles (formulables ou communicables au moins par des procédés non verbaux) est lui même l'objet d'une reconnaissance par un système de savoirs et de 'syntaxes' plus ou moins spécifiques.

Les instruments culturels de reconnaissance et d'organisation des connaissances sont des *savoirs*, objets d'une activité spécifique des institutions, ou d'une activité d'institutions spécifiques. La *compréhension* est la mobilisation concomitante de savoirs, de connaissances et l'évocation de situations non directement nécessaires à la décision dans l'action en cours mais supposés utiles au contrôle des connaissances qui régulent cette décision. L'équilibre général des différents répertoires par lesquels un sujet régule ses rapports à un milieu obéit à des principes d'ergonomie.

Le "*sens*" d'une connaissance est une image culturelle de la compréhension, un moyen de la reconnaître et de la gérer, comme le savoir est un moyen de reconnaissance et de gestion des connaissances, moyen personnel ou institutionnel, et donc variable suivant les institutions. Le sens peut donc se décomposer suivant les "types didactiques" de connaissances en une composante *sémantique*, par laquelle la connaissance à l'oeuvre est reliée à un champ de situations, en une composante *syntactique* qui la relie aux différents répertoires (en particuliers logiques et scientifiques) qui en régissent la manipulation, et en une *composante pragmatique* qui en décrit les caractères d'utilisation.



(Image culturelle du sens : didactique du contrôle (R.Neyret) • image sémantique • image syntaxique)

2.1.2. Méthode.

Nous allons considérer que l'enseignant se caractérise par les assujettissements qu'il accepte et par ceux qu'il impose. Chaque assujettissement consiste en un partage de responsabilités entre 'l'enseignant' et un milieu antagoniste (comprenant l'enseigné) et par les moyens de régulation réciproques qui conditionneront l'évolution du système.

Cette approche permet de classer les *régulations didactiques* suivant la répartition des responsabilités entre le système qui diffuse une connaissance et celui qui la reçoit et l'apprend. (En fait, il faudrait aussi envisager l'effet réel ou supposé d'un troisième système que nous pourrions appeler le milieu et que les partenaires évoquent parfois comme 'la nature').

Ces responsabilités concerneront d'abord l'émission des connaissances - leur communication, leur validité, leur nouveauté, leur valeur, leur intérêt ou leur statut culturel - et les conditions dans lesquelles elles pourront se manifester, être reçues, apprises, reproduites, etc.

Tout émetteur de connaissances n'est pas un enseignant mais tout enseignant sera fatalement un émetteur de connaissances. Nous verrons même qu'il doit tendre à n'être plus que ça. Il faut donc examiner des assujettissements à première vue non didactique pour pouvoir les identifier comme partie dédidactifiée (a-didactique) d'une situation didactique.

Les responsabilités didactiques commencent avec le droit que se sonne ou que reçoit l'enseignant de modifier intentionnellement le système de décision de son interlocuteur. Elles s'appuient donc sur une possibilité réelle ou supposée de reconnaître à certains indices qu'une action a produit un tel effet. Ces indices sont, par exemple, l'apparition de certains comportements ou de certaines productions : des reproductions, des traductions ou des extrapolations...

Tout récepteur de connaissances ne les transforme pas nécessairement en moyens de décisions, et tous ses moyens de décision qu'il manifeste ne sont pas le résultat direct de l'enseignement en cours ou d'un enseignement passé. L'action de l'enseignant ne peut donc pas être étudiée indépendamment des activités cognitives propres du sujet, c'est à dire des assujettissements non didactiques de l'apprenant. Elle doit être étudiée au contraire comme une régulation de ces assujettissements non didactiques.

Ces considérations nous conduisent à examiner tous les assujettissements liés à la communication, en commençant par ceux qui sont non didactiques, parce qu'ils peuvent être inclus dans un assujettissement didactique. Nous n'excluons que les situations d'actions. Nous continuerons à appeler 'contrats' ces répartitions de responsabilité

2.2. - Les stratégies didactiques.

2.2.1. Contrats non didactiques (A)

Une première répartition des responsabilités consiste donc à ce que l'émetteur d'un texte n'ait aucune responsabilité didactique à l'égard du récepteur : il n'est pas chargé de lui enseigner quoi

que ce soit, et s'il modifie les croyances ou les actes du récepteur, c'est en quelque sorte indépendamment de sa volonté, et non pas conformément à un projet quelconque de sa part.

Nous allons ordonner ces contrats en partant du minimum de contraintes pour l'enseignant - qui ne sera alors qu'un émetteur de signaux - et en allant vers des responsabilités toujours plus grandes.

Le contrat d'émission - (contrat A.1.1)

Le contrat d'émission ne lie pas directement l'émetteur et un éventuel récepteur. L'émetteur délivre un message sans se préoccuper des conditions *effectives* de réception. Nous supposons toutefois dans la suite de ce texte, que ce message est intelligible (au moins pour une certaine institution) et même qu'il n'est composé que d'énoncés, justes ou faux, mais bien formés.

Dans une situation minimale, l'émetteur pourrait n'être tenu à rien du tout (rien d'autre que ce qui régit la liberté d'expression) et émettre un message inintelligible, même pour lui (l'émission d'un simple brouillage par exemple). Ce contrat limite peut être parfois réellement observées dans des classes : le professeur monologue sans tenir aucun compte de la présence des élèves qui émettent en même temps que lui... du bruit. Ce contrat peut aussi modéliser certaines émissions de télévision ou de radiodiffusion.

- Le contrat de communication (contrat A.1.2)

Le contrat de communication est plus exigeant. L'émetteur (par exemple le professeur), prend à sa charge de faire 'parvenir' à un récepteur un certain message. Il doit s'assurer de la bonne réception du message (mais non du sens que lui donne le récepteur), et pour cela du bon fonctionnement du canal. Il doit utiliser les répertoires du récepteur (répertoires calligraphiques, phonologiques, orthographiques, grammaticaux, logiques etc.) et au besoin collationner (confronter avec la répétition par le destinataire) ou répéter le message (en particulier à la demande du récepteur). L'interprétation du message est entièrement à la charge du récepteur. Les dysfonctionnements conduisent exclusivement à des mises au point de répertoires.

Les contrats d'émission et de communication sont essentiellement soumis à des contraintes relatives à la forme du message

- Le contrat d'expertise (contrat A.2.1.)

Le contrat d'expertise est plus exigeant, l'émetteur garantit la *validité* de ce qu'il émet. Il peut être tenu par le destinataire d'établir, à la demande, une certaine validité (la vérité, l'authenticité, l'origine etc.) de ce qu'il énonce (par d'autres voies que l'émission elle-même : en justice par exemple pour certains types d'informations). Le travail d'un "professeur" qui utiliserait ce "contrat" pour diffuser une théorie mathématique, consisterait à énoncer l'un après l'autre les "théorèmes" qui la composent, dans un ordre quelconque. Les énoncés, parce qu'ils seraient déclarés implicitement comme "vrais", deviendraient alors des assertions.

- Le contrat de production (contrat A.2.2)

L'émetteur garantit la *nouveauté* de son message, la nouveauté ou l'originalité formelle (propriété littéraire ou industrielle) ou la nouveauté du contenu intellectuel et scientifique. Il peut garantir une nouveauté 'absolue' (un nouveau théorème) ou seulement une nouveauté pour une institution particulière (pour les élèves d'une classe par exemple).

Il peut n'être pas tenu d'apporter lui-même la preuve formelle de la validité de son énoncé, mais seulement des preuves indirectes. Par exemple, l'émetteur trouve toujours les racines de

certaines équations, mais il ne publie pas la méthode qu'il utilise. Cette situation s'observe dans la tradition des mathématiques ésotériques.

2.2.2. Contrats faiblement didactiques portant sur un savoir 'nouveau' (B)

L'émetteur accepte d'organiser son message en fonction de certaines caractéristiques 'théoriques' de son interlocuteur. Il assume certaines responsabilités quant au contenu de ce message, mais aucune quant à ses effets sur le récepteur, même s'il est conscient de modifier son système de décision.

- Le contrat d'information (contrat B.1.)

L'émetteur garantit à la fois la nouveauté et de la validité de son message. Il accepte d'en rendre compte auprès du récepteur qui devient l'informé, celui qui " achète " l'énoncé parce qu'il est vrai et nouveau.

Dans ce cas l'émetteur doit rechercher l'assentiment de l'informé et, en réponse à sa demande éventuelle, lui fournir certaines " preuves ", ses sources, ses références etc., Il peut même être conduit à justifier systématiquement chaque énoncé.

L'information dialectique

Le " contrat d'information " n'exige pas que les interlocuteurs aient les mêmes références (la même culture, le même système informatique...), mais seulement qu'ils puissent en trouver de suffisantes pour étayer leur propos du moment. Ainsi ce contrat conduit à une construction dialectique de la conviction du récepteur sous le contrôle de ce dernier. Il est l'instrument essentiel de gestion collective de la vérité conformément à la tradition inaugurée en Grèce cinq siècles av. J.C.

Si l'émetteur (par exemple un professeur), veut pouvoir établir à tout moment devant son interlocuteur (ses élèves), la validité de ses énoncés et en garantir la nouveauté, il a intérêt à se référer à une organisation appropriée des savoirs à transmettre : une construction axiomatique par exemple. Il n'a aucune raison de l'exhiber devant son interlocuteur. Les preuves dépendent des connaissances (réelles ou supposées) du destinataire, elles ne peuvent donc pas être fixées a priori en démonstrations standard.

L'information dogmatique

Suivre les méandres des questionnements de l'informé peut apparaître aux deux protagonistes comme une perte de temps. Ils ont alors parfois intérêt à se soustraire au contrat dialectique et à proposer pour l'un et/ou demander pour l'autre de " normaliser " les preuves et de les fournir systématiquement. Le contrat devient un contrat 'dogmatique'. Dans ce système le professeur se réfère à un système conventionnel réputé notoire, composé d'énoncés acceptés par tous, et utilise des moyens de dérivation réputés sans mystère pour proposer des " démonstrations " pour tous ses énoncés (contestés ou non).

Ce contrat conduit l'informateur à établir dans la théorie à diffuser, un des ordres axiomatiques auquel elle se prête et à s'en servir comme guide d'ordonnement de ses propos pour économiser des demandes d'explications. L'axiomatique répond ainsi aussi à une contrainte ergonomique. L'informateur doit ici aussi utiliser les répertoires de l'informé (logiques mathématiques et techniques), mais les preuves prennent la forme de démonstrations qui dépendent moins du destinataire et davantage de l'idée que s'en fait l'émetteur. Si ce dernier, à la limite, ne donnait aucune preuve et n'acceptait pas qu'on lui en demande, Il reviendrait au contrat d'expertise.

Ici, l'informateur devra reformuler les énoncés pour permettre leur démonstration dans le système qu'il prête à l'informé et à les répartir en deux classes :

- ceux qui appartiennent au répertoire de l'informé (répertoire effectif ou supposé), qu'ils soient évidents comme des postulats, acceptés formellement comme des axiomes ou des hypothèses, ou déjà construits et convoqués au cours de la démonstration comme des lemmes ou des définitions

- et ceux qui n'y figurent pas et qui sont donc " nouveaux "

Corollaire : tout communication et à fortiori tout enseignement repose sur un répertoire explicite en partie irréductible au savoir communiqué. Aucun langage ne saurait être totalement autogénétique. Nous rencontrerons plus loin un autre répertoire, celui des connaissances implicites et métamathématiques nécessaires à la compréhension.

Le contrat d'information est celui qui a théoriquement cours dans la communauté mathématique pour la diffusion des résultats.

Les motifs de l'émission n'interviennent pas explicitement dans la régulation du contrat d'information en quelque sorte minimal. L'émetteur répond à une demande du récepteur pour une utilisation qu'il ignore, Il y a contrôle constant de la compétence de l'émetteur mais pas de celle du récepteur. L'émetteur ne sait pas s'il est vraiment compris, ni même reçu, si le récepteur ne manifeste aucune réaction. L'émetteur écrit ou dit le savoir de son domaine, dans les termes qui lui permettent de l'exprimer. Ces termes lui sont fournis par son institution d'origine. L'informé garde la responsabilité de l'interprétation et de l'usage de ces informations.

Si nous poussons un peu plus loin l'analyse de ce contrat il apparaît une conséquence importante. Le destinataire devrait avoir intérêt à ne demander à l'émetteur que le minimum d'informations qui lui sont nécessaires pour dériver par lui même les résultats qu'il désire. C'est à lui de limiter " l'achat " de nouveaux énoncés. Cette clause instaure une nouvelle partition dans le corpus des théorèmes à communiquer partition entre ceux qui sont dérivables par le destinataire et selon son opinion et ceux qui ne le sont pas. Bien sûr la dérivabilité dépend des capacités de l'informé et, effectivement, de l'idée qu'il s'en fait, puisque c'est lui qui doit l'apprécier. De même que plus haut on va donc voir s'installer soit une dérivabilité dialectique soit une dérivabilité culturelle imposée.

Les contrats didactiques que nous étudierons plus loin intègrent les contrats non didactiques avec des clauses supplémentaires, ils ne sont que des palliatifs provisoires de celui-ci. Il est clair qu'un enseignement doit tendre à mettre l'élève dans la situation de pouvoir *s'informer* lui même.

Le contrat d'utilisation des connaissances (contrat B. 2).

Ce contrat reprend le précédent et lui ajoute une clause supplémentaire : le transfert vers l'informateur de la responsabilité de montrer à l'informé l'emploi et l'utilité des connaissances qu'il propose. L'informateur doit *par conséquent* accompagner le texte du savoir d'un champ *d'applications* dans lequel ce savoir est supposé jouer un rôle. Ce rôle est variable. Parfois chaque application se déduit du savoir initial qui constitue alors un ensemble de connaissances 'suffisantes'. Parfois il y est seulement nécessaire, autrement dit l'application ne peut être dérivée, démontrée ou calculée sans qu'il soit fait appel explicitement à ce savoir initial, mais d'autres connaissances sont nécessaires. Parfois encore, il n'est ni nécessaire ni suffisant mais il donne une alternative plus économique à des raisonnements, à des langages ou à des calculs déjà connus.

Il est très important de remarquer que ces relations entre un certain savoir et ses applications sont une fiction, une métaphore. Elles résultent dans les cas les plus légitimes, à la fois de l'histoire, de la tradition, et de spéculations diverses. Rattacher entre elles des connaissances, les appliquer et

les adapter à de nouveaux problèmes est le fait de l'activité 'historique' aussi bien des hommes que des institutions. Personne ne sait à l'avance quelles seront les applications, les modifications ou le statut d'un savoir dans l'avenir car ces caractères évoluent fortement avec l'histoire. Seules les parties les plus anciennes et les plus stables du savoir peuvent subir ce traitement 'didactique' sans recevoir trop d'objections et de contradictions. Pour enseigner un savoir nouveau, il est nécessaire de lui inventer des applications à la portée de l'apprenant. Ces constructions relèvent de l'ingénierie didactique et bien souvent de la fantaisie

Dans le contrat d'information introduit plus haut, l'émetteur de mathématiques doit organiser une théorie qu'il connaît, de façon à pouvoir l'engendrer avec une certaine partie d'elle même, mais il garde 'secret' ce rapport et l'élève ignore où vont le mener les énoncés qu'il reçoit. Dans ce contrat-ci le rapport entre la partie générative et le tout engendré devient explicite. Les énoncés donnés comme savoir, restent des théorèmes, mais ceux qui doivent s'en dériver (logiquement ou autrement) changent de forme et de nom. Ils deviennent des questions, des situations ou des problèmes.

Le contrat d'initiation ou de contrôle (contrat B. 3)

L'initiateur détermine un champ de connaissances auquel le récepteur veut s'initier et il lui propose les savoirs nécessaires et suffisants, ou au contraire, il lui propose une collection de savoirs et lui donne un ensemble d'applications 'équivalentes' qui le justifient.

Dans les contrats précédents le récepteur devait décider s'il s'estimait suffisamment informé ou si au contraire il voulait davantage d'informations, ou des précisions supplémentaires sur celles qu'il avait déjà reçues. Dans ce nouveau contrat l'informateur prend en charge une partie de cette responsabilité : il donne à l'informé un critère pour déterminer s'il a bien 'compris' (et pas seulement reçu) le savoir communiqué. Ce moyen consiste à établir une relation d'équivalence entre deux ensembles d'énoncés, le premier est un ensemble de savoirs communiqués comme tels (par exemples des énoncés d'une théorie), le second est proposé sous forme de questions, d'applications ou de problèmes à résoudre. En postulant l'équivalence informative des savoirs et des applications l'informateur dit à son informé :

d'une part que la connaissance des théorèmes sera 'prouvée' si le destinataire sait faire la totalité des problèmes proposés,

d'autre part que pour savoir résoudre tous ces problèmes, il suffit de savoir, et de bien utiliser tel ensemble de théorèmes.

Ainsi l'initiateur montre quels savoirs 'se convertissent' en connaissances pour agir dans situations déterminées, et quelles connaissances peuvent se convertir en quels savoirs. Les deux ensembles d'énoncés se justifient mutuellement : les applications légitiment la communication des savoirs, les savoirs prouvent la validité des énoncés obtenus en application.

Mais cette nouvelle clause repose sur une hypothèse dont la validité effective reste à établir. Cette équivalence annoncée est elle effective ? Prenons le cas limite : la donnée du système d'axiomes d'une théorie mathématique suffit à en déterminer tous les énoncés. Il est plus difficile d'affirmer que la démonstration de tous les énoncés d'une théorie implique la connaissance explicite de tel ou tel de ses systèmes d'axiomes. Personne n'osera affirmer que tout mathématicien est capable d'obtenir effectivement l'un à partir de l'autre. L'association de savoirs et d'un champ restreint d'applications 'équivalent' est le plus souvent totalement empirique. Elle résulte de pratiques, de conventions et d'habitudes que les travaux actuels de didactique sont loin de pouvoir objectiver.

Théorèmes et problèmes sont des énoncés d'une même théorie, il n'y a pas de différence mathématique entre eux, seulement une différence de forme dictée par une différence de position dans le contrat non didactique d'initiation. Nous verrons plus loin d'autres différences.

Le contrat d'instruction ou de direction d'études (contrat B 4)

Il s'agit maintenant pour le directeur d'études, en plus de toutes les responsabilités précédentes, d'indiquer *comment* un savoir peut être appris. Il y a là un nouveau pari, une nouvelle fiction, et un nouveau transfert de responsabilité de celui qui devient un étudiant vers son directeur. Ce dernier propose des séries 'd'exercices' qui sont supposés permettre d'acquérir les connaissances visées sans passer par la conversion des savoirs. Ces exercices sont des problèmes gradués, si semblables entre eux et si proches du savoir communiqué que la solution de l'un peut être transportée *formellement* dans un autre. La démonstration prend alors les caractères d'un calcul ou d'un algorithme. (Toutes les théories mathématiques ne se prêtent pas à ce traitement). L'apprenant peut vérifier qu'il a bien exécuté ou reproduit l'algorithme. Les différences entre les exercices ont pour objet d'illustrer les différents cas possibles et les différentes variantes correspondantes.

Comme plus haut la question de savoir si ces exercices sont effectivement nécessaires et suffisants pour provoquer la 'connaissance' visée, cette connaissance se manifestant par la capacité d'établir la preuve de tout théorème du champ présenté comme problème. De plus l'incertitude précédente demeure et même s'accroît, il n'est pas sûr que les connaissances acquises dans ces conditions soit équivalente aux savoirs culturellement correspondants.

Ces exercices permettent toutefois aux élèves d'évaluer leur apprentissage, et à l'occasion de corriger leurs erreurs de compréhension.

Conclusion sur les contrats faiblement didactiques

Remarquons que jusqu'à présent l'élève a gardé la responsabilité principale, celle de la réalisation effective de la communication qui s'effectue selon un processus dans lequel le diffuseur des connaissances a pris une responsabilité croissante. C'est l'apprenant en effet qui décide de l'usage des moyens mis à sa disposition. Son 'instructeur' lui procure les énoncés principaux de la théorie, entourés de lemmes et de corollaires, des problèmes d'application de divers types, des exercices d'exposition ou d'entraînement et des moyens d'évaluation. L'ensemble constitue un moyen fictif mais formel d'instruction mis à la disposition de l'apprenant par l'enseignant. Cette fiction épistémologique fait d'ailleurs partie du savoir communiqué.

Le contrôle exercé par l'apprenant sur son instructeur tend à établir une certaine règle d'économie sur la stratégie d'ensemble. Si les messages paraissent à l'apprenant insuffisamment 'nouveaux', trop déductibles ou trop évidents, il pousse l'émetteur à augmenter le débit de son message, à le rendre plus informatif, de façon à mieux occuper le temps de la communication. Il exerce une contrainte opposée dans le cas contraire. Ce contrôle limite l'émetteur qui peut avoir intérêt à alourdir son message, à le rendre redondant ou plus complexe etc. ou au contraire à le laisser très allusif voire ésotérique. C'est seulement si un contrat échoue que le moniteur peut être conduit à lui en substituer un autre, plus fortement didactique, dans lequel il accepte plus de responsabilité.

Les contrats faiblement didactiques prennent en compte le projet de faire approprier un savoir par un interlocuteur, celui ci étant pris en tant que sujet épistémique, mais non en tant que sujet effectif.

Dans les relations didactiques effectives se glissent fréquemment des phases où les responsabilités du professeur et de l'élève se répartissent selon les variantes du contrat faiblement didactique : contrat d'émission ou de communication, pour la forme, contrats d'expertise, de production ou d'information, pour le contenu, contrat d'application, d'initiation ou d'instruction pour l'usage du message émis.

2.2.3. Contrats fortement didactiques portant sur un savoir 'nouveau'. (C)

Généralités sur les contrats d'enseignement

Il est classique de considérer qu'un contrat d'enseignement met en présence, effectivement ou potentiellement, au moins deux institutions :

-celle qui est enseignée (E-é),

-celle qui enseigne (E-a),

mais une analyse convenable doit en considérer au moins deux autres :

-l'institution (M) à laquelle l'enseigné devra s'assujettir à la fin de l'enseignement, alors qu'il ne le pourrait pas avant ; elle détermine en fait ainsi la matière de l'enseignement (connaissances et savoirs) et son but réduire le gradient culturel entre les deux institutions E-é et E-a.

-l'institution D, qui décide que l'enseignant doit préparer l'enseigné à entrer dans les pratiques de l'institution M ; elle délègue à l'enseignant sa mission et lui donne sa légitimité à décider de l'avenir de l'enseigné.

En fait ces quatre fonctions, modélisées par quatre institutions potentielles peuvent être assumées par des institutions effectives distinctes ou confondues. Par exemple l'autodidacte en assume au moins trois (D, E-é, E-a), pour s'adapter à la quatrième M.

Le contrat d'enseignement stipule essentiellement que l'institution enseignante prend la responsabilité du résultat effectif de son action sur son élève.

Le contrat didactique strict

Le professeur veut provoquer un apprentissage. Il s'agit donc, pour lui, de modifier les systèmes de décisions de l'enseigné, *face à un certain ensemble de situations typiques de M*, dans un sens que l'on pense favorable à l'adaptation visée et/ou conformément à un savoir constitué.

Cette modification s'effectue le plus souvent d'une façon indépendante de la volonté de l'enseigné, et qui même peut échapper à son contrôle immédiat. Le cas typique et extrême de la relation didactique est celui où le professeur veut enseigner à son élève un savoir auquel cet élève est complètement réfractaire.

De même le travail culturel peut avoir permis de réduire les conditions d'adaptation à l'institution cible M (connaissances et savoirs) à l'acquisition d'un certain ensemble de savoirs dûment répertoriés. L'enseignant est déchargé de la responsabilité de l'invention de tous les moyens d'adaptation, son contrat d'enseignement se réduit à l'enseignement des savoirs convenus. Ce contrat qui se 'déduit' du répertoire des savoirs serait le contrat didactique au sens le plus étroit. On peut montrer que la réalisation effective d'un projet didactique implique la mise en œuvre de situations qui tendent à modéliser le fonctionnement du savoir et des connaissances afférentes (et non transformables ou non transformées en savoirs). Un projet didactique implique un projet d'enseignement mais la réciproque n'est pas toujours vraie.

La modification intentionnelle du 'récepteur' n'est pas une communication ni même une argumentation, mais une action. L'enseignant tente de fixer directement les états du système enseigné, au besoin sans passer par son jugement et son agrément. La légitimité de cette action tient à diverses conditions :

- Le savoir communiqué n'est pas une production ou une invention personnelle du professeur. Celui-ci au contraire garantit sa conformité avec le savoir qui a cours dans une institution de référence. Il n'est pas arbitraire. Il a été repéré et déterminé, soit avec l'enseigné, soit avec un tiers responsable.
- Ce savoir n'est pas un simple enregistrement d'informations. Il lui correspond un champ dans lequel les capacités de réponses de l'élève ont été modifiées. L'existence de ces situations dans lesquelles le savoir appris révèle son efficacité permet à l'élève d'objectiver après coup l'assujettissement qu'il a accepté ou subi et de s'en libérer. C'est à dire d'oublier en fait les circonstances de l'apprentissage pour ne plus retenir que le savoir et les conditions de son usage (le milieu)
- L'action s'achève lorsque l'enseigné est supposé capable de prendre ses décisions par lui-même (en connaissance de cause). L'assujettissement n'est que momentané.

L'étude théorique générale de ce contrat de ses variantes et de ses avatars peut être trouvée dans les 'fondements' et dans les autres textes sur le contrat didactique. Elle ne sera reprise ici où il ne s'agit que d'inventorier des stratégies. Mais ces stratégies ont pour objet de contourner les paradoxes fondamentaux et nous allons montrer qu'aucune ne peut y parvenir. Le contrat didactique reste un faux contrat frontalement 'intenable'.

De plus ce contrat devient tributaire de l'épistémologie du professeur et du contrat social. Nous avons vu plus haut sur quelle fiction épistémologique s'installent les trois derniers contrats. La légitimité 'historique' de la position et de la fonction d'un savoir peut-elle servir encore lorsqu'il s'agit de le faire acquérir réellement par un sujet ? Comment peut-on affirmer que ce savoir est effectivement équivalent à un certain ensemble d'exercices, auquel son acquisition entraînera certainement la réussite ? Les critères empiriques de dépendance entre les acquisitions sont encore extrêmement flous et ceux dont nous disposons vérifient très peu les assertions théoriques.

La transformation de ces applications en exercices d'évaluation par le professeur (évaluation de son enseignement, évaluation du savoir appris, évaluation de l'élève, etc.) et à fortiori en exercices d'apprentissage pose de nombreux problèmes de didactique, d'épistémologie et de psychologie cognitive.

Nous allons examiner différentes stratégies définies par le renvoi de la responsabilité principale à tel ou tel des éléments de la situation didactique, et par les hypothèses épistémologiques qui sont associées à ces contrats

Le contrat de reproduction formelle (contrat C1)

Le professeur s'engage à faire effectuer, par l'élève, et par un moyen quelconque, une tâche qui est reconnue par la culture comme la marque de l'acquisition d'un savoir : par exemple, l'élève dira le texte d'un théorème, écrira la solution d'un problème, reproduira à la demande une activité déterminée. Le moyen par lequel la production de l'œuvre de l'élève est obtenue n'entre pas en compte car c'est l'activité elle-même qui est supposée être la source et la preuve de l'apprentissage.

Qu'un virtuose ou un peintre génial aient ou non beaucoup travaillé et soient ou non en mesure de commenter leur œuvre n'a pas d'importance.

Ainsi en mathématiques l'enseignant peut exiger de l'élève qu'il recopie la correction d'un problème, qu'il récite un énoncé, qu'il imite une procédure etc. La traduction des ordres du professeur en actes n'exige pas le passage par la connaissance visée. Il serait périlleux sous ce prétexte d'ignorer que ce type de stratégie peut apporter une contribution importante à certains apprentissages. Le fait que ces moyens de reproduction, par imitation, n'exigent pas de formulation de raisons ou d'explications, etc. leur confère des propriétés intéressantes, par exemple pour acquérir 'du métier'.

L'élève s'engage à effectuer la tâche définie à la condition qu'elle soit complètement réductible au répertoire qu'il possède. Dans ce système l'exécution de la tâche par l'élève n'est pas donc pas l'objet d'un vrai contrat didactique. L'effet didactique de l'exécution de la tâche n'est assuré que par les croyances du professeur ou de la culture. La croyance en ce que l'activité engendre la connaissance (la main façonne l'esprit) a été appuyée par de nombreuses thèses pédagogiques. L'opinion répandue 'j'entends j'oublie, je vois je comprends, je fais je retiens' tendrait à faire du contrat de reproduction une panacée. C'est une position bien excessive.

Le contrat d'ostension

Le professeur "montre" un objet, ou une propriété, l'élève accepte de le "voir" comme le représentant d'une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d'autres circonstances. La communication de connaissance, ou plutôt de reconnaissance, ne passe pas par son explicitation sous forme d'un savoir. Il est sous entendu que cet objet est l'élément générique d'une classe que l'élève doit imaginer par le jeu de certaines variables souvent implicites. Ce procédé fonctionne assez bien dans la vie courante, pour faire identifier une personne, une espèce animale ou un type d'objet etc. à l'aide d'un répertoire de reconnaissance "universel". Il est en tous cas exigé banalement dans les rapports institutionnels élémentaires.

Le contrat didactique d'ostension repose sur ce succès, mais il est insuffisant pour "définir" un objet mathématique. Par exemple "définir" un polynôme comme une somme de monômes, ou présenter le dessin d'un carré, ou "décrire" un décimal comme un nombre comportant une virgule, ne permet pas de déduire les propriétés caractéristiques de ces objets mathématiques c'est à dire de reconnaître quelles sont les factorisations compatibles avec la structure d'anneau, que l'égalité ou la perpendicularité des diagonales peuvent se déduire d'autres propriétés.

Le professeur l'exigera néanmoins et l'élève s'y pensera tenu, soutenus par les idées suivantes: le professeur doit utiliser un répertoire de reconnaissance à la portée des élèves, les moyens de reconnaissance "généraux" sont "universels" et donc identiques pour le professeur et pour l'élève qui doivent "voir" la même chose dans les mêmes objets. La base du contrat est donc une hypothèse épistémologique empiriste et réaliste qui arrange apparemment les deux parties. Elle permet au professeur de prétendre communiquer une connaissance en faisant l'économie à la fois des situations d'action où elle transparait, de sa formulation et de l'organisation du savoir correspondant. Cette présentation ostensive permet d'ailleurs une "familiarisation" avec un objet d'études qui sera supposé être repris et redéfini plus tard. Le pouvoir de "généralisation" prêté à l'élève (et exigé de lui) ne peut fonctionner que dans le cas où il est culturellement et didactiquement soutenu par une fréquentation ou un "frayage" qui crée un domaine et une pratique d'usage commun. Il ne peut pas être mathématiquement justifié.

L'induction radicale exigée par le contrat d'ostension échoue souvent. Le professeur soutient la fiction de sa légitimité et de sa fécondité par des contrats d'analogie. La classe n'est plus suggérée par un mais par plusieurs éléments, dont les propriétés "visibles" communes et leurs variations sont supposées plus "génériques".

Le contrat d'ostension, bien que fondé sur une épistémologie "fausse" est pourtant très utilisé par les enseignants car il fonctionne très bien dans de nombreux cas où une définition mathématique serait trop lourde ou inutile.

Le contrat de conditionnement (contrat C 2)

La production (obtenue par imitation ou par exécution d'un ordre) d'une tâche n'étant pas le plus souvent un garantie que l'élève peut la reproduire en toute circonstance, l'enseignant est conduit à chercher des conditions qui fonctionneront comme des *causes d'apprentissage*, indépendamment des savoirs du sujet et de ceux qu'on veut lui enseigner, c'est à dire de ses *raisons de savoir* ce qu'il a appris. Les thèses associationnistes et béhavioristes apportent des justifications à la répétition de situations de reproduction, ou de toute situation didactique, pour en assurer le succès. Plus que d'autres ce contrat se prête à des usages excessifs car il laisse peu de place à des indices conduisant à sa propre régulation. Si le psittacisme n'a aucune vertu dans le domaine des savoirs, il serait vain de nier la place que peuvent tenir les connaissances ou les apprentissages formels dans le fonctionnement cognitif même le plus évolué. Exiger la 'récitation' d'un savoir peut conduire l'élève à des réflexions personnelles intéressantes sur ce savoir. Les connaissances acquises implicitement dans des pratiques répétées ont leur intérêt.

Concrètement le professeur prend à sa charge l'organisation d'une répartition 'raisonnée' d'exercices 'raisonnablement' répétitifs, et légèrement informatifs et gère le débit en fonction du rendement de son procédé qui est globalement assez faible. Recourir exclusivement aux causes d'apprentissage sans se soucier des raisons de savoir est un procédé désespéré.

Le rôle de l'élève est de se prêter à la répétition. Il peut - et son professeur aussi - croire que le temps se chargera de lui enseigner (de le familiariser avec) ce que ni l'un ni l'autre n'affrontent sur le moment. Le danger vient de ce que ce n'est pas entièrement faux.

La maïeutique socratique (contrat C 3)

Le professeur choisit des questions telles que l'élève puisse en trouver les réponses avec ses propres ressources, et il les organise de façon à modifier ses connaissances ou ses convictions. Le professeur modifie ses questions en fonction des réponses de l'élève. Mais le choix des questions n'est soumis à aucun contrat didactique, elles peuvent être très ouvertes ou très fermées comme dans le dialogue du Menon, elles pourraient a priori emprunter n'importe quelle voie rhétorique et obtenir la 'bonne' réponse par des analogies, des métaphores etc. Aussi ce contrat pourrait-il être considéré comme un cas particulier du contrat de reproduction (C1) en ce sens que le professeur fait dire à l'élève le savoir qu'il vise à lui transmettre en s'abstenant de le lui dire lui-même. Toutefois le passage des ordres aux questions introduit une grande différence. Tout dépend de l'idée que le professeur se fait du savoir et de la connaissance qu'il en a. (l'épistémologie du professeur et ses qualités de mathématicien). Pour Platon, la théorie de la réminiscence assurait que la production d'un indice de savoir était associée à un savoir correspondant parce que ce dernier était 'déjà là'. En conséquence il est inutile de l'apprendre au sens moderne, 'dire' équivaut à 'savoir'.

Combinée à d'autres conditions, elle est une des sources de certaines formes d'enseignement programmé.

La maïeutique, assez appropriée à un préceptorat se prête beaucoup moins bien à l'interaction entre un professeur et une classe. La maïeutique collective est pourtant très employée et provoque de nombreux effets didactiques plus ou moins négatifs.

Un de ses principaux inconvénients vient de ce qu'elle tend à exclure les interactions du sujet avec un milieu effectif. Toutes les situations 'adidactiques' en particulier les problèmes, sont difficiles à inclure dans une maïeutique à cause de la dispersion des réponses et des problèmes qu'ils peuvent soulever.

Les contrats d'apprentissages empiristes (contrat C5)

Dans ce cas la connaissance est supposée s'établir essentiellement par le contact avec le milieu auquel l'élève doit s'adapter. La responsabilité de l'apprentissage est renvoyée au milieu et à la nature.

Dans les formes les plus simples la lecture est presque directe, l'élève perçoit en 'voyant' la structure (sans processus intermédiaires, ni culturel ni cognitif). Cette position a été identifiée par Aebli¹ comme un *empirisme sensualiste*, appuyée sur des théories épistémologiques comme celle de la gestalt ou des traces mémorielles. Jointe à l'idée que la lecture directe peut être aussi immédiate, elle conduit à des stratégies didactique d'**ostension** : le professeur montre un objet et l'élève est supposé y voir les notions, les concepts, les propriétés etc.

Ce que l'élève ne perçoit pas du premier cou, il le découvre et l'apprend par une fréquentation répétée des mêmes circonstances. L'idée que c'est la répétition des contacts directs avec le milieu qui enseigne, conduit à l'apprentissage 'par', et au moins 'sur' 'le terrain' ou par 'frayage'. Les méthodes Freinet, certaines méthodes actives, ainsi que le constructivisme radical, se justifient en partie par des points de vue similaires. Le savoir quand il n'est pas ignoré n'est qu'un commentaire, qu'une description de ce que la nature nous enseigne, un raccourci d'action, ou d'apprentissage, ou même un simple moyen didactique.

Les contrats constructivistes (contrat C.6)

Dans ce nouveau contrat les situations qui conduisent l'élève à l'apprentissage de connaissances ne sont plus des situations 'naturelles'. Le professeur organise le milieu et lui délègue la responsabilité des acquisitions. Mais cette organisation est dérivée essentiellement du savoir visé et de la connaissance des processus d'acquisition des élèves et non pas seulement modélisée des situations 'de référence' rencontrées dans l'institution cible, ou dans l'institution savante qui produit le savoir. Ce milieu peut d'ailleurs être effectif ou fictif, il est souvent l'un et l'autre suivant diverses conditions ergonomiques. Les savoirs (anciens) ne se manifestent que comme prérequis, c'est à dire comme moyens de formuler les conditions initiales de la situation, l'énoncé du problème, comme moyens d'évoquer la stratégie de base etc. , Le recours à des phases a-didactiques (d'action, de formulation ou de validation) pour faire créer diverses formes de connaissances est un exemple de ce contrat.

L'élève est supposé rationnel ou au moins cohérent, (en particulier, relativement fidèle) et économique. Il s'adapte pour minimiser ses efforts ou ses risques et pour accroître son plaisir, d'où

¹ Aebli 'Didactique Psychologique' Delachaux et Niestlé 1960

l'idée de représenter ses comportements par des modèles ergonomiques : schèmes ou conceptions calculés. En fait, la cohérence n'est souvent que locale et l'élève s'accommode des contradictions par des assujettissements distincts à des situations différentes. La dévolution de la responsabilité de la cohérence est économisée par la fidélité à un discours cohérent...

La théorie des situations montre le caractère insuffisant de chacun de ces contrats pour construire à la fois un savoir canonique, les connaissances qui l'accompagnent et les pratiques qui caractérisent sa mise en œuvre, au cours de genèses souvent longues. L'enseignant, dans la relation didactique se manifeste, localement, par le choix, la rupture et le remplacement des contrats suivant des indices et des stratégies de régulation qui échappent pour l'instant à nos moyens d'investigation.

2.2.4. Contrats basés sur la transformation des savoirs 'anciens'

les savoirs anciens dans la relation didactique

Dans les stratégies présentées plus haut, le savoir émis est supposé 'nouveau'. Le savoir ancien ne sert qu'à présenter les conditions de son apprentissage, ou à le construire par superposition et à l'intégrer par une genèse standard donnée par l'organisation culturelle des savoirs. Il correspondrait aux apprentissages que Piaget comparait aux assimilations. Même dans les conditionnements, le savoir n'est pas supposé se modifier au cours des répétitions. Sauf peut être dans certaines interprétations de la maïeutique, la récupération, la correction, le remplacement, la transformation, le rejet des savoirs anciens est à la charge de l'élève.

Dans les types de contrats basés sur la transformation des savoirs anciens, le système didactique accepte de remettre en question l'ordre empirique, l'ordre axiomatique ou l'organisation culturelle standard pour s'adapter à un ordre génétique. Il accepte la réalité des apprentissages par accommodation, l'existence d'obstacles et la nécessité de connaissances provisoires, 'transposées' et révisables dans le processus d'enseignement. L'articulation et la genèse des savoirs, collective ou personnelle, entre dans la négociation du contrat.

Le système didactique, dans ce type de contrats, accepte au moins une épistémologie selon laquelle la genèse collective didactique des savoirs procède par modifications et par ruptures à l'instar d'une genèse historique et non pas de façon linéaire par simple accumulation de savoirs. Dans un contrat plus complexe, c'est l'adaptation à l'ontogenèse et à la psychologie de l'enfant qui justifie une genèse collective appropriée. Mais les travaux de J. Centeno ont montré que le contrat didactique approprié implique une mémoire didactique du professeur qui lui permet d'utiliser le passé particulier de classes et de gérer l'articulation des apprentissages particuliers en relation avec l'histoire de la classe et des élèves.

L'enseignant prend en compte l'histoire du sujet et la sienne propre, il accepte d'avoir une 'mémoire didactique'. Dans ce cas un contrat didactique est d'autant plus nécessaire que l'élève a développé son propre rapport au savoir ancien qu'il lui a déjà attribué un sens, une place dans l'établissement d'autres savoirs. La reprise d'un savoir ancien appelle donc une nouvelle répartition des responsabilités entre le professeur et l'élève. Le plus souvent les raisons de la reprise ne sont pas les mêmes pour le professeur et pour les élèves.

La reprise peut être justifiée par

des raisons didactiques :

- un échec de l'apprentissage précédent
- une mobilisation et une adaptation en vue d'apprentissages nouveaux

- la réorganisation après coup de l'histoire effective de l'apprentissage et des savoirs acquis en une genèse fictive où les causes d'apprentissage sont interprétées en raison de savoir

ou par des raisons épistémologiques, sans rapport avec les

apprentissages antérieurs :

- une réorganisation de savoirs anciens, un changement de position par rapport à des acquisitions anciennes, une adaptation pour la construction d'un savoir nouveau
- une extension du savoir à des domaines nouveaux de savoir, à des applications qui demandent une adaptation de l'outil appliqué.

Plus concrètement, il convient d'examiner les changements de statuts :

- les transformations des savoirs enseignés en moyens de décision, en connaissances
- inversement les transformations de connaissances développées dans des situations d'action, de communication ou de preuve en savoirs institutionnalisés, organisés de façon canonique

Les contrats de reprise des savoirs anciens

- *La révélation* : le savoir ancien n'est évoqué, le plus souvent implicitement que pour servir de décor, de faire valoir, d'antinomie, au savoir nouveau et finalement être 'péjoré' ou rejeté.

- *Le rappel* : Le concept de situation de rappel a été introduit par M.J. Perrin². Le savoir rappelé est supposé être 'identique' au savoir convoqué. Les faits principaux et les actions passées sont évoquées, formulées, reconstruites, rationalisées et justifiées après coup dans une situation didactique particulière qui est un des instruments principaux de l'institutionnalisation. L'explicitation des faits connus de tous est théoriquement placée sous le contrôle de la mémoire personnelle de l'élève, mais il est clair qu'il ne peut formuler et rendre public que ce que le répertoire didactique lui autorise. D'un autre côté ces situations de rappel permettent à l'élève de formuler ses observations et ses souvenirs de façon incomplète et allusive puisque leur passé commun met le professeur en mesure de les comprendre. Il se crée ainsi une zone proximale d'apprentissage où les connaissances apparaissent sous des formes provisoires (inévaluables de façon formelle mais perceptibles au professeur) avant leur acquisition sous forme de savoirs.

- *La reprise* : la forme ancienne est dans ce cas ouvertement mise en cause, dans sa forme, elle fait l'objet d'une formulation, ou d'une traduction, ou dans sa constitution même, elle est alors l'objet au moins d'un commentaire, souvent d'une explication³, d'une remise en cause, d'une critique, ou même d'un rejet. La reprise place le savoir ancien dans une nouvelle dialectique.

² M.J. Perrin ' ' Thèse

³ A. B Mopondi 'les explications en classe de mathématiques' RDM

Les inconvénients de l'utilisation bonne ou mauvaise des connaissances anciennes se révèle aux enseignants et aux administrateurs de l'enseignement lors des changements de classe ou de niveaux.⁴

2.3 - La régulation didactique

2.3.1. Critique de la méthode des 'méthodes'

Qu'il s'agisse de décrire les pratiques effectives des enseignants, ou de leur proposer des moyens d'action, la littérature usuelle le fait presque sûrement sous la forme de 'méthodes'. Peut-être est-ce l'effet du désir de rationaliser l'action des professeurs et de la nécessité de réduire la complexité des phénomènes qu'ils ont à prendre en compte.

Le chapitre précédent tend à montrer cas par cas ce qu'un raisonnement avait déjà établi de façon plus générale en théorie des situations : aucune méthode didactique ne peut résoudre seule les paradoxes fondamentaux et donc aboutir à un apprentissage des mathématiques. Même s'il obéit à des conditions et à des lois générales et collectives, ce dernier s'effectue par un processus historique dans des conditions dialectiques où les ruptures jouent un rôle important. Ainsi le travail didactique du professeur consiste essentiellement à réguler et changer des contrats didactiques de façon à maintenir des équilibres et des conditions optimales et non pas à appliquer contre vents et marées une méthode, aussi sophistiquée soient elle.

En fait les méthodes qui décrivent l'action didactique ne prennent que très peu en compte la régulation du système...alors que l'essentiel du travail didactique va consister à maintenir la relation didactiques dans des limites acceptables par rapport à différentes variables. Ces bornes au delà desquelles entrent en oeuvre des corrections spécifiques forment un 'polyèdre'. La régulation va conduire à l'usage de toutes les méthodes. Il ne s'agit pas d'affirmer que la régulation des méthodes doit échapper à l'analyse scientifique mais d'orienter la recherche sur un terrain nouveau celui des indices de dérèglements et des moyens de régulation qu'ils appellent. Le fait que ces écarts ne puissent pas être corrigés seulement par une décision à l'intérieur d'une même 'méthode' mais par des changements de contrats c'est à dire par des méthodes différentes change la complexité mais pas la nature du problème. Cette orientation pourrait tout de même avoir une conséquence sur la conception que la société se fait de l'enseignant. Certains voudraient l'enfermer dans l'application d'une méthode, il semble qu'il faille renoncer à cette image.

2.3.2. Les objets de la régulation

Ce sont ceux qui ressortent de l'étude précédente. Ils sont très nombreux et peuvent être classés en première approche selon les types proposés par la théorie des situations (ce travail est proposé en exercice sur ce cours). Il faut y ajouter toutefois tout ce qui touche aux caractères temporels. Par exemple, certaines variables caractérisent des phénomènes instantanés et relèvent d'une correction continue. Elles contrôlent des vitesses de variation, comme par exemple le débit didactique qui mesure l'apport d'information par les variations de l'incertitude des élèves. D'autres variables concernent un intervalle de temps assez court comme par exemple le temps ou les délais accordés à telle ou telle partie du travail. D'autres enfin concernent des phénomènes cumulatifs ou se déroulant sur un long terme.

⁴ J. Centeno et G. Brousseau ' ' (ICME Budapest)

Il faut remarquer que les équilibres dont il s'agit ne sont pas pour la plupart identifiables avec le choix d'une valeur moyenne pour une variable déterminée, mais plutôt comme le maintien de relations dialectiques entre des systèmes antagonistes.

Il convient donc d'équilibrer aussi le *recours à la mémoire* et le *recours à la reconstruction instantanée* des savoirs, les caractères *ancien* ou *nouveau* des connaissances en jeu au cours d'une leçon, et dans cette voie, la *répétition* ou le *rite* et la *rupture*.

Dans le même ordre d'idée, le traitement immédiat des situations et des apprentissages n'est pas toujours possible, mais la référence et le renvoi à d'autres apprentissages, sous la responsabilité du professeur ou sous celle de l'élève doivent être limités.

Dans la mise en œuvre d'une situation d'action, l'équilibre entre ce qui est effectif et ce qui est fictif ne doit pas être rompu, ainsi que l'équilibre entre le dit et le non dit, ou celui entre les formes procédurales et les formes déclaratives du savoir.

A propos d'un même concept, des connaissances trop nombreuses et trop familières rendent inutiles ou biaisent les savoirs qui sont une autre manière de l'approcher, inversement des savoirs associés à trop peu de connaissances pertinentes ne peuvent fonctionner. Il faut donc maintenir un certain rapport entre ce qui reste historique dans la genèse du savoir, et ce dont la structure est reconnue et institutionnalisée.

Il est aisément concevable que le professeur doit maintenir un gradient didactique suffisant pour permettre un fonctionnement aisé des connaissances de l'élève et une convergence vers les pratiques visées. Cela entraîne le maintien de différences raisonnables entre les divers vocabulaires en présence : celui de l'élève (l'ancien et le nouveau), celui du professeur, celui du scientifique (exemple : écart/angle). Ces différences ne doivent être ni trop grandes ni trop petites.

La variété des modes d'expression et le choix des différents langages enseignés pour manipuler une même notion doivent être régulés. Trop de formes d'expression différentes pour une même notion, surtout si elles apparaissent avec des fréquences trop voisines, ne favorisent pas l'usage ni l'apprentissage, contrairement à une croyance didactique très répandue.

Ce contrôle en rejoint un autre, très actuel aussi. Augmenter le 'sens' pour l'élève apparaît comme un projet didactique favorable dans tous les cas. Certes la présentation de situations susceptibles de faire apparaître la création et l'usage d'une connaissance comme évidente et naturelle, le rattachement de cette connaissance à d'autres pour mieux la définir ou la comprendre, l'exemple de ses applications multiples, ses traductions dans toutes sortes d'autres langages et toutes sortes d'enrichissements peuvent chaque fois apparaître localement comme un progrès. Mais l'acquisition de connaissances par des processus basés sur leur sens sont très souvent très coûteuses en temps, l'accumulation des circonstances particulières encombre l'apprentissage et cache les structures. La nature des mathématiques est d'oublier les circonstances inutiles grâce à la formalisation et à la généralisation à bon escient. La recherche du sens doit être corrigée par une autre, celle de la structure, de la théorie etc. et elle doit en retour contrôler le formalisme de l'enseignement.

Nous ne citerons ici que pour mémoire l'équilibre entre le langage et le métalangage, le recours au contrôle du sens par des moyens exogènes (mnémotechnique, métaphore, etc.) doit être lui aussi mis sous tutelle. Nous avons signalés les mécanismes du glissement métadidactique.

La gestion des motivations, extrinsèque mais surtout intrinsèque des élèves requiert une compréhension profonde du plaisir ou de la peine de l'élève, peut être pas celle, trop intime et

personnelle de chaque élève, mais celles, bien réelles, construites dans une petite collectivité par les actions et les réactions communes.

Citons enfin, parmi d'autres, les équilibres entre les types de justifications évoqués par le professeur lors de la correction des erreurs ou des exercices. Selon qu'il veut ou non prendre en charge la correction d'une erreur dans sa stratégie didactique il attribuera l'erreur à des caractéristiques de l'élève (inattention, n'a pas compris, ne comprendra jamais), à des caractéristiques de l'erreur (correction techniciste : écart avec la norme, la règle est violée), à des particularités de l'apprentissage (échec de la leçon correspondante), ou à des particularités du savoir qui relèvent d'une intervention spécifique. Il n'est pas recommandé de toujours expliquer aux élèves les 'vraies' raisons de leurs difficultés ni les arcanes des analyses psycho-didactiques de leur état. La perméabilité didactique dans ce domaine peut avoir les conséquences les plus négatives.

Chaque débordement pour chaque variable possède finalement un prix didactique.

2.3.3. Les indices de déséquilibres et de dérèglements, les moyens de correction

La mise en évidence de divers effets et phénomènes (Topaze, Jourdain, abus de l'analogie etc.) comme échecs évitables, de régulations inévitables, (l'erreur ne consiste pas à commettre à l'occasion un effet Topaze mais à ne pas savoir l'éviter la plupart du temps) montre que les indices de dérapages ne sont pas toujours visibles, et surtout pas immédiatement. Nous n'allons pas reprendre cet inventaire bien connu, mais signaler ceux qui sont nouvellement mis en évidence comme le '*dédoublement de situations*' présenté à cette école d'été dans l'atelier de Claude Comiti, et de D. Grenier)

Nous ne traiterons pas non plus la question de la résonance des interventions du professeur où se révèle la fragilité ou stabilité d'un processus (sensibilité aux perturbations diverses, origines etc.)...Nous renvoyons par exemple à la très bonne étude de la 'sensibilité au contrat didactique' par B. Sarrazy dans sa thèse⁵

Les moyens de corrections

Pour cette partie nous laissons aux ateliers la tâche difficile mais indispensable d'en présenter les principaux : Stratégies locales / stratégies globales, Les changements de contrats, Les changements de cadres (M.J. Perrin : adidactiques, institutionnalisation), L'étayage (N. Balacheff, S. Soury-Lavergne), le rappel, (M. J. Perrin Glorian), l'explication (Mopondi), L'institutionnalisation et l'oubli. Pilar Orus Baguena et Denise Greslard devaient essayer de présenter quelques indicateurs ergonomiques utiles pour le maintien de certains équilibres mais elles en ont été empêchées.

⁵ B. Sarrazy " La sensibilité au contrat didactique, rôle des arrières plan " thèse de sciences de l'éducation Université de Bordeaux 2 (1996)

Note préalable

Les parties 2.2 et 2.3. n'ont pas été traitées ainsi que les exemples suivants :

- Le fractionnement en différents milieux pour l'enseignement de la mesure des grandeurs dans la scolarité obligatoire.
- La fonction de l'enseignant dans la création des savoirs : Thurston
- L'enseignant et la transposition:
 - l'absence de théorisation: l'énumération)
 - difficultés de la remathématisation: la numération
 - la captation de sens(Thalès).

Cependant, à la demande de quelques personnes influentes je dois donner quelques exemples de contrats didactiques basés sur un savoir ancien : voir tableaux ci joints

COURS 3

Méthodologie de l'analyse des séquences didactiques

Résumé du chapitre 3

- 3.1. Analyse des transcriptions. Découpage, reconnaissance de situations, identification d'éléments, analyse lexicale et syntaxiques..La théorie des situations permet un découpage des transcriptions (ex. recherche du sens construit par les décisions de l'enseignant).
- 3.2. L'analyse statistique des chroniques.
- 3.3. Exemple: la chronique des explications dans une classe. Construction d'indices de reconnaissance d'un objet.
- 3.3. Caractérisation des stratégies d'enseignement.

3.1. objets et méthodes de l'étude

1. Observation.

Nous allons aujourd'hui essayer de cerner les interventions de l'enseignant de façon empirique, en analysant son action au cours d'une séquence didactique.

Les classes sont observées et analysées dans deux cas, institutionnels tous les deux : l'inspection de contrôle (ce système existe en France mais pas dans tous les pays) et la formation d'élèves professeurs.

Dans les deux cas l'analyse se fait "in vivo". Elle a pour objet d'identifier des événements typiques d'un discours sur l'enseignement, et des indices - le plus souvent des indices d'échec par rapport à une norme -, de les relier à une explication, le plus souvent techniciste, de façon à déboucher sur un conseil ou sur des propositions didactiques ou pédagogiques.

Les analyses "à chaud" auxquelles nous procédons à l'école Michelet comprennent en plus l'identification de phénomènes généraux. Au delà des décisions contingentes, "bonnes" ou "mauvaises" de l'enseignant, nous cherchons à établir celles qui sont significatives d'un comportement de "tous" les professeurs. Il s'agit donc de reconnaître les conditions qui expliquent

ces décisions par les contraintes auxquelles le professeur s'est trouvé soumis. Nous ne sommes pas encore en mesure de vous produire un corpus de transcriptions de ces analyses à chaud, mais le projet est en cours. Nos productions permettront de mettre à l'épreuve les éléments de ce cours.

2. Analyse quantitative, usage fictif et effectif

Nous allons seulement examiner ici les méthodes quantitatives d'analyse de certains corpus issus de l'observation des classes : "transcriptions" de classes et "résultats d'exercices" (nous laissons de côté ici l'analyse, très importante mais plus complexe, des enregistrements vidéo). Nous n'utilisons encore effectivement ces méthodes que de façon sporadique, à cause de leur lourdeur. Nous faisons ainsi souvent l'impasse de preuves que personne ne nous demande. Mais elles nous servent de modèles méthodologiques. C'est d'abord à ce titre que je vous les présente. Je veux attirer votre attention sur une propriété de ces méthodes : le simple fait d'envisager leur mise en oeuvre est un instrument puissant dans l'émergence et la définition des concepts de didactique. Nous verrons en verrons un exemple plus loin. Les circonstances n'ont pas permis de mettre en oeuvre complètement la méthode envisagée et le rapport à la contingence présente par conséquent de nombreux aspects fictifs. L'équilibre entre les rapports fictifs à la contingence et les observations effectives doit être soigneusement évalué. Il est indispensable de considérer les risques des paris liés à l'évitement de certaines expériences, de payer quand on le peut le prix d'une vérification effective.

C'est ainsi que la recherche effective d'observations stochastiques de conceptions nous conduit à douter que certaines, qu'on ne peut pourtant ignorer, puissent être observées au niveau des individus.

Leur but de ces analyses est différent de celui des analyses "à chaud" : il s'agit de déterminer concrètement les objets dont il est question dans les modèles théoriques, c'est à dire de définir des observables, de noter leur présence ou non, de les relier par des relations contingentes que l'on peut confronter au modèle pur déterminer son "existence".

Par exemple, *pour identifier une décision du professeur, il ne suffit pas de relever ce que le professeur dit: il faut aussi déterminer ce qu'il aurait pu raisonnablement dire dans les conditions où il se trouve mais qu'il a rejeté.* Le moyen de croiser la chaîne syntagmatique des événements avec les paradigmes des choix possibles est l'identification des situations ou des contrats didactiques et des régulations qui s'y exercent.

3. Méthodes ascendantes et descendantes de découpage

Nous allons donc dans ce cours examiner ou évoquer quelques aspects de l'analyse des séquences didactiques.

a) Nous distinguerons d'abord une stratégie "descendante". Elle consiste à prendre en compte la totalité du corpus, à définir des modalités de fragmentation, jusqu'à l'obtention d'éléments de chronique "pertinents", intelligibles et considérés comme "synchroniques" (par exemple une question, ou une réponse).

Le découpage peut être:

- indépendant du contenu, comme dans la recherche de Flanders où l'observateur note une variable toutes les trois secondes

- imposé a priori (et souvent déterminant du contenu), comme dans l'analyse des réponses à un questionnaire ouvert : chaque question ouvre un "univers", les réponses appartenant à un même univers font l'objet d'analyses de contenus, lexicales et grammaticales dont les résultats peuvent entrer dans des analyses de données classiques

- déterminé a posteriori par le contenu.

Une méthode permet de se ramener au cas précédent. Pour déterminer les césures qui délimiteront des univers, elle consiste essentiellement à chercher la fermeture temporelle d'un élément observable dans une structure d'interprétation. Le but de ces fermetures est de rencontrer une interprétation cohérente et intelligible d'un ensemble d'observables.

Par exemple si un mot est observé, sa fermeture pour une structure grammaticale sera la phrase dans laquelle il apparaît. L'interprétation de la phrase exigera peut être une fermeture plus large pour appréhender le contexte...

L'identification d'une "situation" (un but, un enjeu, un paradigme de choix, une règle ou une stratégie de choix...) conduit à rassembler un ensemble d'évènements et d'observables en un objet didactique délimité, qui pourra être comparé à d'autres objets similaires, dans une même séquence ou dans d'autres.

b) une stratégie "ascendante" commence par l'identification d'observables isolés, préalablement définis (par exemple la réussite dans la réponse à un type de question posée) pour rechercher ensuite par des structurations empiriques à établir des relations entre divers observables. Par exemple la coïncidence de comportements spécifiques d'échecs ou de réussite avec la présence d'un caractère cognitif pourra indiquer l'existence ou l'absence d'une connaissance. Cette stratégie est illustrée par un travail intéressant de Mopondi que nous examinerons plus loin.

4. Usages actuels

Dans tous les cas les analyses les plus courantes, aujourd'hui, suivent (légitimement) une loi économique: elles portent sur les éléments les moins coûteux à traiter :

- Elles portent sur des variables numériques ou nominales mais beaucoup plus rarement sur des analyses de contenu (par exemple des analyses lexicales ou grammaticales).

- Elles consistent en analyses synchroniques (par exemple l'analyse d'un questionnaire dont on considère les réponses comme contemporaines). Les analyses diachroniques sont en fait des études longitudinales où la variable temps prends un très petit nombre de valeurs. Si l'on associe son rang à chaque élément obtenu dans une stratégie descendante, ou sa date aux observables isolés nous obtenons des chroniques mathématiques.

- Elles portent sur des variables relatives aux élèves avec qui il est plus facile de réaliser des populations suffisantes pour des observations stochastiques, parfois sur des professeurs, mais les interactions professeur/élève, surtout si on se limite à celles qui sont pertinentes pour un contenu précis apparaissent comme des objets beaucoup trop sporadiques pour relever d'une étude statistique.

L'étude stochastique du fonctionnement de l'enseignant est donc une gageure à première vue intenable.

5. De la régulation didactique aux chroniques

Nous nous sommes intéressés dans les deux premiers cours à l'identification des situations ou des contrats didactiques. Le but d'un système didactique est de transmettre une connaissance d'une institution à une autre ou de faire partager un savoir. Son fonctionnement fera donc apparaître des successions d'évènements qui témoignent de l'activité de l'une ou de l'autre ou des deux institutions ensemble. L'observation d'un système didactique sera donc fondée sur le recueil et l'interprétation de suites d'informations ou d'indices relatifs à ces systèmes: des chroniques. Elle conduira à en inférer des relations entre ces évènements, leurs causes, leurs conditions et les phénomènes qui les accompagnent de façon à pouvoir les prévoir.

Il serait naturel d'exposer ici les méthodes d'analyse descendante pour identifier des types de contrats et confronter ensuite les observables avec leur fonctionnement théorique. Mais nous avons mis l'accent sur les régulation des systèmes didactiques. Ne serait il pas possible de réduire les observables aux indices de régulation des variables envisagées? Si ces régulations sont assez fréquentes elles pourraient devenir étudiables. C'est à ce titre que nous avons choisi les explications dans la troisième partie. L'instrument fondamental de description de ces régulations est évidemment l'analyse des chroniques.

6. Démarches empiriques, modèles théoriques et démarches expérimentales

Le choix des indices et des variables relevées dans les chroniques reflète les préoccupations et les connaissances préalables du chercheur. Tel s'intéressera aux productions du professeur ou de l'élève et considèrera le statut de l'auteur d'une phrase - une explication par exemple -, comme un observable direct, tel autre s'intéressera à la position d'enseignant et admettra que l'élève puisse par moments jouer ce rôle. Il sera conduit à trouver d'autres critères observables pour déterminer, suivant une définition qu'il se donnera, quelle position occupe à tel moment tel actant. Il pourra aller plus loin et recueillir seulement des observables dont il soupçonne seulement qu'ils ont un rapport avec la position d'enseignant et essayer de dégager ensuite empiriquement de leur coprésence ou de leurs dépendance un objet qu'il confrontera avec divers modèles théoriques ou avec la contingence de l'enseignant.

Dans un article publié dans les annales du Colloque de Caen, nous nous préoccupons particulièrement des rapports que l'observation établit entre ces connaissances préalables et les surprises de la contingence. Nous y avons supposé pour commencer que les connaissances du chercheur sur le processus étudié étaient minimales, de façon à définir le mode d'apparition empirique des objets dans les chroniques, puis à introduire progressivement les concepts théoriques tels que les "partenaires" ou "connaissance", au fur et à mesure de leur nécessité, et par l'intermédiaire des observables qui les caractérisent.

Le coût d'une démarche empirique effective de cette nature est certainement prohibitif, mais il y a des moments où il est nécessaire d'aller voir certaines choses au niveau de la contingence.

Par exemple les travaux de Harrisson Ratsimbah-Rajhon avaient montré l'existence de "conceptions" au sens d'amas opposés de comportements semblables sur des problèmes de fractions. Ils les avait identifiés avec deux modèles théoriques cohérents (la commensuration ou le partage de l'unité). Nous avons naturellement utilisé ce mode de mise en évidence des conceptions pour étudier les obstacles cognitifs (épistémologiques en particulier). De nouveaux travaux ont montré d'une part qu'un même élève pouvait utiliser concurremment des modèles faux (on le savait déjà) mais contradictoires pour obtenir des réussites, et d'autre part qu'on pouvait observer les effondrements marginaux caractéristiques d'un raisonnement spontané ou d'une conception sans qu'apparaisse au niveau des individus les patrons de comportements correspondants.

Conclusion, notre conception des observables d'une "conception est en crise, et peut être le recours à ce concept : les conceptions seraient elles des objets seulement définis au niveau des populations qui s'actualiseraient de façon éventuellement erratique à l'occasion d'une situation?

Les éléments des chroniques peuvent être identifiés ou caractérisés par confrontation à des modèles préalablement définis qui fournissent en fin de compte les observables à recueillir et à traiter: valeurs de diverses variables ou éléments de discours. Je crois nécessaire de rappeler quelques notions à ce sujet, au risque de paraître un peu cuistre auprès de ceux qui le connaissent bien.

2. Les chroniques

2.1. Définition

Soit V une variable dont les valeurs sont (v) . A chaque instant t cette variable prend une valeur $v(t)$ appelée **observation** de V à l'instant t . Ainsi une série chronologique est une application de T de l'ensemble des dates dans V . L'ensemble des séries possibles est V^T .

Exemples: i) La suite des notes obtenue par un élève dans une matière, la transcription des discours relevés dans une classe, la suite des décisions d'un joueur dans un jeu (par exemple les tours d'Hanoï), les réponses à une suite de questions fermées ou ouvertes (le rang des questions servant de dates), constituent des chroniques.

ii) La grille de Flanders prévoit l'observation dans une classe d'une variable F à 10 valeurs: a: le professeur donne une information, b: le professeur pose une question, c: le professeur réprimande un élève... d: l'élève fournit une réponse, e: l'élève manifeste une réprobation etc. Le temps est découpé arbitrairement en intervalles de 3 secondes. A chaque intervalle l'observateur attribue une valeur à F et la relève. Le résultat est une chronique.

iii) Mais on peut aussi considérer comme des chroniques la suite des leçons ou des exercices d'un livre, les épreuves d'une évaluation etc.

L'observation d'un système complexe peut conduire à examiner simultanément (V_k) un ensemble de m variables (observables), chacune présentant un ensemble de valeurs $\{v_k\}$. T est un ensemble de dates $(N, Z$ ou $R)$. Le fonctionnement du système se manifeste alors par une **chronique** (infinie ou de longueur finie n) c'est à dire par une application de T dans $E = \prod V_k$ qui à chaque t fait correspondre une observation $v(t)$ c'est à dire le m -uplet $(v_k(t))$ des valeurs de chaque variable observées à l'instant t . Le couple $(t, (v_k(t)))$ est un **évènement**. Une chronique finie de longueur n est un ensemble de **chroniques élémentaires** (chacune est un n -uplet), simultanées et relatives chacune à une variable.

Exemples: Différents indices considérés comme contemporains sont notés à chaque instant à propos d'un seul sujet au cours du déroulement d'un processus. La suite des notes obtenues à une suite de devoirs par l'ensemble des élèves d'une classe. Les réponses considérées comme simultanées de tous les élèves à une suite de questions.

L'ensemble des V_k peut être à son tour structuré de diverses manières: partitions, produits etc.

par exemple, groupement de variables relatives à la situation, ou aux réponses des élèves, aux causes ou aux effets, Un cas fréquent présente à chaque instant une famille de renseignements contemporains relatifs à une seule variable mais à une famille d'objets - par exemple un ensemble de p élèves- pouvant donner des réponses "indépendantes". Un évènement est alors une matrice de dimensions $m \times p$.

T -----> E

t -----> $\{v_{qk}^i(t)\}$ où k varie de 1 à m , i de 1 à p et t de 1 à n .

Le questionnaire que nous traitons plus loin dans cet article peut être considéré comme une chronique (le rang des questions devenant des dates), comme un évènement unique (les questions étant considérées comme simultanées), ou comme une chronique restreinte de plusieurs variables simultanées.

2.2. Structures mathématiques des chroniques

a) Chroniques d'une variable

Le plus souvent T est N (discret) ou même un intervalle de N et les V_k sont des variables numériques ($v_k \in K$).

Bien que chaque variable V_k puisse être nominale, ordinale ou numérique nous considérerons sa réduction à (v_{qk}) , un ensemble de q variables *binaires* où q est le nombre de valeurs que peut prendre la variable V_k . On peut alors considérer toutes les variables V comme numériques sur le corps $\{0,1\}$.

On peut définir diverses opérations sur chaque V^T : l'ensemble des chroniques possibles d'une variable unique V (i.e. une somme qui est une loi de groupe commutatif, et un produit externe par un corps de scalaires, doublement distributif).

Ainsi la chronique élémentaire x de la variable V_k est un n -uplet qui s'exprime sur la base canonique des dates par: $x = x_1 e_1 + x_2 e_2 + \dots + x_t e_t + \dots + x_n e_n$

On peut définir ainsi $x+y$, $a.x$.

L'ensemble V^T des chroniques élémentaires possibles relatives à V forme alors un espace vectoriel de dimension n sur le corps K .

Dans un espace de chroniques de longueur n on peut alors:

- décomposer des chroniques sur une base différente de la base canonique
- définir des formes linéaires comme la moyenne arithmétique de la chronique:

$$m(\lambda x + \mu y) = \lambda m(x) + \mu m(x) \text{ où } m(x) = (1/n) \cdot (\sum x_t)$$

- définir des distances de deux chroniques, par exemple la distance euclidienne:

$$d^2(x, y) = \sum (x_t - y_t)^2 = \|x - y\|^2,$$

- ainsi que le produit scalaire:

$$x \circ y = \sum x_t \cdot y_t$$

- et par conséquent le cosinus de deux chroniques:

$$\cos(x, y) = \frac{x \circ y}{\|x\| \cdot \|y\|}$$

Deux chroniques sont indépendantes lorsqu'elles sont orthogonales: $\cos(x, y) = 0$ c'est à dire lorsque $x \circ y = 0$

b) Chroniques de même longueur n et de m variables sur le même corps K .

Les opérations de K permettent de définir un espace vectoriel K^m dans lequel les mêmes opérations peuvent être définies.

Dans la mesure où on peut interpréter les opérations sur des variables différentes, on pourra envisager la somme de deux chroniques relatives à des variables différentes, la "chronique moyenne" de m variables: $mv(x) = (1/m) \cdot (\sum x_k)$ explicitement, c'est la suite

$((1/m) \cdot (\sum x_k)(t))$, la distance de deux chroniques de deux variables etc.

2.3 Analyse mathématique des chroniques

Elle consiste à "approcher" ou recomposer une chronique observée à l'aide d'autres "chroniques" considérés comme connues. Ces chroniques peuvent être elles-mêmes générées par des processus, engendrées par composition dans une famille particulière, base ou opérateurs judicieusement choisis (linéaires ou périodiques...) elles peuvent être des résultats d'observation, ou même des constructions théoriques arbitraires. Des procédés mathématiques permettent de guider la recherche de ces "modèles" en isolant des tendances, en identifiant certains invariants, certains corrélations ou implications. Les procédés utilisés sont des analyses factorielles, des filtrages linéaires, la recherche d'équations de récurrence etc.¹

Le but de ces analyses mathématiques est de faire apparaître des objets et des relations dont la présence ne paraît pas due au hasard. Dans la mesure où on veut les prévoir, il est nécessaire de les choisir et de les expliquer.

Exemple: Flanders voulait mettre en évidence l'existence assez fréquentes de successions de valeurs correspondant au schéma suivant: "réprimande, contestation, répression, protestation..." La fréquence relative de ces chaînes variait d'un professeur à l'autre ce qui permettait de distinguer des styles pédagogiques différentes plus ou moins "directifs".

L'analyse mathématique permet ainsi de placer l'étude des chroniques dans une perspective apparemment entièrement empirique, les instruments de théorisation n'étant introduits que lorsqu'ils sont nécessaires.

¹ Consulter M. Barbut et C. Fourgeaud: " Eléments d'analyse mathématique des Chroniques" Hachette Université 1971

Nous allons illustrer maintenant cette présentation méthodologique. L'exemple retenu montre une démarche un peu plus heuristique.

3.3. Chronique des explications dans une classe

1. Origine et résumé du travail.

Mopondi s'est attaché à la comparaison des méthodes d'enseignement. Il a observé les leçons relatives à la proportionnalité dans une pratique assez classique d'enseignement au Zaïre et au cours une méthode plus constructiviste en France. Il s'agissait d'abord d'expliquer des différences de comportements des élèves devant un ensemble de problèmes. Le corpus est constitué par les transcriptions d'une trentaine de leçons dans chacune des classes et par les réponses des élèves à divers exercices et problèmes.

Le travail théorique consistait à choisir des objets et des observables "intermédiaires" entre une classification brutale des méthodes et le détail des interventions toutes différentes. Ces objets devaient être assez raisonnablement liés à l'apprentissage et a priori assez nombreux pour donner prise à des analyses stochastiques et assez denses pour qu'on puisse utiliser le temps pour affiner les dépendances. Il est clair que l'étude des dépendances par des comparaisons globales perd beaucoup d'informations (donc de puissance) par rapport aux analyses de chroniques correspondantes. Au passage nous espérons avoir l'occasion d'étendre aux chroniques l'analyse implicite de Régis Gras.

L'enseignant doit faire "comprendre" aux élèves les connaissances mathématiques qu'il leur enseigne. Parmi les efforts qu'il entreprend dans cet objectif figurent les "explications". Mopondi s'est donc intéressé aux diverses formes que prennent ces explications et à leurs effets sur les productions des élèves. C'est un choix judicieux car il semble que la nature et la quantité des explications varient beaucoup suivant les méthodes pédagogiques.

2. Un indicateur des régulations exercées par le professeur

Les explications sont-elles un bon indicateur des régulations exercées par le professeur?

On peut supposer qu'une explication donnée par le maître, lorsqu'elle n'est pas un objet d'enseignement, est l'indice de ce que le professeur a perçu une difficulté de l'élève à comprendre, à accepter, ou à apprendre le savoir en cours d'étude. En simplifiant beaucoup on pourrait imaginer que la compréhension ou l'adhésion de l'élève est la grandeur que le professeur régule à l'aide d'explications, selon le schéma A3 de notre deuxième cours.

Il est donc raisonnable d'entreprendre l'étude des corrections, des reprises, des liaisons que le professeur établit à propos des connaissances qu'il enseigne comme moyen de décrire un de ses rôles.

Il est cependant vraisemblable que nombre d'explications ont d'autres fonctions et que l'objet de la régulation est complexe

Nous ne nous intéresserons pas ici aux questions que se pose Mopondi à ce sujet (En quoi consistent les efforts d'explication ? Comment se manifestent-ils ? Dans quelle mesure les explications diffèrent-elles suivant les méthodes ou les cultures ? Quels sont les effets de ces différences d'intensité ou de nature des explications sur les travaux et les résultats des élèves ?) mais seulement au procédé de détermination des observables, puis à l'identification des explications dans le corpus. Le traitement stochastique classique a donné des réponses intéressantes au sujet de la comparaison des méthodes, mais l'analyse des chroniques n'a pas pu être faite à cause d'un phénomène qui nous a étonné : la rareté relative des explications formelles. Cette observation nous

conduira à reprendre et à affiner les modèles théoriques des explications en classe ou à abandonner l'idée d'observer effectivement ce type de régulation.

3. Comprendre, faire comprendre et expliquer, fonctions de l'explication

Comprendre, faire comprendre

La théorie des situations didactiques permet d'étayer l'hypothèse que "comprendre ne peut pas être un objet de connaissance, de savoir, d'enseignement". C'est fondamentalement une activité personnelle du sujet, (ici l'élève) qui établit sous sa responsabilité des liens plus ou moins pertinents entre ses connaissances, ses savoirs et les circonstances qu'il rencontre.² Il ne faut pas toutefois confondre un ensemble de connaissances liées par des liens contingents (créés par une présence concomitante plus ou moins fortuite par exemple), avec une "organisation" axiomatique ou même seulement systématique de savoirs. Tous les liens et toutes les composantes du sens proposées par l'histoire personnelle du sujet et par sa culture ne participent pas à la "compréhension", du moins au sens où nous l'entendons. Il faudra choisir parmi toutes les figures et les arguments rhétoriques qui peuvent enrichir un objet.

Expliquer

"*Explicare*", en latin, signifie "*déplier*". *L'opération* est bien une extension de la notion dans toutes ses implications conceptuelles, le but étant d'accéder à l'*essence* de l'objet à définir. On recherchera donc toutes les caractéristiques qui permettent de distinguer l'objet d'objets voisins, en renvoyant éventuellement à des synonymes et à d'autres notions utiles parce que plus connues.... Toute la difficulté est dans l'exactitude et le choix des concepts fondamentaux qui rentreront dans la définition...³.

conversion.

L'explication peut être prise comme un processus de conversion. Elle rend explicite un lien entre des connaissances ou entre des connaissances et des actes. Par ce fait elle transforme ce lien en connaissance ou même en savoir. Il arrive qu'elle ne soit qu'une juxtaposition de commentaires à une connaissance acquise.

Le processus de conversion fonctionne dans les deux sens: une explication peut convertir des savoirs en connaissances ou en liens entre des connaissances. Elle peut donc convertir des connaissances ou des savoirs en moyens de résolution. L'explication devient par ce fait le point central de l'acte d'enseigner avec comme fonction principale la *conversion* ou l'établissement des liens entre connaissances et savoirs, savoirs et moyens de résolution. Une exigence d'explication de la part du professeur sera le plus souvent une demande de conversion.

4. Le schéma d'une explication

² Pour des distinctions entre savoirs et connaissances, voir entre autres G. BROUSSEAU "Le contrat didactique, le milieu" RDM Vol. 9/3 p 316 (1988), ou François CONNE: "Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition" didactique RDM Vol. 12/2.3. p 221-270 (1992),

³ Robrieux poursuit: "Pour se convaincre de l'imprécision inévitable des définitions explicatives, y compris celles des dictionnaires, il suffit de se livrer au jeu oulipien de la "littérature définitionnelle". En remplaçant par sa définition, chaque mot de la célèbre phrase de Pascal: "Si le nez de Cléopâtre avait été plus court, la face du monde en eut été changée"... (et en réitérant, on obtient) : "La portion qui avance de la face de la femme du roi d'une république du nord-est de l'Afrique, fameuse pour son harmonie physique, morale ou artistique: si elle eût été de moins d'étendue d'une extrémité à l'autre, toute la face du corps céleste non lumineux où l'espèce humaine fait sa demeure serait allée d'une manière d'être à une autre." Et ainsi de suite jusqu'à la production d'un texte totalement farfelu sans aucun rapport avec l'énoncé original. Cela invite à davantage de modestie lorsqu'on prétend à la clarification et à la rigueur.

le modèle.

Dans le travail de Mopondi, une explication est un 7-uplet de valeurs: $\langle A, D, B, C_E, C_O, L, J \rangle$. Elle est organisée en

- une situation: $\langle (A, D), B \rangle$
- une réponse à cette situation: $\langle [(C_E, C_O), L] \rangle$,
- et un argument de légitimité J.

Les éléments de la situation $\langle (A, D), B \rangle$

a) A et D sont les **interlocuteurs**, A, auteur, explique à D, destinataire.

b) Ce rôle est modélisé par une situation de type **Validation**, qui donne une fonction à l'explication, aussi bien du point de vue de l'émetteur que du récepteur, un répertoire, une situation à laquelle sont assujettis les deux interlocuteurs etc. L'explication doit pouvoir au moins se voir attribuer un **but(B)**, ou une motivation pour chaque interlocuteur. Le modèle ne retient que ce dernier élément.

L'explication peut avoir pour but de convaincre, d'enseigner, d'adoucir un ordre, d'obtenir un avantage, etc.. Les raisons d'écouter une explication peuvent être très variées: l'intérêt, la soumission, l'hostilité, la commisération, etc..

Les énoncés ou les méthodes reliées et leur relation $\langle (C_E, C_O), L \rangle$

Les énoncés traités sont souvent intégrés à l'intérieur d'**assertions**.

a) C_O est **l'objet expliqué** : soit une **méthode** M_O , ou un **terme** T_O , ou un **énoncé** E_O . ce qu'un sujet ne "comprend" pas (ne sait pas faire, n'interprète pas, ou qu'il n'admet pas). L'objet expliqué peut rester implicite.

(Nous réservons le terme "d'explication" aux cas où le répertoire de référence est d'un niveau élevé, de l'ordre au moins de la logique. Les corrections fondées sur les répertoires de niveaux phonétiques (ex. articuler), calligraphiques, orthographiques, grammaticaux, et même stylistiques ne seront pas tenus pour des explications).

b) Un **énoncé explicatif** (C_E).

Une explication n'existe que si un objet "explicatif" est proposé, en général un énoncé. Dans le cas d'une explication réelle, l'auteur de l'explication suppose que son destinataire possède cet énoncé explicatif dans son répertoire (ou qu'il peut le décoder, et le produire) et que la nature des liens qui lient C_E à C_O seront intelligibles ou connus. Il pense qu'ils vont conduire le destinataire à accepter C_O . Il existe des explications formelles que l'auteur donne systématiquement sans relation avec les nécessités de la situation où il est plongé.

c) La **relation** "énoncé expliqué-énoncé explicatif."

C'est un **lien explicite** (L) qui est formulé dans le langage propre aux énoncés explicitement traités : ce peut être un **lien logique**, (une implication par exemple), ou **rhétorique** (une analogie, par exemple). Il est le plus souvent destiné à constituer le réseau des significations d'un savoir.

La liste des types de liens implicites entrant dans des interactions acceptées par les acteurs comme des explications est très longue. A la limite presque toutes les interventions pourraient apparaître comme une explication de quelque chose. Mopondi se limite aux liens explicites donnés comme des raisons (bonnes ou mauvaises) d'accepter C_O .

Les autres types de liens souvent présentés et acceptés comme des "explications" tels que: métaphores diverses (in presentia, in absentia, symbole, catachrèse,...), les métonymies, synecdoques...et les autres figures telles que:

périphrase, paraphrase, pronomination, métalepse, etc..⁴ ont été provisoirement écartés. Une étude plus approfondie des autres arguments logiques tels que les autres formes de définitions (compréhension, extension, ostension, description, définition opératoire...), ou rhétoriques le distingo, l'incompatibilité, le dilemme, etc.. ou empiriques (causalité, confrontation, induction, analogie, contrainte) serait probablement très intéressante.

Les justifications de l'intervention.

Toute explication s'autorise souvent d'une **justification** (J) distincte du lien explicite. Elle représente la légitimation de l'intervention. Cette variable, dans le modèle relativement simplifié de Mopondi peut prendre les valeurs suivantes : la **congruence** sociale (l'acceptation du lien satisfait une exigence sociale ou culturelle du milieu), l'**idonéité** (le fait que le lien soit conforme au projet didactique), l'**adéquation** (la connaissance C_E permet effectivement de résoudre la situation de l'élève), l'**adaptation** (C_E permet de la résoudre de façon plus économique), la **validité** (C_E y est vérifiée), la **pertinence** (les conditions d'application de la connaissance C_E sont réalisées dans la situation $S(C_O)$).

Mopondi examine en outre les **effets** de l'explication (**acceptation** ou **rejet**) et des **étiquettes** de l'explication (laisse- moi t'expliquer...comprends bien que...etc..).

5. L'identification d'une explication: un exemple

Il s'agissait pour les élèves de trouver la recette d'un gâteau pour 6, 10, 28 personnes à partir des ingrédients nécessaires pour un gâteau de 4 personnes. En particulier il faut 8 tranches d'ananas pour 4 personnes. Chaque groupe dit ce qu'il a fait.

transcription.

Elève Ei: "nous ne sommes pas arrivés à trouver ce qui est demandé; nous avons écrit $6 \times 8 = 48$; $6 \times 200 = 1200$..." (ils ont multiplié les quantités pour 4 personnes par 6)"

M: "pourquoi avez vous fait 6 fois 8?"

Elève d'un autre groupe Ej: "Trouver 48 tranches pour 6 personnes est invraisemblable (C_o) car (lien logique) si pour 4 personnes on a besoin de 8 tranches d'ananas, pour huit personnes on aura besoin de 16 tranches d'ananas. Donc si pour huit personnes on a besoin que de 16 tranches d'ananas on ne peut pas avoir besoin de 48 tranches pour 6 personnes"(C_e).

M: ignorant l'intervention de Ej: "Dans quel cas aurais-tu fait 6×8 ?" ...

description de cette explication à l'aide du modèle

A: Emetteur = élève (Ej qui parle peut être au nom de son groupe).

D: Destinataire = le professeur et les élèves des autres groupes.

B: But = rejeter une méthode (Rejeter les conclusions du groupe 1 et/ou obtenir une approbation du professeur et/ou engager un débat, et/ou faire gagner du temps sur les phases de correction et/ou ramener les échanges didactiques à leur objet: corriger les travaux d'élèves. L'élève offre des alternatives au professeur).

C_o (objet expliqué) = méthode (M_o). $M_o(1)$: "Pour trouver le nombre de tranches d'ananas pour 6 personnes...nous avons calculé $6 \times 8 = 48$." (Valeur de C_o = fausse).

Remarque: Ej interprète la méthode $M_o(1)$ comme une déclaration $C(1)$: "Pour trouver le nombre de tranches d'ananas pour 6 personnes, il faut calculer $6 \times 8 = 48$ ". Il substitue à $C(1)$ son

⁴Pour la définition de ces termes consulter Jean-Jacques ROBRIEUX. ouvrage cité.

propre énoncé: non C(1), exprimé par "C(1) est "invraisemblable" (sous entendu "est faux"). C'est la déclaration qu'il va expliquer; donc Co(1) = non C(1).

Son explication: Ce(1) = "pour 6 personnes il faut $6 \times 8 = 48$ tranches est incompatible avec les déclarations suivantes: pour 4 personnes il faut 8 tranches; pour 8 personnes il faut 16 tranches; pour 6 personnes il faut moins que pour 8 personnes.

Lien (L): (Ce(1) **implique** non C(1)). Il s'agit d'une démonstration par l'absurde: C(1) est contraire à un énoncé vrai. (l'élève admet comme évidente la linéarité).

Justification (J): Ej s'autorise de la nécessité logique qui à son sens devrait s'imposer dans une leçon. Mais il rompt une clause implicite du contrat didactique qui veut qu'en phase de correction ce soit l'élève interrogé par le professeur qui réponde pour permettre par exemple une maïeutique à deux. En fait personne ne sollicite l'explication de Ej. Cependant d'habitude le professeur favorise les débats entre élèves et Ej a tenté sa chance.

Effet(E): Nul en apparence, mais le professeur admet implicitement que C(1) est faux.

5. Catégories rhétoriques et didactiques d'explications.

caractère insuffisant de ce modèle

Les catégories d'explications déterminées par les valeurs des variables a priori évoquées ci-dessus, ne sont pas nécessairement les plus intéressantes pour l'analyse didactique. Notre modèle donne une image très réductrice de ce que peut donner ce genre d'analyse. Pour montrer en même temps les prolongements qu'il permet, et l'intérêt d'éliminer a priori le maximum de variables il faut une incursion dans des formes plus complexes.

Il paraît plus important de distinguer les formes d'explications qui peuvent avoir des conséquences didactiques. L'auteur annonce que les explications relevées grâce au "schéma" feront l'objet d'une analyse empirique des fonctions didactiques de "l'explication" et d'une classification.

différents systèmes suivant les langages et les situations".

Puisque comme nous le signalions plus haut une explication est une conversion nous nous proposons d'examiner les cas de changements de langages : les systèmes dans lesquels s'expriment les deux objets, l'expliqué et l'expliquant. Nous en distinguons deux: un *langage* par opposition à une "réalisation" (une situation réelle, un exemple concret, un matériel, un algorithme...). Ce qui donne des liens comme "énoncés expliqués par un autre énoncé dans le même langage" ou "énoncé expliqué dans un langage différent (métathéorème par exemple)" ou encore "terme expliqué par une situation (une présentation ostensive par ex.)".

A l'intérieur de chacune des classes ainsi constituées nous pouvons distinguer des cas différents. Il nous a semblé pertinent d'utiliser les figures de rhétorique pour les évoquer et les identifier rapidement. Cependant parmi les figures de rhétorique et les types d'arguments que nous regroupons ainsi certains relèvent de l'explication, d'autres non. (L'explication n'est pas une catégorie rhétorique dans l'ouvrage de référence que nous avons suivi). Nous indiquerons donc pour chaque figure, si nous la retenons comme un genre d'explication, (oui) ou (non). Certaines bien que ne constituant pas en elles-mêmes une explication (*) peuvent faire fonction d'explication en mobilisant une explication par le biais d'une figure de sens, de mots, de pensée ou de construction (par exemple un moyen mnémotechnique).

Langage → même langage : une *reformulation*, une *définition*, une *démonstration*, (la reformulation remplace l'énoncé expliqué par une suite logiquement équivalente d'énoncés plus "primitifs" i.e. antérieurs dans un exposé axiomatique ou didactique de la théorie), *l'incompatibilité*.

langage → langage différent : la *traduction*, (seulement si le répertoire expliquant est didactiquement plus simple que le répertoire expliqué), *le commentaire* (seulement s'il tend à réduire l'incertitude du locuteur, une digression n'est pas une explication).

langage → réalisation: *l'interprétation*, - *illustration**, - *l'application**, - *l'exemple**, - *le contre exemple (oui)*, etc..

réalisation → réalisation: *l'extrapolation*, *l'induction**, *l'analogie**, *la comparaison**, *le distingo*, *les figures de sens comme la métaphore*, *la métonymie*, *la synecdoque*, *métalepse*, *la périphrase*, *la paraphrase (non)*, *la décomposition d'un algorithme**; les relations de *cause à effet*, etc..

réalisation → langage: *l'identification*, *la référence*, *la généralisation*, *la classification*. (La position d'une procédure ou d'un énoncé dans une classification ou dans un système de référence peut les faire comprendre et donc constituer une sorte d'explication).

Les arguments : *les relations de cause à effet*. Les explications de décisions, d'intentions sont principalement constituées par des références à des relations du type "cause à effet". Mais elles engagent la diversité des assujettissements des protagonistes. La décision peut se justifier par référence à des nécessités d'ordres différents: *référence à la situation objective*, *à la situation de l'action du sujet*, *à la situation d'apprentissage*, *à la situation didactique ou scolaire* ⁵. *Les arguments fondés sur la logique formelle*. Nous les rappelons ici seulement pour mémoire:

La signification didactique de l'explication.

Les explications se présentent dans les situations didactiques sous les mêmes formes que les connaissances. C'est leur fonction et leur statut didactique qui les érigent en explication. Le maître et l'élève attendent d'une explication un effet sur l'action en cours.

Le professeur qui vient de donner une explication attend que l'élève se mette au travail, ou rectifie son erreur, ou accepte la validité de l'énoncé, ou marque qu'il reconnaît le statut de savoir qui lui a été antérieurement enseigné, ou accepte d'apprendre le savoir énoncé, etc..

L'élève qui fournit une explication s'attend à voir le professeur approuver son comportement ou son travail et donner l'autorisation de le poursuivre ou à le voir la rectifier et par là marquer qu'il faut changer de méthode. Ces fonctions pourraient être remplies par des ordres et des questions mais le paradoxe fondamental de la didactique fait rejeter ces solutions qui n'impliquent pas les apprentissages. L'explication est une façon "permise" de parler de ce que l'élève doit faire. Elle est ainsi une façon rhétorique de rectifier les actions, les connaissances et les apprentissages.

3.4. Conclusions du cours 3

Nous avons voulu montrer ici la "possibilité théorique" de traiter de façon scientifique la plupart des questions qui se posent dans la description des phénomènes didactiques par le moyen d'analyses statistiques. Bien sur ce texte montre le caractère à la fois excessivement ambitieux et dérisoire de l'entreprise. La définition empirique des connaissances par exemple ne cerne pas vraiment que des connaissances et il faut apporter beaucoup d'autres compétences, et une certaine complaisance pour y puiser des arguments objectifs indiscutables. L'étude du rôle de l'enseignant paraît dans ces méthodes encore plus éloigné du chercheur. La moindre des observations cliniques apparaît souvent comme à la fois infiniment plus fine et plus fiable et le désir d'établir fermement des résultats conduit souvent à limiter l'étude à des objets tellement réduits qu'ils perdent en signification ce qu'ils ont gagné en validité factuelle.

⁵ voir à ce sujet: Margolinas Claire

On ne peut pas prétendre pourtant que la tentative d'appréhender en même temps des concepts consistants, des méthodes rigoureuses, des objets d'études effectifs et des questions intelligibles et pertinentes soit un exercice inutile ou gratuit. La place de l'intuition est encore prépondérante? et alors? L'important est que chaque travail nous fasse progresser la communauté sur l'un au moins des axes ci dessus sans reculer sur les autres.