

Dimanche 27 août 1989

Atelier : "Le micro-ordinateur, outil de révélation et d'analyse du raisonnement déductif de l'élève"

par Marie-Danielle FONTAINE, Régis GRAS, Annie LARHER

Equipe de didactique, Institut de Recherche Mathématique de l'Université de Rennes I

L'atelier se déroule en trois temps :

- 1°) Enoncé de la problématique et de la méthodologie de la recherche support de l'atelier (1/4 h)
- 2°) Activités des participants sur un questionnaire proposé aux élèves. Discussion (1h)
- 3°) Présentation d'un résultat de recherche sur un questionnaire antérieur à celui qui vient d'être proposé. Débat (3/4 h)

Cet atelier se présente donc comme illustration de § 2 de l'exposé de E. GALLOU.

1- PROBLEMATIQUE ET METHODOLOGIE

1°) PROBLEMATIQUE

Des observations et quelques études plus approfondies de productions d'élèves, de 4ème en particulier (13-14 ans), sur les problèmes à démonstration géométrique, ont montré la multitude et la grande variété des procédures erronées des élèves. Certes, les erreurs puisent leur origine profonde dans l'absence de signification de la preuve mathématique et dans une carence de maîtrise du lexique nécessaire (*puisque, donc, or, car* ...) mais également, de façon ou conséquentielle ou conjointe :

* dans une absence de rigueur dans l'articulation dissymétrique des trois éléments-clés de l'inférence : hypothèse, théorème, conclusion ;

* dans la prise en compte d'indicateurs extrinsèques pour choisir l'un quelconque de ces éléments-clés :

- . indicateurs formels (structure, rythme, ...)
- . indicateurs sémiotiques (mot, lettre, symbole, ...)
- . indicateurs sémantiques (un sens voisin, une utilisation antérieure, ...).

Il est difficile, voire impossible, pour l'enseignant de repérer à chaque fois dans une copie d'élève le type d'erreur commise et surtout sa répétition chez l'élève, sa fréquence dans la classe et les conditions dans lesquelles l'erreur s'élabore et apparaît. De plus, il lui est encore plus difficile de trouver pour chaque élève les situations qui permettraient de perturber et mieux, d'éliminer les procédures erronées.

L'ordinateur, en échange, permet un travail plus individualisé et, surtout, un sanction immédiate de l'erreur et donc un retour de l'élève sur ses procédures.

2°) METHODOLOGIE RETENUE

Il semble donc important, pour mieux traiter ensuite ces procédures chez chaque élève, de les identifier et d'en repérer les circonstances d'apparition. Il paraît nécessaire de limiter les variables en interaction et pour cela de fournir à l'élève des situations où le sens entretenu par le but lointain de la démonstration n'est pas le moteur essentiel et où le lexique est réduit.

Pour ce faire, on établira une liste de faits mathématiques (géométriques en l'occurrence) pouvant tenir lieu, suivant les situations, d'hypothèses ou de conclusions et une liste de théorèmes. Une inférence complète - voire un problème à démonstration - étant proposée, l'élève devra choisir un ou plusieurs faits, un ou plusieurs théorèmes pour que soient validées l'inférence ou les inférences successives. La tâche de l'élève sera exécutée à l'aide d'un logiciel permettant un travail personnel, puis une analyse individuelle de ses réponses (après éventuellement deux essais).

3°) LOGICIEL DE REVELATION ET D'ANALYSE

Le logiciel comporte trois modules appelés PREPA ou PROFESSEUR, BILAN et ELEVE.

1 - LE MODULE PROFESSEUR

Il permet à l'enseignant de préparer le travail de l'élève.

Ce module sert à créer quatre fichiers :

- fichier de faits (d'où seront extraites hypothèses ou conclusions),
- fichier de théorèmes,
- fichier de démonstrations,
- fichier d'exercices (reprenant les démonstrations précédente en y plaçant des "trous").

2 - LE MODULE BILAN

Il rend compte du travail des élèves. Il peut d'une part fournir les réponses des élèves ou faire un bilan statistique concernant le nombre de bonnes réponses par élève ou par question, d'autre part, dénombrer les erreurs particulières, ceci au moyen de compteurs respectivement standards et non-standards.

3 - LE MODULE ELEVE

Il propose à l'élève de compléter des inférences en remplaçant l'hypothèse ou le théorème ou la conclusion qui manque, par les numéros adéquats. Pour ce faire, l'élève extrait sa réponse d'une liste de faits et d'une liste de théorèmes mises à sa disposition :

	hypothèse	théorème	conclusion
exemple :	1 et ?	4	6

2 - CONTENU DE L'ATELIER

Les participants reçoivent ainsi un questionnaire présenté en classe de 5ème à la suite d'un enseignement de la symétrie centrale. Il leur est demandé de répondre aux questions suivantes :

a) Quels sont les types d'erreurs qui permettraient de définir des compteurs non-standard ?

b) Quelle hiérarchie de réussite peut-on prévoir au sein des cinq questions posées ? Pourquoi ?

c) Quelles sont les réussites qui sont les plus corrélées et qui s'impliqueraient l'une à l'autre ?

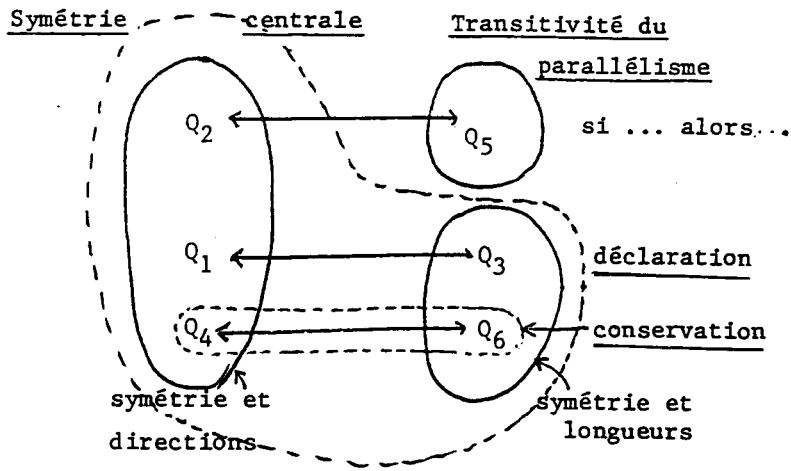
d) Mêmes questions pour les modalités erronées prévisibles.

Afin de contribuer au débat, les animateurs fournissent les choix des procédures qu'ils ont retenues pour définir les compteurs non-standards et les résultats statistiques réellement obtenus.

3 - COMPTE RENDU PLUS APPRONFONDI DE LA RECHERCHE ANTERIEURE

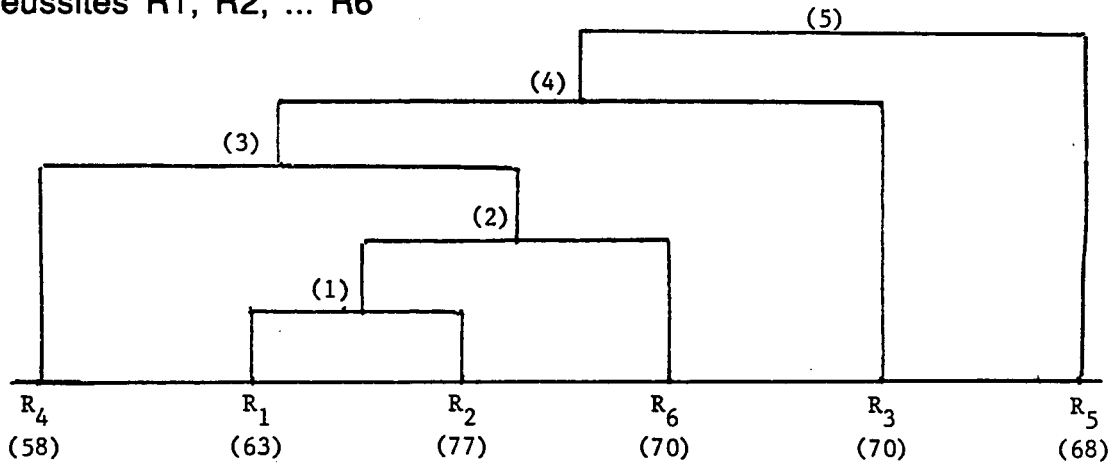
Le questionnaire sur lequel repose la recherche est distribué dans le groupe (cf annexe).

Une analyse a priori des réponses des élèves s'appuie sur les proximités formelle, sémantique et référentielle des six questions du questionnaire et conduit au schéma suivant :

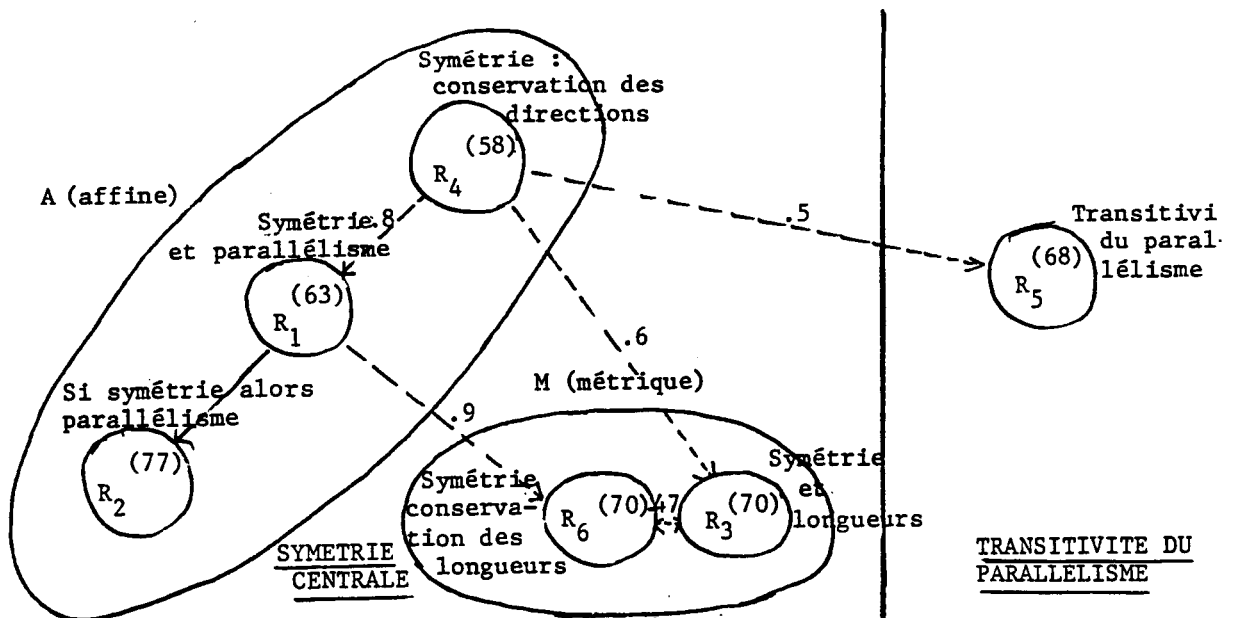


L'étude des réussites et corrélations réellement obtenues est confrontée à cette analyse a priori et conforte les hypothèses formulées. Outre ces résultats, nous présentons deux types d'analyses de données multidimensionnelles permettant d'embrasser toutes les modalités de réponses de 82 élèves, y compris les réussites.

Par exemple, l'analyse hiérarchique fournit la classification suivante des six réussites R1, R2, ... R6



L'analyse implicite de ces mêmes réussites conduit à l'arbre suivant :



Une interprétation de ces arbres partiels et des arbres complets des modalités confirme l'existence des quatre grandes procédures :

- réussite
- maintien des instanciations, changement des relations ($//$ remplacé par $=$, par exemple)
- maintien des relations, changement des instanciations ($MN = PR$ au lieu de $AB = CD$, par exemple)
- changement des instanciations et des relations.

Les documents suivants sont remis aux participants :

- textes des questionnaires, des procédures standard et non-standard
- documents internes relatif à la recherche
- quelques documents internes relatifs à l'analyse implicative de R.GRAS, et A. LARHER.