

Jeudi 24 août 1989

**Travaux Dirigés : "A la recherche de phénomènes didactiques  
dans l'enseignement de la géométrie".**

*par René BERTHELOT et M.H. SALIN*

*I.F.E.P.E.M. Service Culturel Ambassade de France LE CAIRE (Egypte)  
Ecole Normale, rue de l'Ecole Normale - 33200 BORDEAUX*

Le thème de ce T.D. est issu de la recherche que nous menons, dans le cadre de la théorie des situations, sur les rapports entre l'enseignement de la géométrie à des enfants de moins de treize ans et certaines maîtrises spatiales.

Nous apportons en particulier des éléments de réponse aux questions suivantes:

- L'enseignement de la géométrie munit-il les élèves de moyens de contrôle spatial utiles, voire indispensables?

- La maîtrise de ces moyens de contrôle peut-elle faire partie des objectifs de l'enseignement? Si oui, par le biais de quelles situations didactiques?

- Les élèves disposent-ils des représentations spatiales auxquelles l'enseignement de la géométrie fait constamment implicitement appel?

- Quel type de rapports à l'espace est spécifique de la géométrie? Comment construire des situations didactiques qui permettent aux élèves d'établir ce type de rapports?

- Plus particulièrement sur le thème de l'enseignement scolaire des angles: comment expliquer certaines difficultés rencontrées par professeurs et élèves dans cet enseignement en 6ème et ultérieurement?

L'exploitation de nos travaux nous a permis de mettre au point pour ce T.D. une série de questions visant à l'analyse d'un document scolaire et portant sur:

\* la détermination de la transposition didactique choisie pour la notion d'angle par les auteurs du manuel

\* la façon dont sont organisées les interactions entre savoir et apprenants

\* l'élaboration d'hypothèses concernant certaines des composantes du contrat didactique induit par l'utilisation de ce document dans la classe.

Ce projet s'est avéré trop ambitieux pour la durée allouée au T.D. En particulier, le travail réalisé n'a pas permis de justifier le titre que nous avons choisi; un intitulé plus modeste comme "Analyse à priori de documents d'enseignement de la géométrie" aurait été plus adapté.

Nous présentons ci dessous:

\* une rapide introduction au questionnaire soumis aux participants

\* le questionnaire lui-même avec des indications sur le temps nécessaire aux participants pour y répondre

\* quelques éléments de réponses à certaines questions (celles qui ont été traitées)

## INTRODUCTION

Le T.D. est conçu comme un exercice de didactique, portant sur l'analyse à priori des "travaux géométriques" proposés pages 94 à 100 du manuel "Mathématiques" 6ème édité chez Didier.

Une telle analyse, prenant pour base la théorie des situations, est guidée par l'interrogation centrale sur la fonction des savoirs en jeu dans la situation didactique. Or l'enseignement de la géométrie, surtout au niveau élémentaire, fait référence à deux sources de connaissances:

-les connaissances spatiales, issues de problèmes spatiaux et liées aux pratiques sociales.

-les savoirs géométriques insérés dans la pratique mathématique.

Les modes de fonctionnement de ces deux sortes de savoirs sont différents, en particulier en ce qui concerne la façon d'en établir la validité. Cette assertion qui mériterait un long développement, peut être illustrée par un exemple:

Les connaissances nécessaires au vitrier pour résoudre le problème suivant: "Quelles informations dois-je prendre pour découper une vitre adaptée à la fenêtre d'un de mes clients dont la forme est un parallélogramme?" sont validées de manière empirique, alors que dans la problématique géométrique, la formulation d'un problème correspondant à la situation du vitrier: "Prouver que tel ensemble de propriétés est caractéristique du parallélogramme" appelle une validation d'ordre mathématique.

Les considérations précédentes nous ont conduits à interroger la situation d'enseignement étudiée de ces 2 points de vue, mais à ne proposer dans le T.D. que la partie relevant de la problématique spatiale, celle relevant de la problématique géométrique étant plus courante, en particulier l'étude de la transposition didactique de la notion d'angle avec sa multiplicité de définitions (secteurs, angles de secteurs, de demi-droites etc...). C'est pourquoi le questionnaire comporte deux groupes de questions A et B correspondant à la problématique spatiale et une question C (qui n'a pas eu le temps d'être traitée) proposant d'étudier comment les auteurs du manuel traitent le passage de l'espace physique à l'espace géométrique.

## LE QUESTIONNAIRE

### Groupe A: Transposition didactique de pratiques spatiales de référence

Y-a-t-il des pratiques sociales et spatiales auxquelles vous pouvez renvoyer les activités décrites dans les pages 94 à 100? (voir réduction de la p. 94 à la fin du document)

Si oui,

1) Lesquelles?

2) Dans ces pratiques, quelles sont les contraintes qui rendent nécessaire la reproduction d'angles ou la construction de triangles?

3) Ces contraintes sont-elles réalisées dans ces activités?

4) Pour aller plus loin, il resterait à construire une situation fondamentale qui assurerait l'apprentissage de ces pratiques avec leur sens. C'est un objet trop complexe

pour le traiter ici. Mais en se restreignant à la maîtrise des techniques spatiales de reproduction d'angles comme objectif des activités proposées,

-dégagez les variables qui rendent plus ou moins difficiles l'application des différentes méthodes présentées P.94-96-97

-les valeurs choisies pour ces variables dans les différentes activités et exercices proposés aux élèves permettent-elles de rendre plausible la réussite d'une majorité d'élèves à une tâche quelconque de reproduction d'angles, sans intervention du professeur autre que celle prévue dans le livre?

#### Groupe B: L'espace comme milieu adidactique

1) Les caractéristiques suivantes d'une problématique spatiale

-le sujet peut se représenter l'état final

-la validation empirique est effective

sont-ils réalisés dans les pages qui vous ont été remises?

2) Comment réaliser ces caractéristiques en modifiant les activités aussi peu que possible?

3) Que pensez-vous du "coût didactique" d'une telle transformation?

#### Groupe C: A la recherche de certaines des composantes du contrat didactique: L'articulation de la géométrie et des activités spatiales

Pouvez-vous citer dans la succession des activités, des changements qui seraient des indices de l'intention des auteurs du manuel de faire passer les élèves du spatial au géométrique? (utilisation du langage, des mesures, des notations, des types de preuves etc...)

#### **DES ELEMENTS DE REPONSE**

Au cours du T.D., seules les questions A et B ont été traitées, mais les 40 mn réservées à ce travail étant insuffisantes pour l'ensemble, le groupe a été partagé en 2 sous-groupes, l'un a travaillé sur les questions A 1,2,3, l'autre sur les B. A 4 n'a pas été abordée. Un peu moins de 30 mn ont été consacrées aux échanges sur les réponses.

**A 1** Les pratiques sociales qui intègrent l'usage d'angles pour saisir et communiquer des informations spatiales sont nombreuses mais ne font pas partie des situations ordinairement vécues par chacun. Elles relèvent de pratiques professionnelles, même si certaines sont investies pendant leurs loisirs par des "amateurs". Ont été citées: Les relevés de terrain pour l'établissement de plans ou de cartes effectuées par les géomètres ou les géographes, l'orientation de déplacements (maritimes, aériens ou terrestres), le réglage d'angles d'attaque d'appareils de découpe ou de perçage, l'utilisation de fausses équerres par certains artisans.

**A 2** Dans ces pratiques, c'est l'impossibilité ou le coût de la prise ou du report d'informations sur les longueurs qui rend nécessaire la prise en compte des angles.

**A 3** Aucune de ces contraintes n'est réalisée dans les activités proposées, la reproduction de la figure peut être obtenue à l'aide de mesures de longueurs avec plus de fiabilité. Remarquons que même si l'angle est nommé, rien n'assure que pour l'élève, ce ne soit pas la reproduction du trajet  $x$  vers  $o$  puis vers  $y$  qui soit l'objet de ce travail.

**B 1** a) L'état final est bien désigné par l'enseignant: c'est une figure tracée sur le papier à un autre endroit que le modèle, mais il n'y a aucune raison pour que l'élève saisisse que cette figure puisse constituer un état final gagnant même si les longueurs des côtés ne sont pas les mêmes que celles de la figure initiale.

b) La validation empirique n'est pas effective et l'élève ne dispose pas d'un moyen connu de lui pour déterminer s'il a réussi ou non. Il a besoin de l'enseignant pour que celui-ci lui confirme qu'il maîtrise l'algorithme de construction. La situation n'est donc pas adidactique.

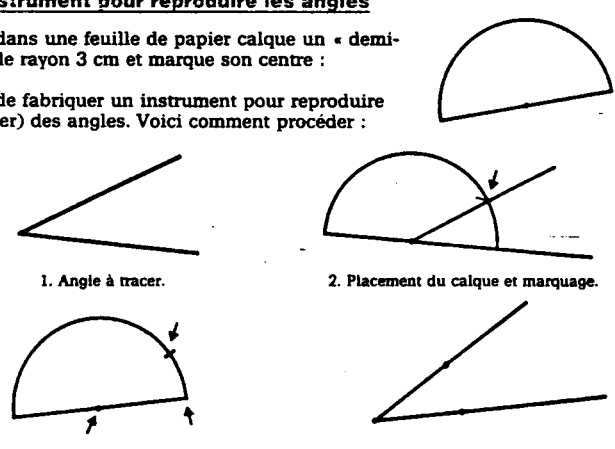
**B 2** Pour rendre la situation adidactique, le plus simple paraît d'introduire le calque comme support de la figure reproduite, la vérification de l'échec ou de la réussite se fait alors par superposition. Mais la détermination de ce qu'est un état terminal gagnant suppose que soient explicités d'une part le fait que la longueur des côtés du modèle et de la réalisation n'intervient pas dans cette détermination, d'autre part l'écart admissible entre les deux angles comparés.

**B 3** Ces modifications vont impliquer des contraintes de temps (plusieurs essais), une prise en compte par le professeur des contraintes de précision spatiale, une négociation plus explicite du statut de l'objet mathématique par rapport à l'objet spatial et probablement une modification de la progression. Son "coût didactique" est sans doute élevé.

**1. Un instrument pour reproduire les angles**

Découpe dans une feuille de papier calque un « demi-disque » de rayon 3 cm et marque son centre :

Tu viens de fabriquer un instrument pour reproduire (ou reporter) des angles. Voici comment procéder :




1. Angle à tracer.

2. Placement du calque et marquage.

3. Report du calque et marquage.

4. Tracé de l'angle.

À l'aide de l'instrument que tu viens de fabriquer, reproduis sur ton cahier les angles suivants :



lère activité  
dénommée  
"Approches"

p. 94

**A 3** Aucune de ces contraintes n'est réalisée dans les activités proposées, la reproduction de la figure peut être obtenue à l'aide de mesures de longueurs avec plus de fiabilité. Remarquons que même si l'angle est nommé, rien n'assure que pour l'élève, ce ne soit pas la reproduction du trajet  $x$  vers  $o$  puis vers  $y$  qui soit l'objet de ce travail.

**B 1** a) L'état final est bien désigné par l'enseignant: c'est une figure tracée sur le papier à un autre endroit que le modèle, mais il n'y a aucune raison pour que l'élève saisisse que cette figure puisse constituer un état final gagnant même si les longueurs des côtés ne sont pas les mêmes que celles de la figure initiale.

b) La validation empirique n'est pas effective et l'élève ne dispose pas d'un moyen connu de lui pour déterminer s'il a réussi ou non. Il a besoin de l'enseignant pour que celui-ci lui confirme qu'il maîtrise l'algorithme de construction. La situation n'est donc pas adidactique.

**B 2** Pour rendre la situation adidactique, le plus simple paraît d'introduire le calque comme support de la figure reproduite, la vérification de l'échec ou de la réussite se fait alors par superposition. Mais la détermination de ce qu'est un état terminal gagnant suppose que soient explicités d'une part le fait que la longueur des côtés du modèle et de la réalisation n'intervient pas dans cette détermination, d'autre part l'écart admissible entre les deux angles comparés.

**B 3** Ces modifications vont impliquer des contraintes de temps (plusieurs essais), une prise en compte par le professeur des contraintes de précision spatiale, une négociation plus explicite du statut de l'objet mathématique par rapport à l'objet spatial et probablement une modification de la progression. Son "coût didactique" est sans doute élevé.