

organiser. Il en est ainsi par exemple de tous les cas d'échecs que l'on peut rapporter au contrat didactique en ses clauses générales (que dois-je faire pour apprendre: écouter? Faire mes devoirs et apprendre mes leçons? Ou bien y aurait-il autre chose à faire, et quoi?), selon une pathologie a priori légère et liée souvent à l'incapacité du cadre familial à procurer une préparation adéquate du jeune enfant à l'entrée dans l'ordre scolaire. D'autres types d'échec, en revanche, requièrent des recherches approfondies et plus "pointues". Il en est ainsi, entre autre, des échecs électifs en mathématiques, sur lesquels les didacticiens des mathématiques se sont penchés depuis plusieurs années. La recherche, qui nécessite alors des outils théoriques et expérimentaux importants, s'opère ici, généralement, sur le terrain d'une action éducative ayant valeur en soi.

En général, l'abord du problème de l'échec scolaire, vu comme pathologie de l'interaction entre l'individu et le système éducatif, passe à la fois par l'action globale de prévention, de dépistage et de "thérapeutique" légère, et par des recherches fondamentales sur les principaux terrains de l'échec à l'école.

Equipe de recherche en didactique des
mathématiques de l'IREM d'Aix-Marseille
(juin 1982)

A. ROBERT
F. BOSCHET

Séminaires : Lundi 5 juillet 1982
14h30 - 16h30
Mercredi 7 juillet 1982
14h30 - 16h30

FICHE DE PRESENTATION.

1. Mise en place et résultats d'une recherche sur l'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'Enseignement Supérieur (A.ROBERT)
2. Convergence des suites numériques : objet d'enseignement, objet de connaissance. (F. BOSCHET, A. ROBERT)

Premier séminaire¹

On y aborde des considérations de problématique, en les illustrant par la recherche particulière réalisée sur l'acquisition de la notion de convergence des suites numériques.

Dans l'acquisition des connaissances correspondant au champ conceptuel "début de l'analyse sur R", on relève en effet des erreurs qui se reproduisent dans toutes les classes et qui persistent malgré les corrections. Comment expliquer ce qui se passe sur le plan cognitif? Comment peut-on, au bout du compte, apporter des informations efficaces sur ce qui se passe pendant leur enseignement aux enseignants concernés ?

Il existe une première approche (inspirée des théories constructivistes) qui consiste à travailler sur les productions des étudiants sur ces notions pour essayer de caractériser les erreurs (considérées comme des procédures erronées) puis d'en chercher les causes en se fondant sur une connaissance approfondie des notions et de la manière dont elles sont enseignées et sur les représentations des étudiants. Autrement dit, il s'agit d'étudier les effets de l'enseignement tel qu'il a été dispensé sur l'acquisition des connaissances, sans qu'il y ait action (préalable) sur certaines variables.

Une autre approche consisterait au contraire à étudier les effets de séquences d'enseignement (proposées par le chercheur) sur l'acquisition. Cette deuxième approche nous semble ne pas pouvoir intervenir sans hypothèses préalables sur les erreurs et leurs rapports avec l'enseignement.

Dans la première approche, des choix importants sont à faire : décisions sur la quantité d'informations à recueillir sur les productions étudiées, sur leurs auteurs, sur l'enseignement qu'ils ont reçu et choix des productions elles-mêmes. Il s'agit en particulier de savoir dans quelle mesure on met en rapport individuellement (ou seulement globalement) les productions des étudiants et leur "vécu" d'enseigné. Il y a là des contradictions entre la quantité de productions qu'on veut recueillir (et leur diversité) et la quantité d'informations qu'on peut associer à chaque production. A notre avis, les choix se font suivant le degré de connaissance des chercheurs sur les notions concernées. Moins on en sait, plus on doit débroussailler quantitativement les problèmes dont, à priori, on ne sait pas grand chose dans l'enseignement supérieur, quitte à réaliser ensuite (mais sur moins d'étudiants, bien choisis) des observations plus précises et plus qualitatives. Il s'agit aussi de décider quelles productions on étudie (écrites, orales, sur quels problèmes, prise en compte des représentations...). Les mêmes arguments amènent soit à recueillir des informations détaillées ne pouvant concerner beaucoup d'étudiants (type entretiens) soit à relever une masse plus importante d'informations moins complètes (type copies). Il faut souligner ici que, vu la complexité du champ conceptuel concerné, les productions a priori pour une même question peuvent être très variées et donc, ne serait-ce que pour être sûr de situer correctement la répartition obtenue par rapport au champ des possibles, on peut être amené à avoir besoin d'un nombre de réponses.

Pour illustrer les conséquences de ces choix sur un exemple précis, j'exposerai les résultats de mon travail sur l'acquisition des suites numériques dans le supérieur, en insistant sur la nature et les limites de ces résultats, en liaison avec les choix de problématique (et de méthodologie). J'ai choisi la première approche, et j'ai étudié des copies d'étudiants en réponse à un questionnaire distribué de la première à la quatrième année universitaire (1253 copies ont été étudiées). Deux des questions étaient destinées à recueillir les représentations sur la convergence des suites exprimées par les étudiants s'imaginant en train

d'expliquer la notion à des élèves plus jeunes. De plus, nous avons étudié globalement avec F.BOSCHET (cf. 2) l'objet d'enseignement "suites numériques" (ainsi que l'objet de savoir correspondant), sans nous donner cependant les moyens de mettre en relation individuelle chaque étudiant avec l'enseignement qu'il a reçu.

J'ai ainsi réussi à dégager le déroulement de l'acquisition de la notion (avec la différence entre les filières "classes préparatoires" et DEUG et l'évolution des productions jusqu'en maîtrise) ; j'ai pu esquisser des types de comportement basés sur les modèles exprimés par les étudiants sur la convergence des suites (avec les représentations monotones associées très majoritairement à des procédures erronées, les représentations "statiques"-traduisant la définition en $(,N)$ - associées très majoritairement à des procédures correctes et les représentations "dynamiques" (cinématiques) non discriminantes) ; j'ai enfin dégagé différents types d'erreurs (oubli du caractère variable de n , recours à des procédures de type algorithmique ou algébrique, etc...), plus ou moins caractéristiques de la notion de convergence des suites, des fonctions ou du champ conceptuel concerné. Par contre, les limites de cette approche ne m'ont pas permis de repérer, par exemple, dans quelle mesure, lorsqu'une tâche s'avère réussie, c'est à cause de l'enseignement (fréquence des tâches proposées, rôle spécifique de chaque enseignant) ; je n'ai pas non plus pu caractériser (dégager des régularités sur) les étudiants non typiques, exceptionnels, faute d'observation des étudiants en activité et faute d'études précises sur l'enseignement qu'ils ont reçu.

Deuxième séminaire².

Convergence des suites numériques : objet d'enseignement, objet de connaissance.

Dans le second séminaire, nous nous concentrons au contraire sur le thème précis que nous avons choisi : la convergence des suites numériques. Voici le résumé de l'intervention de Françoise BOSCHET sur les suites numériques comme objet d'enseignement.

J'ai étudié comment sont enseignées les suites au niveau du premier cycle de l'enseignement supérieur sur un corpus comprenant des manuels de cours, des manuels d'exercices corrigés, des photocopies de DEUG, des

notes d'étudiants de DEUG, des notes de cours de professeur de Math. Sup. et l'enregistrement d'un cours oral.

J'ai essentiellement étudié le contenu des cours et des exercices, le lexique de la convergence et les représentations.

Au niveau de l'éventail des connaissances exposées sur les suites numériques, beaucoup de cours sont semblables. Cependant on peut les différencier selon plusieurs critères et j'ai choisi d'en étudier trois en détail :

- la finalité de l'introduction des notions de suites ou de convergence de suites, les généralisations de la théorie évoquées ou exposées, le lien éventuel entre les notions de limites de suites numériques et celles de fonctions.

En ce qui concerne les exercices, j'ai établi une typologie que j'ai mise en rapport d'une part avec les procédures et les connaissances que ces exercices mobilisent et d'autre part avec la formulation apparemment ouverte ou fermée des textes.

Dans l'étude du lexique véhiculant le concept de convergence des suites numériques, j'ai pu mettre à jour trois registres : un registre "noble", écrit, dominé par les mots dérivés du verbe "converger", vocabulaire qui tend à singulariser la notion de limite de suites de celle de limite de fonctions, un registre plus fonctionnel dans les exercices dominés par les expressions contenant le mot "limite" ou le symbole "lim", un registre plus familier à l'oral où apparaissent le verbe "tendre vers" en situation de convergence et le symbole " \rightarrow " au tableau.

Quant aux représentations de la convergence, dans les cours sur les suites, elles se caractérisent souvent par leur absence surtout dans les manuels récents. Cependant dans certains documents, le modèle statique est exprimé et on peut aussi trouver quelques traces du modèle dynamique. Par ailleurs, les exemples donnés sont souvent peu variés, il y a très peu de représentations graphiques et en tout cas pas de représentations fonctionnelles (couples $(n, f(n))$ dans le plan).

Il me semble donc qu'à tous les niveaux (contenu, lexique, représentations) les notions de limites de suites numériques et celles de limites de fonctions numériques sont différenciées, ce qui me semble être une marque importante de "transposition didactique".

D'autres aspects de cette transposition didactique apparaissent dans la comparaison de l'exposition des suites en tant qu'objet d'enseignement ou objet de connaissance (généralisation actuelle à la notion de valeur limite d'une application d'un espace muni d'une base de filtre dans un espace topologique ou uniforme). Nous dégageons les caractères de la transposition didactique que nous sont apparus ("gonflement" des cours par rapport à un exposé minimal, "création d'objets d'enseignement (suites récurrentes), homogénéité des exposés sur des sujets plus ou moins généralisables) et nous concluons sur l'intervention éventuelle de tous ces facteurs dans l'acquisition des connaissances sur la convergence des suites numériques.