J. MOSER (Université du Wisconsin)

Cours : Lundi 12 juillet 1982.
Atelier : Lundi 12 juillet.
17h - 19h.

FICHE DE PRESENTATION

Résolution de problèmes additifs et soustractifs par des enfants de 6 à 8 ans.

Ce cours consiste en la présentation d'une étude longitudinale de trois ans effectuée par le "Mathematics Work Group" à l'Université du Wisconsin. Le but de nos travaux est l'étude des procédures d'enfants de l'école élémentaire lorsqu'ils résolvent des problèmes additifs et soustractifs. En considérant ces procédures, on peut obtenir certains aperçus des conceptions initiales d'enfants sur les opérations d'addition et de soustraction. De plus, une étude a permis d'examiner les effets d'un enseignement dispensé en classe dans ce domaine.

Dans ce cours, on considérera d'abord, une analyse détaillée des problèmes additifs et soustractifs du point de vue de leur structure sémantique. Cette analyse est basée sur les travaux de VERGNAUD, NESHER, GREENO et nous-mêmes. Ensuite, on présentera les aspects fondamentaux de cette étude qui comprend une description des sujets, des problèmes proposés et des méthodes utilisées. Enfin, on examinera en profondeur les résultats obtenus, en particulier les procédures utilisées par les enfants. Ce qui présente de l'intérêt, c'est l'emploi du comptage tant direct qu'à rebours.

Tout au long de ce cours, on discutera des implications de cette recherche pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

J. ROGALSKI

Cours : Lundi 5 juillet 1982
10h30-11h45
Jeudi 8 juillet 1982
9h -10h15
Atelier : Jeudi 8 juillet 1982
17h - 19h
Séminaire : Vendredi 16 juillet 1982
14h30-16h30

FICHE DE PRESENTATION.

Les représentations graphiques dans l'enseignement : concepts et méthodes d'analyse, domaine de validité, caractères réducteurs et producteurs, conditions de production...

Le travail présenté sous ce titre à l'Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques se veut une initialisation générale à propos des recherches sur les représentations graphiques, et plus précisément sur les représentations de fonctions réelles. Il vise à couvrir un large champ de problèmes, à pointer des questionnements possibles sur le fonctionnement de cet objet d'enseignement, d'où un aspect taxonomique relativement général bien que non exhaustif.

Les ateliers concernent des recherches effectuées à des niveaux très différents, aussi bien quant à l'objet lui-même que quant aux élèves ou étudiants considérés. Ils illustrent certaines des questions abordées dans le cours: celui de G. Ricco et R. Gras traite d'un problème central pour la mathématisation, à savoir la représentation de données physiques sur la droite numérique; celui de J. Rogalski et A. Robert aborde les représentations graphiques produites par des étudiants de mathématiques et leurs rapports avec les concepts fonctionnels en jeu.

Le dernier atelier pourra être le lieu d'un débat plus général sur les perspectives d'utilisation des "pointages" faits dans le cours.

Le problème général des représentations

Le terme "représentation" est un terme polysémique, qui désigne à la fois les représentations ("mentales") du sujet dont on étudie le fonctionnement cognitif et les représentations symboliques c'est à dire des signifiants.

1.1. les représentations du sujet: ce sont des concepts hypothétiques, destinés à rendre compte d'un ensemble de conduites relevant entre autres du domaine cognitif; on utilise également le terme "modèle" dans une acception plus globale.

1.2. les représentations symboliques se manifestent sous des formes diverses dont font partie tous les langages, les écritures du type algébrique, les graphes, les représentations planes d'objets tridimensionnels, les pictogrammes etc..

1.3. le problème fondamental est celui des rapports entre signifiants et signifiés c'est à dire du sens, de la signification pour le sujet, d'une représentation symbolique qu'il produit ou sur laquelle il travaille (cf G. Vergnaud).

1.4. les phénomènes de synonymie et d'homonymie sont importants dans l'analyse des représentations: plusieurs signifiants peuvent représenter un même signifié (il existe ainsi des représentations différentes de relations ensemblistes dans des ensembles finis: les diagrammes sagittaux, les tableaux cartésiens, les formules..); un même signifiant peut se rapporter à des signifiés et des référents distincts (ainsi la représentation symbolique $y=f(x)$ se réfère le plus souvent à une fonction f, objet de travail, alors que la représentation isomorphe $\rho=f(\theta)$ réfère à une courbe paramétrée en ρ et θ).

Les représentations graphiques

2.1. Nous nous attacherons dans les remarques méthodologiques sur le domaine de validité, les caractères réducteurs et producteurs, à celles des représentations pour lesquelles ce sont des marques spatiales qui ont pour fonction de représenter des relations ou des propriétés. Nous n'aborderons pas les questions posées par d'autres modes de représentations comme celles de théorie des ensembles($a\in A$, $E=A\times B$, $E=A/\mathcal{R}$, $E=A\oplus B$,..), comme les notations algébriques, l'utilisation des indices (x_1, x_2, x_3), des indices "muets" et

des "..." dans des expressions ($\Sigma(x_i)\ i\in[1 \dots n]$), les notations fonctionnelles, les mutifications de variables ($\lim_{n\to\infty} u_n=a$), les diagrammes commutatifs etc...

Parmi les représentations graphiques nous étudierons plus précisément celles des fonctions réelles, en liaison avec l'étude du champ conceptuel de l'analyse dans R; toutefois la recherche des caractères réducteurs et producteurs d'une représentation graphique, les questions relatives au domaine de validité et au caractère opératoire des représentations, ne sont pas propres au référent "fonction": elles se posent tout autant aux représentations d'ensembles, de relations, etc..

2.2. La fonction comme mathématisation du réel ou comme objet (déjà) mathématisé? Dans le champ conceptuel des fonctions réelles nous distinguons deux domaines: celui de la mathématisation et celui des objets mathématiques.

Dans le domaine de la mathématisation le schéma de base est le suivant: une quantité physique X (mesurable) varie, une quantité Y (mesurable) varie également et la relation empirique entre les deux mesures X et Y est fonctionnelle. Un exemple est celui où X est le volume, Y est la masse: $Y=mX$ -m étant la masse volumique,pour un corps homogène.

Dans le domaine des référents mathématiques , une fonction réelle est, dans son acception moderne, une application de R dans R; la représentation graphique s'appuie sur l'identification entre "droite géométrique" et ensemble R des réels et sur la réalisation "par un trait" de la droite géométrique sur un support matériel.

Le graphe d'une fonction apparait alors comme une "courbe": la triple perspective possible de la courbe comme ensemble de points du plan, comme trajectoire (avec son "point courant" M dépendant du temps), ou comme classe de trajectoires, pose des problèmes complexes liés à la mathématisation. Un de ces problèmes qui peut constituer un obstacle considérable est celui de l'intervention du <u>temps</u> comme variable physique ou comme variable résultant d'une opération cognitive. (cf le travail de M. Artigues, et l'exposé de A. Robert).

2.3. La nature des nombres par lesquels sont représentées des grandeurs et les modalités de représentation de ces grandeurs sur la droite géométrique "réalisée" sont des questions très importantes pour étudier le domaine de la mathématisation.

La discrétisation des données, le travail sur des classes de valeurs, l'intervention de nombres écrits sous une forme complexe (kilos et grammes, heures et minutes: pour prendre deux exemples qui différents par les rapports ultérieurs avec les nombres décimaux), le caractère relatif ou non des nombres, la continuité du domaine numérique, sont des problèmes qui ont été abordés par Kerslake, Janvier, Vergnaud

et al.
L'atelier conduit par G. Ricco et R. Gras précisera l'étude des modes de représentation de mesures de grandeurs sur la droite géométrique "matérialisée". Les conduites des enfants s'organisent et évoluent avec leur niveau de développement cognitif et scolaire et une méthode d'analyse appropriée permet d'éclairer la complexité des rapports entre les opérations qui visent à une représentation par des points, situés par rapport à une origine et ordonnés, celles dans lesquelles ce sont des segments, emboitables, qui représentent des grandeurs. Les données de base sont celles de la recherche de Vergnaud et al. sur les échelles, concernant des élèves de 9 à 13 ans.

Les representations graphiques de fonctions: problèmes méthodologiques

Nous nous placons dans ce qui suit dans le domaine des objets déjà mathématisés, tout en rappelant que les questions méthodologiques ne se posent pas moins dans le domaine de la mathématisation.

3.1. L'illusion de la transparence, démontrée dans de nombreux cas par Y. Chevallard, fonctionne "depuis toujours" en ce qui concerne les représentations graphiques de fonctions. Tot dans l'enseignement les élèves apprennent à construire des graphes de fonctions, ou plutot des représentations graphiques c'est à dire des tracés effectifs, le plus souvent à partir d'une représentation symbolique $y=f(x)$, dans le cas particulier où f est une fonction algébrique.
Pour l'essentiel, l'enseignement construit un algorithme qui permet de passer de la formule au graphique, par l'intermédiaire d'un troisième objet: le tableau de variation. Si les propriétés des fonctions sont explicitement utilisées pour le passage de la formule au tableau, le passage au graphique demeure largement sous cette illusion de la transparence. Le point central est que le graphique, objet matériel: tracé physique qui s'inscrit dans l'espace réel, limité, du support, et qui s'établit dans le temps réel du geste, est identifié au graphe, objet mathématique.
Or, le graphisme, par ses propriétés matérielles et éventuellement son mode de construction, a un double caractère qu'avec A. Robert nous avons appelé réducteur et producteur.

3.2.Les caractères réducteurs du tracé.

3.2.1. Le point matériel est étendu: l'infiniment petit est donc impossible à représenter, sauf à introduire des opérations spécifiques, codées, qui modifient la

représentation proprement dite. Dans le meme sens les distinctions entre "ouvert" et "fermé" nécessitent des signes particuliers, qui ont une valeur conventionnelle relative. Pour signaler l'opposition entre continu et discontinu, dès que les points de discontinuité ne sont plus isolés, on peut inscrire la représentation dans le temps, en considérant en fait un temps "infiniment lent".
On ne peut pas, non plus, signaler la distinction entre les tracés de fonctions différentiables et les autres sans introduire une opération particulière qui peut être un changement d'echelle, qui fait passer d'un point aux points "infiniment voisins". (cf D. Tall).

Un premier caractère réducteur des représentations graphiques est le fait qu'un tracé est minoré; les opérations complémentaires qui permettent de dépasser ce caractère minoré mettent en oeuvre l'infini, implicitement ou explicitement.

3.2.2. Le papier, comme le tableau, sont bornés: on ne peut donc représenter directement ce qui se passe pour x ou y "grands". De facon générale tout ce qui concerne les limites infinies va nécessiter des règles spécifiques. Si nous prenons le cas des asymptotes, c'est l'opposition "tracé-absence de tracé" qui marque l'existence et la non-existence. En fait, pour toutes ces questions de "points à l'infini", l'absence de signes va servir à signifier des propriétés: une règle implicite fonctionne alors qui est que tout ce qui se trouve "en dehors des limites de l'épure" se comporte comme ce qui est "aux bords". Cette règle n'est pas toujours opérante...

Un second caractère réducteur fondamental des représentations graphiques est qu'un tracé est majoré. L'opposition présence/absence possible de signes sert alors à marquer des propriétés.

De fait, un tracé représente un classe de fonctions: or, dans l'enseignement, une représentation graphique est très souvent destinée à représenter non pas une fonction, mais une classe de fonctions, on voit donc s'ouvrir les possibilités de ruptures de contrat didactique.

3.3 Les caractères producteurs du tracé sont certainement une des raisons de leur role didactique, ils n'en sont pas pour autant explicites.

3.3.1. Le tracé donne des propriétés globales de la fonction: son allure d'ensemble, où la fonction peut apparaitre comme une unité, un objet ès qualité, et non seulement comme un algorithme de calcul de valeurs particulières. Ce caractère producteur fondamental peut permettre de régler des déplacements heuristiques lors de la résolution de problèmes: nous verrons sur quelques exemples qu'il en est rarement ainsi dans la présentation scolaire dominante, ou dans les problèmes.

3.3.2. En raison des propriétés topologiques du plan le tracé "expose" des informations qu'il faut démontrer si l'on part des représentations symboliques: existence de points d'intersections de tracés, existence de points d'inflexions, de maximums ou de minimums...

Il faut remarquer que ces propriétés productrices s'appuyent sur des "théorèmes en actes" concernant les tracés; ces théorèmes supposent des propriétés de continuité, de connexité, de complétude etc.. Les caractères producteurs des représentations graphiques s'appuient sur des propriétés infinitésimales non explicitées et non représentées.

3.4. Les caractères précédemment signalés quant aux tracés sont invariants quel que soit le mode temporel qui a conduit à leur production: il y a un caractère producteur particulier qui relève des propriétés d'un tracé continu dans le temps et qui met en évidence l'interaction de la programmation du geste matériel avec les informations sur la fonction prises en compte par le sujet. Il s'agit des propriétes de régularité ou d'"angulosité" des courbes produites lors d'un tracé continu dans le temps. Il peut alors y avoir des contradictions entre les propriétés conceptuelles en jeu et les contraintes graphiques.

L'analyse du tracé produit par un sujet doit donc prendre en compte, outre les caractères réducteurs et producteurs des représentations graphiques, les effets possibles des contraintes graphiques.

3.5.Le domaine de validité des représentations graphiques, leur caractère opératoire, dépendent des rapports entre les problèmes posés et ces caractères producteurs et réducteurs.
Les problèmes d'échelle, ou plus exactement de fixation des valeurs 1 sur chacun des deux axes (ce qui ne présuppose aucune unité physique en jeu), s'ajoutent à ceux que nous avons vus pour la restriction du domaine de validité, en ne jouant pas ici sur les propriétés conceptuelles de continuité, limites, etc mais sur les seules propriétés d'ordre: l'utilisation de représentations graphiques pour comparer des fonctions, pour repérer des propriétés de croissance, d'intersection avec d'autres graphes, etc ne sera productive que s'il y a compatibilité entre les ordres de grandeurs des valeurs "utiles" de la variable et de la fonction.
L'étude des manuels indique que cette question est exceptionnellement prise en compte: si le point 1 est relativement souvent indiqué sur les graphes en ce qui concerne l'axe des x (celui de la vairable), il en est bien

plus rarement de même en ce qui concerne l'axe des y, celui des valeurs de la fonction. Le fait de travailler ainsi sur des classes de fonctions efface le problème des conditions d'utilisation des graphes, du domaine de validité de certaines opérations, et du caractère opératoire, efficace pour résoudre des problèmes que peuvent présenter les représentations graphiques.
En fait une analyse rapide des manuels, et de leur histoire, en ce qui concerne les représentations graphiques montre que les phénomènes précédents sont pour l'essentiel une conséquence du statut des représentations comme objet d'enseignement.

Les conditions de productions des représentations .

Dans le domaine de l'étude des fonctions, les graphes font partie des taches que l'on enseigne à résoudre et font également partie des productions demandées aux élèves, et aux étudiants, dans le cadre des mathématiques. Les productions graphiques sont également utilisées, éventuellement hors du strict contexte scolaire, pour apprécier les représentations que des sujets se font concernant les variables et les fonctions..

Si l'analyse des interactions entre les propriétés des représentations et l'organisation conceptuelle pour le sujet est necessaire elle ne saurait suffire: la production d'un tracé s'insère dans une situation plus large qui en détermine certains caractères, tout comme son enseignement s'inscrit dans un contrat didactique précis, qui en fait un objet d'enseignement ayant sa propre dynamique de fonctionnement.

4.1. La place d'un tracé dans une situation-problème peut être variable, à la fois dans son statut par rapport à d'autres questions et par rapport à des critères d'"économie" dans l'activité de l'élève. Brièvement on peut distinguer deux grandes catégories de situations.
La tache est le tracé et elle apparait soit en question unique, soit en dernière question: dans les deux cas le tracé ne servira pas à résoudre un problème; il va alors essentiellement être déterminé par le contrat didactique, modulé par des questions d'economie (le temps que l'élève réserve à cette tache par rapport aux autres, par exemple).
Si elle apparait en question intermédiaire son usage peut être explicitement annoncé, ou rien n'être dit quant au statut du tracé: moins les exigences sont explicitées plus important va être le role du contrat didactique..

Le tracé peut être un outil dans la résolution d'un problème, pour lequel le tracé peut être exigé ("on résoudra graphiquement l'équation.."), ou suscité ("on pourra utiliser la courbe représentative de la fonction.."), ou seulement utile, pouvant jouer un role heuristique mais sans que rien ne dise au sujet qu'il en est bien ainsi. La question sera alors ouverte de faire le départ entre ce que montre le tracé et ce qu'il démontre.

Nous donnerons en atelier l'exemple d'un tracé demandé au cours d'un partiel de licence de math, tracé objectivement utile à la résolution d'un problème, mais dont les conditions de production ne pouvaient guère faire apparaitre l'utilité à l'étudiant.

4.2. Les représentations graphiques et le contrat didactique.
Le contrat didactique au cours duquel intervient la production d'un graphe de fonction peut faire une place très variée aux représentations graphiques. Celles-ci peuvent apparaitre comme des objets valides utilisés dans des situations qui témoignent de leur efficacité par rapport à un problème posé; elles peuvent apparaitre comme des objets licites, auxquels on peut faire appel pour éclairer voire argumenter une procédure de résolution ou être au contraire des objets marginalisés. La place donnée dans un cours oral, dans les manuels, dans les problèmes posés et dans l'évaluation des réponses fournies permet en partie d'apprécier le statut valide ou licite des graphes.
(Il n'y a pas d'indépendance entre ces deux caractères puisque pour être licite un tracé doit être valide.)
Par ailleurs, le caractère licite de l'utilisation de graphes peut ne pas s'accompagner d'un role effectivement productif par rapport aux notions effectivement en débat dans le contrat didactique en cours: l'essentiel des éléments demandés par un tracé de graphe peut ainsi concerner les acquis antérieurs et non les notions nouvelles. La dialectique entre l'ancien et le nouveau sera illustrée dans les exemples de deux partiels d'examen de mathématiques. Bien entendu lors de l'enseignement initial des représentations graphiques, lorsqu'elles sont explicitement objet d'enseignement la question doit être abordée différemment.

Les rerésentations, objets d'enseignement

Les représentations de type graphiques, qu'il s'agisse des représentations de fonctions ou d'autres comme les schémas, arbres, diagrammes, participent à l'heure actuelle des objets d'enseignement, et celà très tot dans le cursus scolaire. Cette présence importante et en apparence "naturelle" ne doit pas cacher deux faits importants: il n'en a pas toujours été ainsi dans l'enseignement, et la reforme des années soixante marque un tournant à cet égard, et les rapports de ces objets d'enseignement à des objets mathématiques ne sont pas transparents.
Si l'on excepte le domaine du calcul graphique, qui a joué un role dans le domaine du calcul technique pendant une longue période (cf d'Ocagne), les représentations graphiques

de fonctions ne sont pas des objets de connaissance; si des mathématiciens les utilisent dans la production de leur travail elles sont des aides et non des produits de ce travail; en revanche elles apparaissent, relativement tot sur le plan historique comme des objets didactiques, pour présenter, éclairer, généraliser des opérations sur les fonctions.

5.1. Les représentations graphiques apparaissent dès Oresme, à partir de ce qui sera ensuite appelé (par exemple par Tannery) des fonctions empiriques c'est à dire résultant de la recherche de relations fonctionnelles entre grandeurs physiques.
Le rapport établi plus tård, essentiellement par Descartes, entre les courbes géométriques et mécaniques et les représentations algébriques donne un statůt nouveau aux représentations cartésiennes.
A partir du 19° siècle les deux abords de la notion de fonction, à partir du domaine "empirique" et à partir du passage de l'algèbre aux courbes, vont être présents dans la constitution des objets nouveaux d'enseignement que sont avec les fonctions (objets mathématiques attestés) les représentations graphiques de fonctions.
Ces questions sont limitées à l'enseignement fourni dans les grandes écoles pratiquement jusqu'à la fin du siècle; elles concernent les classes terminales au début du 20°siècle. A ces niveaux c'est le champ conceptuel des fonctions (réelles) qui est directement abordé, et l'origine physique des concepts est souvent explicitée. La représentation graphique peut alors servir à presenter une notion de fonction qui ne se réduise pas à une formule algébrique de calcul.

5.2. La transformation de l'objet d'enseignement par le déplacement de sa présentation dans le cursus scolaire est ensuite importante. Ce n'est plus le champ des fonctions qui est en jeu lorsque les représentations graphiques sont enseignées par exemple en 3° mais seulement quelques unes d'entre elles: les fonctions linéaires, les fonctions affines, éventuellement les fonctions du second degré. On ne présente, et représente, que ce qui est déjà dans le champ de l'enseignement des objets algébriques ou géométriques (les espaces vectoriels dans les manuels actuels de seconde ou de troisième, par exemple). C'est un objet d'enseignement qui n'apporte pas du nouveau, mais permet de traiter autrement du déjà-présent.
Il faut remarquer que dans l'institution initiale des représentations graphiques comme objet d'enseignement certains objets mathématiques restaient exclus du champ d'application, bien qu'enseignés par ailleurs, et celà en rapport certainenement avec l'histoire de leur propre constitution. Ainsi les logarithmes, enseignés depuis longtemps, mais dans le champ conceptuel de l'arithmétique et plus précisèment des relations entre proportions, ne sont pas

traités comme des fonctions, dont on se préoccuperait des représentations au même titre que pour les fonctions circulaires par exemple, et celà jusqu'après ..1950.

5.3. La présentation de manuels destinés aux élèves de l'enseignement secondaire montre, qu'au-delà de ces évolutions importantes de l'objet d'enseignement, un certain nombre d'invariants ont fonctionné. En particulier on peut voir dans l'enseignement des représentations que ce qui est souvent implicitement en jeu ne concerne pas la fonction proprement dite mais concerne de facon dominante la variable; on cherche ainsi à déterminer et à représenter les valeurs de la variable pour lesquelles se produisent un certain nombre d'événements: extrémum, inflexion, discontinuité..
La représentation graphique de la fonction est alors essentiellement "manipulée" comme une courbe au-dessus de l'axe des x. Les comparaisons entre fonctions, les comparaisons entre différentes valeurs de la fonction, les questions liées à l'existence de fonctions réciproques, etc.. rentrent alors assez mal dans le cadre du contrat didactique. Nous en verrons l'exemple avec le partiel de licence déjà cité.

CONCLUSION

Les remarques méthodologiques brièvement faites ici montrent l'existence de relations complexes entre objets mathématiques, objets d'enseignement, problèmes entrant dans le cadre du contrat didactique, sous l'apparente transparence des représentations graphiques.
Non seulement les caractères rèducteurs et producteurs des graphes font qu'il n'y a pas de lien univoque entre ces signifiants que sont les représentations graphiques et les signifiés (pour le sujet), mais le statut de l'objet d'enseignement et les conditions de production joue un role déterminant.
Une analyse de tracés produits par un enfant ou un élève, conduite dans le but de rechercher l'organisation des notions de cet enfant concernant le champ des fonctions, doit donc comporter une interrogation approfondie sur l'ensemble des choix réellement ouverts au sujet dans la situation de production utilisée, au risque sinon d'attribuer au sujet ce qui a été determiné par la situation(dans son ensemble).

Bibliographie

La bibliographie générale concerne des textes pertinents pour la question des représentations dans l'enseignement des mathématiques; elle ne comporte pas les travaux sur les fonctions n'abordant pas explicitement comme thème lesdites représentations. Une bibliographie de recherches récentes de didactique des mathématiques sur les fonctions sera ultérieurement fournie.

ARTIGUE M.,SALTIEL E., VIENNOT L.: Fonctions. Représentations graphiques. U.E.R. de physique Paris VII- I.R.E.M. Paris Sud.1979.

ARTIGUE M.: Tests sur les représentations graphiques. non publié. 1980.

BESSOT A., RICHARD F.: Une étude sur le fonctionnement du schéma arbre par la commande d'une variable de la situation.Recherches en Didactique des Mathématiques,1980,I3,p.387.

BEHR J.M.,LESH R.,POST T.R.:Construct analysis, manipulative aids, representational systems and learning rational number concepts. Actes du 5° colloque de P.M.E.,Grenoble 1981,p.203.

BRESSON F.:Réflexions sur les systèmes de représentation. Sémiologie graphique,1975.73-74,p.7.

BRUN J.:La représentation symbolique d'opérations additives en situation d'interaction et de communication. Actes du 5° colloque de P.M.E.,Grenoble 1981,p.284.

CARON-PARGUE J.:Quelques aspects de la manipulation. Manipulation matérielle et manipulation symbolique. Recherches en didactique des mathématiques,1981,2.1,p.5.

HERCOVICS N., KIERAN C.:Constructing meaning for concept of equation. The mathematical teacher, 1980,73(8),p.572.

JANVIER C.:The interpretation of complex cartesian graphs. Ph.D. University of Nottingham. 1978.

JANVIER C.:Difficulties related to the concept of variable presented graphically. Actes du 5° colloque de P.M.E. Grenoble 1981,p.189.

KERSLAKE D.:The concept of graphs in secondary school pupils aged 12-14 years. Ph.D. Chelsea College, London, 1977.

KIERAN C.:Children's operational thinking within the context of braketing and the order of operations. Proceedings of the third international conference P.M.E. Warwick, 1979.

KIERAN C.:The interpretation of the equal sign=symbol for an equivalence relation vs an operator symbol. Procedings of the 4° international conference P.M.E. Berkeley, 1980, p.163.

LESH R.,LANDAU M., HAMILTON E.:Rational number ideas and the role of representational systems. Proceedings of the 4° international conference P.M.E. Berkeley, 1980, p.50.

MANDARA G.A.S.:An exploratory study od children's understanding and use of diagrams in mathematical situations. M.Sc.Dissertation,Univerity of Keele,1980.

MIGNE J.:Pédagogie et représentation. Education permanente. 1970, n°8, p.65-88.

PIERREHUMBERT de St.AUBIN B.:La question des représentations et de leur utilisation lors de la résolution de problèmes. Thèse de doctorat, Université de Genève, 1979.

PLUNKETT S.T.O.:Diagramms. Mathematical education for teaching.1979,3.4.

RABARDEL P.: Contribution à l'étude de la lecture du dessin technique. Thèse de 3°cycle. 1980. (INRP-CEPCL).

TALL D., VINNER S.: Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. Educational studies in mathematics. 1981, 2, p.151-169.

TALL D.: Looking at graphs through infinitesimal microscopes windows and telescopes. Mathematical Gazette. 1980, 64, p.22-49.

VERGNAUD G.,ERRECALDE P.,et al.:Some steps in the understanding and the use of scales ans axis by 10-13 yeaars old students. Proceedings of the 4° international conference P.M.E., Berkeley, 1980, p.285.

VERMERSCH P., WEIL-FASSINA A.: Image opérative ou représentation fonctionnelle? in L'image opérative, actes d'un séminaire et recueil d'articles de D.Ochanine. 1981, Université de Paris I, Centre d'Education Permanente, département d'ergonomie et d'écologie humaine.

VEZIN J.-F.: L'apprentissage des schémas, leur role dans l'assimilation des connaissances. Année Psychologique, 1972, 72, n°1, p.179-198.

WAGNER S.: Conservation of equation and function under transformations of variable. Journal for research in mathematical education. Teachers College Press, 1975, p.145-172.

WATSON F.R.: The role of diagramms in mathematical education. Actes du 5° colloque P.M.E., Grenoble, 1981.

WATSON F.R.: A zoo of diagramms. Unpublished M.S., 1981.

WEILL-FASSINA A.: Représentation de données spatiales symbolisées: la lecture des intermédiaires graphiques en situation de travail et d'apprentissage professionnel. 1980, ronéotypé, à paraitre dans Psychologie francaise.

WEILL-FASSINA A.: Présentation spatiale des données de travail et traitement des informations: point de vue et hypothèses. Psychologie Francaise, 1979, 24, n°3-4, p.205-227.

Janine ROGALSKI
chargée de recherche
Centre d'Etude des Processus Cognitifs et du Langage
CNRS-EHESS
Maison des Sciences de l'Homme
54 Bd Raspail, 75270 PARIS cedex

R. GRAS
G. RICCO

Atelier (Cours de J.ROGALSKI)
Lundi le 5 juillet 1982
17h - 19h

FICHE DE PRESENTATION

Droite graduée et opérations de pensée[1].

Nous nous proposons dans notre intervention de développer deux points :

1) d'une part, examiner la problématique et le dispositif d'observation que nous avons conçu pour éclaircir les problèmes cognitifs posés par l'utilisation d'une représentation symbolique particulière : la droite graduée ou échelle (G. RICCO)

2) d'autre part, utiliser des méthodes d'analyses des données pour interpréter les résultats obtenus (R. GRAS).

Dans l'apprentissage des mathématiques on utilise fréquemment de nombreux systèmes symboliques dont on sait qu'ils ont des propriétés syntaxiques différentes. Ajoutons que ces systèmes permettent la représentation et le traitement de propriétés distinctes des concepts et relations représentés. La droite graduée orientée est l'un de ces systèmes.

Dans notre plan d'expérience, nous avons considéré deux variables :

- temporel / non-temporel
- origine arbitraire / origine naturelle.

La recherche comportait un pré-test, une séquence didactique et un post-test.

Chaque enfant était confronté à deux tâches (sur quatre possibles) au pré-test et aux deux mêmes tâches au post-test.

Il s'agissait des épreuves administrées collectivement dans deux classes de C.M.2, deux de 6ème et deux de 5ème.

(1) Cette recherche menée à Maisons-Alfort a été financée par l'I.N.R.P.. L'équipe était composée par : G. VERGNAUD, P. ERRECALDE, G. RICCO, J.P. LAMBERT, J. BENHAD, P. BARNLEY, A. DUSSOUET, H. HOUDY et les maîtres de C.M.2, 6ème et 5ème. L'analyse des données, financée par la R.C.P. Didamat, a été réalisée avec l'aide de R. GRAS.