

LERMAN I.C

Programme de classification hiérarchique I, (I) Méthode de la vraisemblance des liens, (II) Méthode de la variance expliquée. IRISA RENNES I, Publication interne n° 148, Juin 1981.

ROSTAM H.

Construction automatique et évaluation d'un graphe d'implication issue de données binaires dans le cadre de la didactique des mathématiques. IRISA, RENNES I, publication interne n° 150, Juin 1981.

RATSIMBA-RAJOHN H.

Etude de deux méthodes de mesures rationnelles : la commensuration et le fractionnement de l'unité, en vue de l'élaboration de situations didactiques, Thèse de 3ème cycle, IREM de BORDEAUX, Juin 1981.

LERMAN I.C, GRAS R. ROSTAM H.

Elaboration et évaluation d'un indice d'implication pour des données binaires (1-2). Maths. Sci. Hum. (19 année n° 74 et 75, 1981)

BIBLIOGRAPHIE COMPLEMENTAIRE

pour l'intervention de RATSIMBA-RAJOHN Harrisson
à l'Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques
ORLEANS 1982

IREM de BORDEAUX

Méthodes d'analyse quantitative en didactique des mathématiques

- Fascicule 3 : Gestion des données - Programmathèque
- Fascicule 4 : Taxinomies et correspondances
- Fascicule 5 : Test d'hypothèses.

BROUSSEAU G. :

L'observation des activités didactiques.

IREM de BORDEAUX, cahier n° 18, Janvier 1978

BROUSSEAU N et G. :

Le recueil, le traitement et l'interprétation des résultats de l'école Jules Michelet

IREM de BORDEAUX, cahier n° 18, Janvier 1978

SECONDE ÉCOLE D'ÉTÉ DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

5 - 17 JUILLET 1982 - ÉCOLE DES ÉDUCATEURS SPÉCIALISÉS - OLIVET

RESNICK Laureen

Séminaire : Mercredi 7 juillet 1982

Jeudi 8 juillet 1982

Ce cours était centré sur le développement du concept de nombre chez l'enfant, de la maternelle jusqu'à 8 ou 9 ans. Il résumait les expériences, les résultats et les interprétations de plusieurs chercheurs, en Amérique et ailleurs, sur le comptage, la comparaison des quantités, la solution des problèmes donnés en langage courant, les procédures d'addition et de soustraction inventées par les enfants et la compréhension du système décimal. Ces recherches variées étaient utilisées lors de deux interventions pour atteindre deux buts complémentaires : offrir une théorie des connaissances relatives au nombre qui permettent à l'enfant des performances variées d'une part, et illustrer un point de vue général sur l'étude de la pensée et de l'apprentissage qui est maintenant partagé par la communauté des chercheurs en "cognitive science" d'autre part.

Avant de résumer les principaux thèmes qui étaient traités lors des interventions, il est utile de préciser le bien-fondé de recherches très détaillées sur l'émergence des connaissances mathématiques pour une science de la didactique. Tout d'abord, on est amené par des évidences qui nous sont suggérées par des recherches issues de domaines très variés (y compris la compréhension des textes écrits, la résolution des problèmes scientifiques, les performances techniques...) à admettre que la connaissance humaine est, pour l'essentiel, le résultat d'une construction active de la part du sujet plutôt que d'un enregistrement passif des événements et des informations externes. Ceci étant admis, l'apprentissage doit être conçu comme un processus de construction mentale qui se déroule dans l'esprit de l'élève et le rôle de l'enseignant est donc de guider et de faciliter ce processus. Autrement dit, c'est l'élève, en fin de compte, qui doit construire ses connaissances mathématiques, et c'est à nous, enseignants, d'adapter nos explications, nos exercices, nos questions et nos réponses au travail intellectuel et au changement cognitif de l'élève.

Dans le meilleur des cas, l'enseignant disposerait à tout moment d'une "théorie" de l'état des connaissances de chaque élève et adapterait ses propres actions à cet état supposé. Même si dans la réalité de la classe on ne peut pas atteindre une adaptation si parfaite, on peut néanmoins essayer de l'approximer en utilisant une théorie bien fondée des connaissances et des processus d'apprentissage typiques chez les enfants d'un certain niveau. C'est en vue d'une telle "théorie de l'élève modal" que pourraient prendre place dans une science de la didactique les recherches décrites dans ce cours.

Plutôt que de résumer trop vite les nombreuses recherches citées à travers deux interventions assez longues, il convient d'esquisser les thèmes principaux qui se dégagent lors d'une étude de ces recherches. D'ailleurs, les détails sont tous disponibles dans des articles (dont quelques uns sont cités ci-dessous). Trois thèmes sont d'une importance centrale :

- 1) le rôle-clé de certaines structures de connaissance dans l'élaboration d'un concept de nombre ;
- 2) les liaisons étroites mais spécialisées entre connaissances procédurales et connaissances conceptuelles ;
- 3) le rôle éventuel de l'analogie dans la pensée mathématique et dans la didactique.

STRUCTURES-CLES DANS LE DEVELOPPEMENT DU CONCEPT DE NOMBRE

Signalons dès maintenant que deux structures de base semblent être impliquées à travers plusieurs étapes dans le développement du concept de nombre. Ce sont : 1) la droite abstraite (soit "mental number line") par laquelle cha-

- que nombre est défini par sa position dans une suite ordonnée ;
- 2) le schéma partie/tout par lequel chaque nombre peut être défini comme une composition de deux (ou plusieurs) autres nombres.

Il est clair que ces deux aspects concernant le nombre correspondent assez étroitement aux deux aspects — série et classe — dégagés par Piaget. Néanmoins, les nouvelles théories nous permettent de retracer l'élaboration du concept de nombre au cours de l'acquisition progressive du système décimal par l'enfant. Nous montrons dans nos analyses, d'ailleurs basées sur des expériences révélant la pensée des enfants à différents niveaux de compréhension, que la compréhension du système décimal nécessite une double représentation :

- 1) une représentation des nombres au dessus de 10 en série de longueur infinie,
- 2) une représentation sous forme de composition des unités, dizaines, centaines, etc..

Cette compréhension des nombres comme compositions de parties qui sont des multiples de dix permet des échanges entre les sous-quantités (les parties) sans changer la quantité totale. Il s'agit donc d'un élargissement de la notion de "conservation" de nombre d'une part, et de l'acquisition des principes qui justifient et donnent du sens aux procédures de calcul basées sur le système décimal d'écriture d'autre part.

LIAISONS ENTRE CONNAISSANCES PROCEDURALES ET CONCEPTUELLES

Il est traditionnel dans les théories de la didactique, d'accorder une place privilégiée soit aux habiletés de calcul soit à la compréhension des principes mathématiques. Mise à part l'idée que l'habileté découlerait "naturellement" d'une compréhension des principes, on a accordé dans le passé relativement peu d'intérêt aux interactions entre les connaissances procédurales et conceptuelles. Par contre, des recherches assez récentes mettent en lumière des relations complexes entre ces deux formes de connaissance mathématique. On peut citer tout d'abord des recherches qui démontrent que beaucoup des difficultés de calcul sont accompagnées d'une incompréhension des principes qui justifient les procédures correctes. Par exemple, dans le cas de la soustraction avec retenue, les procédures erronées régulièrement inventées par les enfants ne respectent pas la contrainte de conservation de la quantité totale du nombre en permettant des échanges de quantités entre les colonnes. Cela conduit naturellement à l'idée qu'il est possible d'aider les enfants à corriger leurs procédures erronées en leur enseignant cette contrainte de conservation. Mais des expériences didactiques nous montrent que l'acquisition de cette connaissance conceptuelle ne produit pas chez tous les enfants une procédure de calcul correcte. Quelques uns corrigent leurs erreurs de calcul, d'autres ne le font pas. Il est évident que l'acquisition d'une connaissance conceptuelle ne signifie pas qu'elle sera appliquée à la régulation d'une procédure déjà acquise ; mais nos expériences actuelles ne nous permettent pas de préciser ce qui serait nécessaire pour cette application. D'autre part, certains faits expérimentaux — pas encore suffisamment reproduits mais néanmoins importants à citer — suggèrent que "l'analyse réfléchie" de ses propres procédures (même quelquefois erronées) peut entraîner une amélioration chez les enfants dans la compréhension des principes mathématiques qui justifient ces procédures. Par conséquent, il est possible — même si on ne peut pas l'affirmer pour le moment — que nous aurons dans le futur à accorder une place importante aux connaissances procédurales dans le développement de la compréhension de certains concepts mathématiques.

ROLE DE L'ANALOGIE DANS L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Certains faits conduisent à accorder à l'analogie un rôle central dans l'apprentissage des concepts mathématiques. Certains didacticiens ont depuis longtemps accordé un rôle important aux "analogues concrets" dans l'apprentissage des concepts mathématiques. L'exemple le plus cité est celui des "blocs de Dienes" qui modélisent les valeurs des chiffres dans l'écriture décimale et les échanges de quantités dans l'addition et la soustraction avec retenue. Des expériences récentes confirment les intuitions de Dienes et d'autres sur l'importance de cette analogie dans l'apprentissage. Cependant ces expériences suggèrent un rôle plus complexe pour l'analogie qu'on ne l'avait supposé auparavant. Il ne semble pas, comme on l'avait supposé avant les premières expériences, qu'il s'agisse d'un simple "transfert" des concepts des blocs à l'écriture, mais plutôt que l'analogie entre les deux représentations de nombre mène à une compréhension enrichie des blocs et de l'écriture, donc à un enrichissement mutuel des deux représentations. En plus, cet enrichissement conceptuel semble se dérouler à travers un effort de construction des analogies procédurales — c'est-à-dire des procédures dans le domaine des blocs et dans le domaine de l'écriture qui contiennent les mêmes opérations réalisées dans le même ordre.

Ces constatations nous conduisent à conjecturer que le rôle de l'analogie dans l'apprentissage est de provoquer et de soutenir la construction d'une abstraction — c'est-à-dire d'un concept qui peut être illustré par au moins deux cas différents et spécifiques. Si on se limite à un seul cas, on se trouve "piégé" par ce cas, et on ne peut pas différencier les aspects centraux des autres. Quand le sujet dispose de deux cas analogues, il peut les analyser afin d'en tirer une abstraction qui comprendra les aspects centraux du concept. Nous proposons donc que :

- 1) la compréhension de la mathématique implique la construction des abstractions,
- 2) les analogies jouent un rôle important dans la construction de ces abstractions.

Les élèves qui apprennent facilement, peut-on imaginer, découvrent eux-mêmes des analogues convenables pour soutenir la formation des abstractions. Pour les autres, l'enseignement peut les aider dans ces constructions en leur offrant des analogues et en les incitant à raisonner dessus.

Articles qui donnent des détails sur les expériences et des résumés plus étendus :

- RESNICK L.B. : Syntax and semantics in learning to subtract . In : T.P. Carpenter, J.M. Moser and T.A. Romberg (Eds) : Addition and subtraction, a developmental perspective, Hillsdale, N.J. : Lawrence Erlbaum Ass. 1982
- RESNICK L.B. : A developmental theory of number understanding. In : H. Ginsburg (ed.) : The development of mathematical thinking. New York : Academic Press, 1983.
- RESNICK L.B. and NECHES R. : Factors affecting individual differences in learning ability. In : R.J. Sternberg (ed.) : Advances in the psychology of human intelligence. Vol. 2. Hillsdale, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates 1983.
- RESNICK L.B. and FORD W.W. : The psychology of mathematics for instruction. Chapter 4 "Analyses of performance on computational tasks" and chapter 8 "Information processing analyses of understanding". Hillsdale, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates, 1981.
These chapters provide an introduction to cognitive science research in mathematics, including discussion of the various research methods used and the role of computer simulations as theoretical tools, and basic assumptions about the structure of human memory and the ways in which information is processed.