- La conception du nombre "algébrique" dans laquelle les nombres sont des symboles obéissant à un certain nombre de règles d'opération, n'ayant pas toujours de sens pour l'élève, mais facilitant l'automatisme des calculs.
  La valeur absolue est alors perçue comme scandaleuse, car elle réintroduit une notion de mesure et met en défaut les automatismes ($|a+b| \neq |a| + |b|$).

Dans cette situation, deux types de régulation entre les conceptions de l'élève et l'objet à enseigner apparaissent :

- Une régulation par la valeur absolue, à savoir son utilisation pour rénover l'objet d'enseignement (confère les travaux d'O.Schneider sur les équations paramétriques).
- Une régulation sur la valeur absolue, par adaptation de l'objet (écritures : oppla), z^- ..., définitions : nombre sans son signe..) et par canonisation de la procédure consistant à "enlever la valeur absolue en étudiant le signe de l'expression".

SECONDE ÉCOLE D'ÉTÉ DE DIDACTIQUE DE MATHÉMATIQUES

5 - 17 JUILLET 1982 - ÉCOLE D'ÉDUCATEURS SPÉCIALISÉS - OLIVET.

R. DOUADY
M.J. PERRIN

Séminaire : Mardi 6 juillet
14h 30 - 16h 30

FICHE DE PRESENTATION.

Vitesse Constante - Vitesse Moyenne.

I.- INTRODUCTION

Objectif de la recherche.

C'est l'étude et la mise au point de conditions didactiques suffisantes pour l'acquisition de la notion de vitesse dans l'enseignement élémentaire et secondaire. Il est clair que nous choisissons un point de vue simple sur le temps et l'espace.

Le vécu fournit une expérience quotidienne de la vitesse instantanée, d'un point de vue qualitatif. Cependant sa définition et sa mesure font intervenir 3 notions importantes mais de difficulté inégale :

1 - Mouvement uniforme
2 - Vitesse moyenne
3 - Distance infinitésimale, durée infinitésimale, passage à la limite.

Notre travail actuel porte sur les 2 premières notions avec des élèves de 10 - 11 ans.

Objectif de l'exposé.

1 - isoler des difficultés relatives au fonctionnement de ces notions

2 - contribuer à clarifier des choix didactiques permettant de les surmonter

II. - TEST CHEZ DES ELEVES DE 1ère B, C, E.

Le test ci-joint a été proposé à 29 élèves de 1ère B, 16 élèves de 1ère C, 24 élèves de 1ère E. Pour 15 sur 29 élèves de B, 9 sur 16 élèves de C et pour les 24 élèves de E tout se passe comme si la vitesse à l'instant t était la vitesse moyenne sur l'intervalle $[0, t]$. Pour 4 élèves de B, 1 élève de C, la vitesse est évaluée sur un intervalle, mais pas nécessairement de la forme $[0, t]$. Un seul élève de B exprime une notion de vitesse à un instant donné en se servant d'un théorème de valeurs intermédiaires. Un seul

élève de C fait le lien avec la tangente à la courbe en un point.

Nous constatons que l'origine joue un rôle privilégié et que la notion de vitesse moyenne sur un intervalle quelconque, qui ne soit pas de la forme $[0, t]$, fonctionne mal

III.- PROBLEMATIQUE ET METHODOLOGIE.

Nous avons porté notre attention sur 2 domaines

1) constitution d'un champ conceptuel stable centré sur la notion de vitesse moyenne
2) construction de séquences didactiques où sont engagées de façon nécessaire les notions repérées.

Pour le premier point nous en avons fait une description :

- d'une part en examinant la définition d'un mouvement uniforme, la définition de la vitesse moyenne sur un intervalle, les différentes notions qui interviennent et les problèmes qu'elles permettent de résoudre

- d'autre part, en faisant une préexpérimentation auprès d'élèves de CM auxquels nous avons proposé des séquences didactiques construites à partir de notre analyse à priori des notions qui nous intéressaient.

- l'observation des enfants, l'analyse de leurs procédures nous ont permis de préciser le champ conceptuel sur lequel nous allions travailler (+). Nous avons ainsi dégagé des principes pour la construction des séquences d'apprentissage :

- la vitesse est conçue à travers ses variations
  . en fonction du temps pour un mobile donné
  . en fonction du mobile s'il y en a plusieurs dont chacun est animé d'un mouvement uniforme.

  Les séquences devront prendre en compte ces 2 variables.

- On a besoin d'un mode de représentation des relations entre la durée t de parcours et la distance parcourue pendant le temps t, qui prenne en compte la dynamique du mouvement. Nous avons choisi la représentation graphique en coordonnées cartésiennes. Nous avons fait l'hypothèse que la représentation graphique pouvait remplir deux fonctions :

  + outil de résolution

  + outil de conceptualisation

  à condition d'en acquérir une certaine familiarité.

- Chaque séquence doit mettre en jeu des acquis antérieurs. Certaines auront un simple rôle de renforcement, de familiarisation. D'autres introduiront des notions nouvelles ou des notions qui auront déjà fonctionné implicitement et qu'on se propose d'expliciter. Pour ces dernières nous choisirons plutôt des situations de communication. D'autres enfin auront la charge d'institutionnaliser les connaissances. Il s'agira alors de bilan collectif ou de chroniques résumées, phases suivies de synthèse.

- Des tests évaluent les acquis et peuvent servir à modifier le déroulement des séquences prévues.

(+) *Champ conceptuel.*

- *instants - durées / positions - distances*
- *structure de l'espace des durées , de celui des distances, unité de mesure des durées, des distances.*
- *rapports*
- *variation d'une quantité en fonction d'une autre, taux d'accroissement d'une fonction*
- *diverses représentations des lois de variations, en particulier représentation graphique en coordonnées cartésiennes*
- *relations entre grandeurs de même nature, dont les mesures sont de même ordre ou d'ordre différent, entre grandeurs de nature différente .*

IV. - DEROULEMENT DES SEQUENCES.

Nous commenterons 2 séquences : une en début de processus et une en milieu de processus.

Consigne 1 :

a) Vous avez fait une course de 60 mètres, vous connaissez chacun votre temps. Vous allez faire une autre course sur un parcours plus long : 90 m. Vous allez prévoir le temps que vous allez mettre. Le gagnant est celui dont le temps réel est le plus proche du temps prévu.

b) Expliquez la différence entre le temps prévu et le temps réel.

c) Voici vos temps au bout de 30 m., 60 m., 90 m. Avez-vous couru régulièrement ?

Consigne 2 :

Vous décrivez, en le racontant par écrit avec des mots, un mouvement que vous imaginez. Puis vous le représentez graphiquement. Ensuite vous enverrez cette représentation à un camarade. Ce camarade devra décrire le mouvement avec des mots d'après le graphique.

V. - LES TESTS EN CM 2 - 6ème - 5ème.

(Textes ci-joints)

Ces tests ont été proposés à 13 élèves de CM 2, juste après l'apprentissage, à 23 élèves de 6ème 5 mois après, à 24 élèves de 5ème un an après.

Les réponses à ces tests font nettement apparaître le fonctionnement relativement bon de la représentation graphique comme outil de résolution lorsqu'il s'agit d'un mouvement uniforme :

- On sait représenter des mouvements uniformes et faire une interprétation simple de ces représentations pour résoudre un problème (cf croisement de trains).

- On sait associer un mouvement uniforme à un mouvement qui ne l'est pas, à partir de l'origine du mouvement (cf mouvement d'une voiture donnée graphiquement).

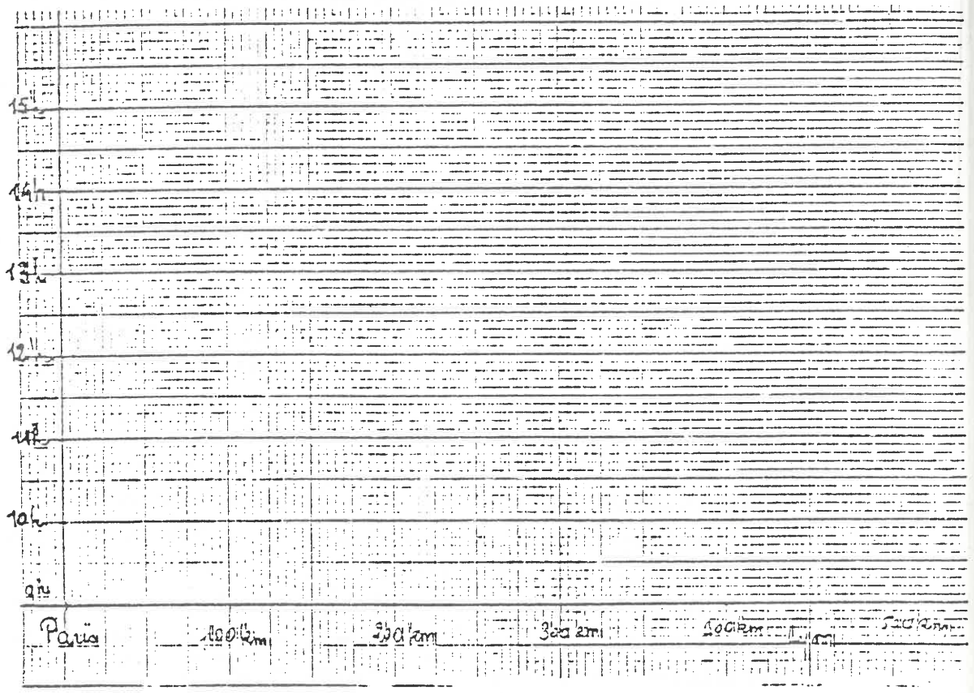
Cependant, pas plus qu'en 1ère, on ne sait donner des informations, même qualitatives, sur la vitesse d'un mobile à un instant donné à partir d'informations graphiques sur une représentation espace/temps.

VI. - QUELQUES REFLEXIONS.

Les différentes séquences qui se sont effectivement déroulées ont occupé beaucoup de temps et il était difficile de travailler plus longtemps avec les mêmes enfants sur le même thème.

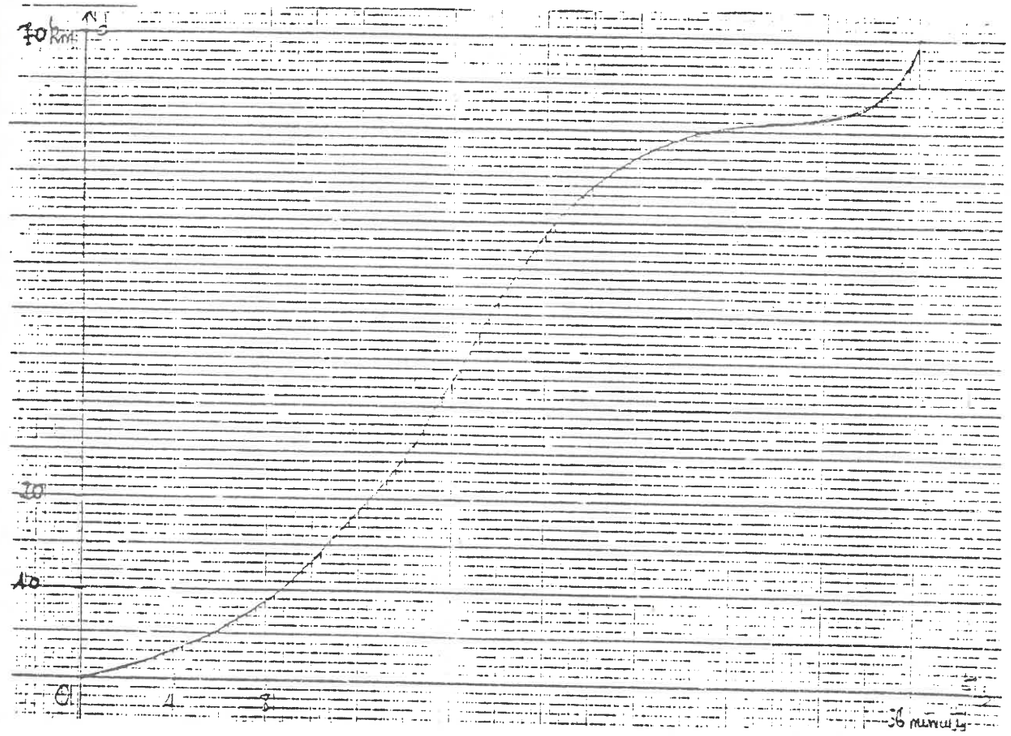
+ La notion de mouvement uniforme semble bien fonctionner. Associer à un mouvement donné un mouvement uniforme qui coïncide avec lui en 2 points arbitraires entre le départ et l'arrivée du mobile est une opération possible et exploitable si les 2 points choisis sont fixés. C'est une opération très difficile s'il s'agit de faire varier le couple de points et d'avoir à exploiter non pas un mouvement uniforme associé mais une famille de tels mouvements. Nous ne pouvons pas préciser le rôle que peut jouer la représentation graphique pour surmonter les difficultés. Nous espérons pouvoir reprendre la question avec des élèves plus agés. Le déroulement des séquences sur les mouvements uniformes sera sans doute plus rapide et nous laissera plus de temps pour les mouvements non uniformes

I Deux trains A et B partent simultanément de Paris et Lyon à 9heures . Ils roulent régulièrement . La distance Paris - Lyon est de 450 km .
Le train A va de Paris à Lyon et parcourt 5 km en 2 minutes .
Le train B va de Lyon à Paris et parcourt 9 km en 6 minutes .
1) Représenter graphiquement le mouvement des trains A et B sur le schéma ci-joint.
2) A quelle distance de Paris les locomotives vont-elles se croiser ?
(les locomotives sont en tête de train) .
3) A quelle heure les locomotives vont-elles se croiser ?



graphique réduit de moitié

II Une voiture effectue un parcours de 70 km en 36 minutes . Elle ne roule pas régulièrement . La façon dont elle roule est donnée par le graphique ci-joint : le temps est mesuré en minutes , la distance en km . Chaque point représente un couple (t,d) où t est le temps mis pour parcourir d kilomètres , par exemple (36,70) .
1) Quelle est la vitesse moyenne de la voiture sur son parcours ?
2) La vitesse ayant varié au cours du mouvement , indiquer
a) un instant où sa vitesse est inférieure à la vitesse moyenne
b) un instant où sa vitesse est supérieure à la vitesse moyenne
c) un intervalle où sa vitesse est inférieure à la vitesse moyenne
d) un intervalle où sa vitesse est supérieure à la vitesse moyenne
3) Y a-t-il un instant où sa vitesse est égale à la vitesse moyenne ?
Si oui , indiquer à quel instant . Y en a-t-il plusieurs ?



Graphique réduit de moitié