

## IIème ECOLE d'ETE de DIDACTIQUE des MATHEMATIQUES

OLIVET 5-17 JUILLET 1982

Jacques TONNELLE:

Séminaire du mardi 6 juillet, 14 h 30-16 h 30

### EVIDENCE ET DEMONSTRATION EN GEOMETRIE

La classe de quatrième est actuellement le lieu où s'opère le passage d'une géométrie de l'évidence perceptive et du constat empirique (plus ou moins motivés ou argumentés), telle qu'on la pratique dans les classes de sixième et de cinquième, à la géométrie "démontrée". C'est à ce moment-là que l'opposition entre l'évidence et la démonstration est le plus violemment attestée: plus tard, en fait dès même la classe de troisième, cette opposition s'amenuise, d'une part parce que le recours à l'évidence perceptive diminue (il s'agit moins par exemple de montrer que deux droites se coupent - ce que l'on pourrait encore "voir" - que de déterminer les coordonnées du point d'intersection), d'autre part parce que la démonstration se coule alors dans l'outillage plus technique du calcul analytique. C'est donc en ce passage relativement bref de la classe de quatrième que surgit un conflit qui pourra se révéler décisif pour former - ou pour confirmer - l'attitude de l'élève vis-à-vis non seulement de la géométrie mais aussi des mathématiques en général. Conflit dont on doit tenter d'élucider les termes au niveau spécifique du contrat didactique: pourquoi, protestent nombre d'élèves, pourquoi veut-on que nous démontrions des choses évidentes? ...

La recherche présentée se rapporte à une séquence de séances de travail hors classe avec des élèves de quatrième signalés en échec (1) par leurs professeurs. Le thème de la séquence, tel que ces élèves l'avaient demandé et formulé, était "la géométrie". Nous présenterons d'abord l'ensemble des analyses épistémologiques et didactiques préalablement élaborées (quel est le rôle de la démonstration en géométrie élémentaire? comment se noue d'une manière invalidante, à ce propos, le contrat didactique dans lequel ces élèves semblent être pris? comment peut-on envisager de le "dénouer"?); puis la problématique d'intervention que nous en avons fait découler ("prescrire le symptôme"); enfin la situation de problématisation par laquelle nous avons voulu opérationnaliser notre stratégie d'intervention.

L'analyse des séances de travail avec les élèves (la plupart des séances ont été magnétoscopées) permet un début de mise à l'épreuve des hypothèses sur lesquelles nous avons travaillé; elle semble confirmer la conception qui a présidé à notre intervention, touchant à l'origine des difficultés des élèves; elle ne permet pas toutefois d'espérer un changement systématique d'attitude, au moins dans le cadre d'une action relativement brève (de cinq à dix séances). C'est sur ces bases que la recherche présentée, développée à propos de ce qui se veut d'abord une pratique éducative (la forme administrative de notre intervention auprès des élèves est celle d'un P.A.E.) et qui doit nous permettre d'approfondir cette pratique tant au niveau théorique que technique, sera poursuivie en 1982-83.

---

(1) Pour éclairer la perspective dans laquelle nous abordons le problème de "l'échec scolaire", voir le texte mis en annexe à cette notice de présentation.

## A N N E X E

---

Le texte ci-joint a été rédigé par l'équipe de recherche en didactique des mathématiques de l'IREM d'Aix-Marseille, pour servir de base à un débat sur le thème de l'échec au collège tenu lors de la journée de fin d'année de l'IREM, le 17 juin 1982.

J.T.

## ECHEC DU COLLEGE, ECHEC AU COLLEGE

1. Depuis la mise en place du "collège unique" par la réforme Haby (loi du 11 juillet 1975), le collège est progressivement apparu comme le révélateur et le symptôme le plus évident, au sein du système éducatif dans son entier, des problèmes de la société française. L'hétérogénéité, que l'on pouvait d'emblée pronostiquer et dont les plus irréalistes partisans de certains aspects de la réforme ont dû finir par reconnaître le caractère invalidant vis-à-vis de tout projet d'enseignement, ne fait à cet égard que répondre, en termes proprement scolaires, aux multiples différenciations d'une société de classes. Plus que l'école primaire, où divers mécanismes (dont le phénomène massivement observable des redoublements) tendent à masquer cette hétérogénéité dans le même temps qu'ils l'accroissent, c'est le collège qui a dû supporter le choc de la démocratisation de l'accès à l'éducation dans une société non démocratique championne des inégalités. Doit-on dès lors s'étonner si la situation ainsi créée a pu être diagnostiquée comme un échec du collège et si, au fil des années, pareil diagnostic s'est vu, jour après jour, confirmé, jusqu'à la mise en oeuvre, à peine amorcée, d'un ensemble de moyens d'analyse et d'action adéquat au problème historique que nous devons aujourd'hui affronter?

2. Cette situation objective, enracinée dans l'évolution sociale, a été reçue par nombre d'agents et de responsables du système éducatif comme une mise en accusation du collège. Le symptôme est-il cause de la maladie, le miroir doit-il être brisé parce que son témoignage nous désespère? Sans doute ces métaphores ne suffisent-elles pas à seulement poser le problème. Elles indiquent tout de même que la dualité, parfois douloureusement vécue par certains d'entre nous, entre système éducatif et société ne saurait se ramener à la simple opposition du bien et du mal, de l'authentique (le "vécu") et de l'artificiel, du plein et du vide (l'ennui scolaire...). Elles marquent aussi une nécessaire interrogation par rapport à toute espérance étroitement pédagogue. Elles dénoncent enfin une tentation de pureté, le désir impensé de rétablir l'institution éducative dans une conscience heureuse, dans une sérénité où les

rôles seraient inversés, où un bon collège enfin restauré pourrait renvoyer la société à ses incertitudes et à ses manques.

3. Il apparaît hors de doute toutefois qu'il est devenu aujourd'hui nécessaire de changer le collège, en tant que lieu d'éducation totale, en tant que milieu de vie, pour y promouvoir un genre de vie ressenti - pour dire nettement les choses - comme compétitif avec les autres milieux d'activité et d'intérêt (intellectuel, culturel et émotionnel tout à la fois) qui sollicitent l'enfant et le jeune adolescent. Les aménagements déjà apportés ici et là, qu'ils soient sauvages ou s'inscrivent dans les cadres timidement offerts aux actions nécessaires (10 %, P.ACT.E. et P.A.E. par exemple), montrent des voies possibles en même temps que les embûches auxquelles on s'expose lorsqu'on tente d'y frayer les chemins d'une rénovation. La commission Legrand, en capitalisant l'expérience difficilement acquise sur le terrain, en confrontant les points de vue des praticiens, en approfondissant la réflexion, en systématisant en un corps de doctrine dénué de dogmatisme, en proposant une institutionnalisation qui nous délivre, à terme, d'un bénévolat héroïque mais psychologiquement dévastateur (parce qu'il accentue les clivages et accroît les tensions au sein de la communauté enseignante), désigne sans doute, à cet égard, de larges et solides perspectives.

4. Pourtant deux remarques doivent être avancées, que le chercheur, dépassant le plan strict de son activité de recherche sur le système éducatif pour prendre sa part au débat démocratique, ne doit pas se lasser de répéter. La première est que la vision prévalente du système d'enseignement - celle que partagent ses agents comme les responsables et les décideurs politiques - est une vision nettement préscientifique et pour cela, archaïque. Nous n'imaginons pas que la bonne volonté et l'argent suffisent pour envoyer une fusée sur la lune; nous savons qu'il y faut aussi - et surtout - une science et une technologie du système sur lequel nous prétendons agir. Or, tout à rebours, quand on en vient aux problèmes d'éducation (en contraste avec les problèmes de l'espace, mais aussi de la santé, du développement industriel, etc.), ces exigences qui ailleurs s'imposent à nous avec la dernière évidence, ici sont totalement oubliées.

Il semble même que la nécessité d'une science et d'une technologie spécifiques du système éducatif soit d'autant mieux niée que le système en question est plus complexe! Dans le champ éducatif, toute action se développe, en conséquence, les objectifs ayant été fixés, et faute d'une logistique scientifique et technique adéquate, par l'appel au zèle de chacun et à la bonne volonté de tous, sous la contrainte éventuelle (quoiqu'incertaine en ses effets) de l'obligation administrative. Si le principe de plaisir triomphe un instant du principe de réalité, parce que nul savoir positif et polémique ne vient borner le champ de nos utopies réformatrices, on ne sait que trop, d'expérience, que la réalité l'emporte tyranniquement sur nos entreprises les mieux déterminées.

5. La seconde remarque que l'on se doit de toujours rappeler est que si l'aménagement du milieu scolaire - visant à en faire, pour l'élève, un cadre de vie acceptable, voire attractif - est bien une nécessité de notre temps, il n'est en aucune façon suffisant. La situation objective d'hétérogénéité fait ici resurgir, avec empressement, le discours pathétique sur le vécu des élèves, sur leurs besoins propres, qu'il faudrait satisfaire, sur la richesse et la diversité de leur expérience du monde qu'il s'agirait de reconnaître en leur éminente dignité et leur incontournable valeur comme point de départ obligé de toute action éducative. Or ce discours, aussi généreux soit-il, enveloppe la virtualité d'une stratégie dont quelques exemples historiques (en particulier celui de la New Education américaine des années 1910-1960) nous ont montré, par delà certains effets secondaires brièvement euphorisants, les effets nettement déstructurants sur l'entreprise essentielle que nous nommions autrefois l'instruction publique. En cédant à la tentation de chercher à résoudre le problème d'hétérogénéité par l'évanouissement des contenus "académiques", celle-ci nous fait tomber dans le piège dont tout aggiornamento doit se garder: la tentation de la banalisation de l'institution que l'on prétend ouvrir au "monde". L'idéologie impavide du Life adjustment, de "l'ouverture de l'école sur la vie", surgit d'abord comme une réponse mécaniquement déterminée, et peu réfléchie, non à la vie (le singulier est ici singulièrement inconvenant), mais à la société, c'est-à-dire aux conditions sociales de

fonctionnement de l'institution.

6. Dans le débat actuel, il semble toutefois que, à cet égard, soit écarté le danger d'une vision et d'une visée unilatérales dans le changement à promouvoir. Les auteurs d'un rapport élaboré dans le cadre des travaux de la commission Legrand écrivent ainsi:

"l'instruction au collège n'aura d'efficacité que si le collège est aussi un lieu, d'éducation. Et l'éducation au collège n'a de sens que si elle comprend aussi une part d'instruction. Il y a complémentarité entre ces deux notions". Déclaration à laquelle on ne peut que souscrire, pour la dialectique qu'elle ébauche, tout en notant la nuance légèrement restrictive dont elle marque l'un des termes rapprochés: "une part d'instruction"... Signe que les vieux démons sont toujours prêts à renaître! Cela dit, il faut alors souligner que les modifications générales apportées au cadre éducatif laissent à peu près intouché le problème "complémentaire", et fondamental tout autant, des apprentissages fondamentaux (dont, à la fin du XXe siècle, on peut estimer qu'ils ne se laissent pas entièrement réduire à la lecture, à l'écriture et au calcul - même si l'on n'ignore pas que des difficultés notables subsistent encore à ce niveau). La question doit être abordée dans une perspective large, non misérabiliste, qui prenne en compte aussi bien les échecs précoces (ceux qui alimentent les classes de C.P.P.N. par exemple) que les échecs plus diffus qui pèsent sur la capacité de production de notre système d'enseignement en personnels qualifiés jusqu'aux niveaux les plus élevés (et dont la raréfaction des terminales scientifiques, effet sans doute d'une certaine indifférence et d'un malthusianisme inopportun, demeure un indice inquiétant).

7. Rassemblant en ce point les deux ordres de notations que nous avons cru devoir développer jusqu'ici, il nous faut alors souligner que, si l'on peut, à bien des égards et au gré de la conjoncture, parler d'un échec de l'école, et notamment du collège, il n'en reste pas moins que cet échec se nourrit de l'échec à l'école, singulièrement de l'échec au collège. Même s'il existe bien, en effet, des déterminations sociales qui font qu'on échoue plus ou moins à l'école, il existe aussi des mécanismes intrinsèques de l'échec, qui font qu'on échoue de telle ou telle manière, ces "manières d'échouer", actualisées selon des fréquences différentes en fonction des caractéristiques

socio-culturelles des élèves, n'en ayant pas moins des caractéristiques propres, indépendantes de la pathologie sociale à l'origine de leur apparition dans le champ scolaire. De la même façon qu'au XIX<sup>e</sup> siècle, on avait plus de chances d'être tuberculeux en étant prolétaire qu'en étant bourgeois, sans qu'il y eût pour autant un bacille prolétaire et un bacille bourgeois! C'est ici qu'il faut rappeler à l'exigence d'une étude scientifique de la pathologie scolaire, en n'oubliant jamais que les plus généreux élans ne sauraient dispenser d'une science positive de l'objet que nous voulons changer, et qu'il ne servirait à rien d'invoquer l'urgence à agir (malheureux argument dont on a usé et abusé depuis un siècle au moins) pour repousser l'urgence d'une étude patiente, systématique et continuée.

8. Car la première urgence est de recherche fondamentale sur l'enseignement! Qu'on mesure, à cette simple expression de "l'échec scolaire", la distance qui sépare aujourd'hui notre société d'une vision rationnelle du problème que par cela nous voulons désigner: car l'échec scolaire n'existe pas! Pas davantage du moins que la maladie. Il n'existe que des maladies; de même n'existe-t-il que des échecs scolaires. Non pas bien sûr des échecs individuels, des cas singuliers. Mais des types d'échecs. Je ne sais aucun chercheur autre que naïf, illuminé ou charlatan, qui prétende rechercher une réponse à l'échec scolaire: demanderait-on à un médecin de guérir la maladie, à un chercheur de trouver la panacée? Le premier travail de toute entreprise contre l'échec scolaire est ainsi un travail de découpage du champ de l'échec, de constitution d'une nosographie de l'échec scolaire, de construction de quelques grands types d'échecs nettement délimités, qui permettent aux chercheurs de se mettre au travail et de voir leur travail reconnu par ceux qui, ayant en charge l'organisation de l'action éducative, sauront ainsi échapper à l'archaïsme du regard que notre société jette encore aujourd'hui sur une part d'elle-même si essentielle à son heureux développement.

9. Il n'est pas dans notre propos d'esquisser ici une typologie des échecs scolaires. Certains types d'échecs, bénins en eux-mêmes, même si leur coût social apparaît élevé, relèvent de la simple prévention et de l'intervention légère - qu'il reste largement à

organiser. Il en est ainsi par exemple de tous les cas d'échecs que l'on peut rapporter au contrat didactique en ses clauses générales (que dois-je faire pour apprendre: écouter? Faire mes devoirs et apprendre mes leçons? Ou bien y aurait-il autre chose à faire, et quoi?), selon une pathologie a priori légère et liée souvent à l'incapacité du cadre familial à procurer une préparation adéquate du jeune enfant à l'entrée dans l'ordre scolaire. D'autres types d'échec, en revanche, requièrent des recherches approfondies et plus "pointues". Il en est ainsi, entre autre, des échecs électifs en mathématiques, sur lesquels les didacticiens des mathématiques se sont penchés depuis plusieurs années. La recherche, qui nécessite alors des outils théoriques et expérimentaux importants, s'opère ici, généralement, sur le terrain d'une action éducative ayant valeur en soi.

En général, l'abord du problème de l'échec scolaire, vu comme pathologie de l'interaction entre l'individu et le système éducatif, passe à la fois par l'action globale de prévention, de dépistage et de "thérapeutique" légère, et par des recherches fondamentales sur les principaux terrains de l'échec à l'école.

Equipe de recherche en didactique des  
mathématiques de l'IREM d'Aix-Marseille  
(juin 1982)

IIème ECOLE D'ETE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUE

OLIVET 5-17 JUILLET 1982

Jacques TONNELLE

---

Séminaire du mardi 6 juillet, 14h30 - 16h30

EVIDENCE ET DEMONSTRATION EN GEOMETRIE

DOCUMENTS

## DOCUMENT 1

## La géométrie en classe de cinquième

QUESTION : Qu'est-ce que la géométrie ?

REPONSES :

1. La géométrie est pour moi un élément assez important car quand on veut (supposon) faire un carré il faut, pour qu'il soit bien fait, utilise un procédé géométrique.
2. Des figures qui sont précises et qui ont un rapport avec les Math.
3. la géométrie est une des branches <sup>des</sup> mathématiques vieille de plusieurs centaines d'années.
4. C'est tout ce qui se rapporte aux formes, aux figures dans l'espace.  
Volumes - Plans .....
5. C'est dessiner suivant des données précises
6. la géométrie c'est l'étude des figures connue avec du matériel approprié (équerre, compas)
7. C'est des figures. La géométrie c'est dessiner des figures des carrés on apprend des formules
8. Lorsque l'on fait de la géométrie on doit être précis. Et l'on ne doit pas tracer des figures sans instruments
9. La géométrie est un exercice qui contient des figures, des segments, des droites ; etc.... tu te sers de règles ; compas ; équerre - les mesurer.
10. C'est des Mathématiques, des figures géométriques,
11. C'est des figures de toutes les formes avec beaucoup de formule.

## DOCUMENT 2

QUESTION : Qu'est-ce que la géométrie ?

REPONSES :

1. la geometries c'est de represente tout objet sur papier. c'est l'etude des formes
2. la géométrie est le dessin de figure
3. c'est l'étude des surfaces, des longueurs, des figures (carré....)
4. La géométrie fait parti des mathématiques.
5. La geometrie c'est des dessins, des figures
6. La géométrie est une étude de figure diverses
7. La géométrie est l'étude des figures géométriques.
8. l'étude sur les surfaces et les aires.
9. la geometrie est une étude mathématique.
10. C'est une étude sur de figures quelconques.
11. Ce son de figure représenté que par des droites
12. c'est l'étude des Figures
13. Ces l'etude de figures
14. C'est...
15. C'est l'etude
16. C'est l'etude des figure geometrique
17. La geometrie est tout ce qui concerne les figures, carré, rectangle, trapèze cercle, triangle....

18. C'est l'étude des plans

19. La géométrie est une science qui renferme toutes les

20. La géométrie est l'étude des formes

21. C'est l'étude des droite, des figures, et des points sur un plan.

22. C'est la science ou l'étude de plusieurs études

### DOCUMENT 3

La notion de démonstration  
à la fin de la classe de cinquième

QUESTION : Sais-tu ce qu'est une démonstration ?

REPONSES :

1. OUI. Je sais ce que c'est une démonstration

C'est :

Supposons en géométrie : Quand on veut apprendre à nous faire tracer un rond on nous montre un moyen précis que l'on utilisera après. On nous fait la démonstration de la manière de tracer un rond

2. Non.

3. c'est montré à quelqu'un comment on fait quelque chose

4. NON. Peut-être. C'est montrer quelque chose : tracer un rond, un triangle ou bien donner un exemple.

5. Oui, c'est montrer à des gens moins intelligents une action un dessin..... qu'ils reproduisent après.

6. Oui c'est montré, donné l'ex<sup>em</sup>ple, à ce qui ne sait pas.

7. OUI

C'est montré des choses qu'on ne connaît pas et qu'on ne sait pas.

8. Oui. C'est démontrer si c'est vrai ou faux en ayant une preuve bien précise

9. par exemple quand le professeur nous donne un devoir que nous ne savons pas faire il nous montre, fait la même chose mais avec une même idée pour moi ça s'appelle une démonstration

10. C'est lorsque on montre quelque chose.

11. C'est faire voir quelque chose à des gens pour qu'ils apprennent cette démonstration.

## DOCUMENT 4

La notion de démonstration  
à la fin de la classe de quatrième

- QUESTION : a) Qu'est-ce qu'une démonstration ?  
b) Qu'est-ce que faire une démonstration en géométrie ?  
c) Qu'est-ce que faire une démonstration en algèbre ?  
d) Aimes-tu faire des démonstrations ? Pourquoi ?  
e) As-tu fait des démonstrations en 6<sup>e</sup>-5<sup>e</sup> ?

REPONSES :

1. a) la demonstration c'est la preuve qui est appuyer par un schémat  
b) c'est se dire j'ai  
c) c'est prouvé une theorie general dans tout les nombres  
d) non car il faut s'appuyer sur des probleme qui n'en finisse plus.  
e) oui sur de la geometrie  
sur des problemes de perimetre...ect
2. a) une démonstration c'est une façon de s'exprimer et essayer de faire  
comprendre quelque chose à quelque  
b) Une démonstration c'est une façon de demontrer une figure, de l'expliquer  
c) c'est une façon de demontrer un resultat  
d) non  
e) oui mais je ne m'en rappelle plus laquelle
3. a) c'est une suite de phrases mathématiques qui prouve quelques chose  
b) c'est prouvé une égalité, une symétrie.....  
c) c'est prouvé une chose qui est toujours vrai  
d) non, parce que c'est endormant  
e) non.
4. a) Une démonstration sert a prouver autrement que par le dessin, mais  
en resonnant quelque chose.  
b) C'est pareil que la première question.  
c) C'est démontrer non par des chiffre mais par des lettres un résultat  
d) Non, c'est dur.  
e) Non, jamais.
5. a) Ca sert à demontrer une figure, pourquoi elle a des angles droits, ça  
sert à prouver des choses lui appartenant

- b) C'est pareil que a).
  - c) C'est prouvé.
  - d) Non. En geometrie. Oui en Algebre.
  - e) quelquefois. Mais je ne rappelle plus en quoi c'etait
6. a) Une démonstration est une preuve, lorsqu'une personne avance quelque chose ou dit une phrase qu'il doit prouver
- b) C'est la même chose que la première question.
  - c) Faire une démonstration en algebre c'est opposé des lettres et trouver une solution pour les assemblés ou les réduire.
  - d) Je déteste les démonstrations
  - e) Oui, j'ai fais des démonstrations en 6<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup>.
7. a) Une démonstration est un sorte de plan que nous construisons nous, même à l'aide d'une figure qu'il faut expliquez pour obtenir la réponse à la question posée.
- b) Je l'ai marqué au a)
  - c)
  - d) Je n'aimes pas trop les démonstrations car je n'arrive jamais même depuis le début de l'année qu'on en fait à faire une démonstration toute seule sans que le proffesseur nous montre le début, nous fait le plan. A force à force j'y arrive un peu.
  - e) Non -
8. a) par exemple on fait un rectangle on le trace et après on demontre ce que l'on a fait on l'explique. ou on demande ce qui est faux et ce qui ne peut être toujours vrai.
- b)
  - c) c'est donné une conclusion.
  - d) je n'aime pas les demonstration parce que je comprend au debut après je me perd.
  - e) oui.
9. a) une demonstration est une sorte de problème que l'on doit ressoudre avec des hypothèses et avec de la memoire.
- b) c'est la même chose que le a) + encore plus de memoire
  - c) faire une demonstration en algebre, c'est avoir beaucoup d'imagination pour pouvoir former des images dans sa tête.
  - d) non, car c'est beaucoup trop compliqué.
  - e) je ne me rappelle pas.

10. a) Une démonstration c'est la preuve d'une hypothese  
b) Idem à la a.  
c) C'est une preuve.  
d) Oui parce qu'elles m'aident à comprendre, à justifier ma réponse  
e) Oui à propos du carré, rectangle etc...
11. a) Ça sert à prouver les figures géométrique. C'est pour mieux démontré ce que l'on fait et pour ce l'expliquer.  
b) C'est démontré quelque chose par exemple que  $AB = AC$ .  
c) C'est prouvé ce que l'on trouve.  
d) Selon les démonstration c'est intéressant.  
e) J'en ai fait en Aprofondissement
12. A) une demonstration sert à prouvé que des règle qui nous sont imposés sont juste. Et A l'etude de nouveaux theoreme  
B) c'est prouvé et etudier des theoreme qui seront toujours vrai  
C) Je sais pas  
D) oui parce que ça nous lance dans le probleme ça nous force a chercher c'est interressant  
e) oui pour les application
13. a) Une demonstration est l'explication d'une figure géometrique  
b) C'est pareil que la 1<sup>er</sup> question  
c) C'est l'explication  
d) Oui quand elles sont claires et courtes  
Non quand elles sont longues et qui se répètent  
e) NON
14. a) C'est un commentaire qui prouve que ce qu'on fait en <sup>géo</sup> (les dessins)  
Math  
est vrai. Une démonstration aboutit souvent à une conclusion.  
b) (Voir Ⓐ)  
c) (Voir Ⓐ)  
d) j'aime les démonstrations. Ça m'intéresse.  
e) je crois que j'en ai fait quelques unes.
15. a) Une démonstration sert à comprendre pour l'on a marqué ce point ici et pas là-bas. pourquoi ce triangle est isocèle, c est donné des preuves  
b) voir petit a question avant.  
c)

d) non je n'aime pas les démonstration.

parce que : je trouve que l'on en a pas besoin parce que l'on le voit sur le dessin même sans démonstration c'est plus simple

e) NON

16. a) Une démonstration c'est quand quelque chose n'est pas évident alors on le démontre que c'est vraie ou que c'est faux.

b) C'est quand on a un carré qu'il faut le prouver

c) je ne sais pas.

d) Non parce que je ne sais pas les faire

e) Oui.

17. a) Une démonstration sert à démontrer une figure ou prouver, dans un devoir on demande démontrer, il faut démontrer.

Ex Un rectangle : prouver qu'il a un angle droit que les droites sont parallèles ect....

b) (↑)

c) une démonstration en Algèbre c'est quand on démontre avec des lettres

d) oui, j'aime les démonstrations si l'on veut mais évidemment c'est dur.

18. a) C'est quelque chose qu'il faut exprimer à partir d'un dessin, démontrer et expliquer le dessin.

c) C'est expliquer avec des lettres les questions.

d) - non.

- parce que il faut toujours approfondir les choses et c'est ça que tout seul je n'y arrive pas. Il faut toujours me mettre sur la voie.

b) C'est expliquer le dessin

e) Non.

19. a) Une démonstration sert à expliquer les choses géométriques sans les figures

b) Voir ci-dessus

c) Je ne m'en souviens plus

d) Oui car ça sert à expliquer les choses. (En Math)

e) Non

20. a) Ça sert à prouver une chose car un dessin ne prouve rien

b) idem ↑

c) quand on en fait une après on peut même n'importe quel nombre à la place des lettres

d) Non C'est compliqué

e) Non



DOCUMENT 5

a) Une théorie en acte de la rationalité ★

*Exigence démonstrative* Dire de Pythagore, comme le fait Eudème cité par Proclus, qu'il transforma la géométrie en « un enseignement libéral », parce qu'« il remonta aux principes supérieurs et rechercha les théorèmes abstraitement et par l'intelligence pure », c'est laisser entendre qu'il se serait soumis le premier à une exigence, devenue après lui, d'âge en âge, plus impérieuse, celle de la démonstration. Ce qui précédemment ne résultait que d'une évidence sensible et n'aboutissait qu'à une recette utile est transporté enfin sur le plan des nécessités rationnelles. Il nous est parfois difficile de bien considérer ce point car, héritiers des Grecs, nous attribuons nous-mêmes aux mathématiques un caractère démonstratif qui n'est pas inclus dans la nature des techniques de calcul, de dessin, d'arpentage, de métrologie qui forment le fond de la science primitive, caractère démonstratif qui pourrait fort bien être retenu comme une particularité historique de la science grecque. Ancêtres de la dialectique, les Grecs avaient le génie et le souci de persuader. Mais ici, il y a plus. Il ne s'agit pas seulement de persuader, car on peut plaider le faux contre le vrai — et le reproche en sera adressé aux Sophistes — il faut prouver, convaincre, contraindre même, et aussi bien soi-même que les autres. La première preuve vraiment mathématique qu'inventent les Pythagoriciens, c'est la preuve par l'absurde de l'incommensurabilité du côté et de la diagonale. Il faut ici que le mathématicien accepte ce qu'il ne peut concevoir. « Je crois, car si je ne croyais pas, j'admettrais l'absurde. » Non contents que le résultat d'un calcul ou d'une construction soit patent, visiblement et expérimentalement exact (et au surplus efficace), les premiers mathématiciens grecs — même peut-être avant Pythagore — veulent que ce résultat soit fondé en raison, et que son exactitude puisse être prouvée. Sans aller jusqu'à supposer que cette tendance ait été tout à fait étrangère aux Orientaux, il est juste de l'attribuer plus spécialement aux Grecs. De Thalès à Euclide, elle n'a cessé de se renforcer. Si remarquables même qu'aient pu être au cours de cette période les découvertes de la science, les acquisitions de notions nouvelles, elles nous frappent moins que l'éclosion de raffinements logiques toujours plus subtils : évidences discutées, faits axiomatiques passés au crible, propositions d'abord simplement affirmées ou postulées, puis démontrées ; théorèmes d'abord indépendants les uns des autres, puis liés entre eux pour former des ensembles de plus en plus vastes, aboutissant à cette chaîne aux maillons solidement noués que sont les *Éléments* euclidiens.

b) L'exigence démonstrative n'annule pas, mais spécifie, le rôle, le sens et la portée de l'évidence perceptive ★

*Valeur de l'intuition* Un autre trait qui, dans une certaine mesure, fait contraste avec le précédent, mais qu'il faut bien accepter comme une donnée irrécusable, caractérise la mathématique grecque au cours de toute son histoire, de ses origines à son déclin : elle est, au sens le plus strict du mot, intuitive. Elle s'adresse aux yeux. Une figure doit être par elle-même probante, rendre évidente une vérité ; et il est probable que, longtemps, la figure tint lieu de preuve. Peu à peu, les difficultés internes et peut-être les objections élevées par les philosophes, mirent le mathématicien en garde contre les erreurs possibles de l'intuition, et la démonstration devint discursive. Mais l'exigence logique, de plus en plus forte, ne cessa jamais de s'accompagner d'une exigence visuelle. Euclide en est un grand exemple. Pour être parfaite, une preuve doit, à la fois, satisfaire pleinement la raison et parler aux yeux. Aussi bien, seules les figures construites par règle et compas vont-elles être tenues dans les *Éléments*, pour indiscutablement probantes. Mais les problèmes qui transcendent ces impératifs n'en seront pas moins admis, par les grands géomètres alexandrins, comme parfaitement résolus.

★ Histoire générale des sciences, tome 1 (PUF, Paris, 1966), pp. 240-241.

c) Pourtant la géométrie ne s'applique pas à notre monde quotidien★

Mais revenons à notre problème. La science grecque, ai-je dit, n'a pas constitué de technologie véritable<sup>1</sup>, parce qu'elle n'a pas élaboré de physique. Mais pourquoi, encore une fois, ne l'a-t-elle pas fait? Selon toute apparence parce qu'elle n'a pas cherché à le faire. Et cela, sans doute, parce qu'elle croyait que ce n'était pas faisable.

En effet, faire de la physique dans *notre* sens du terme — pas dans celui donné à ce vocable par Aristote, — veut dire appliquer au réel les notions rigides, exactes et précises des mathématiques, et, tout d'abord, de la géométrie. Une entreprise paradoxale s'il en fut, car la réalité, celle de la vie quotidienne, au milieu de laquelle nous vivons et nous sommes, n'est pas mathématique. Ni même mathématisable. Elle est le domaine du mouvant, de l'imprécis, du « plus ou moins », de l'« à-peu-près ». Or, dans la pratique, il importe très peu de savoir si — comme nous le dit Platon, en faisant des mathématiques la science par excellence — les objets de la géométrie possèdent une réalité plus haute que celle des objets du monde sensible; ou si — comme nous l'enseigne Aristote pour qui les mathématiques ne sont qu'une science secondaire et « abstraite » — ils n'ont qu'un être « abstrait » d'objets de la pensée : dans les deux cas entre les mathématiques et la réalité physique il y a un abîme. Il en résulte que vouloir appliquer les mathématiques à l'étude de la nature, c'est commettre une erreur et un contresens. Il n'y a pas dans la nature de cercles, d'ellipses ou de lignes droites. Il est ridicule de vouloir mesurer avec exactitude les dimensions d'un être naturel : le cheval est sans doute plus grand que le chien, et plus petit que l'éléphant, mais ni le chien, ni le cheval, ni l'éléphant n'ont de dimensions strictement et rigidelement déterminées : il y a partout une marge d'imprécision, de « jeu », de « plus ou moins » et d'« à-peu-près »<sup>2</sup>.

Ce sont là des idées (ou des attitudes) auxquelles la pensée grecque est restée obstinément fidèle, quelles que soient les philosophies dont elle les déduisait; jamais elle n'a voulu admettre que l'exactitude puisse être de ce monde, que la matière de ce monde, de notre monde à nous, du monde sublunaire, puisse incarner les êtres mathématiques

1. La science grecque a, certes, dans son étude des « cinq puissances » (les machines simples) posé les bases de la technologie. Elle ne l'a jamais développée. Ainsi la technique antique en est-elle restée au stade pré-technologique, préscientifique, malgré l'incorporation de nombreux éléments de la science géométrique et mécanique (statique) dans la *τέχνη*.

2. Qu'il en soit ainsi non seulement dans le domaine des sciences biologiques mais même dans celui de la physique, a été, on le sait, l'opinion de Leibniz (« Lettre à Foucher », vers 1668, *Philosophische Schriften*, éd. Gerhardt, vol. I, p. 392 : « Je tiens pour démontrable qu'il n'y a pas de figure exacte dans les corps ») et plus près de nous par Émile Boutroux et Pierre Duhem qui ont insisté sur le caractère d'approximation des lois strictes de la mécanique rationnelle. Cf. aussi G. Bachelard, *La Formation de l'esprit scientifique*, Paris, 1927, p. 216 sq., et mes *Études galiléennes*, Paris, 1939, p. 272 sq.

★ A. Koyré, Du monde de l'«à-peu-près» à l'univers de la précision, reproduit dans les Études d'histoire de la pensée scientifique (Gallimard, Paris, 1971), pp. 341-362 (le passage donné ici se trouve pp. 342-343 de cette édition).

(à moins d'y être forcée par l'art)<sup>1</sup>. Elle admettait en revanche qu'il en fût tout à fait autrement dans les Cieux, que les mouvements absolument et parfaitement réguliers des sphères et des astres fussent conformes aux lois de la plus stricte et de la plus rigide géométrie. Mais justement les Cieux, ce n'est pas la terre. Et de ce fait l'astronomie mathématique est possible, mais la physique mathématique ne l'est pas. Aussi la science grecque a-t-elle non seulement constitué une cinématique céleste, mais encore, pour le faire, a-t-elle observé et mesuré le ciel avec une patience et une exactitude surprenantes, en se servant de calculs et d'instruments de mesure dont elle a hérité, ou qu'elle a inventés. En revanche, elle n'a jamais essayé de mathématiser le mouvement terrestre, et — à une seule exception près<sup>2</sup> — d'employer sur la terre un instrument de mesure et même de mesurer exactement quoi que ce soit en dehors des distances. Or, c'est à travers l'instrument de mesure que l'idée d'exactitude prend possession de ce monde, et que le monde de la précision en arrive à se substituer au monde de l'« à-peu-près ».

1. Rien n'est plus précis que le dessin de la base, ou du chapiteau, ou que le galbe d'une colonne grecque : rien n'est mieux calculé — ni avec plus de raffinement — que leurs distances respectives. Mais c'est l'art qui les impose à la nature. Il en est de même en ce qui concerne la détermination des dimensions des roues d'engrenage ou des éléments d'une baliste.

2. Vitruve nous transmet le dessin d'un théodolite qui permet de mesurer les angles horizontaux et verticaux et donc de déterminer des distances et des hauteurs. La mesure exacte existe également pour la pesée des métaux précieux.

#### d) La fécondité de l'appel à l'évidence perceptive dans la mathématique grecque★

*Arithmétique intuitive  
et algèbre arithmétique*

Ce que nous connaissons de l'arithmo-géométrie pythagoricienne nous permet d'affirmer que l'arithmétique elle-même (et non pas seulement la géométrie) a été, au moins à un certain moment de son histoire, intuitive et visuelle. Le nombre prend figure, il s'ordonne dans un espace. La figuration des grands nombres devenait pratiquement impossible par ce procédé, et par suite, l'abstraction dut jouer son rôle dans leur étude. Ainsi que nous l'avons vu par l'exemple des nombres polygonaux, la science du nombre était avant tout celle de la génération de figures ponctuelles et de leur croissance gnomonique. Mieux encore, les plus petits nombres jouissant d'une propriété donnée — les *pythmènes* — étaient l'objet d'une étude particulière. Les Grecs avaient, ici, saisi d'instinct une propriété essentielle de l'ensemble des nombres entiers, celle d'être *bien ordonné* (G. Cantor, 1880). D'autres nombres, de même forme et immédiatement supérieurs aux pythmènes, étaient tirés de ces nombres fondamentaux et, aussitôt qu'apparaissait la loi de leur formation, il devenait inutile d'en prolonger la série. La figure, devenant symbole, permettait une généralisation du calcul arithmétique. Mais cette technique séduisante ne pouvait évidemment suffire à tout : la suite des nombres premiers, celle des nombres parfaits, lui échappent. Et là encore, il faudra que l'arithmétique se dépasse elle-même, s'affine et devienne science abstraite.

---

★ Histoire générale des sciences, tome 1 (PUF, Paris, 1966), p. 242.

Même quand leur pensée mathématique s'est attachée de préférence à la considération du nombre entier, les Grecs ont toujours reconnu que, suivant la formule d'un philosophe contemporain, toute idée claire du nombre impliquait une vision dans l'espace. Aussi n'est-il pas étonnant que, dans un second temps, la géométrie l'ait emporté sur l'arithmétique. Dès le <sup>ve</sup> siècle (avec la découverte des irrationnelles) triomphe ce « géométrisme » hellène qui sera désormais le caractère dominant de la science grecque. Bien construite, la figure géométrique a le double avantage d'être par elle-même une preuve, et d'être une preuve visible. Elle satisfait à la fois aux exigences de la démonstration et à celles de l'intuition. Surtout, évitant les embûches de la mesure, elle permet le développement d'une technique algébrique géométrique, excellente et très féconde jusqu'au second degré, et qui sera la langue de choix dans laquelle seront écrits les chefs-d'œuvre de la période alexandrine.

## DOCUMENT 6

LA RATIONALITE, DE LA GEOMETRIE  
PAR LA THEOLOGIE  
AUX SCIENCES PHYSIQUES...

a) Au Moyen-Âge, la théologie concentre les formes  
de la rationalité contemporaine★

Que des problèmes qui n'existent pas puissent donner lieu à de prodigieux efforts théoriques, et à la production plus ou moins rigoureuse de solutions aussi fantomatiques que leur objet, nous devons le soupçonner à Kant, dont la philosophie peut être en grande partie conçue comme la théorie de la possibilité de l'existence de « sciences » sans objet (la métaphysique, la cosmologie, la psychologie rationnelles). Si d'aventure on n'a pas le cœur de lire Kant, on peut interroger directement des producteurs de « sciences » sans objet : par exemple les théologiens, la plupart des psychosociologues, ou certains « psychologues », etc. J'ajoute d'ailleurs qu'en certaines circonstances, de ces « sciences sans objets » peuvent, du fait de la conjonction théorique et idéologique, détenir ou produire, dans l'élaboration de la théorie de leur prétendu « objet », les formes théoriques de la rationalité existante : par exemple, au Moyen Âge, la théologie détenait sans nul doute, et élaborait les formes du théorique existant.

b) Descartes et la théologie★★

Je révérais notre théologie, et prétendais, autant qu'aucun autre, à gagner le ciel; mais ayant appris, comme chose très assurée, que le chemin n'en est pas moins ouvert aux plus ignorants qu'aux plus doctes, et que les vérités révélées, qui y conduisent, sont au-dessus de notre intelligence, je n'eusse osé les soumettre à la faiblesse de mes raisonnements, et je pensais que, pour entreprendre de les examiner et y réussir, il était besoin d'avoir quelque extraordinaire assistance du ciel, et d'être plus qu'homme.

c) Newton physicien a (encore un peu) besoin de Dieu★★★

Le passage d'un monde cartésien à un univers newtonien impliquait plus que le renoncement à la recherche des causes premières. Pour le savant du XVII<sup>e</sup> siècle, la gravitation avait un air de magie et évoquait quelque peu les « qualités occultes » d'autrefois, qui cachaient l'ignorance par des définitions scolastiques. Une fois admise l'existence de forces invisibles agissant dans le vide, il paraissait permis d'attribuer à la matière toutes sortes de qualités inconnues. C'est peut-être pour cela que le sceptique Fontenelle avait préféré garder le mécanisme rassurant de Descartes. D'autant plus

---

\* L. Althusser, Lire le Capital, FM/Petite collection Maspéro, vol. I, 1968, pp. 145-146, note 9.

★★ Discours de la Méthode, première partie, pp. 37-38 de l'édition Garnier-Flammarion, 1966.

★★★ N. Hampson, Le siècle des Lumières, vol. 4 de l'Histoire de la pensée européenne, Le Seuil, collection Points-Histoire, 1972, pp. 63-65.

que ses partisans admettaient que la gravitation n'expliquait pas tout. Newton lui-même fut grandement satisfait de découvrir que sa loi, qui permettait de tant comprendre, paraissait insuffisante pour rendre compte de l'autorégulation de l'univers. D'après ses calculs, le mouvement « a beaucoup plus tendance à s'arrêter qu'à naître et il est toujours en voie de disparition » : l'axe de la terre glissait continuellement et il fallait l'intervention directe de Dieu pour le maintenir en place. Si, comme disait Pope, Dieu dit : « Que Newton soit ! », Sir Isaac lui a retourné le compliment. Nous pouvons ici distinguer deux problèmes que le siècle avait tendance à confondre. Laplace montra que Newton avait exagéré les « perturbations » du système solaire. Certaines de ses particularités cependant, ainsi le fait que les planètes avaient leur orbite sur le même plan, n'étaient pas obligatoirement une conséquence de la gravitation, et pour éviter de parler de hasard ou de loi inconnue, il fallait faire intervenir Dieu. Le Dieu de Newton, on n'y insistera jamais assez, n'était pas une vague cause première, un horloger divin qui avait remonté une fois pour toutes le mécanisme céleste, ou un prisonnier de ses propres lois, comme le pensait Leibniz. Il était libre et son intervention périodique était nécessaire pour permettre le fonctionnement des « lois de la nature ». Newton paraissait avoir fourni la preuve scientifique, sinon du christianisme, du moins de l'Être suprême dont la présence était plus proche que beaucoup de déistes ne l'avaient imaginé. Comme Jacques Roger l'a écrit dans son livre admirable, *les Sciences de la vie dans la pensée française au XVIII<sup>e</sup> siècle* : « Le dieu des savants anglais de la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle est beaucoup plus proche du Dieu de la Bible que du dieu des philosophes. »

Alors que la philosophie cartésienne — quelle que soit la position de Descartes — encourageait une vue mécanique de l'univers physique, les newtoniens soulignaient l'impossibilité pour l'homme d'atteindre à la compréhension des causes premières et montraient que le monde matériel dépendait de la régulation divine. Voltaire devait reprendre plusieurs fois leur point de vue, dès 1734, dans ses *Lettres philosophiques*, jusqu'à la fin de sa vie, quarante ans plus tard. Les athées, disait Voltaire, ont été trompés par les idées cartésiennes, alors que « presque tous les newtoniens que j'ai vus acceptent le vide et la nature finie de la matière, acceptent comme résultat l'existence de Dieu ». « Les physiciens sont devenus les hérauts de la Providence : un catéchiste proclame Dieu aux enfants et un Newton le proclame au sage. » Ce n'est pas par hasard que le premier chapitre de ses *Eléments de la philosophie de Newton* (1738), premier ouvrage à répandre la pensée de Newton dans le public français, s'intitule : « De Dieu ». Voltaire écrit notamment :

« Toute la philosophie de Newton conduit nécessairement à la connaissance d'un Être Suprême, qui a tout créé, tout arrangé librement... Si la matière grave, comme cela est démontré, elle ne grave pas de sa nature, ainsi qu'elle est étendue de sa nature; elle a donc reçu de Dieu la gravitation. Si les planètes tournent en un sens plutôt qu'en un autre, dans un espace non résistant, la main de leur créateur a donc dirigé leurs cours en ce sens avec une liberté absolue. »

Voltaire allait plus loin que Newton lui-même, qui admettait que la gravitation pourrait être une qualité inhérente à la matière. Il est très frappant de constater que l'écrivain français pensait à Newton quand il pensait à Dieu. Les sensations elles-mêmes — qui auraient pu le mener à une théorie matérialiste — étaient pour Voltaire une preuve de la présence divine, et il utilisait alors le nom de Newton comme un talisman rassurant : « On sent un pouvoir divin dans la sensation des insectes les plus humbles, comme dans le cerveau de Newton. » Ce grand anticlérical prenait les accents d'un prédicateur quand il proclamait dans un langage digne d'un

ecclésiastique du XVIII<sup>e</sup> la présence du Dieu newtonien : « On s'est moqué fort longtemps des qualités occultes; on doit se moquer de ceux qui n'y croient pas... »

#### d) Laplace n'a plus besoin de l'hypothèse-Dieu<sup>\*</sup>

##### *Une conception spatiale de la totalité*

Mais, comme le montre éloquentement le texte de Laplace, ce contenu scientifique est historiquement solidaire d'une philosophie de la science (reculer indéfiniment les bornes de la connaissance, c'est étendre le domaine d'application d'un modèle mécanique, c'est progresser sans révolution). Et cette philosophie de la science est elle-même métaphorisée par une représentation imaginaire de l'objet de connaissance, où le « système du monde » (planétaire), qui est encore un système mécanique selon les critères d'une vérification expérimentale effective, se métamorphose en univers.

Or, l'idée même d'*état de l'univers* est ici, dans le cadre de la mécanique classique, une idée sans signification scientifique. Elle enveloppe, comme l'avait déjà montré Kant, un usage contradictoire de l'idée de totalité. Citons encore Bachelard : « Les philosophes [du déterminisme universel] sont des victimes de l'idée d'espace [...] le texte [de Laplace] si souvent invoqué nous paraît porter le signe d'un idéalisme intempérant, d'autant plus remarquable qu'on répète souvent, du même Laplace, le mot : « Je n'ai pas besoin de l'hypothèse Dieu pour expliquer l'univers. » On ne prend pas garde que l'hypothèse du mathématicien possesseur d'une formule qui réunirait le passé et l'avenir de tous les mouvements est un substitut de l'« hypothèse Dieu ». [...] En fait, la pensée scientifique ne peut s'intéresser qu'à des phénomènes structurés, qu'à des systèmes définis, qu'à des systèmes qui, par une suite d'approximations bien conduites, peuvent être définis dans un isolement. »

Ainsi s'étaient réciproquement, dans une unité contradictoire, les contenus scientifiques historiquement *relatifs* du déterminisme et l'imaginaire du déterminisme *absolu*, qui devient à un certain moment un véritable obstacle épistémologique. Dans l'image du déterminisme mécanique universel, la série complète des conditions est représentée *donnée*, comme un ordre dans lequel le fait n'est pas déterminé, mais prédéterminé. L'idée de prévision est alors investie de nouveau dans une théorie de la prédiction, elle réintroduit l'idée de destin. La totalité des conditions n'en est que la figure scientifique. Elle rassemble dans un ordre la série des conditions, mais la raison de la série est donnée, elle, hors de toutes conditions : elle est aussi inconditionnée, c'est-à-dire aussi arbitraire et indéterminée que pour Œdipe le destin de la légende. Sous couvert d'une affirmation de la nécessité mécanique, l'idéologie du déterminisme universel réintroduit une théorie de la finalité, une théologie physique.

Nous pouvons comprendre par là pourquoi la transformation la plus profonde des concepts scientifiques de la mécanique, représentés dans l'imaginaire comme des concepts absolus, et donc éternels, transformation réalisée à l'époque moderne par la physique quantique, a pris nécessairement l'aspect d'une « crise » ou d'une lutte idéologique.

<sup>\*</sup> E. Balibar et P. Macherey, article DETERMINISME, Encyclopaedia Universalis, vol. 5, pp. 494-495.

e) Descartes, de la géométrie à la physique★

La correspondance de Descartes révèle que son esprit, quoique bien doué pour ce genre de travaux, se lasse assez tôt des mathématiques.

Depuis la première rencontre avec Beekman jusqu'en 1623, il s'est attardé à pratiquer sa méthode dans les questions mathématiques, il a élaboré sa « mathématique universelle », il a résolu les équations du 3<sup>e</sup> degré et du 4<sup>e</sup> degré.

Mais dès 1630, c'est-à-dire après la rédaction des *Regulæ* et au moment où il vient de composer son *Petit traité de Métaphysique*, Descartes confie au père Mersenne sa lassitude envers les mathématiques :

Pour des problèmes, je vous en enverrai un million pour proposer aux autres, si vous le désirez; mais je suis si las des Mathématiques, et en fais maintenant si peu d'état, que je ne saurais plus prendre la peine de les soudre moi-même<sup>64</sup>.

Prié par Golius en 1631, il résout le problème de Pappus; en 1633, il examine à la demande de Stampioen la question que celui-ci lui a envoyée<sup>65</sup>. En 1636, il met au point sa *Géométrie* et, à part les polémiques qu'il soutient contre Roberval et Fermat, il néglige à peu près complètement les mathématiques.

Et vous savez qu'il y a déjà plus de quinze ans que je fais profession de négliger la Géométrie, et de ne m'arrêter jamais à la solution d'aucun problème, si ce n'est à la prière de quelque ami<sup>66</sup>.

Je ne m'arrête point à soudre leurs questions de Géométrie; car je crois que ce que j'ai fait imprimer peut suffire pour un essai en cette science, à laquelle je fais profession de ne vouloir plus étudier<sup>67</sup>.

Je répondrai au reste de vos lettres lorsque j'aurai eu nouvelles de mes précédentes, où je vous envoyais la solution de toutes les questions qu'un de vos Géomètres avait confessé ne savoir pas. Mais n'attendez plus rien de moi, s'il vous plaît, en Géométrie; car vous savez qu'il y a longtemps que je proteste de ne m'y vouloir plus exercer, et je pense pouvoir honnêtement y mettre fin<sup>68</sup>.

Mais pour vous en dire la vérité, je suis si las des Mathématiques abstraites, que je ne saurais plus du tout m'y arrêter, et je me plais si fort aux choses à quoi j'étudie maintenant<sup>69</sup>...

Comment expliquer cette désaffection évidente de Descartes envers les mathématiques qui ont pourtant un rôle très important à remplir dans son système ?

<sup>64</sup> A Mersenne, 15 avril 1630 : A.T., t. I, p. 139.

<sup>65</sup> A Stampioen, fin 1633 : A.T., t. I, p. 275-276.

<sup>66</sup> A Mersenne, 31 mars 1638 : A.T., t. II, p. 95.

<sup>67</sup> A Mersenne, 17 mai 1638 : A.T., t. II, p. 149.

<sup>68</sup> A Mersenne, 12 septembre 1638 : A.T., t. II, p. 361-362.

<sup>69</sup> A Mersenne, 9 février 1639 : A.T., t. II, p. 507-508.

★ J.-L. Allard, Le mathématisme de Descartes, Éditions de l'Université d'Ottawa, Ottawa, 1963, pp. 158-160.

Descartes se charge de répondre à cette question et d'expliquer son attitude envers les mathématiques.

M. Desargues m'oblige du soin qu'il lui plaît avoir de moi, en ce qu'il témoigne être marri de ce que je ne veux plus étudier en Géométrie. Mais je n'ai résolu de quitter que la Géométrie abstraite, c'est-à-dire la recherche des questions qui ne servent qu'à exercer l'esprit; et ce afin d'avoir d'autant plus de loisir de cultiver une autre sorte de Géométrie, qui se propose pour questions l'explication des phénomènes de la nature. Car s'il lui plaît de considérer ce que j'ai écrit du sel, de la neige, de l'arc-en-ciel, etc., il connaîtra bien que toute ma Physique n'est autre chose que Géométrie <sup>70</sup>.

Ce qui n'intéresse plus Descartes, c'est la géométrie abstraite, les questions de mathématique pure qui n'ont aucun rapport immédiat avec la tâche essentielle de sa vie.

D'ailleurs, il est satisfait de ce qu'il a accompli dans le domaine de la géométrie abstraite, « ayant déterminé comme j'ai fait en chaque genre de questions tout ce qui peut s'y faire, et montré les moyens de le faire <sup>71</sup> ». Il juge que ce serait perdre inutilement un temps précieux que de s'appliquer à résoudre toutes les questions possibles des mathématiques.

Au contraire, il s'intéresse au plus haut point à « une autre sorte de géométrie », la géométrie concrète, sa physique géométrique, qui constitue la véritable raison d'être des mathématiques dans son système.

<sup>70</sup> *A Mersenne*, 27 juillet 1638 : A.T., t. II, p. 268.

<sup>71</sup> *A Mersenne*, fin décembre 1637 : A.T., t. I, p. 480.

DOCUMENT 7

# LE PREMIER LIVRE DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE.

---

## DÉFINITIONS.

1. Le point est ce dont la partie est nulle.
2. Une ligne est une longueur sans largeur.
3. Les extrémités d'une ligne sont des points.
4. La ligne droite est celle qui est également placée entre ses points.
5. Une surface est ce qui a seulement longueur et largeur.
6. Les extrémités d'une surface sont des lignes.
7. La surface plane est celle qui est également placée entre ses droites.
8. Un angle plan est l'inclinaison mutuelle de deux lignes qui se touchent dans un plan, et qui ne sont point placées dans la même direction.
9. Lorsque les lignes, qui comprennent ledit angle, sont des droites, l'angle se nomme rectiligne.
10. Lorsqu'une droite tombant sur une droite fait deux angles de suite égaux entre eux, chacun des angles égaux est droit; et la droite placée au-dessus est dite perpendiculaire à celle sur laquelle elle est placée.
11. L'angle obtus est celui qui est plus grand qu'un droit.
12. L'angle aigu est celui qui est plus petit qu'un droit.
13. On appelle limite ce qui est l'extrémité de quelque chose.
14. Une figure est ce qui est compris par une seule ou par plusieurs limites.
15. Un cercle est une figure plane, comprise par une seule ligne qu'on nomme circonférence; toutes les droites, menées à la circonférence d'un des points placés dans cette figure, étant égales entre elles.
16. Ce point se nomme le centre du cercle.
17. Le diamètre du cercle est une droite menée par le centre, et terminée de part et d'autre par la circonférence du cercle: le diamètre partage le cercle en deux parties égales.
18. Un demi-cercle est la figure comprise par le diamètre, et la portion de la circonférence, soutendue par le diamètre.

## 2 LE PREMIER LIVRE DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE.

19. Un segment de cercle est la figure comprise par une droite et par la circonférence du cercle ; le demi-cercle étant plus grand ou plus petit que le segment.

20. Les figures rectilignes sont celles qui sont terminées par des droites.

21. Les figures trilatères sont terminées par trois droites.

22. Les quadrilatères, par quatre.

23. Les multilatères, par plus de quatre.

24. Parmi les figures trilatères, le triangle équilatéral est celle qui a ses trois côtés égaux.

25. Le triangle isocèle, celle qui a seulement deux côtés égaux.

26. Le triangle scalène, celle qui a ses trois côtés inégaux.

27. De plus, parmi les figures trilatères, le triangle rectangle est celle qui a un angle droit.

28. Le triangle obtusangle, celle qui a un angle obtus.

29. Le triangle acutangle, celle qui a ses trois angles aigus.

30. Parmi les figures quadrilatères, le carré est celle qui est équilatérale et rectangulaire.

31. Le rectangle, celle qui est rectangulaire, et non équilatérale.

32. Le rhombe, celle qui est équilatérale, et non rectangulaire.

33. Le rhomboïde, celle qui a ses côtés et ses angles opposés égaux entre eux, et qui n'est ni équilatérale ni rectangulaire.

34. Les autres quadrilatères, ceux-là exceptés, se nomment trapèzes.

35. Les parallèles sont des droites, qui, étant situées dans un même plan, et étant prolongées à l'infini de part et d'autre, ne se rencontrent ni d'un côté ni de l'autre.

### DEMANDES.

1. Conduire une droite d'un point quelconque à un point quelconque.

2. Prolonger indéfiniment, selon sa direction, une droite finie.

3. D'un point quelconque, et avec un intervalle quelconque, décrire une circonférence de cercle.

4. Tous les angles droits sont égaux entre eux.

5. Si une droite, tombant sur deux droites, fait les angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, ces droites, prolongées à l'infini, se rencontreront du côté où les angles sont plus petits que deux droits.

6. Deux droites ne renferment point un espace.

NOTIONS COMMUNES.

1. Les grandeurs égales à une même grandeur, sont égales entre elles.
2. Si à des grandeurs égales, on ajoute des grandeurs égales, les tous seront égaux.
3. Si de grandeurs égales, on retranche des grandeurs égales, les restes seront égaux.
4. Si à des grandeurs inégales, on ajoute des grandeurs égales, les tous seront inégaux.
5. Si de grandeurs inégales, on retranche des grandeurs égales, les restes seront inégaux.
6. Les grandeurs, qui sont doubles d'une même grandeur, sont égales entre elles.
7. Les grandeurs, qui sont les moitiés d'une même grandeur, sont égales entre elles.
8. Les grandeurs, qui s'adaptent entre elles, sont égales entre elles.
9. Le tout est plus grand que la partie.

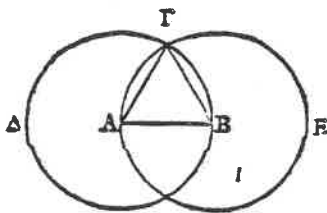
PROPOSITION PREMIÈRE.

Sur une droite donnée et finie, construire un triangle équilatéral.

EXPOSITION. Soit AB une droite donnée et finie.

DÉTERMINATION. Il faut construire sur la droite finie AB un triangle équilatéral.

CONSTRUCTION. Du centre A et de l'intervalle AB, décrivons la circonférence BΓΔ (dem. 3); et de plus, du centre B et de l'intervalle BA, décrivons la circonférence AΓE; et du point Γ, où les circonférences se coupent mutuellement, conduisons aux points A, B les droites ΓA, ΓB (dem. 1).



DÉMONSTRATION. Car, puisque le point A est le centre du cercle BΓΔ, la droite AΓ est égale à la droite AB (déf. 15); de plus, puisque le point B est le centre du cercle AΓE, la droite BΓ est égale à la droite BA; mais on a démontré

#### 4 LE PREMIER LIVRE DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE.

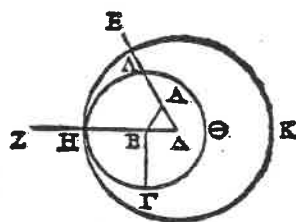
que la droite  $\Gamma A$  était égale à la droite  $AB$  ; donc chacune des droites  $\Gamma A$ ,  $\Gamma B$  est égale à la droite  $AB$  ; or, les grandeurs qui sont égales à une même grandeur, sont égales entre elles (not. 1) ; donc la droite  $\Gamma A$  est égale à la droite  $\Gamma B$  ; donc les trois droites  $\Gamma A$ ,  $AB$ ,  $\Gamma B$  sont égales entre elles.

CONCLUSION. Donc le triangle  $AB\Gamma$  (def. 24) est équilatéral, et il est construit sur la droite donnée et finie  $AB$ . Ce qu'il fallait faire.

#### PROPOSITION II.

A un point donné, placer une droite égale à une droite donnée.

Soit  $A$  le point donné, et  $BR$  la droite donnée ; il faut au point  $A$  placer une droite égale à la droite donnée  $BR$ .



Menons du point  $A$  au point  $B$  la droite  $AB$  (dem. 1) ; sur cette droite construisons le triangle équilatéral  $\triangle AB\Gamma$  (prop. 1) ; menons les droites  $AE$ ,  $BZ$  dans la direction de  $\triangle A$ ,  $\triangle B$  ; du centre  $B$  et de l'intervalle  $BR$ , décrivons le cercle  $\Gamma H\Theta$  (dem. 3) ; et de plus, du centre  $A$  et de l'intervalle  $\triangle H$ , décrivons le cercle  $HKA$ .

Puisque le point  $B$  est le centre du cercle  $\Gamma H\Theta$ ,  $BR$  est égal à  $BH$  (déf. 15) ; de plus, puisque le point  $A$  est le centre du cercle  $HKA$ , la droite  $\triangle A$  est égale à la droite  $\triangle H$  ; mais  $\triangle A$  est égal à  $\triangle B$  ; donc le reste  $\triangle A$  est égal au reste  $BH$  (not. 3). Mais on a démontré que  $BR$  est égal à  $BH$  ; donc chacune des droites  $\triangle A$ ,  $BR$  est égale à  $BH$ . Mais les grandeurs qui sont égales à une même grandeur, sont égales entre elles (not. 1.) ; donc  $\triangle A$  est égal à  $BR$ .

Donc, au point donné  $A$ , on a placé une droite  $\triangle A$  égale à la droite donnée  $BR$ . Ce qu'il fallait faire.

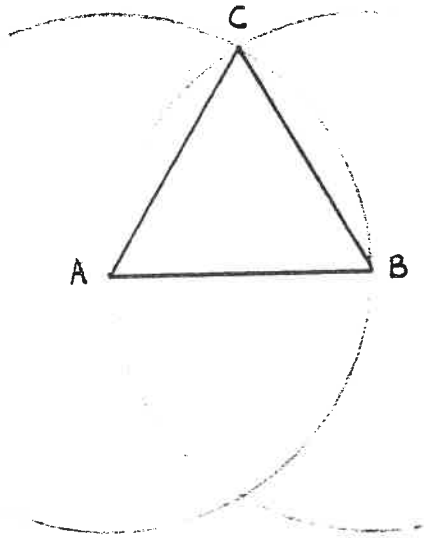
#### PROPOSITION III.

Deux droites inégales étant données, retrancher de la plus grande une droite égale à la plus petite.

Soient  $AB$ ,  $\Gamma$  les deux droites inégales données, que  $AB$  soit la plus grande ; il faut de la plus grande  $AB$  retrancher une droite égale à la plus petite  $\Gamma$ .

## DOCUMENT 8

Déterminer le milieu d'un segment, d'après Euclide

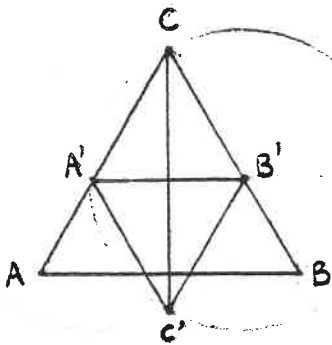


1. Sur AB, construire le triangle équilatéral ABC, soit,

- 1.1. Tracer le cercle de centre A et de rayon AB ;
- 1.2. Tracer le cercle de centre B et de rayon BA ;
- 1.3. Choisir l'un des deux points d'intersection des cercles : C ;
- 1.4. Tracer AC ;
- 1.5. Tracer BC. .

2. Déterminer la bissectrice de l'angle ACB, soit,

- 2.1. Prendre sur CA un point A' quelconque ;
- 2.2. Prendre sur CB le point B' tel que  $CB' = CA'$  ;
- 2.3. Tracer A'B' ;
- 2.4. Sur A'B' tracer un triangle équilatéral, soit,
  - 2.4.1. Tracer le cercle de centre A' et de rayon A'B' ;
  - 2.4.2. Tracer le cercle de centre B' et de rayon B'A' ;
  - 2.4.3. Ces cercles se coupent en C et en un autre point que l'on notera C' ;
  - 2.4.4. Tracer A'C' ;
  - 2.4.5. Tracer B'C' ;
- 2.5. Tracer CC'.



Le milieu de AB est le point d'intersection de AB et CC'.

## DOCUMENT 9

#### a) L'école de Palo-Alto : le cadre de référence★

Un homme s'affaisse subitement; on le transporte d'urgence à l'hôpital. Le médecin qui procède à l'examen note son état d'inconscience, sa tension artérielle très basse, et d'une manière générale les signes cliniques d'une intoxication aiguë d'origine alcoolique ou médicamenteuse. Pourtant les examens de laboratoire ne montrent aucune trace de substances de ce genre. L'état du patient demeure incompréhensible jusqu'au moment où, revenant à lui, le patient apprend au médecin qu'il est ingénieur des mines et qu'il vient de travailler pendant deux ans dans un gisement de cuivre des Andes situé à 5 000 mètres d'altitude. On comprend alors que l'état du patient n'est pas une maladie au sens ordinaire du terme, c'est-à-dire une altération d'un organe ou d'un tissu, mais pose le problème de l'adaptation d'un organisme cliniquement sain à un changement radical de milieu. Si l'attention du médecin restait centrée sur le patient seul, et si n'entrait en compte que l'écologie du milieu habituel propre au médecin, l'état du patient demeurerait un mystère.

Dans le jardin d'une maison de campagne, exposé à la vue des promeneurs de la contre-allée, on peut observer le manège d'un homme barbu qui se traîne accroupi à travers le pré, en dessinant des huit, et jetant sans arrêt un regard par-dessus son épaule, cancanant de surcroît continuellement. C'est ainsi que l'ethnologue Konrad Lorenz décrit le comportement qu'il s'est vu dans l'obligation d'adopter au cours de l'une de ses expériences d'« imprégnation » sur des canetons, une fois qu'il se fut substitué à leur mère. « Je me félicitais, écrit-il, de la docilité de mes canetons et de la précision avec laquelle ils me suivaient en se dandinant, quand tout à coup je relevai la tête et vis le long de la barrière du jardin une rangée de visages tout pâles : un groupe de touristes debout le long de la barrière fixait sur moi des regards horrifiés. » L'herbe haute masquant les canetons, ce qui s'offrait à la vue était un comportement totalement incompréhensible, pour dire le mot, un comportement de fou<sup>1</sup>.

Ces exemples, apparemment sans rapport, ont un dénominateur commun : un phénomène demeure incompréhensible tant que le champ d'observation n'est pas suffisamment large pour qu'y soit inclus le contexte dans lequel ledit phénomène se produit. Ne pas pouvoir saisir la complexité des relations entre un fait et le cadre dans lequel il s'insère, entre un organisme et son milieu, fait que l'observateur bute sur quelque chose de « mystérieux » et se trouve conduit à attribuer à l'objet de son étude des propriétés que peut-être il ne possède pas.

1. Konrad Lorenz, *Il parlait avec les mammifères, les oiseaux et les poissons*, Flammarion 1968, pour la traduction française.

★ Extrait de P. Watzlawick, J. Helmick Beavin et Don D. Jackson, Une logique de la communication, Seuil, Paris, 1972 (reproduit d'après l'édition dans la collection Points, pp. 13-15).

Observons cette fourmi poursuivant laborieusement son chemin à travers une grève modelée par le vent et les vagues. Elle avance tout droit, tourne à droite pour escalader plus facilement une petite dune abrupte, contourne un caillou, s'arrête un instant pour échanger quelques informations avec un compatriote. Elle fraye ainsi, d'un pas hésitant, son chemin jusque chez elle. Pour éviter tout anthropomorphisme prématuré quant à ses intentions, je dessine son itinéraire sur une feuille de papier : une séquence de segments angulaires qui ne sont pourtant pas disposés au hasard ; on reconnaît un sens sous-jacent de direction, de volonté vers un but.

Je montre le dessin, sans légende, à un ami : qui a suivi ce chemin ? Un skieur expert, peut-être, descendant en slalom une pente abrupte et quelque peu rocailleuse ? Ou un sloop remontant le vent dans une passe parsemée d'îlots et de bancs de sable. Il s'agit peut-être d'un itinéraire dans un espace plus abstrait : le cheminement de l'esprit d'un étudiant recherchant la preuve d'un théorème de géométrie.

Quel que soit l'auteur de cet itinéraire, et quel que soit l'espace dans lequel il se trouve, pourquoi n'est-il pas droit ? Pourquoi ne cherche-t-il pas à joindre directement son but de son point de départ ? Dans le cas de la fourmi, (comme dans les autres cas que l'on vient de proposer), nous connaissons la réponse. Elle sait à peu près où se situe son trou, mais elle ne peut pas prévoir tous les obstacles qui l'en séparent. Elle doit constamment adapter sa route aux difficultés qu'elle rencontre et souvent contourner des barrières infranchissables. Ses horizons sont très proches, si bien qu'elle ne peut tenir compte d'un obstacle que lorsqu'elle se trouve devant. Elle fait alors des tentatives pour le gravir ou le contourner, sans se soucier beaucoup des obstacles futurs. Il est facile de la piéger et de l'astreindre à de lointains détours.

Interprété comme une figure géométrique, l'itinéraire de la fourmi est irrégulier, complexe, difficile à décrire. Mais sa complexité est celle de la surface de la plage et non pas celle de la fourmi elle-même. Sur la même plage, toute autre petite créature, ayant son gîte au même endroit, a des chances de suivre un chemin très similaire à celui de notre fourmi.

Il y a quelques années, Grey Walter construisit une « tortue » électromécanique capable d'explorer une surface et de rechercher périodiquement son nid, où ses batteries étaient rechargées. Plus récemment, des automates capables de poursuivre des buts donnés ont été construits dans plusieurs laboratoires, en particulier celui du Professeur Marvin Minsky à Cambridge (Massachusetts). Supposons que nous ayons à concevoir un tel automate, en lui donnant la taille approximative d'une fourmi, des moyens de locomotions similaires et une acuité sensorielle comparable. Supposons en outre que nous le dotions de quelques facultés d'adaptation des plus simples : lorsqu'il sera placé devant une rampe abrupte, essayer de l'escalader obliquement ; lorsqu'il sera placé devant un obstacle infranchissable, essayer de le contourner, etc. (Sauf peut-être en ce qui concerne les problèmes liés à la miniaturisation des composants, il est aujourd'hui techniquement possible de dessiner et de construire un tel automate.) Quelle différence observerait-on entre son comportement et le comportement de la fourmi ?

Ces spéculations suggèrent une hypothèse, hypothèse que l'on pourrait d'ailleurs considérer comme un corollaire de notre discussion antérieure sur les objets artificiels :

*La fourmi considérée comme un système animé, est un être relativement simple. L'apparente complexité des évolutions de son comportement est pour une grande part le reflet de la complexité de l'environnement dans lequel elle se trouve.*

Nous pourrions tenir cette hypothèse pour plausible ou non au départ. C'est une hypothèse empirique, qui sera vérifiée si le fait de doter le système adaptatif de la fourmi de propriétés des plus simples nous permet de rendre compte de son comportement dans l'environnement considéré, ou dans un environnement similaire. Ainsi que nous en avons longuement débattu dans le chapitre précédent, la vérité ou l'erreur de cette hypothèse ne dépend pas du fait que la fourmi — considérée à une échelle plus microscopique — soit un système simple ou complexe. Au niveau des cellules ou des molécules, les fourmis sont effectivement complexes. Mais ces détails microscopiques de leur environnement interne n'affectent pratiquement pas le comportement des fourmis dans leur relation avec leur environnement externe. C'est pourquoi un automate, bien que totalement différent au niveau microscopique peut néanmoins simuler le comportement global d'une fourmi.

Dans ce chapitre, je me propose d'explorer cette hypothèse, mais en substituant au mot « fourmi », le mot « homme ».

*Un homme, considéré comme un système animé, est relativement simple. L'apparente complexité des évolutions de son comportement est, pour une grande part, le reflet de la complexité de l'environnement dans lequel il se trouve.*

**DOCUMENT 10**

## 1) Injonction contradictoire, injonction paradoxale



Photo : San José Mercuri-News

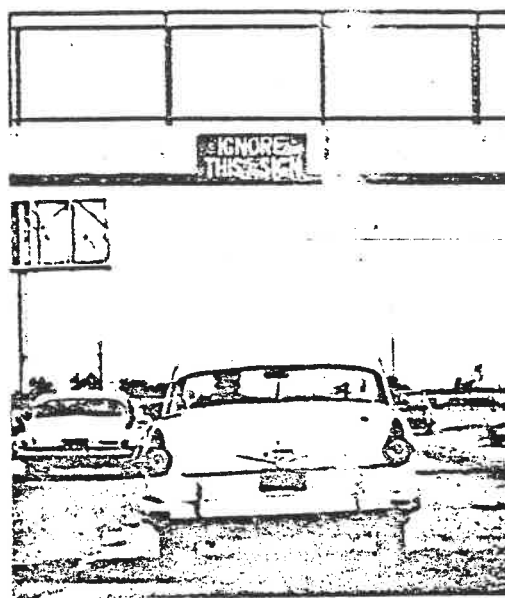


Photo : Baron Wolman.

1

2

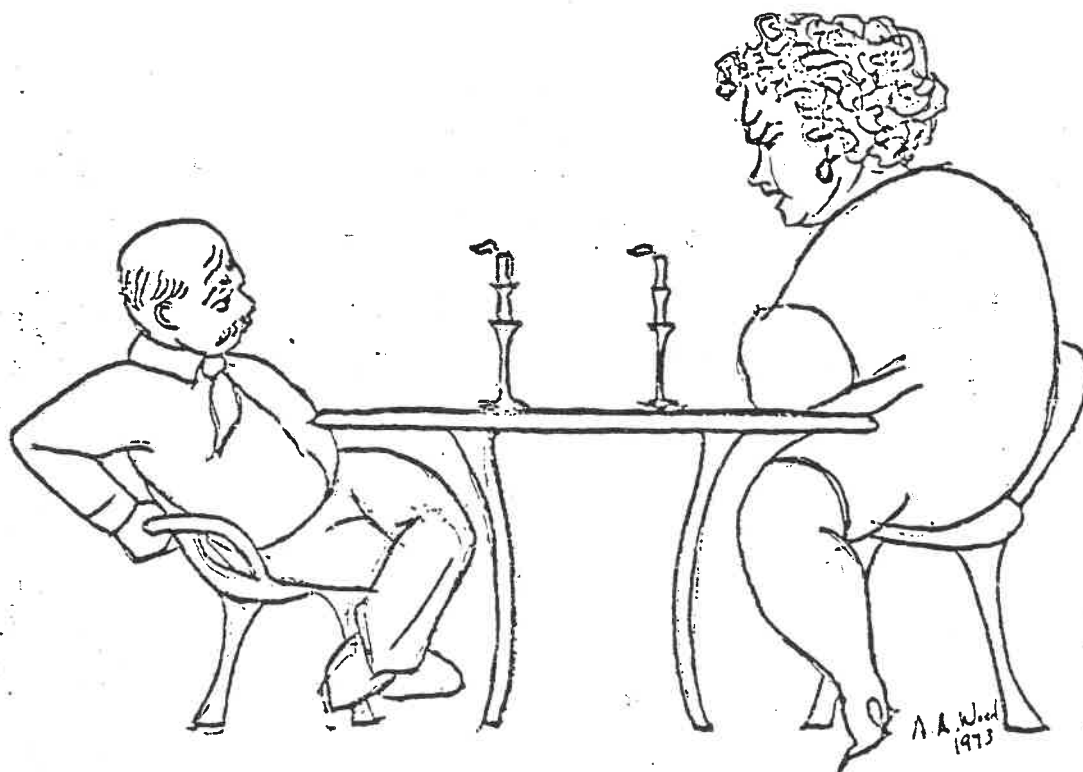
*Signaux représentant respectivement la contradiction et le paradoxe.*

*Fig. 1 : « STOP »; en-dessous : « Interdiction de stationner. »*

*Fig. 2 : dans le panneau : « Ne pas tenir compte de ce signal. »*

Les deux injonctions de la figure 1 sont une simple contradiction. On ne peut donc obéir qu'à l'une d'entre elles. Le signal de la figure 2 (mauvaise plaisanterie, pensons-nous), crée un véritable paradoxe parce qu'il porte sur lui-même. Pour obéir à l'injonction de ne pas en tenir compte, il faut commencer par le remarquer. Mais l'acte même de le remarquer constitue une désobéissance à l'injonction elle-même. On ne peut donc obéir au signal qu'en lui désobéissant, et on lui désobéit en lui obéissant (cf. § 6-434 sur la différence entre simples contradictions et paradoxes).

## 2) Situation paradoxale



*Figure 4. J'ai vraiment été idiot de t'épouser. Je croyais pouvoir faire de toi un homme!*