

Modéliser au collège : quels obstacles ?

Cécile BEZARD-FALGAS⁴⁵

IREM de Caen

Loïc COULOMBEL⁴⁶

IREM de Caen

Résumé. À partir de situations travaillées en classe et des productions des élèves qui les accompagnent, nous nous sommes intéressés à différents obstacles que les professeurs et les élèves du collège peuvent rencontrer lorsqu'ils sont confrontés à la compétence modéliser. Nous avons questionné le schéma du cycle de la modélisation de Blum et Leiss (2005), en particulier dans les phases de mathématisation horizontale (passer d'un problème « réel » à un problème mathématique) et de mathématisation verticale (recherche du modèle). L'objectif de cet atelier est de rendre compte des réflexions issues de ces questionnements à partir de situations proposées en classe sur diverses notions, et de certaines productions d'élèves qui peuvent être analysées à l'aide d'outils didactiques issus de la théorie anthropologique du didactique et de la théorie des situations didactiques.

Mots-clés. Modéliser, collège, compétences, obstacles, productions d'élèves.

Abstract. Based on situations worked on in class and the accompanying student productions, we have looked at the various obstacles that middle school teachers and students may encounter when confronted with the skill of modeling. We questioned Blum and Leiss's (2005) schema of the modeling cycle, particularly in the phases of horizontal mathematization (moving from a "real" problem to a mathematical one) and vertical mathematization (search for the model). The aim of this workshop is to report on reflections raised by these questions based on classroom situations involving different concepts, and on certain student productions that can be analyzed using didactic tools derived from the anthropological theory of didactics and the theory of didactic situations.

Keywords. Model, middle school, skills, obstacles, students' productions.

Resumen. A partir de situaciones trabajadas en clase y de las producciones de los alumnos que las acompañan, nos hemos interesado por diferentes obstáculos que los profesores y los alumnos de enseñanza secundaria pueden encontrar cuando se enfrentan a la competencia de modelar. Hemos cuestionado el esquema del ciclo de modelización de Blum y Leiss (2005), especialmente en las fases de matematización horizontal (pasar de un problema "real" a un problema matemático) y de matematización vertical (búsqueda del modelo). El objetivo de este taller es dar cuenta de las reflexiones surgidas a partir de estos cuestionamientos, a partir de situaciones propuestas en clase sobre diversos conceptos, y de algunas producciones de los alumnos que pueden ser analizadas utilizando herramientas didácticas derivadas de la teoría antropológica de la didáctica y de la teoría de las situaciones didácticas.

Palabras clave. palabra clave, palabra clave, palabra clave, palabra clave, palabra clave.

Introduction

Il y a plus de vingt ans Girard (1999) se posait déjà la question de savoir si les enseignants de mathématiques doivent enseigner la modélisation ou seulement les modèles. La question de la modélisation en tant qu'objet d'enseignement, Alain Kuzniak et ses collègues se la posaient aussi en 2011 dans « La modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Mise en perspective critique » (Kuzniak & Vivier, 2011).

Dans la perspective du colloque, nous avons interrogé nos pratiques et pour cela nous avons questionné le schéma du cycle de la modélisation de Blum et Leiss (2005), en particulier dans les

⁴⁵ e-mail

⁴⁶ e-mail

phases de mathématisation horizontale (passer d'un problème « réel » à un problème mathématique) et de mathématisation verticale (recherche du modèle).

Figure 1 : Un cycle de modélisation et ses sept étapes (Blum & Leiß, 2005)

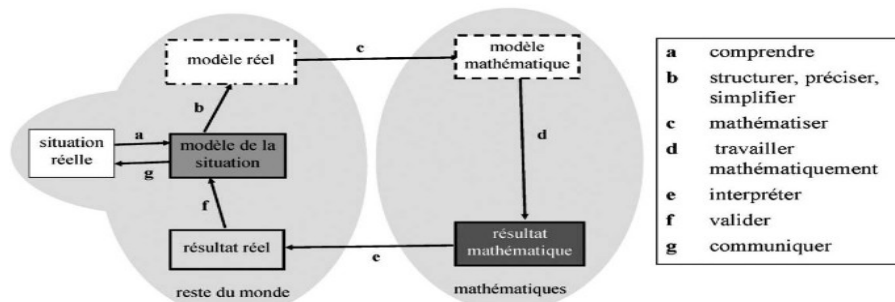


Figure 15: Cycle de modélisation de Blum & Leiss

Nous avons utilisé ce schéma tel que complété par Sonia Yvain-Prebiski dans sa thèse (2018) en y intégrant les phases de mathématisation horizontale et verticale.

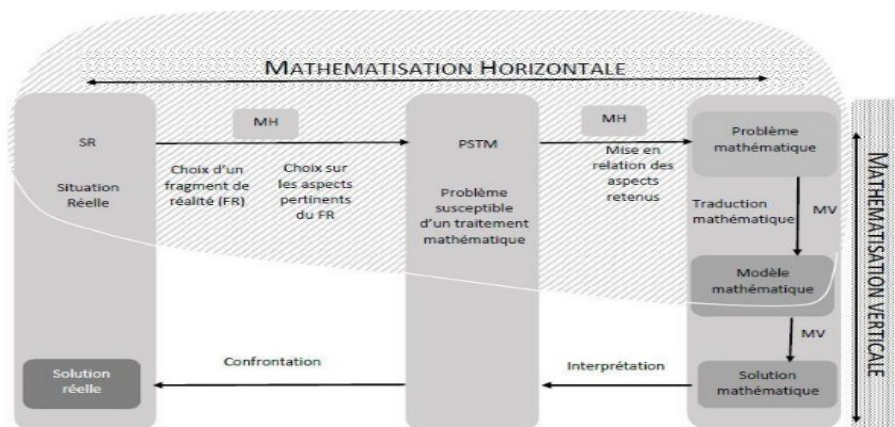


Figure 16: Complément de Yvain-Prebiski (2018)

Yvain-Prebiski (2018, p,79) définit la mathématisation horizontale comme relevant du choix d'un fragment de réalité, de l'identification et du choix de certains aspects de ce fragment de réalité susceptibles de relever d'un traitement mathématique puis de leur mise en relation en vue de construire un modèle mathématique et la mathématisation verticale comme relevant du travail mathématique à l'intérieur « du monde des symboles », c'est-à-dire du traitement mathématique d'un problème mathématique.

A partir de ces schémas et de ces définitions nous nous sommes posé quelques questions.

- Comment l'enseignant peut-il choisir une situation « réelle » pour laquelle tous les élèves peuvent se mettre en activité ?
- Quelles difficultés rencontrent les élèves du collège lorsqu'ils sont placés dans une situation « réelle » (mathématisation horizontale) ?
- Est-ce que modéliser (mathématisation horizontale et verticale) n'est pas aussi une occasion pour l'enseignant de donner du sens à la construction d'un modèle ?
- Est-il nécessaire que les élèves maîtrisent les modèles (mathématisation verticale) pour les placer dans une situation de modélisation ?
- Est-il possible pour l'enseignant de penser un parcours d'apprentissage-enseignement de la modélisation au collège ?

L'objectif de ce texte est de rendre compte des réflexions issues de ces questionnements à partir de situations proposées en classe sur diverses notions, et de certaines productions d'élèves qui ont été analysées. Nous tenterons de répondre à ces questions en regardant comment chacune de ces situations s'insère dans les schémas présentés ci-dessus et nous chercherons à comprendre ce qu'elles nous en disent. Notons cependant que les situations n'ont pas été construites à partir de ces schémas de la modélisation.

1. Des situations pour travailler la mathématisation horizontale

Dans le schéma de Yvain-Prebiski (2018) le premier passage à l'intérieur de la mathématisation horizontale est le choix d'un fragment de réalité. Dans sa thèse, elle cherche à proposer des outils afin que ce choix de fragment de réalité soit dévolu aux élèves. Cependant, au collège la dévotion aux élèves du choix de fragment de réalité nous paraît relativement complexe.

1.1. « La rumeur »

La situation « la rumeur » vécue en classe de 4ème nous paraît en être une illustration. Cette situation a été présentée lors de l'atelier et en voici le déroulé proposé par l'animateur :

- Au temps 0, je décide de lancer une rumeur qui sera matérialisée par un papier. Avoir un papier signifie être au courant de la rumeur.
- Au temps 1, je mets au courant trois personnes de la rumeur en leur distribuant un papier jaune.
- Au temps 2, les trois personnes qui viennent d'apprendre la rumeur vont à leur tour mettre trois nouvelles personnes au courant en leur distribuant un papier bleu.
- Au temps 3, les trois personnes qui viennent d'apprendre la rumeur vont à leur tour l'apprendre à 3 nouvelles personnes en leur distribuant un papier vert.
- Combien de personnes sont mises au courant au temps 3 ?

A propos du milieu dans lequel sont installés les élèves, plusieurs participants ont évoqué la distance avec le réel, la situation étant à leurs yeux trop éloignée de la réalité. Nous avons précisé qu'il s'agissait d'un milieu pseudo-réel. Selon nous, la réalité a trop de contraintes qui rendraient le travail de l'élève trop compliqué au vu de l'objectif visé, construire le sens de la puissance pour des élèves de 4ème. Cet écart entre la réalité et la situation proposée est discuté avec les élèves en classe : ils s'accordent rapidement sur le fait que la propagation d'une rumeur ne répond pas à une règle mathématique.

Selon nous, le choix de cette pseudo-réalité effectué par le professeur et discuté avec les élèves permet à tous les élèves de rentrer dans l'activité (tous proposent un résultat) et à ceux qui utilisent le modèle additif d'en comprendre l'inefficacité. L'utilisation du matériel (papiers de couleurs) permet l'autocontrôle et la rétroaction. La situation est vécue une seconde fois par les élèves avec comptage des papiers verts à l'issue de l'expérience (retour au monde pseudo-réel). Le cycle de la modélisation est à notre sens enclenché et va continuer à fonctionner avec la même situation mais avec 4 personnes mises au courant à chaque temps (« La rumeur par 4 ») puis 5 personnes puis 6... C'est à partir des écrits d'élèves sur lesquels apparaissent des produits de plusieurs fois le même facteur que la notion de puissance va être abordée.

La situation réelle de la rumeur capte l'attention de tous les élèves, le passage au fragment de pseudo-réalité qui permet d'obtenir un problème susceptible d'un traitement mathématique est à la charge du professeur car trop complexe pour des élèves de cycle 4. Les élèves doivent mobiliser un modèle de multiplications itérées.

1.2. « Le château de cartes »

La situation du château de cartes a été, dans un premier temps, proposée aux élèves à partir d'un support qui correspondait à un problème susceptible d'un traitement mathématique. Aucune situation réelle correspondante ne leur était montrée.

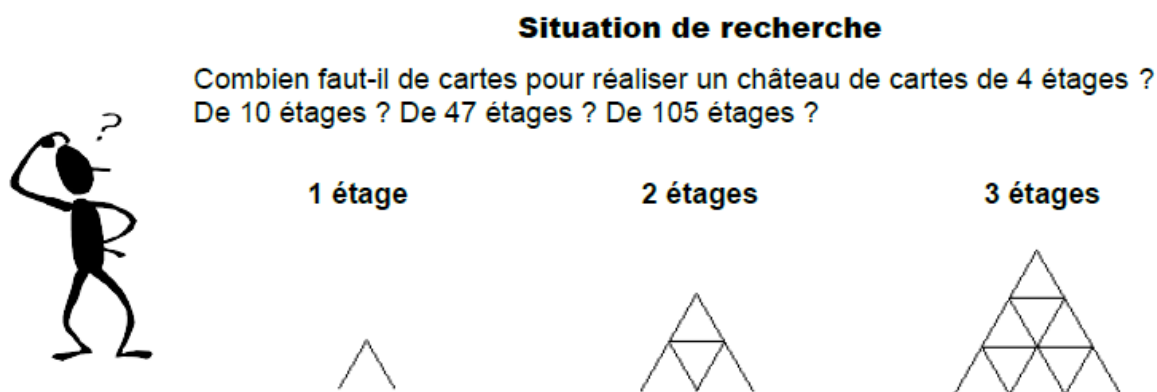


Figure 17 : Problème donné initialement

Nous avons alors constaté que tous les élèves ne réussissaient pas à se mettre en activité, ne comprenant pas les représentations qui leur étaient imposées. Le professeur a donc cherché une situation réelle pour permettre au cycle de la modélisation d'être déclenché dès le départ.

De la même façon la situation est proposée dans l'atelier comme elle peut l'être en classe.

Une vidéo⁴⁷ récupérée sur Youtube est visionnée par les participants. On peut y voir un homme qui construit un château de cartes de 6 étages. Il faut noter que le numéro des étages apparaît dans la vidéo.

Il est demandé aux élèves de représenter la situation. Nous avons pu observer que les productions obtenues lors de l'atelier sont identiques à celles obtenues en classe. Les élèves ont fait deux types de représentation. L'une est correcte, l'autre ne l'est pas car des cartes sont représentées à la place de la table qui sert de support.



Figure 18: Une image de la vidéo.

La représentation de la situation par les élèves permet de passer de la situation réelle à un problème susceptible d'un traitement mathématique. La représentation peut être vue comme un choix d'un fragment de réalité et de ses aspects pertinents.

Il est ensuite demandé aux élèves de calculer le nombre de cartes pour un château de cinq étages. Cette étape vise la dévolution du problème. Lorsque la réponse est validée, on demande de

⁴⁷ <https://www.youtube.com/watch?v=XsLW48hX4o4>

calculer le nombre de cartes pour un château de cartes de dix étages, puis toujours après validation de quarante-sept étages et enfin de cent cinq étages.

La recherche du nombre de cartes du château de cinq et dix étages permet aux élèves de mettre en relation des aspects retenus et de pouvoir entrer dans la mathématisation verticale, c'est-à-dire de chercher un procédé permettant de calculer le nombre de cartes. (figure 5)

Pour un château à 5 étages:

J'ai schématisé le château en remplaçant chaque carte par un triangle
 J'ai numéroté les cartes de chaque étage (vertical) séparément des cartes à l'horizontal qui séparent les étages sauf au dernier étage où il n'y en a pas.

Schéma:

Calculs:
 $2+4+6+8+10+1+2+3+4 = 40$ cartes

Le château de cartes à 5 étages comporte 40 cartes.

Figure 19: Calcul séparant les cartes horizontales et verticales

Certains élèves passent de la mathématisation horizontale à la mathématisation verticale après le château de cinq étages en pensant au modèle de la proportionnalité. C'est en faisant fonctionner le modèle dans sa totalité avec la confrontation à la situation réelle que les élèves prennent conscience de l'inefficacité du modèle choisi. Un des objectifs d'enseignement est ici de les amener à avoir un regard critique sur les modèles qu'ils utilisent.

Le saut dans la variable didactique du numéro de l'étape disqualifie le comptage. Des élèves cherchent à utiliser un modèle algébrique non maîtrisé à ce moment de l'année (figure 6). D'autres élèves cherchent un modèle algorithmique (le tableur) qui sera développé dans la suite de l'activité. La situation permet de donner du sens à ces modèles sans que les élèves ne les maîtrisent complètement.

Nombre d'étages	Nombre de cartes	Nombre de cartes horizontales
1	2	
2	7	5
3	15	8
4	26	11
5	40	14
x	?	?

Figure 20: Production d'un élève

Mais il faudrait ~~calculer~~
 faire ça 47 fois !! Et puis
 105 !!! ça fait trop!
 Donc pour ça il faudrait
 trouver une expression
 algébrique pour résoudre
 ma stratégie ci-dessous
 et le tableau ci-dessous.

Quelques élèves (figure 7) ont pu réinvestir une activité précédente et utiliser un modèle algébrique qu'ils pourront ensuite présenter à la classe et qui pourra être discuté.

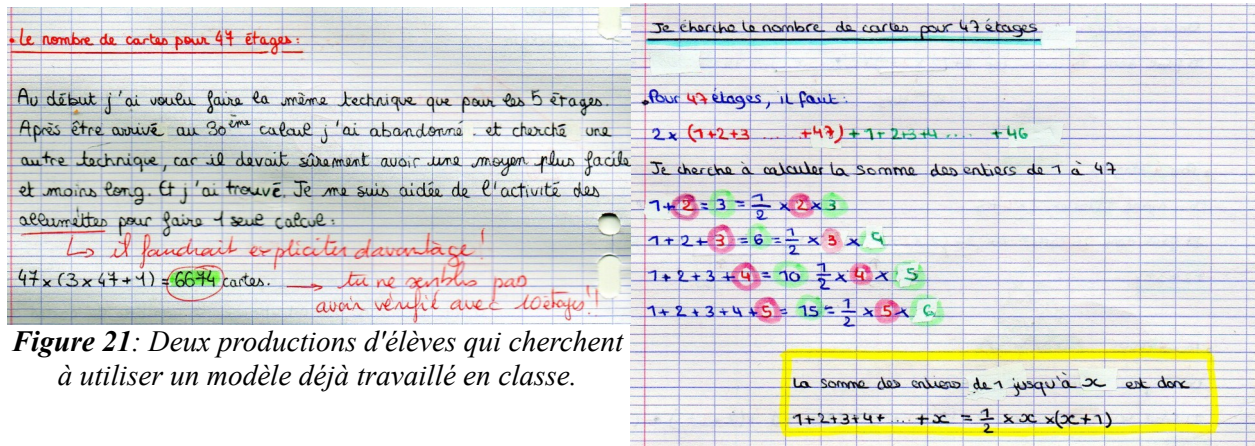


Figure 21: Deux productions d'élèves qui cherchent à utiliser un modèle déjà travaillé en classe.

1.3. « Les dés du diable »

C'est une situation de jeu inspirée d'un document de l'académie de Nantes (TraAm ; 2019-2020) qui est lui-même inspiré d'une vidéo⁴⁸ de Bernard Delyon, chercheur au centre Henri Lebesgue (2016).

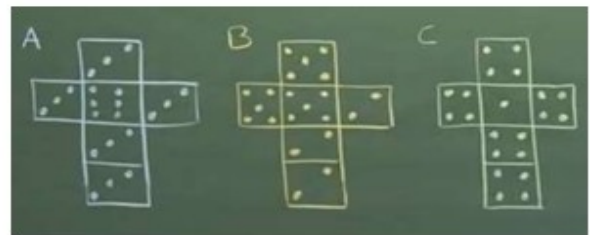


Figure 22: Les dés du diable

La règle du jeu est la suivante : « un joueur choisit un dé, le second joueur choisit un des deux dés restants ; les deux joueurs lancent leur dé et le vainqueur est celui qui a le plus grand résultat ».

La consigne donnée à des élèves de 3ème est : « tu joues contre un élève de la classe, tu as envie de gagner, quelle est ta stratégie ? » Dans cette activité, qui est selon nous une situation réelle, les élèves n'ont pas de modèle à leur disposition. Ils donnent d'abord des réponses intuitives, assez courtes, plutôt non argumentées.

Ils sont ensuite mis en situation par deux avec les trois dés et la pratique du jeu va leur permettre d'approfondir leur réflexion notamment en prenant conscience que, pour chaque dé, la victoire dépend du dé contre lequel on joue.

Se posent alors les questions du choix d'un fragment de réalité et du choix de ses aspects pertinents. Ce sont les productions d'élèves qui amènent l'enseignant à proposer une étude plus restreinte : qui gagne entre le dé A et le dé B ?

En effet, certains élèves restent dans l'expérience du jeu avec des propositions en relation avec ce qu'ils ont vécu (« Le dé C gagne majoritairement contre le dé A »). Ils se placent alors sans le savoir dans le modèle fréquentiste. D'autres commencent à se placer dans le modèle probabiliste avec des propositions du type « Le dé B a 3 chances sur 6 de gagner ». Après discussion autour de ces nouvelles productions, les élèves ne réussissent pas à se mettre d'accord sur la stratégie à adopter avec les dés A et B.

Le professeur propose alors une nouvelle consigne pour les amener à explorer le modèle probabiliste : « Combien y a-t-il de chances d'obtenir 3 et 2 avec les dés A et B ? ». A ce stade le professeur propose un problème susceptible d'un traitement mathématique (cycle de Yvain-Prébiski). Les élèves trouvent sans difficulté (« parce que ça se voit » disent-ils) qu'il y a 5

⁴⁸https://www.youtube.com/watch?v=LbGTGZ_Gm44

chances sur 6 d'obtenir 3 avec le dé A et 3 chances sur 6 d'obtenir 2 avec le dé B mais ils sont face à une difficulté pour répondre à la consigne. Cette gestion de l'activité amène les élèves à entrer dans la mathématisation verticale à ce moment.

Différentes solutions pour le nombre de chances d'obtenir 3 et 2 en même temps sont proposées et trois modèles sont utilisés : la moyenne avec la réponse « 4 chances sur 6 », la multiplication avec « 15 chances sur 36 » et l'addition avec « 8 chances sur 12 ». Pour valider ou invalider ces réponses, les élèves disent, comme pour les cas jugés faciles, « que ça se voit ». Les élèves ont alors besoin de passer par une représentation de la situation pour évaluer les modèles et valider le produit des probabilités. La représentation à leur disposition est le tableau à double-entrée (qui est objet d'enseignement dès la 6ème), l'arbre des possibles n'ayant pas encore été abordé et n'apparaissant jamais de manière intuitive dans les productions (cette activité sera d'ailleurs l'occasion d'introduire cette représentation). La lecture des tableaux, comme représentation du monde réel, permet alors de confronter les solutions issues des modèles, d'en valider une et de conclure sur la stratégie à adopter pour jouer.

Pour finir, un retour sur les expériences avec les dés permet de confronter le modèle fréquentiste avec le modèle probabiliste, tous les deux en construction. Cette situation a permis aux élèves de vivre le cycle de modélisation dans son intégralité sans qu'ils aient la maîtrise du modèle visé. Elle permet ainsi de lui donner du sens.

2. Des situations pour travailler la mathématisation verticale

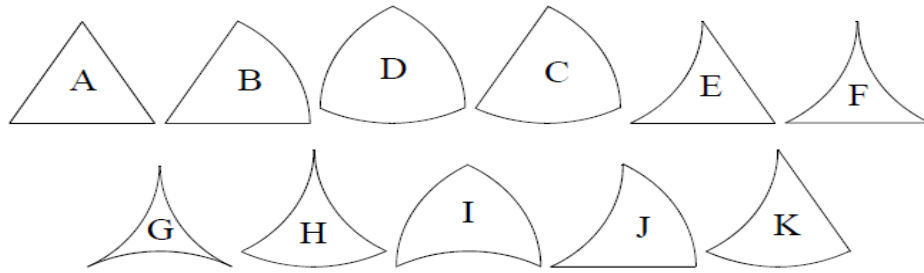
Les situations précédentes peuvent être perçues comme des situations-problèmes et l'on pourrait aussi analyser plus finement la mathématisation verticale correspondante. Mais nous proposons de regarder cette mathématisation verticale sur de nouvelles situations qui ne sont pas des situations réelles mais qui sont dès le départ des situations mathématiques. Il s'agit alors d'une modélisation interne aux mathématiques.

2.1. « Les curvicas triangulaires »

Dans ce problème (figure 9), il s'agit ici de comparer des grandeurs. Pour l'aire, on attend un recours à l'inclusion et au découpage-recollement : un calcul algébrique permet alors d'évaluer toutes les aires en fonction de celles du triangle et de la lunule. Pour le périmètre, une évaluation en deux unités, la longueur d'un bord droit et longueur d'un bord courbe avec, de plus, l'hypothèse qu'un bord courbe est plus long qu'un bord droit, permet de classer les périmètres.

Cette situation est donnée en classe de 4ème. Elle est gérée en deux temps. On prévoit un premier temps individuel d'une heure à l'issue duquel les productions sont ramassées. Les productions sont analysées pour constituer des groupes pour un deuxième temps pendant lequel les élèves se mettent d'accord sur les stratégies et les réponses à donner. Les groupes sont constitués pour qu'il y ait une hétérogénéité des stratégies dans chacun des groupes afin de permettre des débats. Les productions des groupes sont aussi ramassées et analysées pour être montrées aux élèves.

Les pièces du Curvica Triangulaire s'obtiennent à partir d'un triangle équilatéral dont on peut choisir de creuser, bomber ou laisser en l'état chaque côté :



Classer ces pièces dans l'ordre croissant de leurs périmètres, puis dans l'ordre croissant de leurs aires.

Figure 23: Texte du problème inspiré de Fromentin (1982).

Quelle traduction mathématique les élèves font-ils du problème posé ?

Pendant le premier temps individuel, une grande partie des élèves cherchent à calculer l'aire et le périmètre des figures. Ils utilisent d'abord un modèle calculatoire à partir de formules apprises les années précédentes avant de reconnaître que ce modèle n'est pas pertinent ici. Pour quasiment tous les élèves une situation concernant les aires et les périmètres mobilise nécessairement un modèle calculatoire. Un des objectifs de la situation est de rompre avec cette traduction. Il est à noter que certains élèves réussissent à donner une estimation du périmètre de chacune des figures mais ils sont beaucoup plus en difficulté pour en calculer l'aire.

Une fois que les élèves ont compris que les calculs des deux grandeurs sont trop difficiles pour eux, ils se mettent à chercher d'autres modèles.

Le modèle le plus utilisé par les élèves est la comparaison des aires à partir des surfaces en observant qu'un côté bombé donne une aire plus grande qu'un côté droit ou creusé (Figure 9). Pour les périmètres, ils les comparent à partir de la définition du périmètre en prenant conscience que la longueur d'un côté droit est inférieure à celle d'un côté creusé ou bombé.

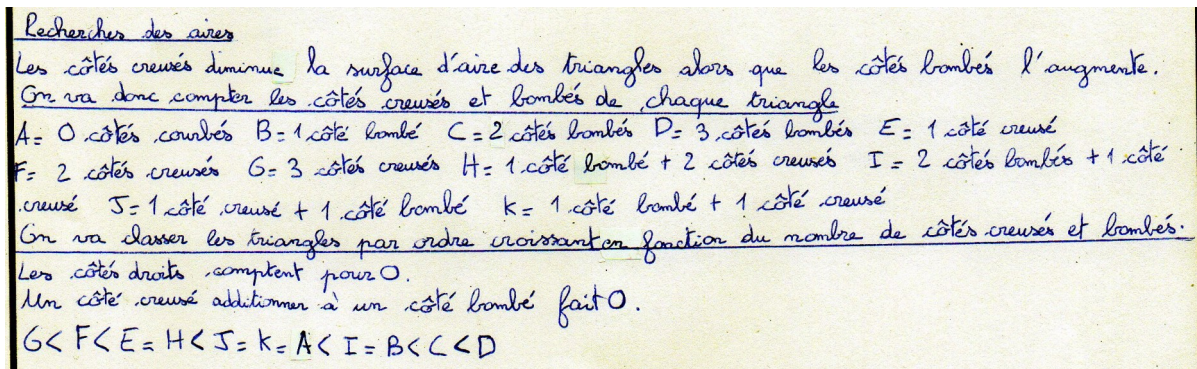


Figure 24: Compensation des côtés bombés et creux pour l'aire

Dans certaines productions (figure 10), les élèves donnent une valeur numérique aux différents côtés puis effectuent des opérations pour obtenir un résultat pour les grandeurs aire et périmètre. Ils se rapprochent ainsi de leur premier modèle calculatoire.

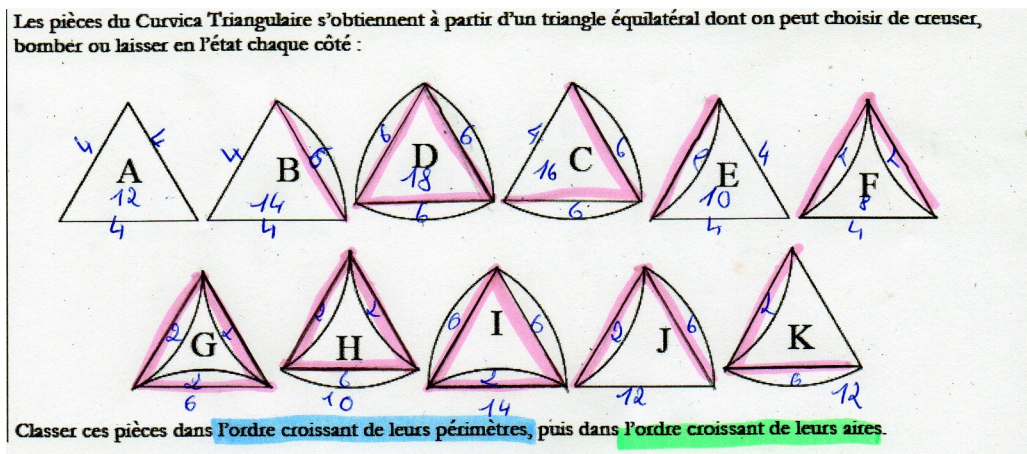


Figure 25: Production d'un élève avec des codages entiers.

Dans d'autres productions (figure 11), on retrouve la même stratégie mais des nombres relatifs sont utilisés pour les côtés bombés et creusés afin de comparer les aires. La valeur zéro est alors donnée au côté droit.

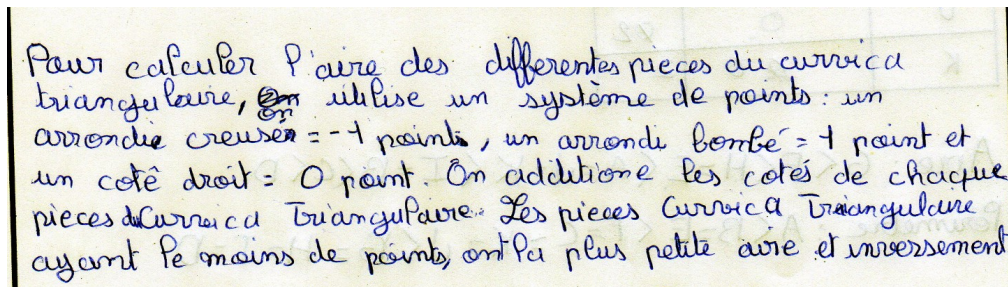


Figure 26: Production d'un autre élève avec des relatifs.

Cette situation est clairement à placer dans les cycles au niveau de la mathématisation verticale. Les élèves travaillent sur des figures géométriques qu'ils ne connaissent pas mais qu'ils cherchent à intégrer dans un cadre mathématique : ils proposent et choisissent des modèles. Ils cherchent à utiliser les modèles qu'ils connaissent, avant de prendre conscience de l'inefficacité de certains et peuvent nous surprendre en utilisant des modèles inattendus et performants pour cette situation particulière, mais qui échoueraient dans d'autres cas.

« Démontrer qu'on obtient toujours 6 »

Cette situation est donnée en classe de 4ème comme situation diagnostique pour le parcours d'apprentissage-enseignement de l'algèbre à ce niveau.

Choisir un nombre, ajouter 3 à ce nombre, multiplier le résultat par 2 et enfin retrancher le double du nombre choisi au départ.
Démontrer que l'on obtient toujours 6 comme résultat final quel que soit le nombre choisi au départ.

Les productions des élèves nous montrent les différents paliers d'apprentissage mais aussi les différentes compétences mobilisées. La consigne demande de démontrer que l'on obtient toujours 6, il est donc attendu que les élèves mobilisent le modèle algébrique. Mais ce modèle est encore en construction pour une grande majorité d'élèves de 4ème.

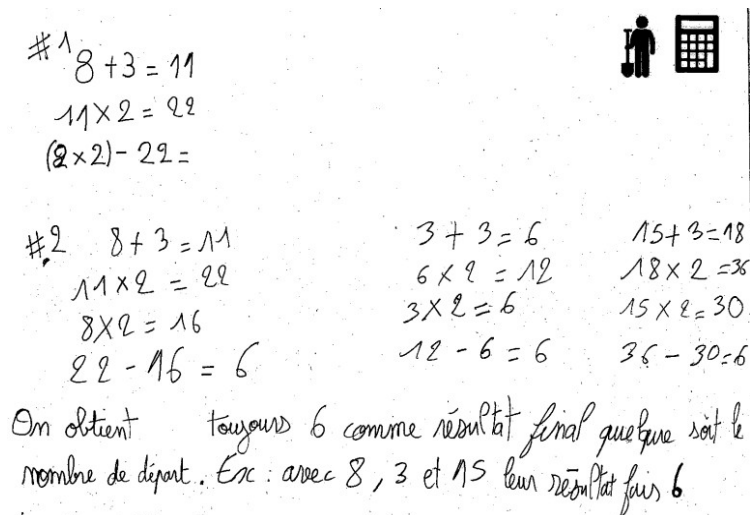


Figure 27: Production d'un élève qui indique les calculs pas à pas.

Certains élèves utilisent des exemples pour démontrer. Parmi les productions, certaines diffèrent par les écritures mathématiques des calculs. La compétence « Représenter » est mobilisée dans ces productions mais elle n'est maîtrisée que pour certains (figure 14), d'autres effectuant les calculs pas à pas (figure 13). Cette présentation des calculs est un palier d'apprentissage important et son absence est un véritable obstacle à l'écriture d'expressions algébriques.

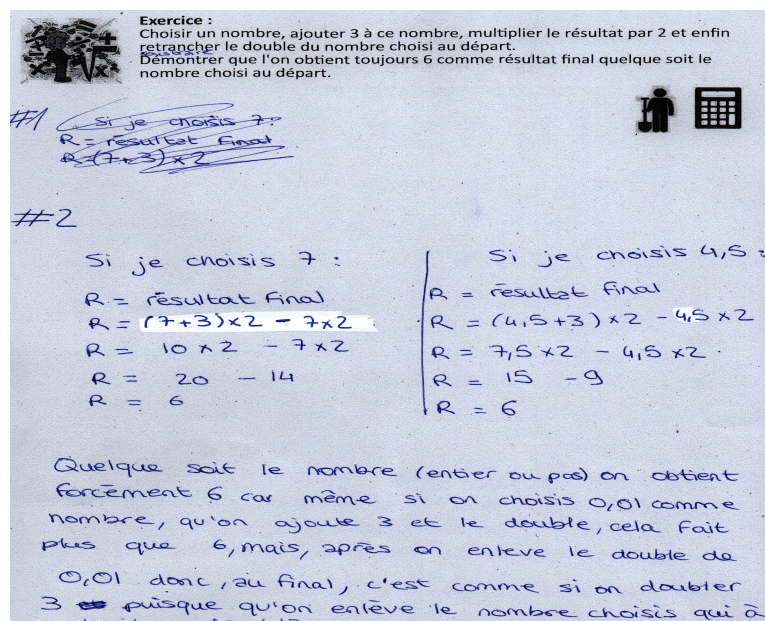


Figure 28: Production d'un élève qui élabore un raisonnement

Ces élèves sentent qu'il existe une raison – le mot « logique » est certaines fois utilisé. Ils essayent d'expliquer cette « logique » avec leurs mots, ce qui rend la compréhension difficile. Par exemple, la démarche présentée après les calculs dans la figure 14 relève de ce que Balacheff (2019) appelle exemple générique. Les élèves mobilisent ici la compétence « Reasonner ».

On peut voir à travers ces différentes productions que la compétence « Modéliser » est la compétence experte, elle ne peut être mobilisée que si les autres compétences le sont aussi.

On peut voir aussi qu'il est possible de faire travailler les élèves sur ces compétences sans qu'ils maîtrisent complètement les modèles attendus. Il nous semble que ce travail sur les productions permet de donner du sens au modèle à construire.

3. Modéliser au collège à l'aide de modèles déjà construits

Les propriétés de Pythagore et de Thalès, et la trigonométrie, permettent de travailler plus particulièrement la compétence « Modéliser ». Ces connaissances, une fois construites, peuvent être mobilisées dans des situations « réelles » ou « pseudo-réelles ». Un travail est proposé en classe pour différencier trois types de situations :

- des situations réelles que les élèves vont devoir apprendre à représenter pour effectuer des choix de fragments de réalité,
- des situations à partir d'une configuration géométrique de base,
- des situations à partir d'une figure complexe, composée de plusieurs configurations de base.

Une configuration de base est une figure géométrique correspondant à un savoir travaillé en classe. Par exemple le triangle rectangle pour le théorème de Pythagore (Figure 15).

Un travail régulier doit être fait en classe pour que les élèves lient les propriétés géométriques à leur configuration de base. Ce travail permet aux élèves d'acquérir une praxéologie qu'ils peuvent mobiliser lorsqu'ils sont confrontés à une figure complexe.

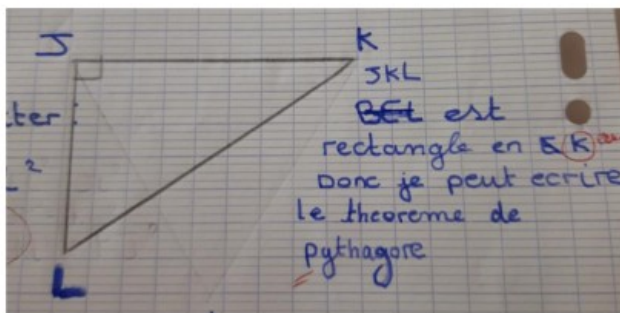


Figure 29: Exemple de configuration de base

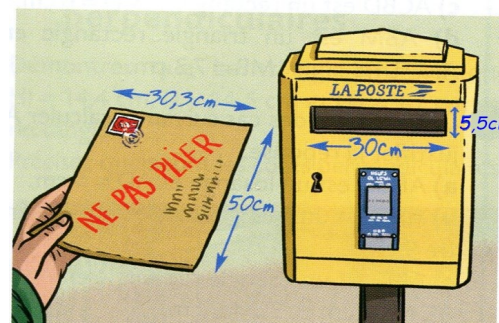


Figure 30: La boîte aux lettres

Voici deux situations réelles (Figure 16 et Figure 17) données dans nos classes et qui permettent de travailler la compétences « modéliser » après que les modèles ont été construits.

- Alice veut installer un panier de basket sur un mur à 3,05m de haut.
 Elle utilise une échelle pour pouvoir fixer son panier.
 Si l'angle entre l'échelle et le sol est inférieur à 45° , l'échelle risque de glisser.
 Alice prend-elle des risques en posant l'échelle à 2,5m du mur ? Justifie ta réponse.

Figure 31: Le panier de basket

Ces situations amènent les élèves à des représentations qui peuvent s'apparenter à des configurations de base ou des figures complexes.

Voici deux exemples (figures 18 et 19) de figures complexes données par les enseignants.

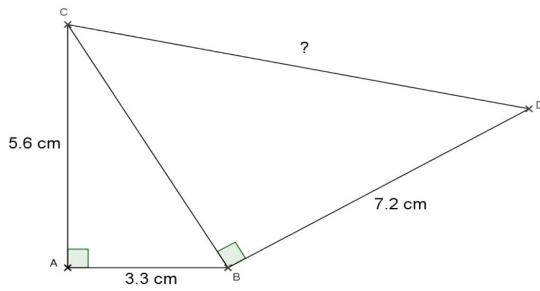


Figure 32: Figure complexe utilisant Pythagore

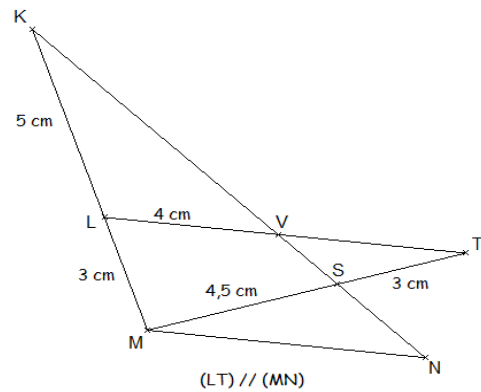


Figure 33: Figure complexe utilisant Thalès

Voici deux exemples (Figure 20) de figures complexes créées par les élèves pour travailler la propriété de Pythagore à partir de la consigne suivante : « créer une figure complexe à partir de laquelle il sera possible d’extraire une ou plusieurs des configurations de base de la propriété de Pythagore ».

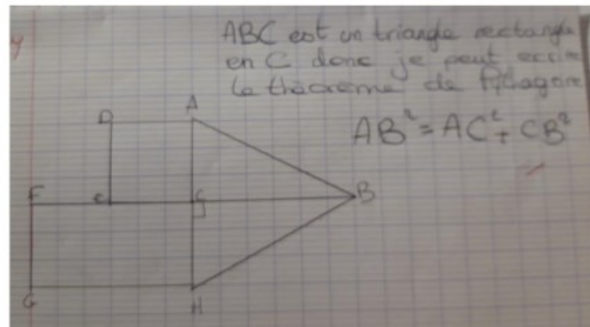
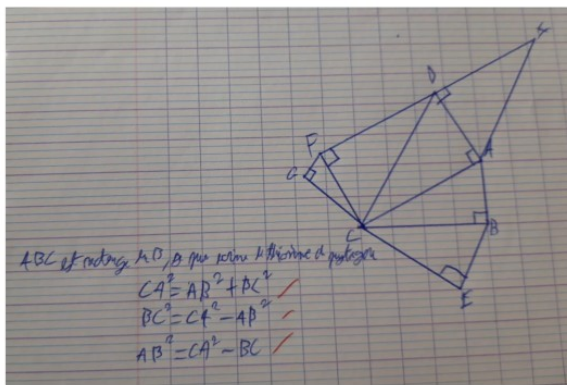


Figure 34: Exemples de figures complexes produites par les élèves

Représenter une situation réelle puis en extraire une configuration de base c’est faire un choix pertinent à partir du fragment de réalité choisi. C’est l’apprentissage d’une praxéologie qui nécessite d’être travaillé dans un parcours d’apprentissage-enseignement.

Ces connaissances (propriétés de Pythagore et de Thalès, trigonométrie ...) donnent l’occasion de faire ce travail plusieurs fois au cycle 4 afin de maîtriser davantage les compétences mathématiques.

Conclusion

Nous rappelons que les situations présentées dans ces actes n’ont pas été construites à partir du cadre didactique utilisé dans cet article. Il nous a semblé intéressant de confronter les cadres de modélisation présentés en introduction à nos situations pour lesquelles la modélisation n’est pas un objectif principal d’apprentissage. Nous avons cherché à comprendre où chacune de ces situations peuvent se placer dans ces cadres et de mieux comprendre leur impact dans un travail plus large sur la modélisation.

Nous pouvons ainsi situer les situations propres à notre travail dans un cycle inspiré des références théoriques présentées dans l’introduction (figure 21).

Les situations proposées dans cet article et lors de l'atelier nous permettent d'esquisser quelques réponses aux questions posées en introduction.

« La rumeur », « le château de cartes » et « les dés du diable » nous montrent que la dévolution de la situation aux élèves peut être difficile car le choix de fragments de réalité et le choix de sa pertinence sont complexes pour des élèves de cycle 4. La situation réelle de la rumeur est trop complexe pour être entièrement dévolue aux élèves. Celle du jeu de cartes pourrait l'être mais prendrait du temps et risque d'être difficile à gérer sur le plan de la discipline. Celle des dés peut l'être mais le dépassement de l'expérimentation nécessite l'intervention du professeur.

Afin de permettre la dévolution de la situation aux élèves, l'enseignant se doit de leur proposer un travail spécifique sur son choix de fragments de réalité avant d'amener les élèves à proposer l'utilisation de modèles connus ou pas.

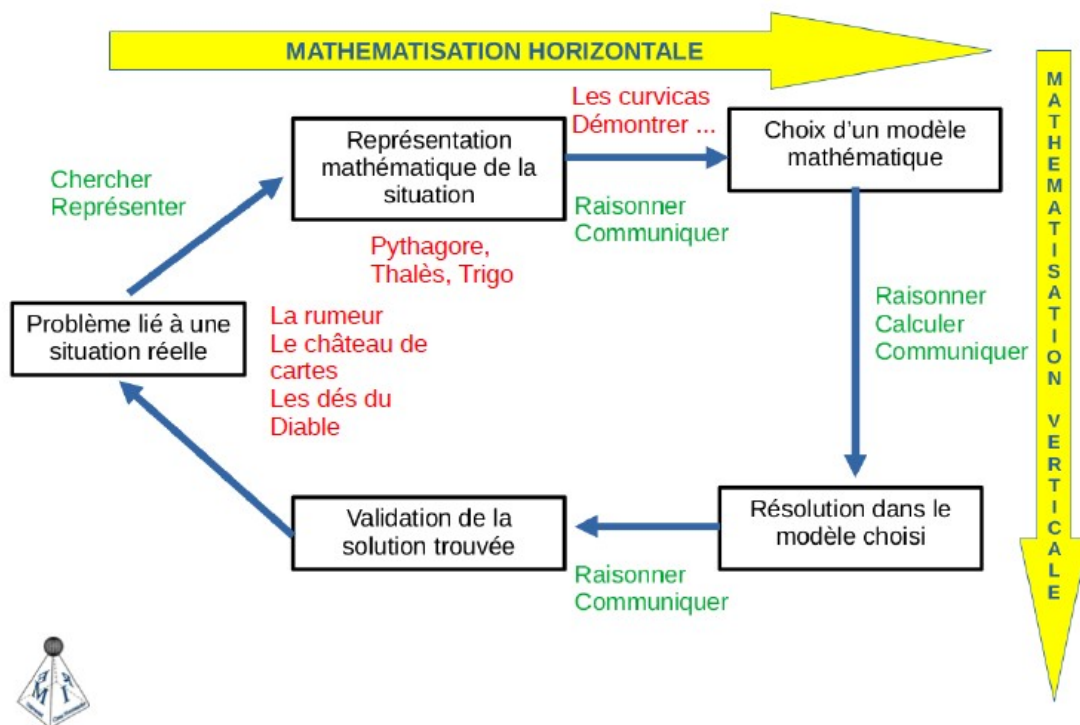


Figure 35: Un cycle de modélisation adapté à notre travail

Les situations proposées ont aussi montré que les élèves n'ont pas toujours besoin de connaître le modèle utile à la résolution du problème posé mais qu'ils peuvent participer à la construction de ces modèles et que par l'étude qui en est faite, particulièrement à partir de leurs productions, ils prennent du sens. Un nouveau modèle est toujours une économie de pensée et se construit dans une situation où d'autres modèles perdent leur pertinence. La difficulté pour l'enseignant réside alors dans le choix d'une situation pour laquelle la résolution montre la pertinence d'un nouveau modèle qui n'appartient pas encore au bagage praxéologique des élèves. Cette situation doit par contre permettre aux élèves de comprendre le problème et d'amorcer une première solution en utilisant des modèles intégrés les années précédentes.

Le travail sur les productions des élèves permet au professeur de prendre connaissance des modèles à disposition de ses élèves et ainsi de pouvoir construire un parcours dans lequel un nouveau modèle pourra être construit. Le cycle de Sonia Yvain Prébiski peut être un support théorique pour penser un parcours d'apprentissage-enseignement sur la modélisation.

Références bibliographiques

- Balacheff (2019). *L'argumentation mathématique, précurseur problématique de la démonstration*. XXVIe Colloque CORFEM, Juin 2019, Strasbourg, France. hal-02981131
- Cabassut, R. (2010) – *Démarche d'investigation et modélisation*. Actes des colloques C2IREM collège - IREM de Strasbourg.
- Fromentin, J. (1982). Le curvica. In *Jeux I. Les jeux et les mathématiques*, pp. 136-138. APMEP. <https://www.apmep.fr/de-Jeux-1-a-Jeux-4#Jeux-1-les-jeux-et-les-mathematiques>.
- Girard, J-C. (1999) – *Le professeur de mathématiques doit-il enseigner la modélisation ?* Repères IREM n°36 - IREM de Lyon.
- Hankeln, C. & Hersant M. (2020). Processus de modélisation et processus de problématisation en mathématiques à la fin du lycée. *Éducation et Didactique*.
- Kuzniak, A., & Vivier, L. (Dir.) (2011). *La modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Mise en perspective critique*. Cahiers du Laboratoire de Didactique André Revuz. IREM de Paris.
- Rivière, D. (2019). <https://www.pedagogie.ac-nantes.fr/mathematiques/enseignement/groupes-de-recherche/traam/2019-2021/les-des-du-diable-1283653.kjsp?RH=PEDA>
- Wozniak, F. (2012). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématiques à l'école, une étude cas. *Education et Didactique*.
- Yvain-Prebiski, S. (2018). *Etude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans les sciences du vivant. Analyse des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves*. Thèse, Université de Montpellier.