# Un enseignement des mathématiques ancré dans la vie quotidienne à travers l'étude des grandeurs : représentation et modélisation à l'œuvre.

**Jérôme COILLOT**
Professeur de mathématiques
Collège Léon Huet, La Roche Posay (86)
Coordonateur d'un laboratoire de mathématiques
IREM&S de Poitiers

**Résumé.**

Depuis 2004, l'IREM&S de Poitiers travaille sur un enseignement des mathématiques à partir des grandeurs au collège qui s'appuie principalement sur les travaux didactiques d'Yves Chevallard. La liaison écoles/collège, les échanges sur les pratiques et les observations d'enseignement dans les classes qui en ont découlé, ont amené à l'expérimentation de cette approche des mathématiques dans plusieurs écoles, depuis 2017, en classe de CM1 et CM2. Nos supports d'étude (situations et exercices) sont essentiellement issus de la vie quotidienne. Les manipulations et expérimentations y sont nombreuses, ainsi que la résolution de problèmes. C'est dire que représentation et modélisation sont sans cesse sollicitées, et donc les compétences qui leur sont associées sont continuellement travaillées (de façon implicite ou explicite). Cette communication vise à présenter notre démarche dans ces classes et la façon dont elle travaille la modélisation et la représentation.

**Mots-clés.** Modélisation, grandeurs.

**Abstract**

Since 2004, IREM&S de Poitiers has been working on teaching mathematics based on magnitudes in middle schools, based primarily on the didactic work of Yves Chevallard. The school/college liaison, exchanges on practices and teaching observations in classes that followed, led to the experimentation of this approach to mathematics in several schools, since 2017, in 4$^{th}$ and 5$^{th}$ grades (9-11 years old). Our study materials (situations and exercises) are essentially drawn from everyday life. There is plenty of experimentation and problem-solving. In other words, representation and modeling are constantly called upon, and the skills associated with them are continually worked on (implicitly or explicitly). The aim of this paper is to present our approach in these classes and how it works with modeling and representation.

**Key words**. Modeling, quantities.

**Resumen**

Desde 2004, el IREM&S de Poitiers trabaja en la enseñanza de las matemáticas basadas en las magnitudes en el primer ciclo de secundaria, basándose principalmente en los trabajos didácticos de Yves Chevallard. El vínculo escuela/colegio, los intercambios sobre las prácticas y las observaciones pedagógicas en las clases que siguieron, condujeron a la experimentación de este enfoque de las matemáticas en varios colegios, desde 2017, en las clases de 4º y 5º curso. Nuestros materiales de estudio (situaciones y ejercicios) se toman esencialmente de la vida cotidiana. Hay mucha experimentación y resolución de problemas. Esto significa que se recurre constantemente a la representación y a la modelización, y que se trabajan continuamente (implícita o explícitamente) las competencias asociadas a ellas. El objetivo de este artículo es presentar nuestro enfoque en estas clases y la forma en que trabaja la modelización y la representación.

**Palabras clave.** Modelización, cantidades.

## *Introduction*

Depuis 2004, l'IREM&S de Poitiers (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques & Sciences) travaille sur un enseignement des mathématiques à partir des grandeurs au collège[39]. La liaison écoles/collège, les échanges sur les pratiques et les observations dans les classes qui en ont découlé, ont amené à l'expérimentation de cette approche de l'enseignement des mathématiques dans plusieurs écoles depuis 2017 en classe de CM1 et CM2. Cette communication vise à montrer comment, dans notre démarche, modélisation et représentation sont sans cesse sollicitées.

Travailler à partir des grandeurs, c'est construire les mathématiques à enseigner à partir de situations de la vie. Nous essaierons de montrer sur des exemples, issus de la mise en œuvre de notre enseignement en CM1, comment la modélisation intervient pour accéder aux notions mathématiques et résoudre les problèmes[40].

## *1. Modéliser, mathématiser*

### 1.1. Le cadre

Pour bien situer notre approche de la modélisation, reprenons les trois types d'approches qui sont dégagées dans le document de l'IREM de Paris, *La modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Mise en perspective critique* (Kuzniak et Vivier, 2011), et que nous résumons ainsi :

• ***Les approches « utilisatrices ».*** Les mathématiques sont un outil pour modéliser. On apprend des mathématiques puis on les applique à d'autres domaines. Cette approche qu'on pourrait qualifier d'« applicationniste » est celle de la quasi-totalité des manuels.

• ***Les approches par compétences***. La modélisation doit faire l'objet d'un apprentissage spécifique. Il s'agit alors d'apprendre des techniques de modélisation puis de les faire travailler.

• ***Les approches « critiques »***. Le travail de modélisation est au cœur du travail du mathématicien. C'est ainsi que s'élaborent les mathématiques. Pour Chevallard : « Le terme de mathématisé /…/ est là pour rappeler que tout objet mathématique est le fruit d'une mathématisation (éventuellement intramathématique). Son couplage avec le terme de mathématique, en outre, marque ce fait que tout objet mathématique peut, à son tour, être pris pour mathématiser, dans une étude de niveau supérieur, appelant d'autres outils d'étude. On aboutit ainsi à une succession de modélisations et à une suite de modèles. » /…/ « La notion de modélisation permet ainsi de prendre une vue d'ensemble sur l'activité mathématique, de l'école primaire à l'université. Grille de lecture et

[39] On trouvera une analyse du pourquoi de cet enseignement dans l'article de Guichard et Peyrot (2011).

[40] On trouvera une présentation détaillée de notre démarche en CM1 et CM2 comportant les questions et situations étudiées, les exercices et activités mentales associés, les temps de bilan, ainsi qu'une programmation sur 23 séances, dans la brochure Coillot (2019).

d'interrogation, elle fournit un cadre de référence au sein duquel il devient alors possible de faire surgir des différences significatives entre arithmétique et algèbre notamment. » (Chevallard, 1989, p. 57 et p. 61).

C’est dans ce dernier courant que nous nous situons, et plus précisément dans l’approche de la TAD (Théorie Anthropologique du Didactique[41]) de Chevallard. L’organisation de notre enseignement des mathématiques à partir de l’étude des grandeurs nous amène à questionner des situations du monde : « L’exploration de l’univers des grandeurs constitue le point de départ de l’exploration mathématique de la diversité du monde. » (Chevallard et Bosch, 2001). C’est la mathématisation de ces situations, utilisant modélisations et modèles, qui va permettre de construire les objets et techniques mathématiques au programmes en leur donnant du sens.

Donnons-en quelques exemples.

### 1.2. Un exemple de mise en œuvre avec les Longueurs en CM1, notion de distance

Prenons pour exemple le début de l’étude des longueurs en CM1 consacré à la question de la comparaison des distances : *comment savoir qui est plus près, qui est plus loin ?*

<table>
<tr>
<td>

***Situation pétanque***

*1) A la pétanque, il faut placer sa boule le plus près du cochonnet pour marquer des points.*

*Comme un bouliste amateur, indiquer (sans instrument de mesure) quelle équipe remportera la manche et combien de points elle marquera en s’appuyant sur les photos ou en expérimentant.*

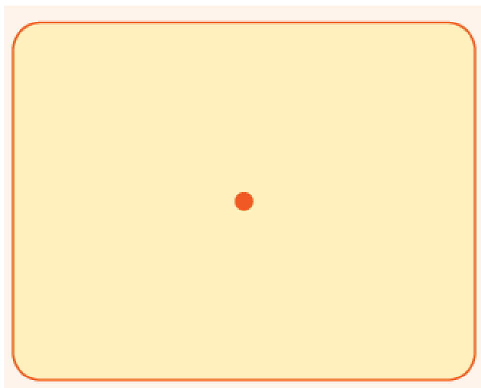
</td>
<td>

</td>
</tr>
<tr>
<td>

*2) Placer plusieurs points à la même distance du cochonnet (représenté par le point orange)*

*3) Indiquer la figure géométrique formée par tous ces points.*

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

[41] Yves Chevallard, la Théorie Anthropologique du Didactique, en ligne : https://ardm.eu/qui-sommes-nous-who-are-we-quienes-somos/yves-chevallard-la-theorie-anthropologique-du-didactique/ .

L'enjeu de cette première situation est de construire une notion mathématique de distance qui va permettre de comparer des distances à un point donné, de définir le cercle comme ensemble des points à la même distance du centre, de connaitre des techniques de comparaison de distances, de se réapproprier le compas comme outil de report de longueurs.

La comparaison des distances se fait avec une ficelle, une bande de papier, un morceau de bois ou de crayon. Ce qui est comparé ce sont les longueurs de ficelle, bande, bois. Les distances se modélisent par des segments dont on compare les longueurs (réinvestissement du cycle 2). Le cercle modélise l'ensemble de tous les points à la même distance d'un point fixe. C'est le segment défini par les deux pointes du compas qu'il faut avoir en tête comme modèle pour pouvoir comprendre son utilisation pour le report des distances ou des longueurs.

Il y a aussi la modélisation du cochonnet par un point, pour le tracé du cercle. Mais aussi du cochonnet et des boules si on prend les distances à partir de leurs sommets.

On voit bien le travail de modélisation à la lecture de cet exemple d'institutionnalisation noté sur un cahier d'élève :

*- La distance entre 2 points c'est la longueur du segment qui joint ces 2 points.*

*- Pour comparer des distances, on peut utiliser un compas, une bande de papier, une ficelle, un crayon, un morceau de bois…*

*- Le compas permet de comparer des distances, de reporter une distance, de tracer un cercle.*

*- Tous les points qui sont à la même distance d'un point (cochonnet, ville…) forment un cercle qui a pour centre ce point. La distance entre un point du cercle et son centre est le rayon du cercle.*

On peut remarquer que lorqu'on compare des distances avec les différentes méthodes notées, portion de ficelle, morceau de bande de papier ou de bois, écartement du compas sont des modèles du segment. On retrouve les deux sens du mot modèle et le lien avec la notion de représentation : représentation concrète (code tendue, bande de papier, règle…) d'un objet abstrait (ici un segment) ou repésentation abstraite (segment) d'un objet concret (morceau de ficelle, …).

Ce travail de modélisation est remis en œuvre à travers une série d'exercices permettant des va et vient entre réalité et mathématiques : comparer la distance  entre des oies lors d'un vol, classer des voiliers sur une carte de course en fonction de leur distance à l'arrivée sur l'île de Madère, comparer sur une carte de France des distances de villes, et trouver celles qui sont à la même distance de Bourges que Rennes, trouver des positions de départ équitables pour un jeu (1, 2, 3 soleil).

### 1.3. Suite de la mise en œuvre avec les Longueurs en CM1, notion de périmètre

L'étude des longueurs se poursuit avec la question de la comparaison des périmètres : *comment comparer les longueurs de lignes brisées ou courbes ?*

***Situation champs***

*Lequel des champs A ou B nécessitera la plus grande clôture ?*


Le report de distances est réutilisé, en prenant pour support des demi-droites, et en comparant les longueurs des segments représentant les côtés des champs. On passe ensuite de la clôture d'un champ au contour d'une figure géométrique, de la longueur de la clôture à la longueur d'un segment de droite, et donc à la notion de périmètre d'une figure.

C'est le travail fait dans le cadre de la géométrie qui permet de répondre à la question posée dans le monde réel. On remarquera que l'on a travaillé sur une photo, qui est une représentation de la réalité, distincte de la représentation géométrique que serait la figure géométrique représentant la situation réelle. On voit donc que le travail de modélisation se fait à plusieurs niveaux : de la réalité à la photo, de la photo à la géométrie, de la réalité à la géométrie (notion de périmètre, mathématisation des réalités de clôture, tour, contour…).

Le travail de comparaison de périmètres se fait sur des exercices parlant de situations réelles (circuits de balades, encadrements de miroirs, croix de pharmacie, cerceau), dans lesquelles le travail de modélisation est toujours présent.

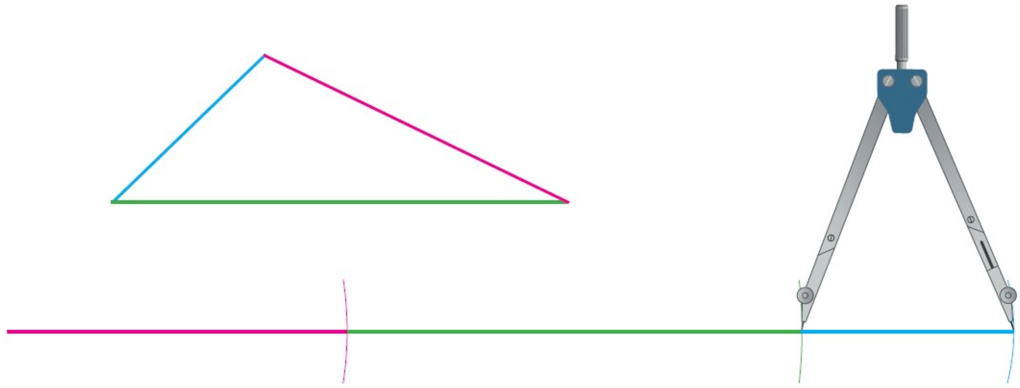
Voici l'institutionnalisation proposée :

*- Le tour d'une figure peut être une ligne brisée (pour un polygone) ou une ligne courbe (pour un cercle).*

*- Ce tour peut être « déplié » avec une ficelle, ou une bande de papier pour en faire un segment de droite de même longueur. Cette longueur est appelée le périmètre de la figure.*

*- Pour comparer les périmètres de deux figures, on peut comparer la longueur des segments de droite représentant les périmètres.*

*Pour obtenir un segment de droite de même longueur que le périmètre d'un polygone, on reporte les longueurs de chaque côté les unes à côtés des autres sur une droite.*



On peut remarquer que, pour cette première rencontre avec la notion de périmètre, sont conservés dans la définition des éléments utilisés dans le processus de modélisation, ce qui permet de rendre opératoire la méthode de comparaison qui est institutionnalisée.

On peut remarquer aussi que le type de travail fait permet d'aborder en même temps, et de façon naturelle, la notion de longueur d'une ligne brisée ou de ligne courbe, grâce à l'addition des longueurs

### 1.4. Les Longueurs, outil de modélisation

Nous venons de voir que c'est l'addition des longueurs qui permet de définir le périmètre d'une figure, ou la longueur d'une ligne brisée. Mais c'est elle aussi qui valide l'utilisation des barres ou des segments dans la modélisation de problèmes additifs. Pour bien comprendre une modélisation avec des barres, il est indispensable d'avoir compris que la somme des longueurs de deux barres est égale à la longueur des deux barres mises bout à bout ainsi que toutes les autres relations associées. Il est donc primordial d'avoir fait avant, avec les élèves, le travail d'arithmétisation de la grandeur Longueur, c'est-à-dire d'avoir travaillé l'addition, la comparaison additive et multiplicative, et le partage des longueurs, sans référence à leurs mesures.

### 1.5. Du réel aux mathématiques, des mathématiques au réel

Nous espérons avoir montré comment le parti que nous avons pris d'enseigner les mathématiques à partir des grandeurs en questionnant la vie des hommes, nous amène à placer les élèves constamment dans des situations de modélisation de la réalité, et que les notions mathématiques visées (ici les notions de distance entre 2 points et de périmètre d'une figure) s'élaborent à partir d'un travail de mathématisation de la réalité. Et en retour ce sont les notions mathématiques élaborées qui permettent de résoudre les problèmes de la vie associés à la question étudiée.

Si nous privilégions, dans notre approche, ce travail de mathématisation, nous pourrions ensuite rester à l'intérieur du domaine mathématique et ne travailler que de façon formelle. C'est ce qui est souvent le cas des manuels où une situation réelle sert à introduire le chapitre, mais une fois l'institutionnalisation faite, on s'entraine dans un cadre mathématique. Or nous privilégions le fait de rester dans le domaine réel et donc de retravailler dans chaque exercice le passage de la réalité aux mathématiques, et par là de montrer que les mathématiques élaborées sont un outil pour résoudre les problèmes des hommes (liés aux grandeurs dans notre cas, et à notre niveau).

Mais ce travail de modélisation a parfois besoin d'être explicité et travaillé comme nous allons essayer de le montrer.

## *2. Modéliser de façon explicite*

### 2.1. Expliciter le travail de modélisation

Dans les exemples précédents, le va et vient entre problème réel et géométrie s'est fait sans rendre explicite le travail de modélisation qui a été nécessaire pour résoudre le problème. L'objectif visé était la construction de nouvelles notions mathématiques (distance entre 2 points, périmètre d'une figure) ayant du sens, et de techniques pour répondre à la question faisant l'objet de l'étude (comment comparer des distances entre points ? comment comparer des périmètres ?). Il nous semble cependant important, au fil des exercices, d'expliciter, de temps en temps, un travail de modélisation. En effet ce travail permet de prendre conscience de la façon de mathématiser le réel et de la place des mathématiques dans la résolution des problèmes.

### 2.2. Un exemple, le pack de lait

Voici une situation de travail expérimentée en classe de CM1. Cette situation fait partie de l'étude de la grandeur volume, la huitième et dernière de l'année. C'est l'un des exercices de la troisième séquence initiée par l'étude de la question : *Comment doubler, tripler… le volume d'un pavé ?*

| | |
|---|---|
| **4 Pack de lait**<br><br>Voici un pack de 6 briques de lait de 1L.<br><br><br><br>a) **Complète :**<br><br>La forme d'une brique de 1L de lait est ……….<br><br>La forme du pack est ………………<br><br>Le volume d'une brique de lait est … du volume du pack. | b) Une brique a pour dimensions 9 cm×5,9 cm×19,2cm.<br><br>**Calcule** puis **écris** les dimensions du pack.<br><br>……. cm×…….. cm×……..cm<br><br>c) **Trace** en rouge, sur la photo, le pavé correspondant au pack en perspective.<br><br>d) **Reproduis** une perspective ressemblante ci-dessous. |

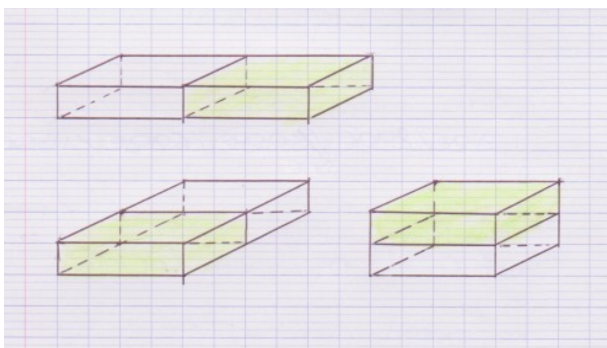
Cette situation fait travailler la modélisation à chaque étape du questionnement.

Dans la question a), l'élève doit trouver la figure géométrique (forme spatiale) qui est la représentation mathématique (abstraite) de l'objet réel (pack ou brique). C'est la première étape du schéma classique du processus de modélisation. La figure géométrique (le pavé) est le modèle de l'objet. On dégage le modèle abstrait de l'objet concret. L'identification de la forme à partir d'un objet concret est facilitée par le fait que l'on peut imaginer (voire manipuler) cet objet dans différentes positions et donc savoir qu'il a six faces qui ont toutes la forme d'un rectangle. Donc la définition du pavé peut être « expérimentée ». Il est à noter que si l'on substitue à la photo du pack un dessin en perspective cavalière d'un pavé (partagé en 6), il n'y a pas de travail de modélisation. C'est alors seulement la reconnaissance d'une forme parmi des représentations (mathématiques) de formes standardisées, avec les problèmes inhérents à ces représentations qui risquent de faire obstacle à leur reconnaissance, comme pour le carré en « position de losange ». Pour la dernière question, on travaille sur le modèle mathématique du pack (un pavé divisé en 6 pavés de même volume) pour trouver la fraction 1/6, dans le cadre de la géométrie euclidienne, modèle du monde où se trouve le pack, dont le pavé est un objet (abstrait).

Dans la question b), on continue en travaillant dans le modèle mathématique : les calculs sont faits sur un pavé partagé en 6 pavés identiques. Mais la réponse est donnée dans le cadre de la situation concrète : les dimensions sont celles de l'objet réel (le pack).

Dans la question c), on essaie de retrouver la représentation en perspective du pavé dans la représentation plane de l'objet réel (sa photo). On schématise la représentation de l'objet concret à l'aide d'un dessin géométrique qui sera une vue en perspective du pavé. La perspective du pavé a été obtenue par un travail de modélisation de la photo, et non comme une représentation conventionnelle soumise à des règles à suivre. C'est l'analyse du schéma de modélisation de la photo qui va permettre de réaliser la vue en perspective du pavé demandée dans la question c), et de dégager des règles de construction.

Cet exemple montre bien le va et vient incessant de l'objet au modèle et du modèle à l'objet, en lien avec le processus de modélisation. Mais par rapport aux exemples précédents, on peut noter que les questions c) et d) demandent un travail explicite de modélisation, sans rapport avec l'objectif de l'exercice : identifier le volume d'une brique de lait comme le sixième de celui du pack, et calculer les dimensions du pack. Ce travail vise à donner à l'élève des moyens de construire des représentations d'objets tridimensionnels. Pour la question a) on aurait pu omettre les deux premières demandes et laisser la modélisation à la charge de l'élève. Nous avons fait un autre choix visant à rendre explicite les objets mathématiques pour lesquels ont été institutionnalisés des propriétés de partage.

<table>
<tr>
<td>
Pour doubler le volume d'un pavé, il suffit de doubler une seule de ses dimensions : la longueur, ou la largeur, ou la hauteur.
De même pour tripler, quadrupler, ... son volume.
Pour partager un pavé en deux pavés de même volume, il suffit de partager une de ses dimensions en 2 parties égales : la longueur, ou la largeur, ou la hauteur.
De même pour partager en 3 (tiers), en 4 (quart)….
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

## 3. Utiliser des outils de modélisation

Dans les exemples qui vont suivre il s'agit de montrer l'utilisation explicite que nous pouvons faire d'outils de modélisation.

### 3.1. La droite graduée

Cet objet mathématique est bien souvent utilisé comme support d'exercices formels de placement de nombres dans le but de les comparer, ranger, encadrer[42]. Pour nous, les élèves la rencontrent dans la lecture de graphiques, mais aussi comme outil de mesure, essentiellement dans l'étude des grandeurs longueurs et volumes, et comme outil de modélisation de problèmes additifs liés aux horaires dans l'étude de la grandeur durées (la septième dans notre organisation de l'année). En voici un exemple.

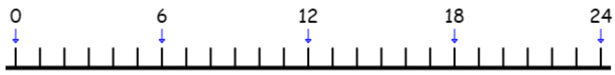
Il s'agit de la troisième séquence initiée par l'étude de la question : *Comment calculer des durées quand on en connait le début et la fin ?*

***Situation boulangerie***

| Horaires : lundi | Fermé |
|---|---|
| mardi | 07:00–13:30, 15:30–19:00 |
| mercredi | 07:00–13:30, 15:30–19:00 |
| jeudi | 07:00–13:30, 15:30–19:00 |
| vendredi | 07:00–13:30, 15:30–19:00 |
| samedi | 07:00–13:00, 16:00–19:00 |
| dimanche | 07:00–13:00 |

*Quelles sont les durées d'ouverture de la boulangerie le mardi ?*

1) Je place des flèches aux heures d'ouverture et de fermeture du mardi sur la droite graduée.




2) Je colorie, sur la droite graduée, .les durées d'ouverture du matin en vert et de l'après-midi en bleu.

3) Je complète les durées d'ouverture :

mardi matin :……. mardi après-midi :……

4) J'écris en ligne les opérations qui donnent les durées d'ouverture du mardi :

mardi matin :…………………………

mardi après-midi :…………………….

La droite graduée, comme outil de modélisation de la situation, est imposée d'emblée pour en montrer l'intérêt : une représentation linéaire du temps, la représentation du lien entre horaire et durée depuis une origine, l'identification de la nature du problème (un problème additif dont l'opération est une soustraction). Donc cette première modélisation débouche sur une deuxième modélisation de la situation par une opération, en l'occurrence une soustraction.

Il nous semble important d'apprendre à l'élève à visualiser la situation à l'aide d'une droite graduée (image de la ligne du temps), même si pour des durées de moins de 12h l'horloge pourrait être utilisée (image circulaire du temps). Et de faire que cette droite graduée devienne un outil qu'il utilise de sa propre initiative, sous forme d'un schéma à

[42] Voir par exemple les attendus de fin d'année de CM1, partie Nombres et calculs : https://eduscol.education.fr/document/13990/download

main levé qu'il gradue lui-même, en utilisant éventuellement le quadrillage de ses feuilles de cahier. Donc nous avons imposé l'usage d'une droite graduée dans la situation de départ pour que l'élève puisse bien en mesurer l'intérêt. Il peut à partir de la graduation compter les intervalles de temps formant la durée cherchée, ce qui est une façon de résoudre le problème, à ne pas négliger. Mais l'important est que l'élève comprenne que cette durée, qu'il peut évaluer ainsi, peut se calculer à partir des deux dates ou horaires (instants, dans le programme) donnés, et que, pour cela, il faut soustraire les données. Pour bien appréhender l'aspect soustractif du problème on peut utiliser des barres, bien positionnées, figurant les deux durées correspondant aux deux dates ou horaires : il y a là une difficulté importante, car ce ne sont pas les dates que l'on va soustraire, mais les durées de ces dates à partir de l'origine commune qui a permis de les obtenir. Au lieu d'utiliser des barres on peut utiliser des segments représentant ces durées en coloriant le segment reliant l'origine à l'horaire ou à la date. Mais là encore une difficulté surgit : il y a souvent conflit entre le choix d'un pas de la graduation qui permettrait de placer exactement les dates ou horaires (et de calculer directement le nombre de pas), et la possibilité de faire figurer l'origine de l'horaire ou de la date sur la graduation. Ce problème ne doit pas être éludé : au contraire, car, in fine, c'est lui qui montre la nécessité de la soustraction. Ceci ne rend pas caduque l'utilisation d'une graduation, au contraire. Mais ce n'est alors qu'un schéma qui permet de retrouver le type de calculs qu'il y a à faire.

Dans les exercices qui suivent, et dont l'objectif est le même (savoir trouver la durée entre deux horaires), le travail de modélisation du temps par une droite graduée est demandé, mais laissé à la charge de l'élève de façon de plus en plus autonome : *représente les 7 heures sur une droite graduée, schématise la journée,* puis pour les exercices suivants il n'y a plus qu'un cadre avec pour titre *mon schéma, mes calculs, mes explications*. On peut remarquer que l'on passe d'une droite graduée donnée, à une droite que l'élève gradue lui-même, en adaptant la graduation à la situation étudiée.

Il s'agit bien alors de développer une compétence de modélisation sur ce type de problèmes (décalage horaire, durée du jour, âge d'une personne, durées de règnes) : modélisation visuelle (droite graduée, schéma), puis abstraite (soustraction).

## 3.2. Les barres

Les barres ou segments sont depuis très longtemps utilisés pour modéliser des problèmes additifs et aider à les résoudre. Nous ne négligeons par cet outil dont l'utilisation est validée par la construction de la grandeur longueur. Nous voudrions montrer l'utilisation que nous en faisons dans un autre contexte : des problèmes de comparaison multiplicative et de partage en lien avec les fractions. En voici un exemple dans une séquence sur *Problèmes et fractions* qui termine l'étude de la grandeur masses (la troisième dans notre organisation de l'année).

***L'hibernation de l'ours***

Durant l'hibernation un ours peut perdre jusqu'à un quart de son poids.

a/ Je représente le poids d'un ours par une barre de 4 carreaux.

b/ Je colorie en rouge la partie de la barre correspondant à sa perte de poids

c/ Je colorie en vert son poids au printemps, quand il sort de son hibernation.

d/ Je complète :

Pour un ours de 200 kg, sa perte de poids est de …… kg et son poids de printemps est de ….. kg.

Pour un ours de 90 kg, sa perte de poids est de …… kg et son poids de printemps est de …… kg.

*Mes calculs :*

Comme dans le paragraphe précédent, l'objectif est de faire utiliser aux élèves un outil de modélisation pour des situations de partage d'un tout : une barre formée de carreaux, dont le nombre correspond au nombre de parts du partage qu'indique la fraction. On peut noter que si un quadrillage est donné, ainsi que le nombre de carreaux, la représentation de la barre est à la charge de l'élève. Comme précédemment, le travail de modélisation est petit à petit dévolu complètement à l'élève. La représentation visuelle de la situation permet d'identifier la nature du problème, et des opérations à mettre en œuvre pour le résoudre : division, puis multiplication.

Là aussi il s'agit de développer, de façon explicite, des compétences de modélisation, au service de la résolution de problèmes de la vie.

## 4. En conclusion

Les exemples donnés ont essayé de montrer que notre démarche globale d'apprentissage des mathématiques[43] repose sur un travail de mathématisation de la réalité comme celui mis en avant par Chevallard dans la TAD : les mathématiques à enseigner sont construites pour modéliser et résoudre des problèmes. Donc de fait elles sont des outils de modélisation. Mais nous ne négligeons pas d'expliciter et de faire travailler des méthodes et des outils de modélisation pour résoudre les grands types de problèmes que nous étudions. Nous retrouvons ainsi les préoccupations des deux autres types de démarches citées au début de l'article : apprentissage de techniques de modélisation et utilisation des mathématiques pour modéliser. Mais nous les intégrons à notre travail, nous n'en faisons pas des chapitres à part.

[43] On pourra se reporter aux brochures de l'IREM&S de Poitiers consacrées à l'enseignement des mathématiques à partir des grandeurs en cycle 3 et cycle 4 : https://irem.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com_content&view=article&id=180&Itemid=197

L'enseignement des mathématiques à partir des grandeurs accorde un temps important au travail de la grandeur en tant que telle. Les concepts sont construits sans aller trop rapidement vers la mesure et les calculs. En agissant ainsi et en utilisant de nombreux leviers (manipulation, expérimentation, situations concrètes, travail très « spiralaire », activités mentales contextualisées, …), nous visons une meilleure assimilation des notions, savoir-faire et méthodes, tout en développant de très nombreuses compétences (non pour elles-mêmes, mais en situation), en particulier les compétences de représentation et de modélisation.

Terminons par ces mots de la brochure de l'IREM de Paris cité en début d'article que nous faisons nôtres : « Les mathématiques participent à une modélisation de la réalité qui permet un contrôle, au moins partiel, du monde réel. Ainsi, la compréhension de l'utilité des mathématiques pour la société ne peut s'affranchir d'une référence à un processus de modélisation. » (Kuzniak et Vivier, 2011, résumé, p. 106)

## ***Références bibliographiques***


Chevallard Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. Petit x, n°19, p.45-75. IREM de Grenoble.

En ligne sur le site de l'IREM de Grenoble https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/fr/ ou https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/PX/IGR89002/IGR89002.pdf.

Chevallard Y., Bosch M. (2001). Les grandeurs en mathématiques au collège. partie 1. Une Atlantide oubliée. Petit x, n° 55, p.5-32. IREM de Grenoble

En ligne sur le site de l'IREM de Grenoble https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/fr/ ou https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/PX/IGR01021/IGR01021.pdf.

Coillot J., Gaud M., Redondo C., & Rebourg-Fert L. (2019). Enseigner les mathématiques en cycle 3 à partir des grandeurs : Matériaux pour expérimenter. Fascicule 1 : CM1 & CM2. IREM&S de Poitiers.

Groupe collège. Enseigner les mathématiques à partir des grandeurs en cycle 3 et en cycle 4, IREM&S de Poitiers : https://irem.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com_content&view=article&id=180&Itemid=19

Guichard J.-P., Peyrot S. (2011). Organiser l'enseignement d'une année par des questions qui lui donnent du sens. Bulletin de l'APMEP n°492, p. 67-72. En ligne : https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAA/AAA11009/AAA11009.pdf

Kuzniak A., Vivier L. (éds) (2011). La modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Mise en perspective critique. IREM de Paris. En ligne : https://hal.science/hal-02110170/document ou https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/PS/IPS11001/IPS11001.pdf.