

Rubrique : Recenser différentes méthodes pour résoudre un problème

Module : **Gestion des savoirs et savoir-faire en mathématiques.** IREM de Grenoble.

Thème :

Aide à la recherche méthodologique d'un problème en liaison avec une fiche méthode.

Objectifs :

- 1- Aider les élèves à prendre conscience que les solutions d'un problème mathématique ne sont pas réservées à une «élite», que la recherche de la solution passe par l'organisation des savoirs et des savoir-faire, ainsi que par la recherche et le choix de méthodes.
- 2- Aider les élèves à prendre conscience de leurs difficultés à mobiliser leurs connaissances et de la nécessité de les organiser.
- 3- Présenter une manière d'organiser les savoirs et savoir-faire de façon à les rendre plus fonctionnels et plus efficaces.
- 4- Faire réfléchir les élèves sur la façon de choisir une méthode.

Articulation avec le cours et les TD.

Constitution des groupes :

Cette séance de module s'adresse aux seuls élèves ayant des connaissances mais des difficultés à les mobiliser. Bien qu'elle soit indépendante des T.D. et du cours, elle doit être faite tôt dans l'année scolaire parce qu'elle induit une certaine organisation, pour le reste de l'année scolaire, des savoirs et savoir-faire en mathématiques.

Pour constituer les groupes de module, auxquels cette activité est destinée, le professeur peut :

- utiliser l'évaluation de début d'année (par exemple, pour ce qui concernait cette activité durant l'année scolaire 92-93, le professeur pouvait sélectionner les élèves ayant obtenu aux items 15, 16, 38, 39, 47 du cahier d'évaluation respectivement 1, 0, 1, 0, 0, ou 2 ; et/ou ayant obtenu «insuffisant» à la capacité : «capacité de mobiliser des connaissances»);
- utiliser une évaluation faite en classe.

Remarque : il serait regrettable que ce travail amène les élèves à penser que l'activité mathématique se réduit à «ouvrir des tiroirs», puis à les refermer si l'on ne trouve pas ce que l'on cherche, et cela jusqu'à ce qu'on trouve !

Cette aide méthodologique a ses limites, particulièrement lorsqu'on aborde des tâches complexes où l'aptitude à se poser de bonnes questions est plus que jamais nécessaire.

Présentation de la séance

Chez certains élèves, les nouvelles connaissances mathématiques s'organisent presque naturellement par rapport aux anciennes et ils ont peu de problèmes pour les mobiliser.

Chez d'autres élèves, les connaissances s'empilent sans qu'ils les situent par rapport aux anciennes. Ils ne voient ni l'unité des différentes parties, ni leur spécificité. Aussi, que se passe-t-il lorsqu'ils cherchent la solution à un problème ?

- Certains disent ne pas arriver à démarrer, et cela malgré les connaissances qu'ils ont.
- D'autres essayent de mettre en œuvre la méthode qui leur vient en premier à l'esprit et, si ce n'est pas la bonne, ils se découragent et arrêtent de chercher.
- Rares sont ceux qui font une recherche systématique des méthodes qu'ils connaissent pourtant.

En effet, comment procéder ? Ces méthodes sont-elles décrites dans le cahier de cours ? Lequel ? De l'année précédente ? Des années antérieures ? Chercher quoi ? Et où le chercher ?

- Proposer aux élèves la recherche d'un problème pas trop simple, de façon à ce qu'un maximum d'élèves se sentent concernés, qu'il est possible de résoudre à partir de plusieurs méthodes.
- Discuter avec eux de leur façon de mobiliser les connaissances.
- Réfléchir à une organisation possible de leurs savoirs et savoir-faire.

Exemple d'énoncé proposé à des élèves de seconde n'ayant pas travaillé en analytique :

$ABCD$ est un rectangle tel que :

$AB = 5$ et $AD = 3$. Les points E et F sont définis par les égalités :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AF} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AD}$$

La parallèle à (AB) , qui passe par F , coupe (BC) en G .

La parallèle à (AD) , qui passe par E , coupe (CD) en H .

Les droites (FH) , (AC) et (EG) sont-elles concourantes ?

Déroulement de la séance

Les élèves cherchent d'abord individuellement, puis avec leur voisin, pendant une demi-heure environ.

Ensuite, je leur demande d'écrire comment ils se sont organisés pour chercher.

Ces différentes façons sont exposées à la classe après avoir précisé les deux questions :

1- Que dois-je faire pour résoudre le problème (démontrer que trois droites sont concourantes) ;

2- de quels outils je dispose pour le faire ;

nous dressons les stratégies possibles. Mais la mobilisation des connaissances «droites dans un triangle (médiannes, hauteurs, médiatrices)» ne nous permettant pas d'avancer, je propose de reformuler la première question. Nous arrivons à : «démontrer que trois points sont alignés (le point d'intersection de deux des droites et deux points de la troisième droite)».

Nous recommençons l'inventaire des outils disponibles (angles-transformations-vecteurs colinéaires-analytique).

Au passage, nous constatons qu'une reformulation peut ouvrir de nouveaux horizons.

Le choix de l'analytique est fait ; la recherche de la solution sera poursuivie à la maison.

Le reste du temps de cette séance de deux heures est consacré à dégager quelques idées sur une possibilité d'organiser les connaissances en mathématiques.

- Les savoirs et savoir-faire peuvent être organisés en fonction de leur utilisation ultérieure, c'est-à-dire par rapport à des situations qui seront fréquemment rencontrées.

- Il peut être utile que les élèves élaborent eux-mêmes des documents regroupant les outils disponibles en rapport avec une problématique. On peut se demander s'il ne serait pas préférable de leur donner ces documents. Ils seraient mieux présentés, plus complets. Le danger est que les élèves ne se les approprient pas. Posséder une «boîte de méthodes» ne suffit pas. Encore faut-il savoir choisir intelligemment. Je pense que, lorsque l'élève construit son document, sa propre réflexion lui permettra par la suite de

l'utiliser plus efficacement. Il aura choisi le vocabulaire qui lui convient. Il notera certaines remarques en fonction du savoir-faire.

- Ces documents doivent être classés tout au long de la scolarité. Leur rédaction n'est pas définitive. Elle peut évoluer d'année en année. Ils doivent être actualisés en fonction du vécu mathématique (par exemple, la résolution d'une équation du second degré en première par rapport à la classe de seconde).

La séance suivante est consacrée à l'écriture du premier document intitulé «Trois points alignés dans le plan».

Je fais remarquer aux élèves qu'on peut :

- d'une part utiliser ce document non seulement pour démontrer l'alignement de trois points, mais aussi pour reformuler l'hypothèse «trois points sont alignés» ;
- d'autre part ajouter quelques remarques facilitant le choix d'une méthode parmi toutes celles figurant dans le document ; par exemple, on peut préciser le contexte d'utilisation de chaque méthode, des mots ou des figures particulières, des numéros d'exercices ...

Après la rédaction de plusieurs documents (voir en annexe un exemple élaboré en classe : «pour démontrer que des droites sont parallèles»), nous passons un court instant à parler de leur classement dans le classeur (format 21 x 14,8) : index - table des matières - numérotation des documents.

Chaque élève est invité à utiliser ce classeur dès que le besoin s'en fait sentir et à le compléter par des remarques personnelles. Et dans le cas où les contrôles des connaissances sont séparés de ceux portant sur le raisonnement, pourquoi ne pas autoriser les élèves à utiliser leur classeur pendant les devoirs surveillés ?