

Rubrique : Réinvestir des connaissances acquises ;
les consolider.
Construire un raisonnement, une argumentation.
Aide à un bilan de connaissances.

Module : L'Espace.

IREM de Montpellier.

Thème :

Mise en œuvre des propriétés de la géométrie de l'espace à travers des activités rarement abordées en cours.

Objectifs :

- 1- Aborder d'un point de vue méthodologique certains problèmes de géométrie de l'espace.
- 2- Réinvestir les connaissances acquises, les organiser.
- 3- Prolonger et approfondir le travail effectué en classe.

Méthode :

Traitement d'exercices de difficultés croissantes dont la méthode générale de traitement est définie par le premier exercice de chaque série.

Articulation avec le cours et les T.D.

Constitution des groupes :

Cette séance vient consolider et compléter des notions sur l'espace acquises en seconde, elle diffère du T.D., car pendant l'heure de T.D., on a rarement le temps de s'éloigner des applications du cours ; de plus, il s'agit d'un travail présenté sous forme d'auto-formation.

Il n'est pas nécessaire de faire des groupes ciblés, mais on peut conseiller ces activités pour des élèves qui continuent la géométrie dans l'espace en classe de première.

Présentation du contenu de la séance

Les problèmes d'ombre peuvent fournir à divers niveaux (mais peut-être pas chez les débutants ?) un terrain d'exercice intéressant pour la mise en œuvre des diverses connaissances acquises en géométrie de l'espace.

Ces problèmes font intervenir deux types de situations déterminées par la nature de la source lumineuse :

- la lumière solaire,
- la lumière artificielle («au flambeau»).

Dans le premier cas, la source lumineuse est tellement éloignée que, par rapport à la taille des objets terrestres, on peut la considérer à l'infini et, de ce fait, les rayons lumineux sont parallèles. Le modèle mathématique correspondant est la projection cylindrique sur un plan suivant une direction donnée. Cette projection donne naissance à la perspective cavalière.

Dans le deuxième cas, les rayons lumineux émanant d'une source rapprochée, leurs supports concourent en un point (la source). Le modèle mathématique correspondant est la projection conique sur un plan à partir d'un point extérieur à ce plan. Cette projection donne naissance à la perspective centrale.

Pour être complet, il faut ajouter que, dans tous les cas, on distingue deux sortes d'ombres :

- l'ombre propre de l'objet, située sur l'objet, est la partie non éclairée de celui-ci ;
- l'ombre portée par un objet sur une surface quelconque.

La nature des problèmes.

De ce qui précède, on peut distinguer plusieurs types de problèmes selon que la lumière sera solaire ou artificielle, que l'on cherchera l'ombre propre ou portée. Toutefois, si l'on suppose connue la position de la source lumineuse, sa nature, et si l'on veut bien s'en tenir à la recherche de l'ombre portée sur un des plans particuliers, le modèle de traitement est fourni, pour l'ombre d'un point donné, par la recherche de l'intersection d'une droite et d'un plan. Cette droite pouvant être définie par deux points ou par un point et sa direction. La méthode consiste à choisir un plan auxiliaire convenable contenant cette droite et à chercher son intersection avec un plan donné.

Les fiches de travail qui suivent constituent une approche de ce que peut être un tel travail. On a volontairement traité de deux aspects qui interviennent : la mise en évidence des parties ombrées ou celle des parties éclairées.

La fiche 1 est une approche méthodologique du traitement des ombres solaires, la fiche 2 sur le même thème propose la recherche des parties éclairées.

Les fiches 3 et 4 reprennent le même travail lorsque la lumière est artificielle.

Les difficultés :

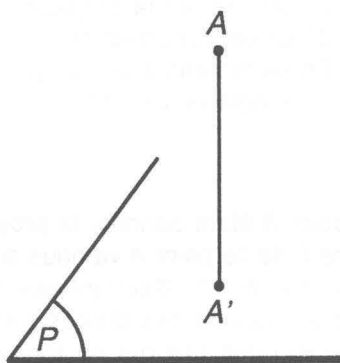
Une des premières difficultés auxquelles on peut se heurter réside dans la nature rectiligne des rayons lumineux qui n'est pas une évidence pour les élèves. Une autre réside dans la nature du dessin. En effet, il faut faire cohabiter sur un même dessin des représentations planes d'objets de l'espace (une boule, un tableau) ainsi que des représentations de ces objets sur d'autres objets (l'ombre de la boule est une représentation de la boule sur le tableau). Il y a donc deux niveaux de lecture au sein d'un même dessin : le niveau des objets, le niveau des ombres.

Il est donc souhaitable, dans tous les cas, d'accompagner tout travail de ce type d'expériences réelles facilement réalisables : une lampe, le soleil, un objet, permettent de visualiser les situations.

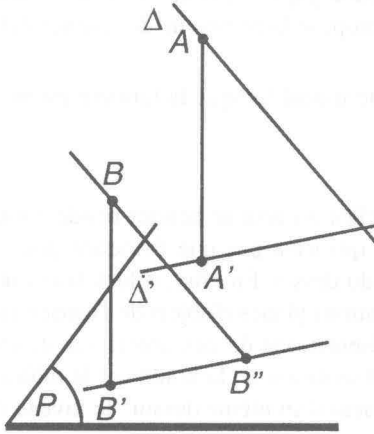
Voici un exemple de ce qui est proposé dans la fiche 1.

FICHE 1

Dans cette fiche, la lumière est solaire, les rayons sont parallèles. Les objets sont représentés en perspective cavalière.



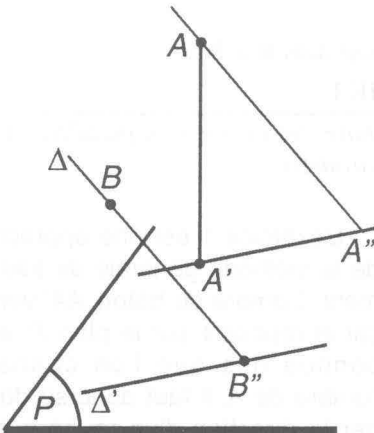
L'exercice 1 est une approche de la méthode générale de traitement. L'ombre du bâton AA' vertical et reposant sur le plan P , est connue dès que l'on connaît l'ombre de A . Il faut donc se donner la direction d'un rayon lumineux. Cela ne peut se faire que de deux façons : soit en donnant un rayon passant par deux points fixes (un sur un bâton vertical, un sur le plan P), soit en donnant un rayon et sa projection orthogonale sur le plan P .



1er cas : On connaît un bâton vertical BB' et B'' ombre de B , B' est dans le plan P .

Tout rayon aura comme direction (BB'') .

Le bâton AA' étant vertical et A' étant dans P , l'ombre de A est donc sur la parallèle Δ à (BB'') passant par A ainsi que dans le plan Q défini par (AA') et la droite Δ . Le plan contenant (AA') parallèle à (BB'') , il est donc parallèle au plan Q' qui contient B , B' et B'' . Les plans Q et Q' coupent P suivant deux droites parallèles. L'une est $(B'B'')$, l'autre Δ' passe par A' . L'intersection de Δ et Δ' est l'ombre A'' de A .

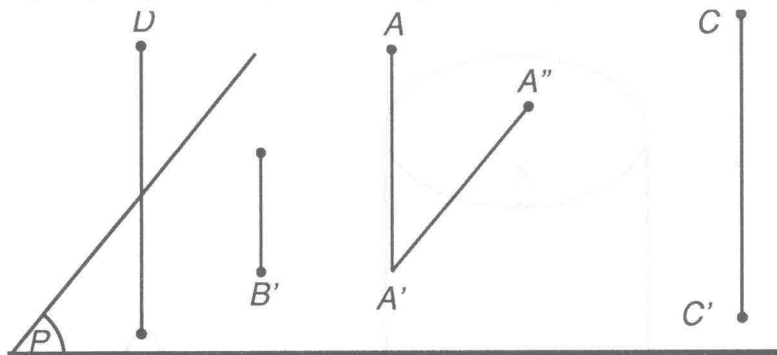


2ème cas : On connaît un rayon Δ ainsi que sa projection orthogonale Δ' sur P . Tout rayon aura la direction de Δ . Si B est un point de Δ , on connaît la projection B'' de B qui est l'intersection de Δ et Δ' . En se ramenant au cas précédent, on déterminera A'' .

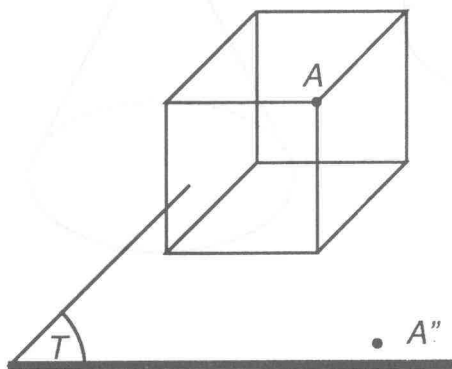
Plus généralement, l'ombre A' d'un point A étant donnée, la projection orthogonale A' sur le plan d'ombre P de ce point A va nous donner la direction de l'ombre $(A'A'')$ du bâton AA' . Sachant que les plans parallèles coupent un même plan suivant des droites parallèles, nous connaissons alors la direction des ombres de tous les bâtons. Les exercices 1, 2, 3, 4 et 5 suivants sont des applications directes de ce résultat.

Exercice 1 :

On connaît l'ombre $A'A''$ dans le plan P du bâton AA' . Dessiner les ombres des autres bâtons sachant que la lumière est solaire, que AA', BB', CC', DD' sont verticaux et que A', B', C', D' sont dans P .



Exercice 2 :

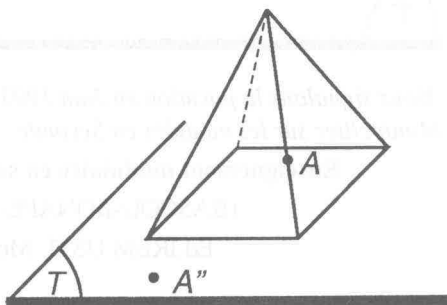


Un cube en fil de fer est posé sur une table T . On connaît l'ombre solaire A'' d'un coin A du cube. Compléter l'ombre du cube.

Exercice 3 :

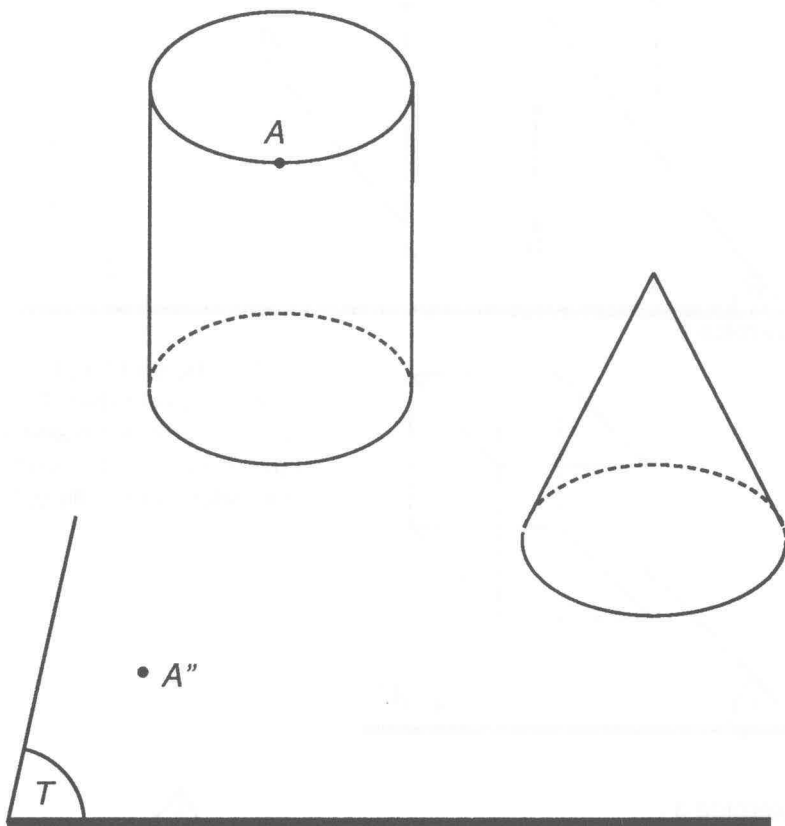
Une pyramide régulière à base carrée est posée sur une table T . On connaît l'ombre solaire A'' d'un point A d'une arête. Tracer l'ombre du sommet.

Compléter l'ombre de la pyramide.



Exercice 4 :

Un cylindre et un cône en bois sont posés sur une table T . On connaît l'ombre A'' d'un point A du cylindre. Tracer l'ombre du sommet du cône, du disque supérieur du cylindre. Compléter les ombres.



Nous signalons la parution en Juin 1993 d'un second fascicule de l'IREM de Montpellier sur les modules en Seconde :

Enseignement modulaire en seconde (fascicule II)

(BASCOU-BONAFE-BRUNET)

Ed.IREM USTL Montpellier