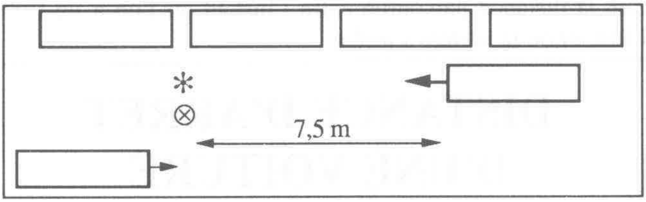
# DISTANCE D'ARRET
## D'UNE VOITURE

**Michel Bridenne**

IREM de Dijon

### Problème :

Dans le schéma ci-dessous, ✻ représente un enfant, ⊗ représente un ballon et chaque rectangle représente un véhicule, les flèches indiquant le sens des mouvements.




Avec les données fournies (tableau de valeurs fourni : voir page suivante), à quelle vitesse maximale peut rouler le conducteur pour éviter l'enfant surgi à 7,5 mètres, les conditions de route et de conduite étant "normales" ? Expliquez, justifiez.

### Objectif principal

Faire utiliser des aspects (graphique, tableau de valeurs) d'une fonction sans l'aide d'une formule, dans une situation à modéliser.

### Situation dans la progression

Cette activité a été proposée avant toute autre activité sur les fonctions. Mais ce n'est pas une nécessité.

### Capitalisation possible

Les fonctions sous les aspects graphiques et tableaux de valeurs.

Les résolutions d'inéquations.

Les fonctions comme outils de résolution d'un problème.

### Scénario

Un temps de recherche par groupe (≈ 1 heure en classe), avec production d'une affiche pour chacun d'eux (≈ 1 heure en classe).

Un temps de débat (≈ 2 heures en classe).

Un temps de capitalisation (≈ 1 heure en classe).

9

**Données fournies aux élèves** (accompagnant le texte du problème).

Le tableau ci-dessous donne la distance de freinage en fonction de la vitesse du véhicule pour une voiture neuve par bonnes conditions.

| vitesse en km/h | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| distance de freinage en m | 3 | 11 | 25 | 45 | 70 | 101 |

*Renseignements complémentaires :*

1) Le temps de réaction d'un conducteur en état «normal» est de 0,6 seconde ; il est de 1,8 seconde pour un conducteur en état d'ébriété.
2) Sur une route mouillée, la distance de freinage augmente de 30%.
3) La distance d'arrêt est la distance nécessaire pour s'arrêter, c'est-à-dire la distance parcourue entre l'instant où l'on a vu l'obstacle et l'instant où la voiture s'arrête.

# DISTANCE D'ARRET D'UNE VOITURE

## Présentation de l'activité :

Elle aborde le contenu **fonction**. Les fonctions, en tant qu'objets d'apprentissage, n'ont pas encore été abordées, en mathématiques, à cette époque de l'année scolaire.

Il s'agit d'une **résolution de problème**. Elle a été proposée durant le mois de novembre 1990.

Mes objectifs essentiels d'enseignement étaient les suivants:
- envisager un *élargissement* des connaissances des élèves sur les ***fonctions*** (ce n'est pas une situation de proportionnalité), c'est-à-dire susciter la mobilisation et l'utilisation, dans la résolution d'un problème, de ce que les élèves connaissent des fonctions, sur l'un ou l'autre des trois aspects (tableaux numériques, graphiques, formules),
- donner du sens aux passages de l'un à l'autre, forcer à une interrogation sur les avantages et les inconvénients de chacun des aspects et faire utiliser de fait («en actes») des propriétés liées aux fonctions.

Les élèves n'arrivant pas en classe de seconde avec une «tête vide», en particulier sur les «fonctions», je voulais que leurs savoirs sur ces notions soient réinvestis et, au besoin, mis en cause (de préférence par eux-mêmes). La résolution du problème suppose le réinvestissement éventuel d'autres savoirs : repérage cartésien du plan, coordonnées d'un point dans un repère, équation cartésienne réduite d'une droite,...

Un second objectif d'enseignement concerne, sur le long terme, les argumentations : j'y reviens un peu plus loin.

Il est cependant important de souligner

- que l'énoncé même du problème laisse **l'initiative aux élèves** du choix des outils et méthodes de résolution (**j'insiste : c'est une façon d'opérationnaliser l'autonomie dont on entend tant parler...**)
- que l'énoncé ne favorise pas (c'est le moins que je puisse dire) la mise en place d'une formule de type $D = f(v)$,
- que la résolution du problème passe par une modélisation, avec toutes les interrogations sur la pertinence de cette modélisation.

## Sur le déroulement en classe :

- Cette activité a été proposée à des élèves de seconde d'un lycée technique en novembre 1990.
- La classe, comprenant 35 élèves (1), était divisée en groupes de 3 ou 4 élèves.

(1) C'est au moins 11 de trop !

- Les données présentées ici sont tirées du manuel **Mathématiques 2de, Collection Terracher, page 377 et 378, édition 1986** : on peut en envisager d'autres.
- Autre intervention particulière n'était prévue (sauf explication des consignes ou des mots difficiles) avant la phase d'évaluation puis celle de synthèse.
- *(Eléments de consigne)* La résolution de ce problème était à la charge de chaque groupe, dans le sens suivant : ***les élèves avaient toute liberté dans la façon de mobiliser leurs savoirs, et d'élaborer leur stratégie.***
- *(Elément de consigne)* Chaque solution devait être présentée sous forme **d'affiche** ; ***l'affiche devant être réalisée en classe.***

Les affiches (format 98 cm sur 64 cm) étaient fournies aux élèves, ainsi que les crayons feutres adaptés (noirs et rouges).

- La durée de l'activité : (6 h. + $x$ h, $x$ étant le nombre d'heures hors classe).
  - explication des consignes et initialisation de la recherche *un mercredi matin* (≈ 1 h. TD)
  - + recherche et échanges *hors classe* jusqu'au lundi matin suivant (≈ $x$ heures)
  - + mise en commun le lundi matin (≈ 1 heure)
  - + réalisation de l'affiche en classe le mardi (≈ 1 heure).
  - + évaluation - débat - le mardi (≈ 2 heures)

+ synthèse - le mercredi en TD ($\approx$ 1 h 15).

- L'évaluation de chaque solution a été faite conjointement par les groupes et l'enseignant suivant les critères concernant :
  - la mise en page, la présentation,
  - la pertinence et l'exactitude des arguments mathématiques employés,
  - l'efficacité des outils mathématiques mobilisés,
  - la justesse et la clarté des explications et justifications.

## Des solutions possibles :

Ce sont des solutions «prof».

Il doit être clair qu'il s'agit aussi d'une situation de modélisation.

Dans ce qui suit, $R$ sera la distance parcourue pendant le temps de réaction, $d$ la distance parcourue pendant le temps de freinage, $D$ sera la somme des deux précédentes, c'est-à-dire la distance d'arrêt, et $V$ la vitesse.

$R$, $d$ et $D$ sont fonctions de $V$. Le contexte fait employer **naturellement** *la continuité et la croissance* de chacune des fonctions.

$R$ est proportionnel à $V$ et on a $R = \frac{1}{6000} . V$ , $R$ exprimé en km et $V$ en km/h.

***1. Utilisation d'une interpolation à partir d'un graphique approché de $D = f(v)$ :***

$D$ est représenté en tenant compte de la continuité et de la croissance.

On fait ensuite une lecture graphique de $V$ telle que $f(V) \leq 7{,}5$.

***2. Utilisation d'une interpolation linéaire avec lecture graphique :***

Après avoir représenté les points à disposition de $D = f(V)$, on trace le segment de droite entre les points $A(20 ; \frac{19}{3})$ et $B(40 ; \frac{53}{3})$ et la valeur maximale de $V$ est l'ordonnée du point de ce segment d'abscisse 7,5 (on fait une lecture graphique).

***3. Utilisation d'une interpolation linéaire,* sans *lecture graphique :***

Comme pour le 2., on utilise les points A et B, et une interpolation linéaire.

La vitesse maximale est solution de l'équation : $\dfrac{\frac{53}{3} - \frac{19}{3}}{40 - 20} = \dfrac{7{,}5 - \frac{19}{3}}{x - 20}$ d'où $V \leq 22{,}05$ km/h (environ).

*Dans l'annexe 2, sont présentées quelques procédures de recherche d'une relation algébrique entre D et V : ces procédures sont proposées en tant que suggestions d'une situation de modélisation pouvant être utilisée par exemple en classe de Première.*

## Réponses d'élèves possibles (analyse a priori) :

Du fait du travail en groupe et du temps imparti, les élèves devaient, à mon sens, réussir à trouver que $R = d + R$, et à prévoir que la vitesse se situerait entre 20 et 40 km/h, par exemple, avec un tableau comme ci-après (même si le tableau n'est pas utile dans sa totalité) :

| vitesse en km/h | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| distance de freinage en m | 3 | 11 | 25 | 45 | 70 | 101 |
| distance de réaction en m | $\frac{10}{3}$ | $\frac{20}{3}$ | 10 | $\frac{40}{3}$ | $\frac{50}{3}$ | 20 |
| distance d'arrêt en m | $\frac{19}{3}$ | $\frac{53}{3}$ | 35 | $\frac{175}{3}$ | $\frac{260}{3}$ | 121 |
| ≈ | 6,33 | 17,66 | 35 | 58,33 | 86,66 | 121 |

Le tableau devait montrer $20 \leq V \leq 40$.

Je pensais qu'il y aurait, pour les élèves, une interrogation sur l'utilisation de l'outil «proportionnalité» (pour le rejeter grâce au tableau des valeurs et au débat qui ne manquerait pas de s'instaurer à l'intérieur de chaque groupe), une recherche d'une formule liant «vitesse» et «distance d'arrêt» (vaine), pour aboutir :

- à une solution s'appuyant sur une représentation graphique approchée (procédure 1),
- ou à une solution de type «interpolation linéaire» (procédures 2 ou 3 ou 3'),
- ou à une solution de type «numérique» s'appuyant sur des encadrements successifs, si une relation était trouvée entre $D$ et $V$ (procédures de l'annexe 2).

***Utilisation d'une équation de droite*** (procédure «interpolation linéaire 3'») :

Comme pour le 3., on utilise les points A et B pour trouver une équation de la droite passant par A et B et approximant la courbe $D = f(V)$. Ce n'est évidemment pas très différent de ce qui précède, mais peut-être plus accessible aux élèves sous cette forme.

Une équation de la droite (AB) est donnée par :

$$y - \frac{19}{3} = \frac{\frac{53}{3} - \frac{19}{3}}{40 - 20}(x - 20)$$

soit : $y = \frac{17}{30}x - 5$

(si les élèves choisissent de trouver une équation de (AB), on peut penser qu'ils utiliseront plutôt une résolution de système) d'où la vitesse maximale est solution de l'équation $7{,}5 = \frac{17}{30}x - 5$ et finalement $V \leq 22{,}05$ km/h.(≈)

***Procédure «proportionnalité» :***

Un groupe a, en fait, proposé une solution s'appuyant sur la proportionnalité entre «vitesse» et «distance d'arrêt» : $D = k.V$ (ce cas, faux, peut se produire, par exemple, si on ne regarde que $V$ et $D$ pour les valeurs 20 et 40 de $V$ ).

La vitesse maximale, compte-tenu de la croissance de $D$, est solution de :

$\frac{20}{\frac{19}{3}} = \frac{x}{7{,}5}$ donc $V \leq \frac{20 \times 7{,}5 \times 3}{19}$ (≈ 23,68 km/h) ou encore, avec les valeurs approchées du tableau : $\frac{20}{6{,}33} = \frac{x}{7{,}5}$ soit $V \leq 23{,}69$ km/h.(environ)

## Sur les «argumentations» :

Mes intentions (honnêtes) sur ce sujet vont dans la même direction depuis plusieurs années.

Il est évident que ce qui est visé concerne aussi le rôle et le statut des démonstrations.

Donner du sens aux démonstrations, c'est trouver des contextes où celles-ci se révèlent nécessaires et finalisées *socialement* (ici, dans la cité «classe», avec le langage propre à cette classe), ou *scientifiquement* (utiliser une propriété universelle d'une connaissance, faire atteindre l'universalité d'un savoir, ...) avec des formes de discours différentes (orale, écrite, imagée, symbolique, vernaculaire, spécialisée, académique,...), et dans les strates sociales différentes (dans la direction prof-élèves, ou inter-élèves dans un groupe, ou encore inter-élèves inter-groupes,...).

Ici, l'argumentation inter-élèves est favorisée de plusieurs façons.

Au niveau de chaque groupe, oralement et par écrit, de deux façons :
- l'une durant l'initialisation du travail (la première phase de recherche) pendant laquelle je voulais que les élèves s'approprient le problème.

- l'autre pendant la mise en commun de ce qui avait été trouvé, et pendant la rédaction de la solution sur l'affiche.

Au niveau inter-groupes au moment de l'évaluation : chaque groupe devant lire la production des autres groupes et émettre un avis circonstancié sur chaque affiche.

## Remarques issues d'une observation «légère» durant la phase d'initialisation :

- Chaque groupe a réalisé un graphique.
- Dans chaque groupe, oralement, et souvent en liaison avec le graphique («vitesse» - «distance de freinage») réalisé, l'absence de proportionnalité entre vitesse et distance de freinage a été mentionnée, pour signaler l'impossibilité d'utiliser l'«outil proportionnalité».
- Beaucoup de discussions ont tourné autour de la formulation, l'explicitation du lien entre distance d'arrêt, distance de freinage et distance de «réaction».
- Beaucoup de groupes ont voulu calculer la distance de «réaction» dans la situation proposée.
- A la fin de cette phase, aucun groupe n'a cherché à construire un tableau des distances d'arrêt à l'aide des données, aucun groupe n'a cherché à construire des points de la représentation graphique de la fonction «distance d'arrêt».
- Certains groupes se sont mis à la recherche de l'expression de la distance de freinage en fonction de la vitesse (sans aboutir durant cette phase).
- Un groupe se montre réticent quant à l'intérêt mathématique du problème posé : les élèves de ce groupe sont plutôt «bons» ; il peut s'agir d'une perception de rupture du «contrat» pédagogique usuel.

## **Sur les contenus des affiches** (voir l'annexe 1).

Que nous révèlent ces affiches en regard des attentes annoncées ?

Il semble que l'outil «fonction» soit effectivement adapté pour résoudre le problème, même si les fonctions utilisées ne sont pas explicitées suivant les canons habituels.

Les deux aspects numérique et graphique sont continuellement sollicités (**Groupe C, Groupe H**), avec des passages de l'un à l'autre.

Il y a le plus souvent la recherche d'un intervalle (**Groupe C**) sur lequel éventuellement une étude plus fine est faite (**Groupe F**).

L'interpolation linéaire, lorsqu'elle est utilisée, est rarement annoncée comme ce qui approximera la solution.

Quelques groupes ont utilisé la proportionnalité entre distance d'arrêt et vitesse, malgré ce qui avait été dit dans la phase d'initialisation (**Groupe A**, par exemple).

Même si les graphiques ne sont pas toujours nécessaire (**Groupe C**) pour la rédaction de la solution, il apparaît que son absence est souvent une gêne pour la lisibilité des textes proposés (**Groupe** ).

## Sur l'évaluation :

Certainement par manque d'enjeu véritable, les groupes n'ont pas cherché à analyser en profondeur les démarches proposées par les autres groupes.

De fait, les seuls éléments pris en compte par les élèves ont été : la mise en page, la présentation, la qualité explicative des phrases (surtout leur simplicité) et du cheminement, la valeur numérique donnée en bout de solution (toutes les valeurs sont d'ailleurs «proches» les unes et les autres).

Aucun groupe n'a rejeté de solution (pas même les fausses ! cf. l'affiche du **groupe A**), ce qui souligne suffisamment que les élèves ne se sont pas centrés sur une analyse mathématique des solutions. Sur 9 solutions, seules 5 pouvaient être considérées comme bonnes.

En regard de l'attente de l'enseignant lors de cette phase, c'est-à-dire dans l'attente d'un débat entre élèves pour obtenir la validation ou l'invalidation de telle solution, on peut dire que cette phase a été globalemenbt «ratée». Ce fut l'enseignant qui évalua chacune des solutions.

Le problème soumis à l'étude des élèves implique une modélisation ru réel qui, en l'occurence, s'accompagne de choix d'approximations : on ne connaît pas la courbe exacte donnant la distance d'arrêt en fonction de la vitesse du véhicule.

En dehors des réflexions à mener sur le bien fondé de situations de modélisation en classe de seconde (je pense qu'elles ont bien leur place), on peut s'interroger sur les raisons des réponses et des comportements des élèves (à cette époque).

La distance donnée (7,5 m) permet d'obtenir des réponses avoisinantes (23 km/h) quel que soit le modèle choisi par les élèves, correct ou erroné. Peut-être cette proximité de réponses ne crée-t-elle pas, chez les élèves, la nécessité d'examen des connaissance mathématiques utilisées dans les solutions. Il convient alors de voir si le changement de la distance donnée amène des réponses très différentes, et par conséquent, un aménagement qui forcerait les é lèves à analyser effectivement les modèles utilisés, à les invalider éventuellement.

## Sur la capitalisation et la suite:

Elle a consisté à reprendre les solutions proposées par les groupes, à partir de remarques sur les contenus et l'argumentation présents.

On note sur les cahiers les remarques suivantes.

*Il faut retenir que :*

- *certains problèmes sont résolus rigoureusement avec des méthodes approchées clairement annoncées,*
- *plusieurs points de vue sont souvent valables pour résoudre un problème,*
- *la proportionnalité ne permet pas de tout résoudre,*
- *la méthode consistant à remplacer un morceau de représentation graphique d'une fonction par un morceau de droite est une méthode très utilisée en mathématiques.*

*A propos des fonctions, il faut retenir que :*

- *elles ne sont pas toutes représentées par des droites, et donc que toutes les fonctions ne sont pas affines,*
- *elles sont déterminées de trois façons différentes :*
    - *tableau numérique (accompagnée d'un texte),*
    - *représentation graphique,*
    - *relation algébrique entre deux variables,*
- *chacune des façons donne, en principe, les mêmes renseignements sur les propriétés des fonctions,*
- *on peut passer d'une façon à une autre pour des facilités de lecture ou d'utilisation de propriétés,*
- *il n'est pas toujours judicieux de chercher une relation algébrique.*

En plus de ce qui précède, quelques rappels peuvent être faits sur les équations de droites, sur les coefficients directeurs, sur la proportionnalité des accroissements pour les fonctions affines.

Le chapitre «fonction» n'est évidemment pas clos, et d'autres problèmes, d'autres «informations» sont venus compléter.

Pour un réinvestissement, un entraînement (mais on peut et on doit aussi penser à une certaine lassitude des élèves), voire un prolongement de l'«activité», il est possible de reprendre le texte initial et d'envisager d'autres cas d'étude :

- par exemple, route mouillée et conducteur «normal», route sèche et conducteur en état d'ébriété, route mouillée et conducteur en état d'ébriété,
- (problème) quelle serait la distance d'arrêt nécessaire pour un véhicule roulant à 130 km/h ?

# ANNEXE 1
# LES AFFICHES REALISEES PAR LES ELEVES

*Les élèves se sont répartis en 9 groupes, nommés ici de A à I.*

*Les transcriptions ont essayé de respecter la mise en page des élèves (graphiques compris) et je n'ai voulu corriger ni les phrases, ni les fautes d'orthographe.*

*A chaque affiche correspond un encadré, deux affiches sont transcrites dans deux encadrés.*

**Groupe A** (pas de graphique)

Traduisons les vitesses en mètres par seconde

* 20 km/h → 5,55 m/s
* 40 km/h → 11,11 m/s

Distance parcourue en 0,6 s :

* 5,55 x 0,6 = 3,33 m pour 20 km/h
* 11,11 x 0,6 = 6,66 m pour 40 km/h

Distance totale (temps de réflexion compris) :

* pour 20 km/h : 3,33 + 3 = 6,33 m
* pour 40 km/h : 6,66 + 11 = 17,66 m.

Etablissons un produit en croix :

soit $v$ la vitesse recherchée ; on a :

$$v = \frac{20 \times 7,5}{6,33}$$

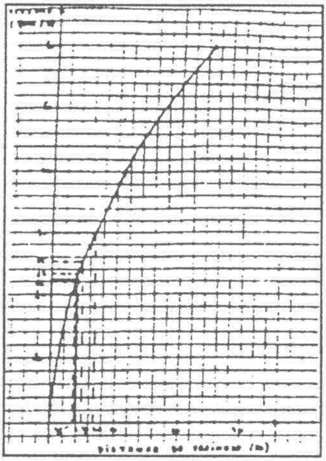
$v$ **= 23,68 km/h.**

***Remarques sur cette solution :***

*- elle suppose l'existence d'une proportionnalité entre «vitesse» et «distance d'arrêt»*

**Groupe C** (le graphique est sur une feuille A4, quadrillée 5x5)

Caractéristique de la distance de freinage :



On recherche la vitesse par rapport à la distance de freinage en tenant compte du temps de réaction.

Formule pour trouver la distance parcourue pendant le temps de réaction :
Sachant que 1 km = 1000 m
et 1 h = 3600 s
et 0,6 s le temps de réaction
la formule est :

$$\textbf{vitesse} \times \frac{1000}{3600} \times \mathbf{0{,}6}$$

La distance d'arrêt est égale à la distance de freinage + le temps de réaction.

D'après le graphique :
à 30 km/h, la distance de freinage est 6,6 m

$$\text{D.A.} = \left(\left(\text{vitesse} \times \frac{1000}{3600}\right) \times 0{,}6\right) + \text{DF}$$

$$\text{D.A.} = \left(\left(30 \times \frac{1000}{3600}\right) \times 0{,}6\right) + 6{,}6$$

D.A. = 5 + 6,6
D.A. = 11,6 m
**donc la vitesse recherchée est inférieure à 30 km/h.**

A 25 km/h, la distance de freinage est 4,6 m.

$$\text{D.A.} = \left(\left(25 \times \frac{1000}{3600}\right) \times 0{,}6\right) + 4{,}6$$

D.A. = 4,17 + 4,6
D.A. = 8,77 m.
**donc la vitesse recherchée est inférieure à 25 km/h.**

A 23 km/h, la distance de freinage est 4 m.

$$\text{D.A.} = \left(\left(23 \times \frac{1000}{3600}\right) \times 0{,}6\right) + 4$$

D.A. = 3,83 + 4

D.A. = 7,83 m

**donc la vitesse recherchée est inférieure à 23 km/h.**

A 22 km/h, la distance de freinage est 3,6 m

$$\text{D.A.} = \left(\left(22 \times \frac{1000}{3600}\right) \times 0{,}6\right) + 3{,}6$$

D.A. = 3,66 + 3,6

D.A. = 7,26 m

**donc la vitesse recherchée est supérieure à 22 km/h.**

D'après les résultats obtenus, on peut en déduire un encadrement de la vitesse (V) recherchée.

**22 < v < 23**

N.B. Nous avons procéder par élimination pour trouver la vitesse pour laquelle la voiture s'arrêterait à 7,5 m.

Pour trouver une valeur plus exacte, il nous aurait fallu des appareils de mesures que nous ne possédons pas.

De plus, les compteurs kilométriques ne sont pas justes à 1 km/h près.

***Remarques sur cette solution :***

- *le mot «caractéristique» vient-il de l'enseignement de la physique ?*
- *c'est une procédure de type «balayage dégressif» à partir d'une valeur supérieure (30 km/h), jusqu'à l'obtention d'un encadrement «satisfaisant», et s'appuyant sur un calcul numérique pour chaque valeur retenue de la vitesse,*
- *pour le calcul, la procédure suivante est répétée (par écrit) :*
  *pour une vitesse donnée, lecture sur le graphique de la distance de freinage, puis calcul de la distance de «réaction» puis calcul de la distance d'arrêt.*

**Groupe F** (le graphique tient sur une affiche complète, la deuxième).

Le temps de réaction est de 0,6 s.

- A 0 km/h la distance d'arrêt est 0 m.
- A 20 km/h, la distance de freinage est 3 m.

La distance parcourue pendant le temps de réaction à 20 km/h est :

$$3600 \text{ s} \rightarrow 20\,000 \text{ m}$$
$$0{,}6 \text{ s} \rightarrow 3{,}33\ldots \text{ m}$$

Donc la distance d'arrêt à 20 km/h est :

$$3 + 3{,}33\ldots \approx \underline{6{,}33\ldots \text{ m.}}$$

- A 40 km/h, la distance de freinage est 11 m.

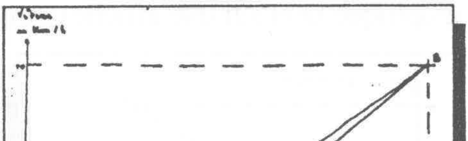
La distance parcourue pendant le temps de réaction à 40 km/h est :

$$3600 \text{ s} \rightarrow 40\,000 \text{ m}$$
$$0{,}6 \text{ s} \rightarrow 6{,}66\ldots \text{ m}$$

Donc la distance d'arrêt à 40 km/h est :

$$11 + 6{,}66\ldots \approx \underline{17{,}66\ldots \text{ m}}$$

- En représentant graphiquement avec 1 courbe et une droites ces résultats, on pourra donner une approche de la vitesse à chercher.



- Appelons le point A la distance d'arrêt à 20 km/h, B celle à 40 km/h et C celle à 0 km/h.
On joint A, B et C à l'aide d'une courbe et A, B à l'aide d'une droite.
Sur la droite, la vitesse à laquelle roule le véhicule pour s'arrêter à 7,5 m est environ 21,9 km/h.
Sur la courbe, la vitesse à laquelle roule le véhicule pour s'arrêter à 7,5 m est environ 22,4 km/h.

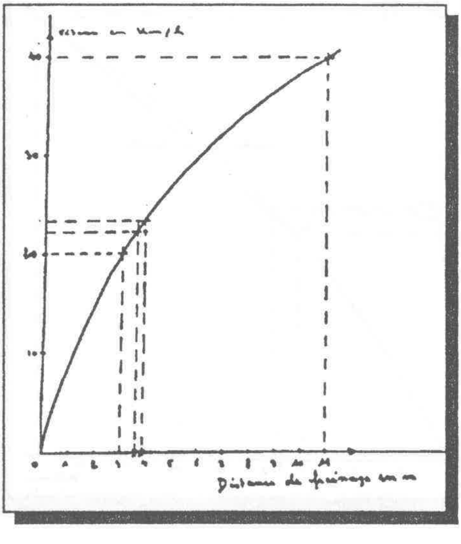
En faisant la moyenne des 2 vitesses $\left(\frac{21{,}9 + 22{,}4}{2} \approx 22{,}15\right)$,

on obtient une vitesse de

$$\boxed{22{,}15 \text{ km/h}}$$

***Remarque sur cette solution :***
*- la procédure est de type «interpolation linéaire» sur un intervalle défini initialement n numériquement,*
*- la conclusion vient de lectures graphiques.*

**Groupe H** (le graphique tient sur une affiche complète).



On peut déjà affirmé que les vitesses supérieures à 40 km/h ne correspondent pas.
On calcule la distance d'arrêt en allant à 20 km/h

$$20 \text{ km/h} = 20 \times \frac{1000}{3600} = \frac{200}{36} = \boxed{5{,}55 \text{ m/s}}$$

On calcule la distance de réflexion à 20 km/h

$$\frac{200}{36} \times 0{,}6 \approx 3{,}33 \text{ m}$$

$$\text{Distance d'arrêt} = 3{,}33 + 3 = \boxed{6{,}33 \text{ m}}$$

Donc le conducteur peut rouler légèrement plus vite que 20 km/h
On calcule la distance d'arrêt pour 22 km/h

$$22 \text{ km/h} = \frac{22 \times 1000}{3600} = \frac{220}{36} = \boxed{6{,}11 \text{ m/s}}$$

Distance de réflexion à 22 km/h :

$$\frac{220}{36} \times 0{,}6 = \boxed{3{,}66 \text{ m}}$$

On lit sur le graphique qu'il freine en 3,66 à 22 km/h ;
La distance d'arrêt à 22 km/h est donc

$$3{,}66 + 3{,}66 = \boxed{7{,}32 \text{ m}}$$

On calcule la distance d'arrêt à 23 km/h

$$23 \text{ km/h} = \frac{23\,000}{3600} = \frac{230}{36} = \boxed{6{,}38 \text{ m/s}}$$

On lit sur le graphique qu'il freine en $\boxed{3{,}9 \text{ m}}$ à 23 km/h.
La distance de réflexion à 23 km/h est donc

$$\frac{230}{36} \times 0{,}6 = \boxed{3{,}8\text{m}}$$

La distance d'arrêt à 23 km/h est donc

$$3{,}8 + 3{,}9 = \boxed{7{,}7\text{m}}$$

La vitesse de la voiture est donc comprise entre **22 et 23 km/h**.

***Remarques sur cette solution :***

- *la procédure est de type «encadrements successifs» obtenus par des calculs numériques et des lectures graphiques ; la conclusion est donnée sous forme d'intervalle,*
- *les calculs sont analogues à ceux faits par le groupe C, mais l'explication est moins nette, plus difficile à suivre.*

# ANNEXE 2

# RECHERCHE D'UNE RELATION ENTRE D ET V.

**(Ceci ne relève pas explicitement de la classe de seconde)**

Il s'agit plutôt ici de suggestions pouvant être utilisées en classe de Première : c'est une situation de modélisation.

Une relation entre $D$ et $V$ permet l'emploi de méthodes numériques d'encadrements, ou encore d'envisager la résolution algébrique d'une inéquation ou d'une équation ...

Sachant que $R = V/6$, il suffit de recherche une relation entre $d$ et $V$.

Il est intéressant d'inclure le 0 : ***d est nulle pour V nulle !***

La question pourrait être : quelle fonction approxime «assez bien» la fonction $d(V)$ ?

***1. Par l'utilisation d'un tableau de différences*** (ici, le pas est constant et égal à 20).

On a le tableau suivant :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | |
| 0 | 3 | 11 | 25 | 45 | 70 | 101 | |
| 3 | 8 | 14 | 20 | 25 | 31 | | (premières différences) |
| 5 | 6 | 6 | 5 | 6 | | | (secondes différences) |

On peut faire l'hypothèse que les résultats de cette dernière ligne «auraient» dû être égaux : le choix de la valeur commune $k$ peut être 6 (le plus «fréquent» parmi les valeurs, ou 5,6 (moyenne arithmétique des valeurs), ou autre chose de raisonnable.

Dans ce cas, $d$ est un polynôme du second degré en $V$, $d = aV^2+bV+c$ dont le terme constant est évidemment nul, et dont le coefficient $a$ du terme $V^2$ vérifie $800\,a = k$.

En prenant $k = 5{,}6$ on obtient $a = 0{,}007$ ; en prenant $k = 6$, on obtient $a = 0{,}0075$.

Pour déterminer le coefficient $b$ du terme $V$, on peut alors supposer

qu'une des mesures réalisées est correcte.
Par exemple, $d$ (20) = 3 : dans le cas où $a = 0{,}007$ , $b = 0{,}01$. On a alors $d = 0{,}007V^2 + 0{,}01V$, et par suite, $D = \frac{7}{1000} V^2 + \frac{53}{300} V$ .

*2. Par résolution d'un système d'équations.*

La courbe ressemble à une courbe $d = aV^2 + bV + c$. En supposant que $d(0) = 0$ et $d(20) = 3$ et $d(40) = 11$, on obtient :

$$c = 0$$
$$400a + 20b = 3$$
$$1600a + 40b = 11,$$

d'où $a = 0{,}00625$, $b = 0{,}025$, $c = 0$, soit $d = 0{,}00625V^2 + 0{,}025V$ et donc

$$D = \frac{625}{100000} V^2 + \frac{575}{3000} V .$$

La suite est laissée au lecteur...

# Notes personnelles