SECONDE 10

Elisabeth Hébert
Groupe didactique
IREM de Rouen

OBJECTIFS :

Cette activité vise à actualiser les connaissances suivantes :
- Choix de l'inconnue et utilité de l'équation ;
- Rôle de l'exact et de l'approché ;
- Formules d'aires et décomposition de figures.

Cette activité aide à la mise en place de la notion de fonction sous la forme algébrique

L'ÉNONCÉ :

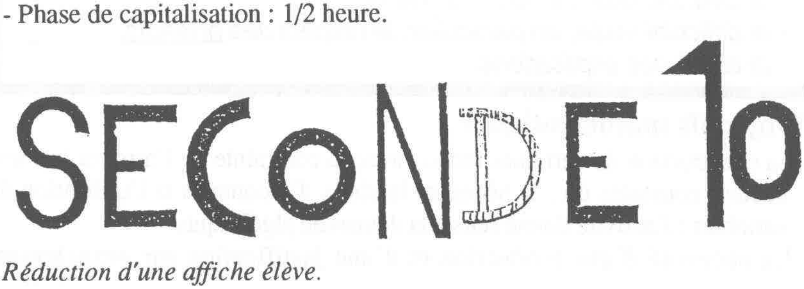
Ecrire «SECONDE 10» de sorte que l'aire de chaque caractère, lettre ou chiffre, soit de 50 cm^2.

CARACTÉRISTIQUES DE L'ACTIVITÉ :

- chaque élève peut se lancer un défi qui lui est propre ;
- travail de groupe indispensable ;
- multiplicité des démarches, des niveaux de difficultés ;
- existence d'une production matérielle.

DESCRIPTION DE L'ACTIVITÉ :

- Phase de recherche : 2 à 3 heures.
- Phase de restitution : 1 à 2 heures.
- Phase d'exploitation : variable.
- Phase de capitalisation : 1/2 heure.



Réduction d'une affiche élève.

L'activité ici présentée a été réalisée dans des classes aux profils différents (technique, scientifique, ...), avec des gestions de classe différentes. Une analyse détaillée comparative est publiée par l'IREM de Rouen.

Le développement et l'analyse ici exposés sont ancrés sur une classe au profil particulier : aucun élève ne suivra une Première S, beaucoup souhaitent faire une Première G, et ont un passé scolaire lourd. L'enseignant n'assure pas la totalité du programme.

L'énoncé :

Ecrire «SECONDE 10» de sorte que l'aire de chaque caractère, lettre ou chiffre, soit de 50 cm^2.

Avis au lecteur : avant d'aborder la lecture de ce texte, nous conseillons aux "matheux" que vous êtes de réaliser un S de son choix en respectant les arrondis !

Consignes.

L'énoncé est suivi de **consignes** qui peuvent varier suivant les classes, en particulier les contraintes concernant la forme des lettres. Pour la classe étudiée ici, les consignes sont écrites au tableau et commentées au fur et à mesure sous la forme suivante :

Travailler par groupes de 3 ou 4
Rendre le travail jeudi à 9 heures (soit 4 heures plus tard).
** Chaque groupe doit fournir :*
- *Une affiche esthétique avec le résultat du travail,*
- *Pour chaque caractère, une explication de la démarche adoptée pour parvenir exactement à 50 cm^2*

** La notation prendra en compte :*
- *la présentation,*
- *la diversité des méthodes utilisées,*
- *la difficulté visée, en particulier, le respect des arrondis,*
- *la clarté des explications.*

*Objectifs mathématiques :

- La construction de certaines lettres, avec la contrainte de l'arrondi (ou une hauteur constante ou ...) nécessite le choix d'inconnues et l'utilisation de variables : l'activité donne sens à la démarche algébrique.
- La nécessité d'une production **et** d'une justification sur «exactement

50 cm²» impose une réflexion sur le choix à faire entre valeurs exactes et approchées. L'activité familiarise l'élève avec l'emploi de π et de $\sqrt{\ }$.

- L'emploi des différentes formules sur les aires (disques, parallélogram -mes ...) et la décomposition de figures est ici indispensable.

Nous savons que ces trois points sont loin d'être acquis pour la plupart des élèves qui entrent en seconde ... et qu'une seule activité ne sera pas suffisante pour les stabiliser.

Place dans la progression de la classe :

- L'activité a lieu en début d'année scolaire.
- Le travail sur les techniques de résolution d'équations est en cours : équations du premier degré ou s'y ramenant, équations du second degré sous la forme $ax^2 + b = 0$.
- Aucun travail spécifique n'a été fait sur l'exact et l'approché, ainsi que sur les aires.
- Il s'agit du premier travail de groupe et de la première activité longue.

Scénario :

Cette activité se déroule en plusieurs phases :

- Une phase de recherche et de production par groupes. Les démarches sont totalement libres dans le cadre de contraintes fixées par les consignes. Cette phase est suivie d'une évaluation du travail des groupes.
- Une phase de restitution. Elle permet à tous de prendre connaissance des productions des autres groupes et d'en faire une analyse critique. Elle est ici gérée à partir d'une fiche de parcours (voir annexe 1), mais cette phase peut aussi se gérer à partir d'exposés et débats, avec utilisation du tableau ou du rétroprojecteur.
- Une phase d'exploitation conçue pour permettre à tous de s'approprier la méthode algébrique qui s'est dégagée de la phase de restitution. Pour la classe étudiée, cette phase comporte un devoir sur la lettre D, un supplément sur la lettre S. Mais cette phase peut être gérée de toute autre manière à partir des productions des élèves.
- Une phase d'évaluation individuelle de l'apprentissage, elle se fait par un contrôle sur la lettre C.
- Une phase de capitalisation, au cours de laquelle l'enseignant cherche, à partir d'un questionnaire, à faire ressortir les acquis mathématiques et métamathématiques liés à cette activité.

Caractéristiques de l'activité :

Il s'agit d'une activité longue adaptée à un travail de groupe et à des niveaux d'élèves très variés. Pour chaque lettre, les élèves vont se lancer divers **défis** de réalisation, le niveau de difficulté est donc extrêmement variable, les démarches utilisées et savoirs mobilisés sont multiples.

L'exigence d'arrondis ne fournit aucune contrainte pour les caractères rectilignes qui sont alors simples à réaliser, mais par contre l'élève se trouve confronté aux équations du second degré dès qu'il aborde le O, le C, le S et le D.

Une production matérielle (affiches, fiches,...) incite le groupe à mener le travail **à son terme**. Cette activité même longue peut être pensée dans sa globalité : les différentes étapes de l'activité se trouvent fixées par l'objectif d'une production matérielle. L'**anticipation** de ce qui va être à faire s'opère pour tous.

Par ailleurs, la production tangible de plusieurs lettres de 50 cm^2 peut donner, par comparaison, aux élèves un moyen de **contrôle** immédiat sur la vraisemblance de leurs propositions.

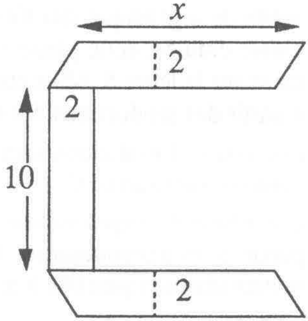
La justification d'une démarche menant à 50 cm^2 et exactement 50 cm^2 est un défi mathématique. Il appartient au contrat ordinaire de la classe de mathématiques. L'élève accepte volontiers de le relever.

Différentes procédures de résolution du problème :

Avec encore plus d'originalité que nous l'avions prévu (voir la fiche de parcours annexe 1), les élèves emploient des procédures élémentaires :

- *Par découpage à partir d'un rectangle d'aire 50 cm^2 puis recollage sous forme de lettres.*
- *Par pavage et comptage sur la base de 12 carreaux 1/2 d'aire 4 cm^2 , ou de 25 carreaux d'aire 2 cm^2 ou ...*
- *A partir du quadrillage (1/2 cm x 1/2 cm) d'une feuille, en utilisant les formules d'aires du rectangle et du triangle rectangle et en complétant par comptage.*
- *Par recherche d'une quantité inconnue du premier degré.*

Exemple :



Il y a deux types de démarches possibles :

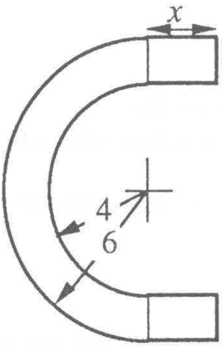
- **arithmétique :**

  aire d'un parallélogramme $(50 - 20) : 2 = 15\ \text{cm}^2$

  longueur du côté du parallélogramme 7,5 car 2 x 7,5 = 15

- **algébrique :**

  $20 + 2.(2x) = 50.$



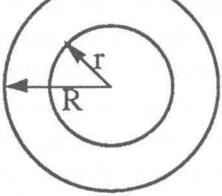
La démarche arithmétique convient parfaitement pour les caractères rectilignes mais ne peut convenir pour les caractères arrondis.

Exemple :

Dans une démarche arithmétique, l'élève calcule au fur et à mesure le résultat de l'opération $(\pi 6^2 - \pi 4^2) : 2$, le résultat exact n'est donc pas obtenu. Il écrit plus volontiers les nombres exacts avec une démarche algébrique : $\frac{\pi\, 6^2 - \pi\, 4^2}{2} + 2(2x) = 50$.

- *par recherche d'une quantité inconnue au second degré :*

  Beaucoup de problèmes se ramènent à $x^2 = k$.



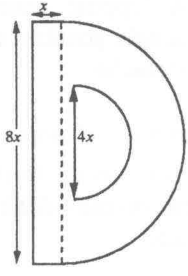
Exemple :

Construire un O tel que l'aire du grand disque soit 100 cm^2 et l'aire du petit disque soit 50 cm^2.

La recherche d'une solution «à tâtons» est possible, mais ne donne pas le résultat exact. Seule une formulation algébrique donne la réponse :

$\pi R^2 = 100$ donc $R = \sqrt{\frac{100}{\pi}}$

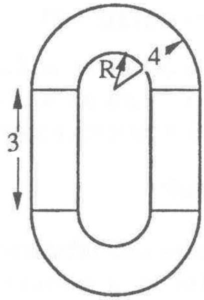
et $\pi r^2 = 50$ donc $r = \sqrt{\frac{50}{\pi}}$.



Mais la situation peut devenir beaucoup plus complexe et nécessiter une véritable mise en équation.
Exemple :

On a alors : $8x^2 + \dfrac{16\pi x - 4\pi x^2}{2} = 50$ et $x = \dfrac{5}{\sqrt{3\pi + 4}}$.

A signaler que certaines équations peuvent être du second degré de la forme : $ax^2 + bx + c = 0$, ce qui nécessite de changer certaines exigences quant à la forme de la lettre ou de faire appel à une compétence extérieure.



Exemple :
on a alors $(\pi 4^2 - \pi R^2) + 2(3(4 - R)) = 50$

soit $- \pi R^2 - 6R + 26 - 16\pi = 0$.

Analyse des productions des élèves :

Les défis :

Pour la plupart des élèves, la hiérarchie des difficultés a été perçue confusément. Les élèves se sont attaqués d'abord aux lettres les plus simples E (parties rectilignes et nombres entiers), N (partie rectilignes mais nombres approchés liés aux fractions), O (arrondi mais familier), puis enfin C, D, S. Il y a donc eu une anticipation des procédures en jeu pour parvenir à la production de tel ou tel caractère.

Outre cet aspect global concernant l'organisation du travail, les défis que se sont lancés les élèves sont extrêmement variables. Nous pointerons ici deux types particuliers d'élèves qui ont retenu notre attention :

- Des élèves «en difficulté», qui se lancent des défis extrêmement ambitieux : l'espace de liberté les y incite mais, par absence d'anticipation, ils ne parviennent pas à cerner les défis qu'ils sont en mesure de relever.
- A l'opposé, certains élèves «en difficulté» cherchent la solution la plus simple possible, trop habitués à chuter sur les chemins de l'aventure intellectuelle.

Formules d'aires et décomposition de figures :

Le travail effectué dans ce domaine, au cours de l'activité, s'est situé à deux niveaux différents, selon les acquis antérieurs des élèves sur le concept d'aire.

Cette activité a été, pour de nombreux élèves (beaucoup plus rares dans les autres expérimentations), l'occasion d'une remise en mémoire de connaissances élémentaires et cependant fondamentales sur les aires :

- avec une procédure de découpage, certains élèves s'interrogent sur la possibilité de superposer les morceaux : a-t-on $\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B)$ lorsque $A \cap B = \varnothing$?
- avec une procédure par pavage on comptage, certains élèves retournent à la décomposition de figures en pavés unitaires (de 4 cm^2 ou 2 cm^2 ou 5 cm^2) ;
- avec une procédure qui, sur la base d'une feuille quadrillée, s'effectue par comptage et utilisation de formules d'aires élémentaires, les élèves retournent à la signification des formules d'aires.

A un niveau moins élémentaire, les élèves ont utilisé la décomposition des figures et l'outil formules d'aires ; ils recourent alors à divers formulaires (livre, agenda). Certaines figures, comme la couronne et le parallélogramme sont source de nombreuses difficultés.

Vers la démarche algébrique :

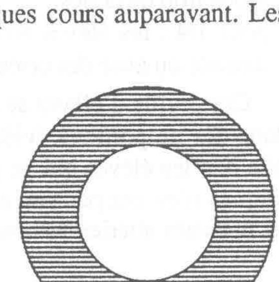
La production de caractères rectilignes se gère aisément par une démarche arithmétique, sauf peut-être pour la rédaction de la justification : il est alors plus aisé d'écrire une équation, mais peu d'élèves le perçoivent.

La construction de la lettre O a mené tous les groupes de cette classe à chercher «à tâtons» la valeur de R (et r) qui permettrait d'obtenir le mieux possible la quantité fixée, par exemple 75 cm^2 pour le grand cercle et 25 cm^2 pour le petit cercle.

Au fur et à mesure qu'un élève ou un groupe s'est lancé dans cette fastidieuse recherche à la calculatrice, le professeur est intervenu pour inciter celui-ci à écrire ce qu'il recherchait ; avec un peu d'hésitations les élèves ont écrit $\pi R^2 = 75$. Le professeur les a alors invités à mettre ceci en relation avec la résolution de l'équation $3x^2 = 7$ étudiée quelques cours auparavant. Les élèves ont alors produit des justifications du type :

Je choisi de prendre : 75 cm^2 – 25 cm^2.

Calcul du grand rayon :	*Calcul du petit rayon :*
$A = R^2 \times \pi$	
$75\ cm^2 = R^2 \times 3{,}14$	$25\ cm^2 = R^2 \times 3{,}14$
$R^2 = \dfrac{75}{3{,}14}$	$R^2 = \dfrac{25}{3{,}14}$
$R^2 = 23$	$R^2 = 7{,}9$
$R = 4{,}7$	$R = 2{,}8.$



Pour obtenir un résultat exact, l'emploi d'une équation du type $\pi R^2 = 75$. ne suffit pas ; elle doit s'accompagner d'une formulation correcte de la solution sous la forme $\sqrt{\frac{75}{\pi}}$. Il faut donc abandonner les nombres approchés pour passer aux nombres exacts. Progressivement, au cours des différentes phases, les élèves abandonnent la démarche arithmétique, convaincus de l'efficacité (rapidité et simplicité) de la démarche algébrique. Ceux pour qui le langage algébrique est uni de sens en viennent à percevoir la force de l'écriture $A(x) = 50$ pour déterminer une valeur exacte de x. Ceux-ci l'emploient alors avec aisance.

Evaluation de la démarche algébrique :

Tous les élèves parviennent-ils à s'emparer de la démarche algébrique avec autant d'aisance ?

Une analyse des procédures utilisées par les élèves lors de la phase d'évaluation sous la forme d'un contrôle sur la lettre C (voir annexe 3), donne, pour cette classe particulièrement faible, la répartition suivante :

- pour 1/4 : les élèves ne l'utilisent pas du tout, soit parce qu'ils parviennent à utiliser la démarche arithmétique avec aisance et se sufisent de valeurs approchées,ilst refusent donc toujours ce nouvel outil, soit parce qu'ils sont trop désinvestis de l'école pour fournir l'effort que demande cette activité lorsque les caractères deviennent complexes.
- pour 1/4 : les élèves tentent une utilisation de l'inconnue x mais en vain ; le langage algébrique n'est pas muni de sens. L'utilisation correcte de la démarche arithmétique, des formules d'aires, de l'exact et de l'approché ne serait-elle pas suffisante pour ce type d'élève dans un premier temps ?
- pour 1/4 : les élèves s'emparent de l'outil démarche algébrique, mais ils échouent : ensemble d'informations trop complexe, calcul avec π, $\sqrt{\ }$, divisions trop difficiles, ...
- pour 1/4 : les élèves recourent à la forme $A(x) = 50$ qu'ils traitent avec aisance ou avec des erreurs minimes.

Ces profils d'élèves se retrouvent pour toutes les expérimentations, mais dans des proportions évidemment différentes, plus réjouissantes ! Est-ce à dire que les élèves qui ne parviennent pas à utiliser l'outil «démarche algébrique» n'en ont pas perçu le sens ? Les propos que nous avons recueillis et les activités ultérieures nous laissent penser le contraire.

Analyse des différentes phases :

La phase de recherche :

La plupart des élèves se sont véritablement investis dans cette activité. Ce premier travail de groupe a très majoritairement satisfait les élèves :

Avez-vous aimé le travail de groupe ,

«Oui, on peut prendre ses responsabilités sans avoir à demander au professeur»

«Oui, l'ambiance est plus agréable. Nous pouvons nous aider entre nous. C'est plus motivant».

«Oui car c'est nouveau et rare en maths. On réfléchit plus».

«Oui, car on s'éclate plus.»

Cependant, vu par l'enseignant, des problèmes se sont posés pour trois des sept groupes, à savoir :

- Le manque de concentration. Une occasion rêvée pour chahuter, l'adaptation à ce nouveau contrat n'est pas immédiate.
- Le manque de suivi dans le travail : problème d'absentéisme d'une séance à l'autre (hélas non spécifique à cette activité).
- Un regroupement d'élèves dit «caractériels».

Le rôle du professeur a été, comme dans toute activité, de réguler la dynamique de la classe. Ses interventions sur le savoir en jeu se sont limitées au passage de la démarche «à tâtons» à la démarche algébrique.

Une évaluation du travail de chacun des groupes a aussitôt eu lieu. Celle-ci fut notée pour signifier à l'élève la valeur du travail scolaire fourni. L'enseignant a noté et commenté pour chaque groupe : le fonctionnement collectif, la présentation de l'affiche, la qualité mathématique, la diversité et l'originalité. L'élève a accepté volontiers la prise en compte de ces nouveaux aspects dans la note attribuée au groupe.

La phase de restitution :

Elle a comporté deux éléments :

- La réalisation d'une **affiche** par groupe. Elle insiste sur la globalité du travail de groupe, et suscite un contrôle visuel comparatif sur la «taille» des caractères.
- La **fiche de parcours.** Elle propose aux élèves un parcours organisé à travers les multiples productions des différents groupes. Elle est élaborée par le professeur pour mener chacun des élèves vers une appropriation des formules d'aires et de la démarche algébrique. Celui-ci veille, par ailleurs, à mettre en valeur au moins une des lettres de chacun des groupes. Elle est

parcourue par chaque élève, à son propre rythme, éventuellement avec la collaboration des voisins immédiats. Elle a souffert, elle aussi, de la nouveauté du contrat qu'elle exige : les cours de maths ne sont pas des lieux où l'on s'éternise en s'interrogeant sur ce qui a été produit par d'autres.

Une restitution par exposés oraux aurait-elle été préférable ? On peut en douter. Les difficultés d'écoute et d'expression rendent les échanges mathématiques extrêmement difficiles dans cette classe au profil particulier.

La phase d'exploitation :

Il s'agit de partir des défis que se sont lancés les élèves, pour mener le maximum d'entre eux à s'approprier la démarche algébrique.

Le devoir sur la lettre D (annexe 3) : chacun des problèmes envisagés dans ce devoir ne peut se trouver résolu que par une démarche algébrique du type $A(x) = 50$. La donnée du résultat exact, par exemple $x = (64 - 17\pi) : 2$, impose à l'élève d'avoir recours à cet outil, même si celui-ci lui semble bien obscur et angoissant. Une aide individuelle est proposée aux élèves qui le souhaitent.

Le super Supplément sur la lettre S : cette fiche reprend les différentes lettres S proposées par la classe, beaucoup de productions n'étant d'ailleurs pas valides. Elle est conçue comme un supplément pour les quelques élèves s'étant approprié la fiche de parcours.

La phase d'évaluation :

Un **Contrôle sur la lettre C** permet une évaluation «à chaud» des compétences des élèves. Les résultats médiocres de celui-ci ont été analysés auparavant.

La phase de capitalisation :

Quel savoir institutionnaliser au terme de cette activité ?

Rien, nous semble-t-il. Il serait vain de faire écrire aux élèves ce qu'est une équations, une valeur exacte, une valeur approchée. Seules les formules d'aires seraient institutionnalisables, mais inutilement, les élèves savent parfaitement utiliser des formulaires.

Par contre, amener les élèves à une conscience plus claire de ce qu'ils ont découvert à travers cette activité nous a semblé essentiel. Le questionnaire capitalisation porte donc sur deux aspects :

- les contenus, en particulier équations, valeurs exactes et approchées ;
- le contrat en vigueur dans la classe à l'occasion de cette activité.

1) Que pensez-vous avoir appris au cours de cette activité ?
   - en mathématiques ?
   - dans d'autres domaines ?
2) En quoi les équations vous ont-elles été utiles ?
3) Quand utiliser une valeur exacte ? une valeur approchée ?
4) Avez-vous été intéressé par la recherche d'un tel problème ? Pourquoi ?
5) Avez-vous aimé travailler en groupe ? Pourquoi ?
6) Que pensez-vous du travail sur fiches à partir des propositions de vos camarades ?

Les réponses des élèves nous ont permis de mieux mesurer le message effectivement reçu ; nous avons ainsi pu élaborer des activités ultérieures, en tenant compte de la réaction des élèves face au nouveau contrat.

Le réinvestissement :

Sous l'angle de la gestion de classe, la régulation du travail par activités a pu se faire, comme nous venons de le voir, à partir du questionnaire précédent.

En ce qui concerne les acquis, les élèves ont réinvesti ceux-ci dans de multiples problèmes d'aire utilisant l'écriture **en fonction de *x***, mettant ainsi en place la diminution algébrique du concept de fonction. C'est cet aspect du savoir qui sera l'occasion d'une institutionnalisation.

En particulier, la série d'activités enchaînées «les exigences du promoteur» intitulées

- le terrain d'Al Khawarizmi
- la tour du promoteur
- un maximum pour le promoteur

a permis, à partir de ces acquis, d'explorer le concept de fonction dans les cadres algébriques et graphiques (voir annexe 4).

Conclusion :

L'activité «Seconde 10» a intéressé les élèves, mais au regard du temps qu'elle a nécessité, a-t-elle permis les progrès escomptés ? Partiellement, sans doute. Nous savons qu'une seule activité, même longue, ne peut venir à bout d'échecs en mathématiques de vieille date... et qu'un apprentissage de ce type, ne se stabilise qu'avec l'usage et le temps.

A travers cette activité, c'est une autre fiorme de relation aux mathématiques qui est proposée aux élèves. Par sa nouveauté et l'autonomie qu'il instaure, ce nouveau contrat séduit les élèves, mais par ses exigences d'approfondissement, il dérange ces élèves habitués à capituler face aux difficultés dans l'espoir qu'on passe rapidement à autre chose. La forme de travail ici proposée impose donc une modification du rapport au savoir de l'élève. Cette activité ne peut espérer à elle seule provoquer le changement escompté, elle devra être relayée par des activités construites dans la même perspective, tant en mathématiques que dans les autres disciplines. C'est du moins ce défit qu'a tenté de relever l'équipe pédagogique de la classe particulière qui fait l'objet du présent compte rendu. L'activité «Seconde 10» aura contribué à cette évolution.

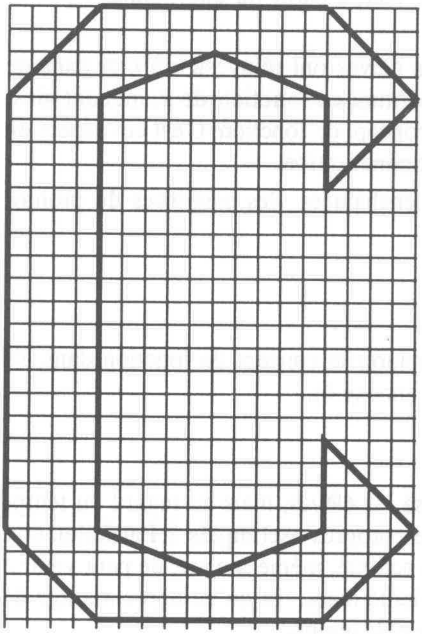
ANNEXE 1

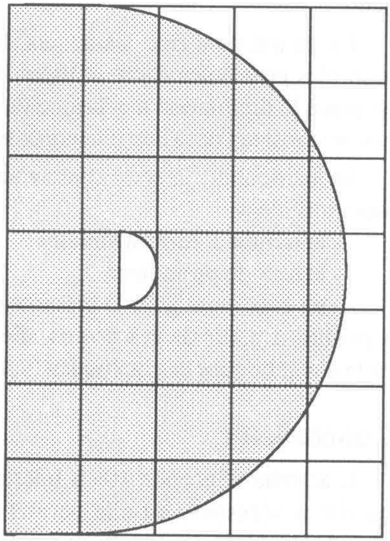
Fiche de parcours - page 1

Avec des quadrillages : ces lettres sont tracées avec des carreaux de 1 cm^2, ou 2 cm^2, ou 4cm^2.

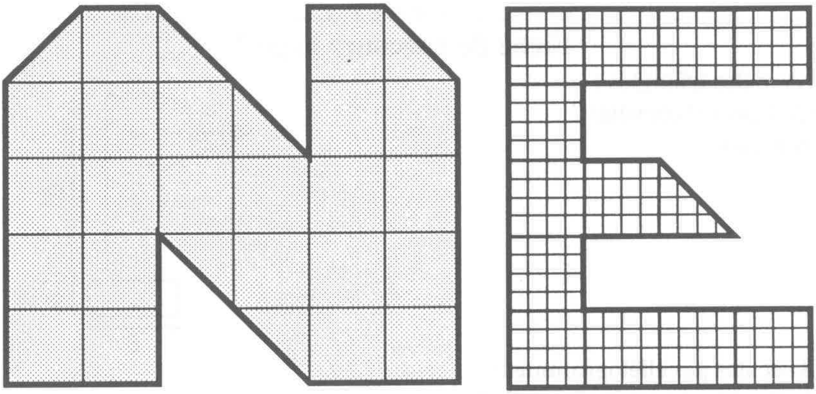
1- Quelles lettres conviennent ? Pourquoi ?

2- Que faut-il modifier pour qu'elles conviennent ?

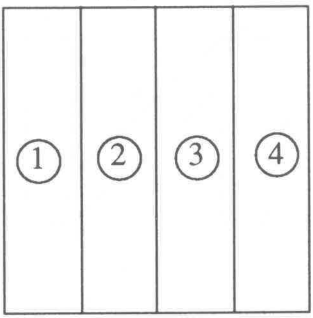


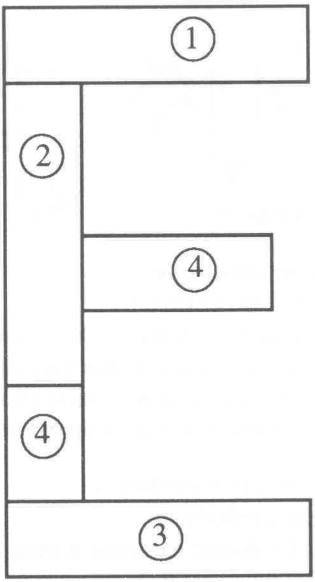


(les lettre sont données aux élèves en grandeur réelle).



Avec des bandes de papier de même largeur :
On découpe puis recolle comme un puzzle.



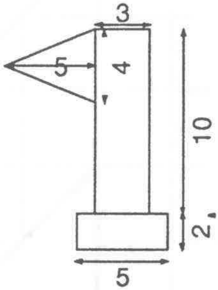


- On construit un carré de 50 cm^2 d'aire.
Quelle est :
  - la longueur exacte du côté du carré ?
  - la longueur approchée $5\ 10^{-1}$ cm près du côté du carré ?
- Avec quelle autre bande de papier aurait-on pu travailler ?

Fiche de parcours page 2

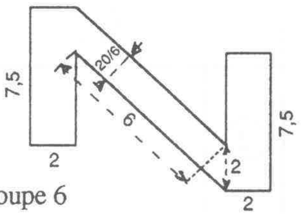
Avec des triangles :

Ce 1 peut-il convenir ?
Pourquoi ?

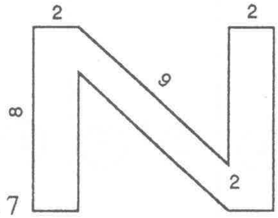


Avec des parallélogrammes :

1- Ces N peuvent-ils convenir ?
Pourquoi ?
2- Construire avec une méthode semblable un N qui convienne.



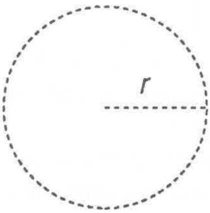
Groupe 6



Groupes 4 et 7

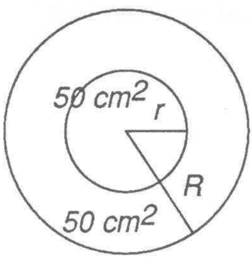
Avec un disque :

Voici le chiffre 0 !!!
On appelle r le rayon de ce disque.
1- Quelle équation doit vérifier r ?
2- Donner la valeur exacte de r ?
3- Donner une valeur approchée de r ?

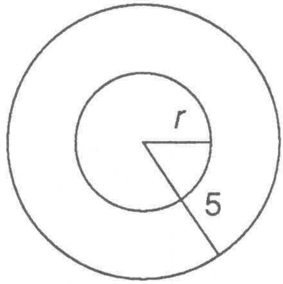


Avec une couronne :

1ère méthode :
1- Le disque extérieur a pour aire 100 cm ^{2}.
Son rayon est R.
Quelle équation vérifie R ? Trouver R.
2- Le disque intérieur a pour aire 50 cm ^{2}.
Son rayon est r.
Quelle équation vérifie r ? Trouver r.
3- R est le double de r. Est-ce normal ?
4- Construire un tel O.



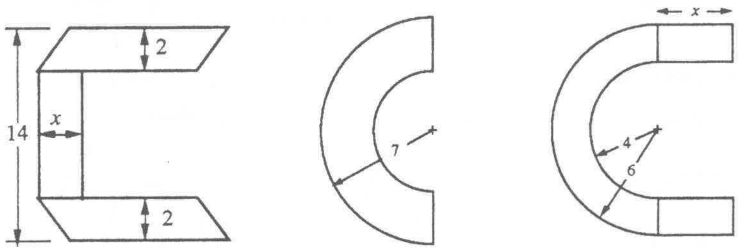
2ème méthode :
1 on choisit $R = 5$ cm pour le rayon du disque extérieur.
Quelle est l'aire exacte de ce disque ?
2- On appelle r le rayon de ce disque.
Quelle équation doit vérifier r ?
3- Donner la valeur exacte puis approchée de r.
4- Construire un tel O.



Annexe 3

Contrôle (2° partie)

Construire des lettres de 50 cm^2 satisfaisant aux exigences suivantes :

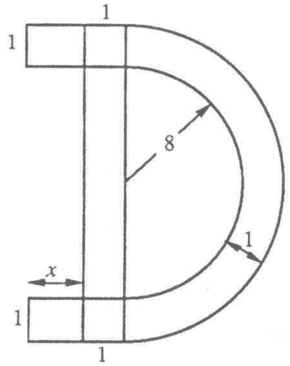


On aura soin de donner les valeurs exactes et approchées de chacune des longueurs représentées. On justifiera celle-ci.

Devoir

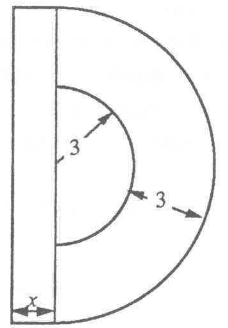
Construire des lettres de 50 cm^2 satisfaisant aux conditions imposées par les figures.
On aura soin de donner à chaque fois les justifications et équations
les valeurs exactes puis approchées.
On donnera pour chacune des possibilités la construction de D en grandeur réelle.

Première possibilité :



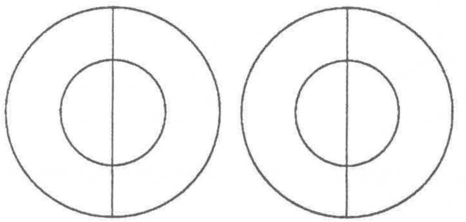
Solution : $x = \dfrac{64 - 17\pi}{4}$

Deuxième possibilité :



Solution : $x = \dfrac{100 - 27\pi}{24}$

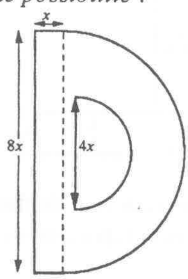
Troisième possibilité :



disque extérieur 100 cm^2
disque intérieur 50 cm^2

Solution : $x = \dfrac{5\sqrt{\pi}}{4}$

Quatrième possibilité :



Solution :

$$x = \sqrt{\frac{50}{6\pi + 8}} = \frac{5}{\sqrt{3\pi + 4}}$$

Annexe 4

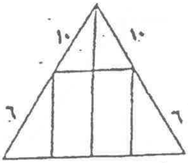
Activités enchaînées

Activité 1 : Le terrain d'Al Khwarizmi - Un problème d'arpentage (par groupes).

Phase 1 : Tracer un carré à l'intérieur d'un triangle isocèle de côtés 10, 10, 12, tel que les sommets appartiennent aux côtés du triangle. Justifier la figure.

Phase 2 : Ecrire la solution d'Al-Khawarizmi en utilisant les notations d'aujourd'hui.
Que sait-on de ce mathématicien ?

[فان قيل]
أرض مثلثة من جانبيها عشرة أذرع عشرة
أذرع والقاعدة اثنا عشر ذراعا في جوفها
أرض مربعة كم كل جانب من المربعة بقياس
ذلك أن تعرف عمود المثلثة وهو أن تضرب نصف القاعدة وهو ستة في مثله فيكون
ستة وثلاثين فانقصها من أحد الجانبين الأقصرين مضروبا في مثله وهو مائة
يبقى أربعة وستون فخذ جذرها ثمانية وهو العمود وتكسيرها ثمانية وأربعون
ذراعا وهو ضربك العمود في نصف القاعدة وهو ستة فجعلنا أحد جوانب
المربعة شيئا وضربناه في مثله فصار مالا فحفظناه ثم علمنا أنه قد بقي لنا مثلثان
عن جنبتي المربعة ومثلثة فوقها فأما المثلثان اللتان على جنبتي المربعة فهما متساويتان
وعمودهما واحد وهما على زاوية قائمة فتكسيرهما أن تضرب شيئا في ستة إلا
نصف شيء فيكون ستة أشياء إلا نصف مال وهو تكسير المثلثتين جميعا اللتين
هما على جنبتي المربعة. فأما تكسير المثلثة العليا فهو أن تضرب ثمانية غير شيء
وهو العمود في نصف شيء. فيكون أربعة أشياء إلا نصف مال فهذا هو تكسير
المربعة وتكسير الثلاث مثلثات وهو
عشرة أشياء تعدل ثمانية وأربعين هو
تكسير المثلثة العظمى فالشيء الواحد من
ذلك أربعة أذرع وأربعة أخماس ذراع.
وهو كل جانب من المربعة وهذه
صورتها.



D'après une traduction orale d'A.Djebbar lors d'un exposé :

Si on dit : une terre triangulaire ayant des côtés de 10, 10, 12 coudées, dans son ventre (à l'intérieur) une terre carrée. Quel est le côté de cette terre ?

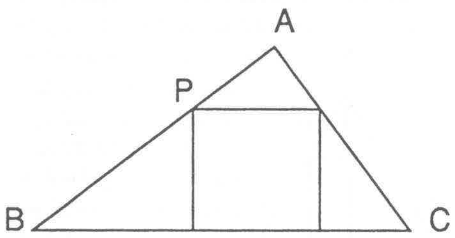
Multiplie la moitié de la base par elle-même, retranche-la de l'un des côtés les plus petits multiplié par lui-même et c'est 100, il reste 64.

Prends sa racine qui est 8, et c'est la hauteur. Et son aire est 48, et c'est le produit de la hauteur par la moitié de la base qui est 6.

Nous posons l'un des côtés de la terre carrée, une chose. Nous la multiplions par elle-même, elle devient le «capital» (mal), nous la conservons. Puis nous constatons qu'il nous reste deux triangles sur les flancs du carré et un triangle au-dessus de lui. Quant aux deux triangles qui sont sur les flancs de la terre carrée, ils sont égaux et leur hauteur est la même et ils ont un angle droit. Donc leur aire s'obtient en multipliant une chose par six moins une demi chose, ce qui donne 6 choses moins une demie d'un carré : et c'est l'aire des deux triangles ensembles qui sont sur les 2 flancs de la terre carrée. Quant à l'aire du triangle supérieur, elle s'obtient en multipliant 8 moins une chose, qui est la hauteur, par la moitié d'une chose, cela donne 4 choses moins la moitié d'un carré. Ceci est l'aire de la terre carrée et des 3 triangles, et c'est 10 choses et égale à 48, qui est l'aire du grand triangle. La chose est donc 4 coudées et 4/5 et c'est chaque côté de la terre carrée et voici sa figure.

(D'après : *Découvrir les mathématiques arabes* - Irem de Rouen.)

Activité 2 : La tour du promoteur (multiples gestions possibles éventuellement en devoir avec un énoncé fermé).
Un promoteur immobilier veut construire une tour carrée sur un terrain triangulaire de 30, 40 et 50 m.
AB = 30, AC = 40, BC = 50.
Où faut-il placer le point P ?



Activité 3 : Un maximum pour le promoteur (par groupes).
Un promoteur dispose d'un terrain triangulaire de côtés 30, 40 et 50 m. Il veut construire un immeuble rectangulaire s'appuyant sur le côté de 50 m. Où mettre l'immeuble pour que celui ci ait un profit maximum ?

Pour plus de détails sur ces activités enchaînées; voir la brochure publiée par l'IREM de Rouen : *«Activités et gestion de la classe : un exemple : seconde X»*.