

Commission Inter-IREM
Second Cycle

MODULE
en
SECONDE

Nouveaux programmes

Ont participé à l'élaboration de ce document :

Noël BASCOU	IREM de Montpellier
Denise COURBON	IREM de Lyon
Françoise DELORS	IREM de Poitiers
Jean-Pierre FORNALLAZ	IREM de Besançon
Alain LADUREAU	IREM de Lille
Michèle MATHIAUD	IREM de Paris 7
Danièle PEYLET	IREM de Paris Nord
Josette REYNAUD-FEURLY	IREM de Lyon
Guy ROBERT	IREM de Rennes
Jean-Pierre SICRE	IREM de Poitiers

Responsable :

Jean-Alain RODDIER IREM de Clermont-Ferrand

Sommaire

Introduction	5
Extraits du B.O. (n°23 du 4 juin 1992)	7
Les modules	
1 Narrations de recherches (Montpellier)	9
2 Problèmes de construction (Montpellier)	13
3 La démonstration (Montpellier)	17
4 L'espace (Montpellier)	21
5 Evaluation et aide à l'apprentissage (Grenoble)	27
6 Gestion des savoirs et savoirs faire en maths (Grenoble).....	39
7 Une famille de carrés (Grenoble)	43
8 Plus fort que ma calculatrice (Grenoble)	45
9 Géométrie (Strasbourg)	49
10 Scrutin proportionnel (Strasbourg)	51
11 Autour du signe « = » (Nice)	55
12 La droite d'Euler (Nice)	57
13 L'irrationnel $\sqrt{2}$ (Clermont-Ferrand)	61
14 Section d'un cube par un plan (Poitiers)	65
15 Correction d'un devoir à la maison (Lyon)	73
16 Somme et produit (Montpellier)	77
Bibliographie	81
Adresses des IREM	82

Cette brochure est un début de réponse à une commande de la D.L.C. concernant l'enseignement susceptible d'être réalisé dans le cadre des modules. Le texte ci-dessous correspond à une année de réflexion, le travail se poursuit. Plusieurs équipes s'intéressent à cet enseignement et ont tenté différentes organisations. Le temps dont elles ont disposé ne leur a pas encore permis d'évaluer les premiers efforts. Toutefois, nous pensons que les informations fournies peuvent être intéressantes à exploiter à condition de les examiner avec un peu de recul. C'est ce qui justifie la sortie de ce document.

R.DOUADY

Présidente de l'ADIREM

Pour répondre à une commande de l'ADIREM, la Commission Second Cycle a chargé un sous-groupe de prendre en charge la réalisation de cette brochure, constituée de publications de différents IREM ayant déjà produit des travaux sur les modules en Seconde.

Il n'était pas question de procéder à une sélection dictée par des critères pré-établis, mais d'élaborer un condensé significatif de divers articles des IREM sur le sujet.

Nous remercions Jean Alain RODDIER qui a assumé cette «mission impossible» compte tenu des délais très courts qui lui ont été imposés.

Les responsables de la Commission

D.COURBON

D.DELEFORGE

P.ETTINGER

INTRODUCTION

Dans le cadre de la rénovation pédagogique des lycées, un temps modulaire a été créé pour les élèves de seconde, temps dont les textes officiels ont fixé les modalités dès 1991 et dont la mise en œuvre a été faite en Septembre 1992. Ce temps modulaire n'était pas caractérisé par des contenus spécifiques, mais trois fonctions essentielles étaient mises en avant dans les textes pour le définir :

- faciliter les apprentissages,
- faciliter le traitement des différences,
- améliorer le suivi des élèves.

Aujourd'hui, les modules ont un an d'existence.

Les enseignants, parfois désarmés, ont dû faire face à une situation nouvelle, ils ont dû construire ce temps modulaire dans l'urgence, dans des conditions matérielles souvent imposées, parfois inadaptées. Tous ont rencontré des problèmes et apporté des réponses partielles, variées et pragmatiques sur le terrain.

A travers de nombreuses questions et progressivement, il faut bien reconnaître que nous assistons à un véritable changement d'état d'esprit à l'origine d'une dynamique de communication et d'échanges dans les établissements.

Ce document répond à une commande de la DLC auprès de la Commission Inter-IREM Second Cycle.

Cette brochure a pour objectifs essentiels :

- d'apporter certaines réponses à des questions qui ont été soulevées lors de la mise en place des modules ;
- de donner quelques exemples de thèmes qu'il est possible de développer en module avec, pour chacun d'entre eux, un exemple d'illustration ;
- de centraliser ce qui a été réalisé dans les IREM de Grenoble, Montpellier, Nice et Strasbourg ;
- de montrer la diversité de ce qu'il est possible de proposer en module ;
- de mettre en évidence une activité qui nous a paru pertinente par rapport aux objectifs à atteindre.

De façon plus précise, le travail réalisé a voulu apporter une réponse aux questions suivantes :

- 1 - Le fait de proposer telle ou telle séance en module est-il pertinent par rapports aux objectifs annoncés ?
- 2 - Quels sont les avantages que l'on peut avoir à proposer un travail donné en module ?
Qu'est-ce qu'une séquence axée sur les modules peut-elle avoir de différent par rapport à ce que l'on peut proposer en Travaux Dirigés ?
- 3 - Le professeur qui veut proposer un travail en module doit-il nécessairement faire des groupes ? Si oui, quels sont les critères qu'il va pouvoir utiliser pour faire ses groupes ? Utilise-t-il l'évaluation de début d'année ? une évaluation effectuée auparavant ?
- 4 - Comment cette séance s'articule-t-elle par rapport au cours et aux TD ?
- 5 - Quelles sont les retombées d'une séance en module donnée sur l'apprentissage des notions concernées ?

Cet ensemble de questions nous a conduits à élaborer une liste de rubriques que nous souhaitons voir illustrées dans cette brochure :

- 1) Lecture et compréhension d'énoncés.
- 2) Réinvestissement des connaissances et consolider des savoirs.
- 3) construire un raisonnement, une argumentation.
- 4) Aide à la recherche d'un problème (résolution).
- 5) Redonner du sens à un concept.
- 6) apprentissage de la rédaction.
- 7) Recenser différentes méthodes pour résoudre un problème.
- 8) Aide à un bilan de connaissances.
- 9) Outil informatique et calculatrices.
- 10) Les mathématiques en relation avec d'autres disciplines.

Cette liste, non-exhaustive, a été réalisée de façon à ce que la brochure soit en adéquation avec les attentes des professeurs. Nous avons voulu que les entrées retenues soient exprimées de la façon la plus explicite possible.

La brochure présente, pour chaque rubrique, une activité qu'il est possible de traiter en module en permettant de cadrer au mieux avec la formulation de la rubrique ; ces exemples ne constituent en aucun cas des modèles, c'est une base de travail pour construire de nouvelles séquences modulaires mieux adaptées aux besoins des élèves.

Depuis la mise en place des modules en Septembre 92, de nombreux IREM, hormis ceux mentionnés auparavant, ont travaillé sur les modules en seconde ; nous faisons donc référence à certaines brochures qui présentent des activités qui ont été pour la plupart expérimentées en classe.

B. La classe de seconde générale et technologique

II. Les enseignements modulaires

II.1. Les enseignements modulaires portent en seconde générale et technologique sur quatre disciplines : français, langue vivante I, histoire/géographie et mathématiques

Tous les élèves ont déjà pratiqué ces disciplines au collège et tous les élèves les pratiqueront en première quel que soit le choix de série qu'ils effectueront.

Les quatre disciplines disposent du même horaire hebdomadaire (1 h 30 professeur) et tous les élèves doivent bénéficier de l'horaire modulaire prévu dans chaque discipline, soit en moyenne 3/4 h par semaine. Le calcul de la dotation horaire globale (DHG) tient compte de ces nouveaux horaires.

Les heures d'enseignements modulaires font partie intégrante des obligations de service des enseignants. Étant donné que les enseignements modulaires ne prendront leur sens que par interaction avec les autres heures d'enseignement, il est indispensable que chaque professeur ait en charge à la fois les modules et les autres heures. Cette disposition n'interdit naturellement pas aux équipes de professeurs d'une même discipline de s'organiser sur la base d'un projet pédagogique de telle sorte qu'un professeur puisse s'adresser à d'autres élèves qu'à ceux de sa propre classe pendant les enseignements modulaires.

II.2. Les enseignements modulaires constituent une réponse à la diversité des besoins des élèves

La classe de seconde constitue un palier dans la scolarité secondaire : les connaissances ou compétences acquises au collège doivent être renforcées et les apprentissages, notamment méthodologiques, propres au lycée doivent être amorcés. Devant faire face à ces exigences pédagogiques, les professeurs sont par ailleurs confrontés à l'hétérogénéité des élèves : variété des formations reçues au collège, diversité de celles envisagées pour le cycle terminal, degrés très inégaux de maturité et de motivation. Enfin, de nombreux professeurs estiment que la conjonction des exigences légitimes en classe de seconde et de l'hétérogénéité des élèves ne

les placent pas en position de traiter la totalité des objectifs du programme de cette classe ; cette situation appelle de toute évidence des dispositions appropriées.

Les enseignements modulaires sont précisément une réponse aux problèmes engendrés par cette situation tels qu'ils ont été décrits depuis plusieurs années par la plupart des professeurs enseignant en classe de seconde.

Ils consistent en effet en un certain nombre d'heures mises à la disposition des enseignements de classe de seconde dans les quatre disciplines concernées. Les professeurs répartiront les élèves en groupes à effectifs restreints pour trouver des réponses à certains problèmes pédagogiques que la classe entière, pour des raisons d'effectif et d'hétérogénéité, ne permet guère de traiter.

Tous les élèves tireront profit de ces moments différents dans les apprentissages :

— c'est une évidence pour les élèves les plus lents ou les plus en difficulté,

— c'est aussi une réalité pour les élèves qui ont effectué un apprentissage sans difficulté : il leur est utile de prendre le temps d'identifier ce qui a été pertinent dans leurs démarches. C'est à cette condition sans doute que l'assimilation se fera réellement et que le transfert sera possible.

Les diverses modalités d'évaluation qui favorisent cette prise de conscience sont donc nécessaires non seulement pour repérer les besoins, mais aussi pour reconnaître les conditions de réussite d'une activité.

Il est important par ailleurs que les professeurs concernés prennent conscience qu'ils disposent avec l'enseignement modulaire d'un moyen d'observation des élèves et de dialogue avec eux qui facilite les choix pédagogiques pour l'ensemble de leur enseignement. Ainsi, les modules doivent leur apparaître comme une possibilité qui leur est donnée, en partant des pratiques qui ont déjà actuellement cours dans les classes, de mieux faire ce qu'ils font au service des objectifs de leur enseignement.

Les enseignements modulaires permettent de réguler les apprentissages menés en classe entière :

— d'une part, parce qu'ils offrent un temps privilégié de traitement de l'hétérogénéité, en permettant de mieux tenir compte des différents rythmes et modes d'apprentissages des élèves à travers des modalités pédagogiques appropriées :

- proposer des activités propices à l'acquisition de méthodes de travail (personnel et en équipes) dont la maîtrise insuffisante est un facteur important d'échec,

- faciliter l'accès à l'abstraction, le maniement des langages et des codes propres à chaque discipline,

- tenir compte des différences en terme de rythme d'assimilation, d'investissement, de méthodes d'apprentissage et de capacité réflexive, par l'organisation d'approches différentes du savoir, dans le cadre de groupes constitués sur la base de besoins identifiés ;

— d'autre part, parce qu'ils permettent aux élèves de prendre la juste mesure de leurs propres ressources, de déceler leurs points faibles, d'affermir leurs intérêts personnels et de développer leur autonomie :

- développer des capacités d'autoévaluation,

- proposer des activités qui leur permettent de réfléchir à leurs habitudes de travail et de prendre conscience de leurs modes d'apprentissage pour les améliorer.

Comme on le voit, la logique qui doit présider à la mise en œuvre des enseignements modulaires est beaucoup plus riche que celle qui conduirait à opposer des modules dits « de soutien » à des modules dits « d'approfondissement » : le schématisme et la référence implicite à un niveau défini de façon absolue que ces no-

tions suggèrent répondent en effet très mal à la diversité des élèves.

Afin d'exploiter au mieux les possibilités offertes, un dispositif d'accompagnement de la mise en œuvre des modules est prévu au niveau national, relayé par les MAFFEN au niveau académique.

II.3. L'organisation des enseignements modulaires dans la classe et dans l'établissement :

a) La répartition des élèves est faite par les professeurs sur la base des différentes informations qu'ils ont l'habitude de collecter dans tous les types d'évaluation et qui permettent de cerner au plus près les besoins réels :

- dans les semaines précédant l'évaluation, (dont la date limite est fixée au 30 septembre) on pourra mettre à profit les heures d'enseignement modulaire pour faciliter l'adaptation de tous les élèves au lycée, en travaillant dans chaque discipline sur certains contenus disciplinaires mais aussi sur l'organisation du travail personnel, la clarification et la communication des objectifs, l'explicitation des exigences... ; la meilleure connaissance de leurs élèves ainsi acquise par les professeurs au cours de ces travaux en groupes restreints contribuera aussi à faciliter la répartition ultérieure dans les groupes d'enseignement modulaire,

- dans un deuxième temps les regroupements pourront de plus s'appuyer avec profit sur les résultats obtenus à partir des documents que la Direction de l'évaluation et de la prospective (DEP) diffusera dans tous les établissements pour la rentrée de septembre 1992,

- par la suite, l'année scolaire étant dorénavant organisée en cinq périodes, la composition des groupes et les objectifs visés dans ceux-ci pourront être revus plusieurs fois pour tenir compte au mieux de l'évolution des élèves.

b) Si aucune modalité particulière n'est imposée aux enseignants, quelques règles doivent être respectées :

- les heures d'enseignement modulaire ne se font jamais en classe entière,

- sauf pendant les premières semaines, le partage de la classe, répondant à une analyse concrète des besoins des élèves, ne se fait pas de façon aléatoire en fonction d'un effectif fixé arbitrairement à l'avance ; le partage ne se limite pas non plus à la constitution de groupes de niveau.

La mise en place des enseignements modulaires est l'affaire de tous : leur organisation en terme d'emploi du temps, de gestion des groupes, etc. doit faire l'objet d'une réflexion concertée qui trouve sa place naturelle dans l'élaboration du projet d'établissement.

c) Les enseignements modulaires doivent être une réponse aux besoins observés par les enseignants. Ils pourront se prêter aux initiatives les plus variées : projet élaboré en commun par plusieurs professeurs d'une même discipline ou par plusieurs professeurs de disciplines différentes d'une même classe, fonctionnement en parallèle de plusieurs classes de l'établissement. Ces initiatives devront naturellement être encouragées pour peu qu'elles permettent de mieux servir les objectifs de formation.

d) La constitution d'équipes pédagogiques ne peut pas être considérée comme un préalable indispensable à la bonne marche des modules : toutefois, les chefs d'établissement favoriseront, en tant que de besoin, toute initiative visant à la constitution de celles-ci.

e) Les chefs d'établissement et les enseignants qui auront la charge de l'organisation et de la gestion pédagogique des enseignements modulaires veilleront à assurer auprès des élèves et de leurs parents la meilleure information et la plus grande transparence sur les objectifs retenus pour la mise en œuvre des modules.

f) La constitution progressive, dans le cadre de l'établissement, d'une banque de ressources destinée aux enseignements modulaires, confiée par exemple au CDI, doit être l'objectif de tous les professeurs, afin que l'accumulation des expériences et la mémoire de l'établissement facilitent le travail de chacun.

g) Il ne saurait être question que la direction des Lycées et Collèges définisse a priori, de façon réglementaire, les contenus et activités des enseignements modulaires en seconde étant bien entendu qu'ils s'appuient exclusivement sur les programmes qu'ils doivent contribuer à traiter plus efficacement.

Néanmoins, différents exemples d'organisation d'emplois du temps et d'activités auxquelles les modules pourraient être consacrés dans le cadre de chacune des disciplines seront fournis, par différents canaux, avec l'objectif d'aider chefs d'établissements et professeurs.

Ces suggestions ne dispenseront toutefois aucun des professeurs concernés de deux tâches qui leur appartiennent en propre :

- évaluation fine des besoins de leurs élèves, essentiellement en terme de compétences nécessaires pour profiter des enseignements de seconde et réussir dans cette classe,

- élaboration des travaux choisis en fonction des programmes en vigueur et au service de leurs objectifs, repérage des thèmes ou activités susceptibles de répondre le mieux possible aux besoins des élèves.

BO n° 23 - 4 juin 1992

Rubrique : Construire un raisonnement, une argumentation
Recherche de problèmes
Aide à un bilan de connaissances.

Module : Narrations de recherches. IREM de Montpellier.

Thème :

Recherche et rédaction de problèmes dans le but de motiver et valoriser des élèves en situation d'échec sur des activités plus classiques.

Objectifs :

- 1- Faire prendre conscience aux élèves de leurs possibilités et de leurs difficultés.
- 2- Motiver les élèves à la recherche de problèmes.
- 3- Participer à la mise en place de la démonstration.

Articulation avec le cours et les TD.

Constitution des groupes :

Il s'agit d'un travail dont la forme n'est pas celle proposée généralement en TD (on demande à l'élève de raconter sa recherche). De plus, les notions abordées ne sont pas forcément liées au cours, et le temps imparti à la recherche n'est pas limité.

Il n'est pas nécessaire d'avoir des groupes ciblés, mais il est possible (peut-être préférable en module) de faire travailler les élèves par groupes de 2 ou 3. Cette activité déconnectée du cours et des T.D. du point de vue du contenu peut cependant constituer une activité préparatoire à l'introduction d'une notion.

A la suite de ce module, on pourra avoir des «retombées» sur :

- l'apprentissage à la recherche d'un problème,
- la démonstration.

Remarque : Il est intéressant avant de faire une telle activité, de lire le document :

Narration de Recherches

IREM-USTL Montpellier (1992)

Arlette CHEVALIER

Mireille SAUTER

La mise en œuvre :

Il s'agit avant tout de définir clairement avec l'élève un contrat oral ou écrit précisant ce que l'on attend de lui : un exposé écrit (que nous appelons narration) décrivant le travail qu'il a effectué lors de la recherche d'un problème donné. Cet exposé peut ou non conduire à la solution ; il doit contenir les différentes étapes de sa recherche (minutées ou non), les divers éléments qui l'ont arrêté, qui l'ont incité à changer de direction. Il peut éventuellement être accompagné de ses brouillons. En échange, l'enseignant s'engage à faire porter son évaluation sur ce travail de recherche et narration, que l'élève soit parvenu ou non à une solution complète et correcte. Cette évaluation portera sur la précision de l'exposé, la qualité des explications et des justifications données, la qualité des dessins. Le contrat doit être perçu comme une amorce de dialogue entre enseignant et élève.

L'énoncé :

Les narrations de recherche ne peuvent concerner que des problèmes dans lesquels la réponse n'est pas donnée. Ce qui élimine (au moins dans un premier temps) les problèmes du type «Démontrer que ...»

Par ailleurs, si l'on veut laisser le champ libre aux élèves quant au choix des stratégies mises en œuvre, il faut éliminer aussi les énoncés dans lesquels une série de questions induisent une progression bien définie. Le choix reste large cependant, comme par exemple les problèmes ouverts posés par l'équipe de Lyon ou certains problèmes de manuels scolaires.

Le compte rendu :

Il s'agit là du travail le plus important et le plus délicat du dispositif car c'est là et à travers les diverses annotations qu'il faut instaurer un dialogue professeur-élève.

On peut faire porter l'accent sur :

- le fait que tous les brouillons soient joints et numérotés,
- les difficultés de compréhension de l'énoncé,
- les prises de conscience d'erreurs qui ne manquent pas de surgir,
- les méthodes utilisées pour traiter certaines questions particulières,
- les raisons ayant provoqué un changement de stratégie,
- les idées qui apparaissent incidemment, même si elles ne paraissent pas directement liées à la solution du problème,
- les recherches de procédures performantes,
- les recherches de preuves,
- les réflexions personnelles de tous ordres.

Lire des extraits de copies d'élèves en difficulté pour les valoriser, montrer à certains qu'ils étaient peut-être tout près du but pour les motiver, laisser s'instaurer et favoriser un débat entre élèves ayant des solutions différentes en prenant soin de les laisser exposer leurs solutions.

A ce stade, on peut mettre en place une réflexion sur la justification, sur la démonstration, sur l'exposé de la solution et les exigences que cela nécessite.

Le contrat va s'enrichir de consignes nouvelles; à côté de sa recherche, l'élève devra alors présenter une solution claire et succincte destinée à un camarade qui n'avait pas cherché ce problème et qu'il faudrait convaincre.

On va aussi peu à peu s'acheminer vers des problèmes pour lesquels la narration de la recherche sera suivie d'une proposition de démonstration.

Quelques conseils :

1 - Notre expérience montre qu'en début d'année l'effet de motivation est accru si l'on s'appuie sur des énoncés de type dénombrement. Leur traitement met souvent en œuvre des stratégies différentes de la part des élèves, ce qui favorise le débat.

2 - On peut également mettre le professeur de français dans le coup. S'il se prête au jeu, cela peut valoir quelques rédactions intéressantes.

3 - On peut largement puiser dans les énoncés qui suivent. Ils ont tous été testés et portent sur des domaines divers des mathématiques.

Présentation de la séance :

Cette séance comporte 5 parties :

- sujets de narration Algèbre-dénombrément
- sujets de narration Géométrie
- sujets de narration Espace
- sujets de narration Puissance
- sujets de narration Transformations.

Voici un exemple de ce qui est proposé dans la partie Algèbre-dénombrément :

(D2) On veut connaître le nombre de segments qui joignent des points donnés.

Par exemple :

Si j'ai 2 points, je ne peux tracer qu'un segment.

Si j'ai 3 points, je peux tracer au plus 3 segments.

Si j'ai 4 points, je peux tracer au plus 6 segments.

En faisant de nombreux dessins, en cherchant une méthode pour dénombrer les segments, remplis le tableau ci-dessous.

Si j'ai	Je peux tracer au plus
1 point	0 segment
2 points	1 segment
3 points	3 segments
4 points	
5 points	
6 points	
7 points	
12 points	
20 points	
108 points	
n points	

L'ensemble du texte proposé se trouve dans le brochure «Enseignement modulaire, fascicule 1» Irem de Montpellier, 1992.

Rubrique : Lecture et compréhension d'énoncé.

Construire un raisonnement, une argumentation

Aide à la recherche d'un problème.

Module : Problèmes de construction.

IREM de Montpellier.

Thème :

Mise en œuvre d'une méthodologie de traitement des problèmes de construction : l'abandon des contraintes.

Objectifs :

- 1- Donner aux élèves une manière d'aborder les problèmes de construction.
- 2- Montrer les limites d'une méthode unique de traitement pour une catégorie de problèmes.

Méthode : Description des problèmes de construction, de la méthode d'abaissement des contraintes. Mise en œuvre sur des exercices de difficultés progressives. Exemples d'exercices montrant les limites de la méthode.

Articulation avec le cours et les T.D.

Constitution des groupes :

Le contenu de cette séance ne s'insère pas dans le programme, mais permet un réinvestissement des connaissances. Il est différent du T.D. dans lequel on fait des applications directes du cours.

Il n'est pas nécessaire de faire des groupes déterminés mais le public peut être ciblé (en particulier des élèves pour lesquels le programme de géométrie sera conséquent en Première).

Cette séance est en aval du cours sur les Transformations, mais il n'a pas besoin d'être connecté à celle-ci. Elle structure une méthode souvent employée de façon qui paraît artificielle à l'élève.

Présentation de l'activité

Le mot «CONSTRUIRE»

Les problèmes de construction, du seul point de vue graphique, sont ceux dont la solution peut être obtenue à l'aide :

- de la règle et du compas,
- du compas seul,
- de la règle seule,
- d'autres appareils que l'on puisse assimiler à la règle et au compas.

«L'algèbre et l'analyse permettent d'affirmer qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'une expression analytique puisse être construite à la règle et au compas est qu'elle se déduise de grandeurs connues par des opérations rationnelles ou par des racines carrées en nombre fini». Cette citation de F.KLEIN définit les grandeurs constructibles à la règle et au compas, et, de là, les problèmes de construction qui ont une solution et surtout, ceux qui n'en ont pas ... Mais ce n'est pas l'objet de ce document.

La nature des problèmes :

Résoudre un problème de construction va donc consister à définir un enchaînement de tâches correspondant à des tracés de droites ou de cercles et à la mise en évidence de points d'intersection. Cet enchaînement de tâches devra être une conséquence des **contraintes** imposées par l'énoncé.

Par exemple, pour construire un triangle ABC sachant que $AB = 6$, $AC = 4$ et $BC = 3$, l'unité étant choisie, il faut respecter trois contraintes qui sont les trois longueurs. La méthode de traitement traditionnelle consiste à dessiner d'abord le segment $[AB]$ par exemple et ensuite ne retenir qu'une seule des deux contraintes restantes, par exemple $AC = 4$. De là, le point C ne peut être que sur le cercle de centre A et de rayon 4 et enfin introduire la troisième contrainte $BC = 3$ pour construire les deux triangles solutions. Il est évident que l'on ne peut à la fois mettre en jeu les trois contraintes et c'est de façon presque naturelle que l'on choisit d'en considérer une, puis deux simultanées et enfin trois simultanées. On a là une approche d'une méthode plus générale de traitement qui consiste de façon systématique à gommer une contrainte.

Les exercices 1, 2, 3, 4, 5 et 6 suivants proposent d'approcher puis de mettre en œuvre cette méthode.

Les difficultés :

La première de toutes réside dans le choix de la contrainte à abandonner ; là, il faut faire preuve de patience, peut-être encourager les mauvais choix pour mieux les dénoncer ensuite ...

La deuxième provient du fait que gommer une contrainte revient très souvent à transformer le problème en un problème de lieu géométrique (droite ou cercle) dont l'approche est en général donnée par une construction géométrique : isométrie, homothétie, ...

Enfin, bien que semblant naturelle, cette méthode (qui peut être d'ailleurs utilisée dans d'autres domaines) a ses limites comme le montrent les exercices 7 et 8.

Cette séance contient 8 problèmes de construction :

- les problèmes 1 à 6 proposent d'approcher puis de mettre en œuvre cette méthode ;
- les problèmes 7 et 8 montrent les limites de cette méthode.

Voici deux exemples de ce qui est proposé :

Exercice 1 :

On donne deux droites D_1 et D_2 sécantes en O et un point I n'appartenant ni à D_1 , ni à D_2 et N sur D_2 tels que I soit milieu de $[MN]$ en adoptant la démarche suivante :

- 1- Déterminer les différentes contraintes du problème.
 - 2- Résoudre le problème en abandonnant une des contraintes.
 - 3- Réintroduire la contrainte abandonnée.
- Donner une solution au problème.

Remarques :

1- Le comptage des contraintes ne pose pas de problèmes majeurs, de même que la ressemblance entre « M sur D_1 » et « N sur D_2 ». La difficulté réside dans le choix de la contrainte à abandonner. Il faut laisser du temps au temps...

2- Si l'on abandonne « N sur D_2 », l'alignement des points n apparaît rapidement, la difficulté se situe au niveau de la preuve de cette propriété.

3- Cette méthode n'exclut nullement la possibilité de traiter le problème en le supposant résolu... autre méthode bien connue, mais parfois moins évidente.

Exercice 7 :

On donne un triangle ABC . Construire M sur $[AB]$ et N sur $[AC]$ tels que $BM = NM = NC$.

Remarques :

Les contraintes sont ici au nombre de 4. Supprimer une égalité, par exemple $MN = NC$ est toujours possible, mais alors le lieu de M reste le segment $[AB]$

et seul le hasard peut conduire à la solution. Il reste donc à supprimer une contrainte d'appartenance, par exemple $M \in [AB]$, mais cela revient à construire N sur $[AC]$ tel que $BN = 2NC$. Etudier les positions de N telles que $BN > 2NC$ ou $BN < 2NC$, ... C'est l'impasse, sauf si l'on pense à l'exercice 5 et que l'on transforme l'énoncé en : «construire N' sur $[AC]$, B' sur $[BC]$ et M' tel que $(B'M') \parallel (BA)$ et $B'M' = M'N' = N'C$. On aura alors une solution «plus petite» qu'une homothétie de centre C permettra de recréer.

Rubrique: Apprentissage de la rédaction.

Aide à la recherche d'un problème

Module: La démonstration.

IREM de Montpellier.

Thème:

Aide méthodologique à la recherche d'un problème, à l'apprentissage de la démonstration. Gestion de l'hétérogénéité de la classe.

Objectifs:

- 1- Donner aux élèves quelques méthodes pour aborder la recherche d'un problème.
- 2- Aider les élèves dans la rédaction d'une démonstration.

Méthode:

A partir d'un énoncé, proposer successivement quelques voies permettant d'aborder la recherche, une aide dans la conduite du travail et enfin guider l'écriture d'une rédaction à l'aide d'un canevas.

Articulation avec le cours et les T.D.

Constitution des groupes:

Ce travail est d'ordre méthodologique et ne s'appuie pas sur le contenu d'un cours particulier. Il suffit de choisir des activités en fonction des acquis des élèves.

Il n'est pas nécessaire de faire des groupes déterminés car cette activité peut se traiter sous différentes formes, chaque élève pouvant travailler à son rythme, allant de l'énoncé seul à un nombre suffisant d'«aides» pour accéder à la rédaction de la démonstration.

Cette séance ne s'appuyant pas sur le cours, elle peut être proposée à n'importe quelle période de l'année, et on pourra en avoir des retombées à l'occasion de n'importe quel travail faisant intervenir une démonstration.

Présentation de la séance

Les difficultés que rencontrent nos élèves devant un problème de géométrie sont de plusieurs ordres :

- Qu'est-ce qu'on me demande ?
- Comment commencer ?
- Comment présenter correctement ce que j'ai trouvé ?

Les activités présentées ici doivent permettre d'aider l'élève lorsqu'il est arrêté dans son travail afin qu'il puisse seul parvenir à une réponse correcte à la question posée.

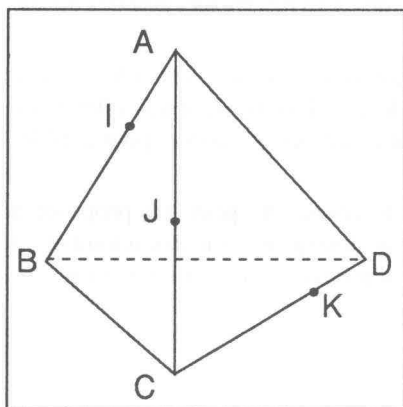
Pour chacune des six activités proposées, on trouvera :

- un énoncé ;
- une première feuille «Pour commencer» pouvant l'aider à aborder son travail ;
- une deuxième feuille «Quelques pistes de travail» donnant des indications ayant pour but d'amener l'élève à la solution. Il s'agira pour lui de mettre en place la rédaction de la démonstration ;
- une troisième feuille «Rédaction» proposant un canevas de solution à compléter par l'élève.

Suivant le rythme de travail de l'élève, on pourra lui proposer soit l'énoncé seul, soit l'énoncé accompagné de la feuille n°1, soit l'aider davantage avec la deuxième feuille. Dans tous les cas, son travail terminé ou non, on lui demandera de compléter la troisième feuille qui comporte parfois un prolongement de l'activité.

Exemple d'une activité proposée : l'activité 5.

Dans la partie : «Enoncés»



Construire l'intersection du plan (IJK) avec les faces du tétraèdre $(ABCD)$.

Dans la partie : «Pour commencer»

L'intersection de deux plans sécants de l'espace est une droite.

L'intersection d'un plan et d'une face est donc un segment (lorsqu'ils sont sécants). Deux points suffisant pour déterminer une droite, il est immédiat que :

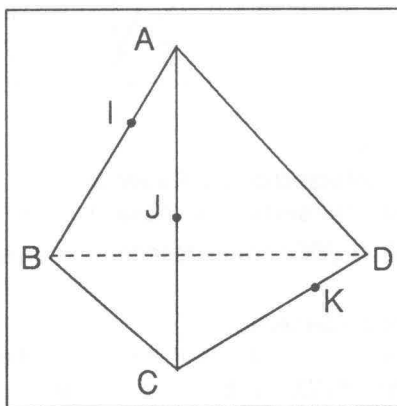
$[IJ]$ est l'intersection du plan (IJK) et de la face ABC .

$[JK]$ est l'intersection du plan (IJK) et de la face ADC .

La difficulté est donc de construire les intersections de (IJK) avec les faces ABD et DCB car dans chaque cas un seul point est connu. Comment trouver un autre point ?

On peut prolonger les tracés de (IJ) et (JK) et tenter de savoir si ces droites coupent ou non le support de certaines arêtes du tétraèdre.

Dans la partie : «Quelques pistes de travail»



Soit P le plan (IJK) .

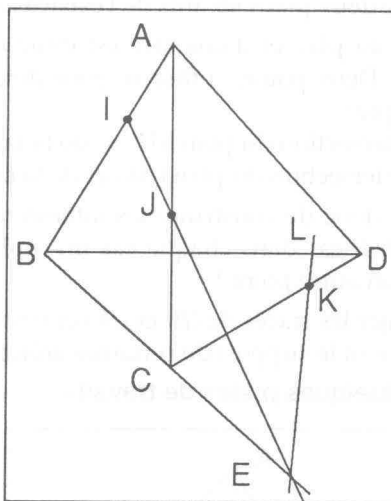
$[IJ]$ et $[JK]$ sont les intersections du plan P avec les faces (ABC) et (ACD) .

Pour construire l'intersection de P avec la face (BCD) par exemple, il faut un autre point que K sur cette face.

Pour déterminer ce deuxième point, on peut démontrer tout d'abord que les droites (IJ) et (BC) sont sécantes en un point E et énoncer toutes les relations d'appartenance commençant par « E appartient à ...». Par exemple $E \in (IJ)$, $E \in (BC)$, etc ...

En faisant de même avec K , on peut alors montrer que (KE) est l'intersection des plans (IJK) et (BCD) . Il suffit ensuite de poursuivre.

Dans la partie : «Rédaction d'une démonstration»



Soit P le plan (IJK) .

le segment $[IJ]$ est l'intersection de P avec la face

le segment $[JK]$ est l'intersection de P avec la face

Les droites (IJ) et (BC) sont coplanaires car elles sont incluses dans le plan

Soit E leur point d'intersection.

E appartient à P car E à (IJ) et (IJ) dans

E appartient au plan (BCD) car E et

E et K appartiennent à l'intersection de P et du plan

On trace (EK) qui coupe (BD) en L .

alors $[KL]$ représente l'intersection de P avec

l'intersection de P avec la face (ABD) est

Prolongement : Lorsque I, J, K sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[AC]$, $[CD]$, quelle est la nature de l'intersection de P avec le tétraèdre ?

Rubrique : Réinvestir des connaissances acquises ;
les consolider.
Construire un raisonnement, une argumentation.
Aide à un bilan de connaissances.

Module : L'Espace.

IREM de Montpellier.

Thème :

Mise en œuvre des propriétés de la géométrie de l'espace à travers des activités rarement abordées en cours.

Objectifs :

- 1- Aborder d'un point de vue méthodologique certains problèmes de géométrie de l'espace.
- 2- Réinvestir les connaissances acquises, les organiser.
- 3- Prolonger et approfondir le travail effectué en classe.

Méthode :

Traitement d'exercices de difficultés croissantes dont la méthode générale de traitement est définie par le premier exercice de chaque série.

Articulation avec le cours et les T.D.

Constitution des groupes :

Cette séance vient consolider et compléter des notions sur l'espace acquises en seconde, elle diffère du T.D., car pendant l'heure de T.D., on a rarement le temps de s'éloigner des applications du cours ; de plus, il s'agit d'un travail présenté sous forme d'auto-formation.

Il n'est pas nécessaire de faire des groupes ciblés, mais on peut conseiller ces activités pour des élèves qui continuent la géométrie dans l'espace en classe de première.

Présentation du contenu de la séance

Les problèmes d'ombre peuvent fournir à divers niveaux (mais peut-être pas chez les débutants?) un terrain d'exercice intéressant pour la mise en œuvre des diverses connaissances acquises en géométrie de l'espace.

Ces problèmes font intervenir deux types de situations déterminées par la nature de la source lumineuse :

- la lumière solaire,
- la lumière artificielle («au flambeau»).

Dans le premier cas, la source lumineuse est tellement éloignée que, par rapport à la taille des objets terrestres, on peut la considérer à l'infini et, de ce fait, les rayons lumineux sont parallèles. Le modèle mathématique correspondant est la projection cylindrique sur un plan suivant une direction donnée. Cette projection donne naissance à la perspective cavalière.

Dans le deuxième cas, les rayons lumineux émanant d'une source rapprochée, leurs supports concourent en un point (la source). Le modèle mathématiques correspondant est la projection conique sur un plan à partir d'un point extérieur à ce plan. Cette projection donne naissance à la perspective centrale.

Pour être complet, il faut ajouter que, dans tous les cas, on distingue deux sortes d'ombres :

- l'ombre propre de l'objet, située sur l'objet, est la partie non éclairée de celui-ci ;
- l'ombre portée par un objet sur une surface quelconque.

La nature des problèmes.

De ce qui précède, on peut distinguer plusieurs types de problèmes selon que la lumière sera solaire ou artificielle, que l'on cherchera l'ombre propre ou portée. Toutefois, si l'on suppose connue la position de la source lumineuse, sa nature, et si l'on veut bien s'en tenir à la recherche de l'ombre portée sur un des plans particuliers, le modèle de traitement est fourni, pour l'ombre d'un point donné, par la recherche de l'intersection d'une droite et d'un plan. Cette droite pouvant être définie par deux points ou par un point et sa direction. La méthode consiste à choisir un plan auxiliaire convenable contenant cette droite et à chercher son intersection avec un plan donné.

Les fiches de travail qui suivent constituent une approche de ce que peut être un tel travail. On a volontairement traité de deux aspects qui interviennent : la mise en évidence des parties ombrées ou celle des parties éclairées.

La fiche 1 est une approche méthodologique du traitement des ombres solaires, la fiche 2 sur le même thème propose la recherche des parties éclairées.

Les fiches 3 et 4 reprennent le même travail lorsque la lumière est artificielle.

Les difficultés :

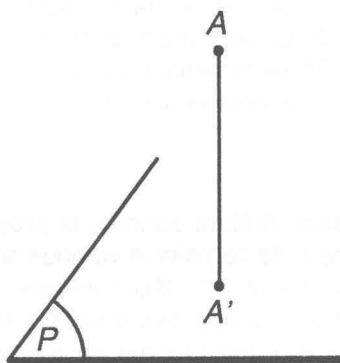
Une des premières difficultés auxquelles on peut se heurter réside dans la nature rectiligne des rayons lumineux qui n'est pas une évidence pour les élèves. Une autre réside dans la nature du dessin. En effet, il faut faire cohabiter sur un même dessin des représentations planes d'objets de l'espace (une boule, un tableau) ainsi que des représentations de ces objets sur d'autres objets (l'ombre de la boule est une représentation de la boule sur le tableau). Il y a donc deux niveaux de lecture au sein d'un même dessin : le niveau des objets, le niveau des ombres.

Il est donc souhaitable, dans tous les cas, d'accompagner tout travail de ce type d'expériences réelles facilement réalisables : une lampe, le soleil, un objet, permettent de visualiser les situations.

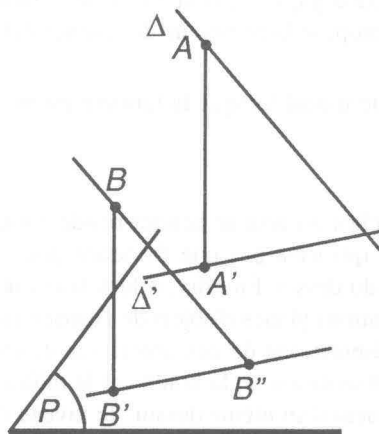
Voici un exemple de ce qui est proposé dans la fiche 1.

FICHE 1

Dans cette fiche, la lumière est solaire, les rayons sont parallèles. Les objets sont représentés en perspective cavalière.



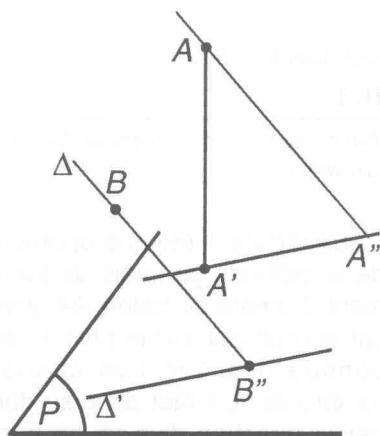
L'exercice 1 est une approche de la méthode générale de traitement. L'ombre du bâton AA' vertical et reposant sur le plan P , est connue dès que l'on connaît l'ombre de A . Il faut donc se donner la direction d'un rayon lumineux. Cela ne peut se faire que de deux façons : soit en donnant un rayon passant par deux points fixes (un sur un bâton vertical, un sur le plan P), soit en donnant un rayon et sa projection orthogonale sur le plan P .



1er cas : On connaît un bâton vertical BB' et B'' ombre de B , B' est dans le plan P .

Tout rayon aura comme direction (BB'') .

Le bâton AA' étant vertical et A' étant dans P , l'ombre de A est donc sur la parallèle Δ à (BB'') passant par A ainsi que dans le plan Q défini par (AA') et la droite Δ . Le plan contenant (AA') parallèle à (BB'') , il est donc parallèle au plan Q' qui contient B , B' et B'' . Les plans Q et Q' coupent P suivant deux droites parallèles. L'une est $(B'B'')$, l'autre Δ' passe par A' . L'intersection de Δ et Δ' est l'ombre A'' de A .

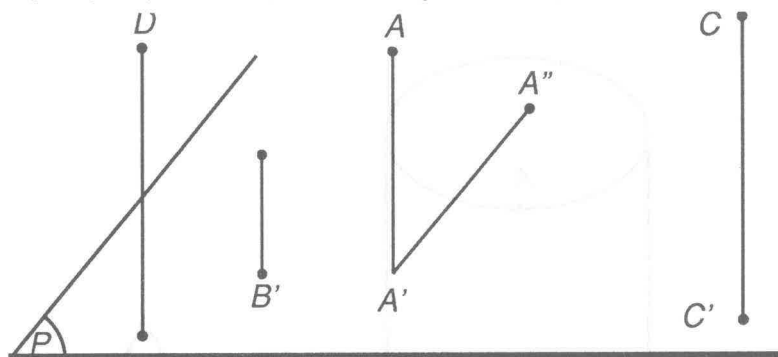


2ème cas : On connaît un rayon Δ ainsi que sa projection orthogonale Δ' sur P . Tout rayon aura la direction de Δ . Si B est un point de Δ , on connaît la projection B'' de B qui est l'intersection de Δ et Δ' . En se ramenant au cas précédent, on déterminera A'' .

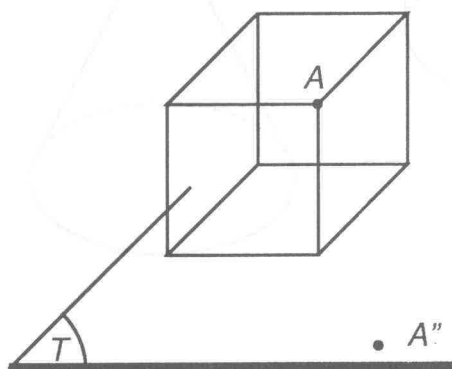
Plus généralement, l'ombre A' d'un point A étant donnée, la projection orthogonale A' sur le plan d'ombre P de ce point A va nous donner la direction de l'ombre $(A'A'')$ du bâton AA' . Sachant que les plans parallèles coupent un même plan suivant des droites parallèles, nous connaissons alors la direction des ombres de tous les bâtons. Les exercices 1, 2, 3, 4 et 5 suivants sont des applications directes de ce résultat.

Exercice 1 :

On connaît l'ombre $A'A''$ dans le plan P du bâton AA' . Dessiner les ombres des autres bâtons sachant que la lumière est solaire, que AA', BB', CC', DD' sont verticaux et que A', B', C', D' sont dans P .



Exercice 2 :

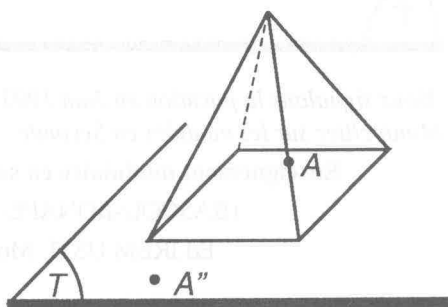


Un cube en fil de fer est posé sur une table T . On connaît l'ombre solaire A'' d'un coin A du cube. Compléter l'ombre du cube.

Exercice 3 :

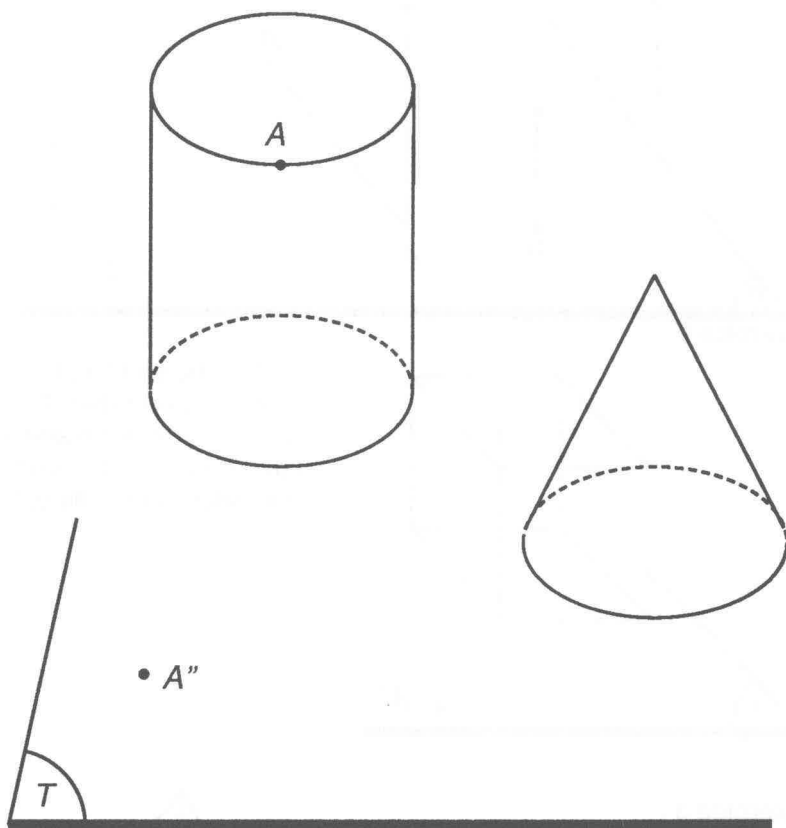
Une pyramide régulière à base carrée est posée sur une table T . On connaît l'ombre solaire A'' d'un point A d'une arête. Tracer l'ombre du sommet.

Compléter l'ombre de la pyramide.



Exercice 4 :

Un cylindre et un cône en bois sont posés sur une table T . On connaît l'ombre A'' d'un point A du cylindre. Tracer l'ombre du sommet du cône, du disque supérieur du cylindre. Compléter les ombres.



Nous signalons la parution en Juin 1993 d'un second fascicule de l'IREM de Montpellier sur les modules en Seconde :

Enseignement modulaire en seconde (fascicule II)

(BASCOU-BONAFE-BRUNET)

Ed.IREM USTL Montpellier

Rubrique: Lecture et compréhension d'énoncés.

Module: Evaluation et aide à l'apprentissage.
IREM de Grenoble.

Objectifs:

Mettre en place une structure d'auto-évaluation qui va fonctionner toute l'année.

Donner à l'élève des points de repère pour la résolution des problèmes.

Méthode:

Traitement d'exercices de difficultés croissantes dont la méthode générale de traitement est définie par le premier exercice de chaque série.

Articulation avec le cours et les T.D.

Constitution des groupes:

Cette activité est à la base de tout le travail fait en classe, que ce soit en cours, en T.D. ou en Module. Ce travail a été mené à la rentrée de l'année scolaire 1991-92 alors que les modules n'étaient pas encore mis en place. Certaines séquences proposées peuvent donc être conduites en module, en T.D. ou en classe entière.

Le schéma «Points de repère» permet de repérer les aptitudes et les difficultés des élèves et ainsi, peut contribuer à concevoir des activités modulaires. Un des intérêts de travailler suivant ce thème est de pouvoir regrouper les élèves sur un des éléments du schéma.

Présentation de l'activité.

Je me suis posé la question suivante: «comment aider mes élèves dans leurs apprentissages en mathématiques; en particulier, comment les aider à résoudre des problèmes?»

Pour cela, en partant de la principale activité faite en mathématiques, la résolution de problèmes, j'ai essayé de donner des points de repères à mes élèves, à l'aide d'un «schéma» que nous utilisons et qui me permet de dialoguer avec eux, surtout lorsqu'ils ont des difficultés devant une tâche mathématique (voir annexe 1). De plus, ce schéma me permet d'introduire la fiche d'évaluation par compétence que nous utilisons (annexe 2).

Afin que mes élèves s'approprient ce schéma, plutôt que d'en discourir, je leur pose un exercice dès le premier jour de la rentrée, exercice qui me permet de mettre en évidence les différents éléments qui le constituent.

Voici le compte rendu des différentes séquences de cours destinées à la présentation et à l'utilisation de ce schéma. Elles se sont déroulées au début de l'année scolaire 1991-92.

PREMIERE SÉQUENCE

Exercice posé :

ABC désigne un triangle quelconque.

Démontre que les points B et C sont équidistants de la médiane issue de A .

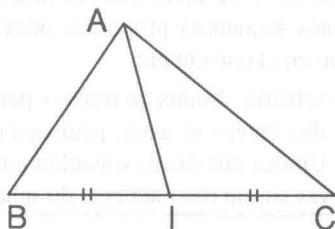
De plus, j'ai donné à mes élèves les consignes suivantes :

- travailler seul (sans l'aide de leurs voisins),
- me poser toutes les questions qu'ils désiraient, mais par écrit,
- m'appeler lorsqu'ils auraient terminé leur démonstration.

Je leur demande de me poser des questions par écrit, pour les obliger à se centrer sur leur problème. D'ailleurs, assez souvent, en écrivant leur question, ils trouvent seuls la réponse qu'ils cherchent.

Les élèves ont commencé par faire une figure de la forme suivante, et très vite, ils m'ont appelé pour m'indiquer qu'ils avaient terminé.

Quatre d'entre eux ont dessiné un triangle isocèle. Une fois que je leur eus souligné les mots «triangle quelconque» de l'énoncé, ils ont pris conscience qu'ils n'avaient pas tenu compte de cette partie des données.



Deux élèves seulement m'ont demandé ce qu'était une médiane. Mais une fois la question mise par écrit, l'un d'eux s'est rappelé ce qu'était une médiane (il a alors dessiné une figure semblable à celle de ses camarades) ; quant à l'autre élève, je lui ai dit d'essayer de me dessiner une médiane, ce qu'il est arrivé à faire (peut-être en regardant la figure de son voisin !).

Réponse des élèves à l'exercice : « B et C sont équidistants de la médiane issue de A , car on a $BI = IC$, puisque $[AI]$ est la médiane issue de A .»

J'ai demandé à chacun de comparer sa «démonstration» avec celle de son voisin. Dans certains binômes qui avaient écrit la réponse ci-dessus, après une brève discussion, j'ai entendu : «ça ne doit pas être ça, car le prof nous demande de démontrer alors que l'on a $BI = IC$ puisque $[AI]$ est la médiane».

Ensuite, j'ai demandé à un élève qui soutenait avoir terminé de nous exposer sa solution. Après avoir fait au tableau une figure semblable à la figure dessinée plus haut, il a redonné la réponse : « B et C sont équidistants de la médiane issue de A car $BI = IC$ puisque I est le milieu de $[BC]$, car $[AI]$ est une médiane.

Ses camarades se sont alors manifestés en lui disant : «ça ne doit pas être ça, car tu n'as pas fait de démonstration».

Tous mes élèves ont «senti» que la réponse ne pouvait être celle exposée, mais ils n'ont rien pu proposer d'autre.

Nous avons alors décidé de chercher ensemble une solution à cet exercice. Pour cela, nous avons commencé par «décortiquer» l'énoncé, après l'avoir écrit à nouveau au tableau.

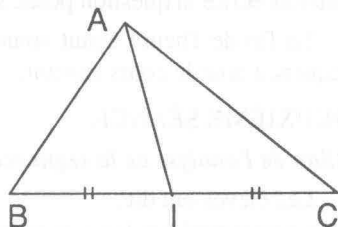
ABC désigne un triangle quelconque.
Démontrer que B et C sont équidistants de la médiane issue de A .

La première phrase n'a posé aucun problème aux élèves. Ils m'ont dit : «Il faut dessiner un triangle quelconque pour pouvoir démontrer ce qui nous est demandé». Il en a été de même avec le mot «équidistant». Nous avons remplacé la deuxième phrase de l'énoncé par : «Démontrer que les points B et C sont à égale distance de la médiane issue de A ». (ce qui n'a nullement débloqué la situation).

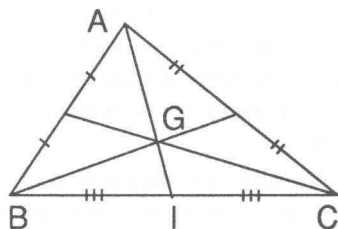
J'ai alors demandé de dessiner une médiane dans un triangle quelconque, d'écrire ce qu'elle représentait pour eux, ainsi que ce qu'ils savaient sur les médianes d'un triangle.

J'ai obtenu :

- une médiane est un segment qui part d'un sommet pour aller au milieu du côté opposé.
- la médiane est la longueur du segment qui joint un sommet au côté opposé

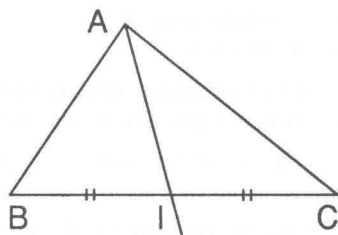


- les trois médianes d'un triangle se coupent en un même point appelé *centre de gravité* du triangle, point situé aux $\frac{2}{3}$ à partir du sommet.



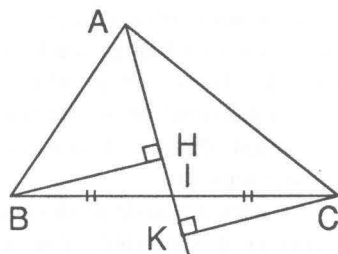
J'ai alors dessiné la figure ci-contre au tableau en leur indiquant que, dans ce problème, le mot «médiane» était utilisé pour désigner la demi-droite passant par A et le milieu de $[BC]$.

Pour aider mes élèves à maîtriser les connaissances rencontrées, je leur fais établir des fiches (appelées «figures fondamentales»), qu'ils complètent au fur et à mesure qu'ils rencontrent de nouvelles notions. Ici, nous avons commencé à élaborer la fiche «médiane d'un triangle» (voir en annexe).



Une fois revue la notion de médiane, la question posée a été écrite sous la forme: «Démontrer que les points B et C sont à égale distance de la droite (AI)».

Pour plus de la moitié des élèves, cela n'a rien changé: démontrer que B et C sont à égale distance de la droite (AI) correspondait toujours à $BI = IC$. Pour les autres, ils ont tracé les segments $[BH]$ et $[CK]$ perpendiculaires à la droite (AI) et ont pu essayer de poursuivre leur recherche. *Aucun élève n'est parvenu à trouver la solution.*



Il a donc fallu revoir la notion de distance d'un point à une droite avant de pouvoir écrire la question posée sous la forme: «démontrer que $BH = CK$ ».

La fin de l'heure ayant sonné, j'ai demandé aux élèves d'analyser cette séquence pour le cours suivant.

DEUXIÈME SÉANCE

Bilan de l'analyse de la séquence par les élèves.

Les élèves ont dit:

- j'ai commencé par faire un triangle isocèle, je n'ai pas fait attention à ce qui

était écrit dans l'énoncé ;

- je n'ai pas pensé à tracer la droite (AI) pour médiane ;
- je pensais qu'une médiane était seulement un segment ;
- je me suis trompé dans la distance d'un point à une droite ;
- on ne nous donnait pas dans l'énoncé les segments $[BH]$ et $[CK]$, je ne savais pas qu'il fallait les tracer, je n'ai pas assez réfléchi ;
- vous auriez dû nous dire de tracer $[BH]$ et $[CK]$, puis de démontrer que ces segments étaient égaux.

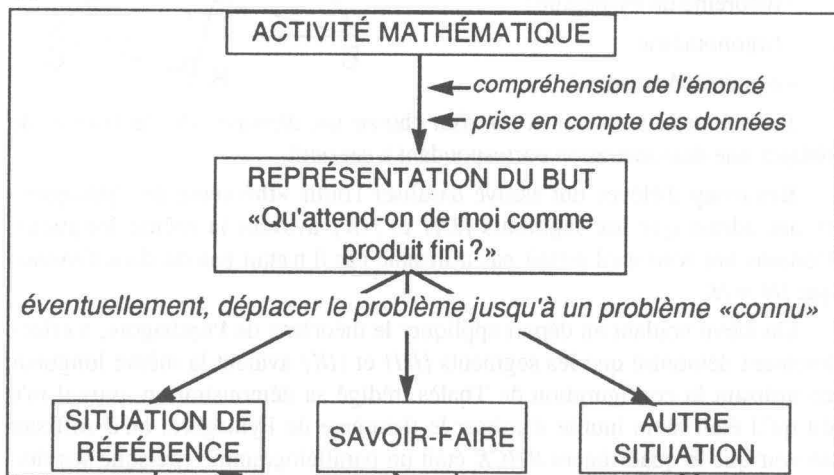
Conclusion de ce bilan fait avec la classe.

Dans ce problème, il fallait :

- prendre en compte les données du problème, ne pas faire de triangle particulier ;
- «comprendre et traduire l'énoncé» (en langage opérationnel, comme le dira un élève), c'est-à-dire se ramener à démontrer que $BH = CK$ (problème fréquent en mathématiques : démontrer que deux segments ont même longueur).

La compréhension de tout énoncé d'une tâche mathématique demande de posséder les connaissances intervenant dans les données, ici : médiane, distance d'un point à une droite.

Dans le schéma «Points de repère» (annexe 1), cette phase correspond à :



La représentation du but est : «démontrer que deux segments ont même longueur».

Nous avons donc abordé la question : comment chercher un problème ? Quelles démarches utiliser ?

Devant un problème, lorsqu'il est ramené à une situation de référence, on se demande de quels outils on dispose ou quelles méthodes on peut utiliser. En géométrie, on peut classer les outils dans quatre boîtes (cadres), à savoir :

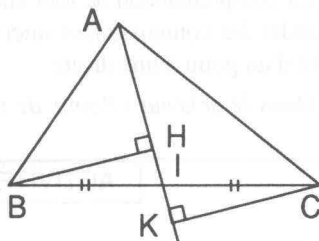
- la boîte des configurations (c'est-à-dire des figures) ;
- la boîte du calcul vectoriel ;
- la boîte «géométrie analytique» (que nous pourrions utiliser lorsque nous aurons un repère) ;
- la boîte des transformations (translations, symétries,...).

La première chose à faire, lorsqu'on ne trouve pas tout de suite la solution, c'est de se demander dans quelle boîte on a le plus de chance de trouver un outil adapté au problème posé.

Nous avons éliminé de notre recherche les deux boîtes «calcul vectoriel» et «géométrie analytique», puis j'ai demandé aux élèves de chercher dans les deux autres boîtes des outils qui pourraient être utilisables.

Les élèves ayant sous les yeux la figure ci-contre, ont proposé comme «outils» :

- configuration de Thalès ;
- théorème de Pythagore ;
- trigonométrie ;
- symétrie de centre I .



J'ai demandé à chacun d'eux d'en choisir un, d'essayer de l'utiliser et de rédiger une démonstration correspondant à cet outil.

Beaucoup d'élèves ont essayé d'utiliser l'outil «théorème de Pythagore» et ont admis que les segments $[IH]$ et $[IK]$ avaient la même longueur. Certains ont écrit qu'il n'était pas utilisable car il n'était pas dit dans l'énoncé que $IH = IK$.

Un élève voulant au départ appliquer le théorème de Pythagore, a effectivement démontré que les segments $[IH]$ et $[IK]$ avaient la même longueur en utilisant la configuration de Thalès, rédigé sa démonstration, puis il m'a dit qu'il était alors inutile d'utiliser le théorème de Pythagore, qu'il suffisait de voir que le quadrilatère $BHCK$ était un parallélogramme (puisque ses diagonales se coupaient en leur milieu) pour conclure.

Certains ont utilisé l'outil trigonométrie dans les triangles BIH et CIK en écrivant :

Certains ont utilisé l'outil trigonométrie dans les triangles BIH et CIK en écrivant :

$$BH = BI \cos \widehat{IBH} \text{ et } CK = CI \cos \widehat{ICK}$$

(Aucun élève n'a utilisé le sinus avec les angles opposés en I).

Deux d'entre eux ont essayé d'utiliser l'outil «symétrie centrale», mais ils ne sont pas parvenus à aller jusqu'au bout de leur démonstration. *Pendant que mes élèves cherchaient une démonstration, je passais dans les rangs pour voir ce que chacun faisait.*

Nous avons ensuite mis en commun les différentes «solutions» proposées, puis nous sommes revenus sur le schéma «point de repère» pour une activité mathématique.

La compréhension de l'énoncé et sa traduction en «langage mathématique» nous ont conduits à : «démontrer que $BH = CK$ » (situation de référence : deux segments ont même longueur).

Pour démontrer que deux segments ont même longueur, la première chose à faire est de trouver un outil ou une stratégie adaptés au problème posé. Nous avons commencé par chercher dans quelle cadre (boîte à outils) nous avions le plus de chances de trouver un outil adapté. Nous avons ainsi éliminé deux cadres : calcul vectoriel (ce n'est pas un outil utilisable à l'entrée en seconde), géométrie analytique (car aucun repère n'est donné), pour ne conserver que les cadres : configuration, transformations. Ensuite, dans chaque cadre restant, nous avons essayé de trouver un outil (une stratégie) qui pourrait convenir au problème posé. *Cette phase qui, en général, ne figure pas sur les devoirs, est la phase d'anticipation.*

*«Après avoir choisi un outil (une stratégie), vous passez à la **phase d'exécution** (réalisation), ce qui vous amène à utiliser des savoir-faire, par exemple : calculer la longueur d'un segment dans un triangle rectangle en utilisant la trigonométrie, montrer que I est le milieu de [HK] en utilisant la configuration de Thalès».*

*La **phase (auto)-contrôle** est évidemment présente dès la phase d'anticipation pour choisir la stratégie (l'outil). Par exemple, ici, pour utiliser l'outil «Pythagore», je dois «contrôler» ses conditions d'utilisation, ne pas admettre que les segments [IH] et [IK] ont la même longueur (ce que certains d'entre vous ont fait).*

*L'**auto-évaluation** est en quelque sorte un «retour» sur le problème. Elle consiste, ici par exemple, à se dire :*

- je n'ai pas considéré la médiane comme une demi-droite ;

- *je ne savais pas ce qu'était la distance d'un point à une droite (ou je le savais) ;*
- *j'ai appliqué le théorème de Pythagore, mais j'ai admis que $IH = IK$;*
- *j'aurais aussi pu utiliser les outils :*
 - configuration de Thalès,*
 - trigonométrie dans le triangle rectangle,*
 - symétrie centrale,*
 - etc.*

Faire après chaque exercice un « bilan » des connaissances, des méthodes utilisées vous aidera à les mémoriser et cela vous permettra peut-être de les utiliser dans de nouveaux problèmes.»

J'ai demandé ensuite aux élèves de rédiger pour le cours suivant les différentes « solutions » de ce problème avec les différentes méthodes présentées durant le cours.

Lors d'une séance de Travaux Pratiques, alors que les élèves étaient en groupes de quatre, j'ai distribué à chaque groupe les photocopies de quatre copies (que j'avais choisies) en leur demandant de les étudier, de les comparer et d'essayer de définir les critères d'évaluation d'un devoir et d'une démonstration.

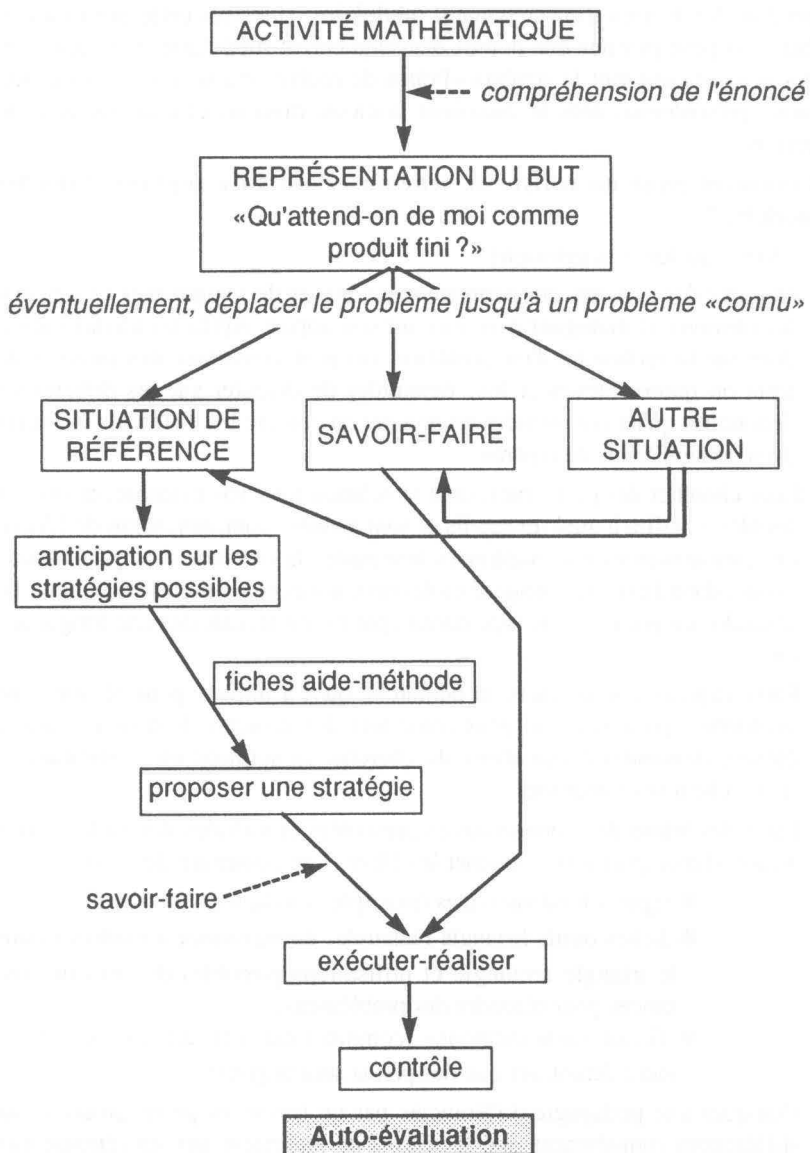
A la suite de ce travail de groupe, nous avons élaboré ensemble ce que j'attendais d'eux dans leurs futurs devoirs. Nous avons notamment abordé les problèmes de présentation (marge, devoir aéré...), de communication (figure claire et « parlante », phrases en français, sans symboles, utilisation du langage mathématique...), de reformulation de la question en langage opérationnel, de savoir si l'on devait énoncer la stratégie utilisée et enfin les problèmes d'argumentation.

Nous avons ensuite rédigé une démonstration répondant aux critères que nous venions de définir, démonstration que les élèves ont pu utiliser pour leurs devoirs, y compris les devoirs surveillés.

A leur demande, j'ai rédigé différentes copies utilisant les outils rencontrés, que je leur ai distribuées au cours suivant, et qu'ils ont pu utiliser lorsqu'ils le désiraient (voir annexe 4).

Je leur ai ensuite donné la fiche d'évaluation que nous allons utiliser cette année, fiche dans laquelle ils ont retrouvé les différentes compétences que nous avons mises en évidence. Puis nous avons parlé de l'utilisation de cette fiche en passant en revue les différentes rubriques (voir annexe 2).

Annexe 1
SCHÉMA POINTS DE REPÈRE



Quelles utilisations pour les modules ?

La présentation du schéma «Points de repère» et de la fiche d'évaluation peut être faite dès le début de l'année, en classe entière, en travaux dirigés ou pendant les heures d'enseignement modulaire. Une fois cette présentation faite, on peut profiter des heures d'enseignement modulaire pour proposer des activités utilisant le schéma «Points de repère» ou la fiche d'évaluation (nous présenterons dans le deuxième fascicule diverses utilisations de cette dernière).

Comment peut-on utiliser le schéma «Points de repère» dans les modules ?

Voici quelques suggestions :

- Proposer des activités qui permettent aux élèves de s'appropriier ce schéma, les observer et dialoguer avec eux sur son apport. Après un travail individuel sur la recherche d'un problème, on peut constituer des groupes de trois ou quatre élèves et leur demander de discuter sur les différentes démarches qu'ils ont utilisées en prenant en compte les différents éléments du schéma «Points de repère».
- Faire chercher des problèmes, dont la solution n'est pas évidente, et amener les élèves à dire à quel niveau ils se sont arrêtés : compréhension de l'énoncé, connaissances non maîtrisées (exemple : la distance d'un point à une droite, dans l'exercice proposé ci-dessus), outils et stratégies permettant de résoudre un problème de type donné (par exemple, calculer une longueur), etc.
- Faire exposer par un élève la démarche qu'il a utilisée pour résoudre un problème : pour cela, on peut constituer des groupes de trois ou quatre élèves, demander à l'un d'eux de chercher la solution en explicitant sa démarche à ses camarades.
- Faire des bilans des connaissances présentées et utilisées durant les autres heures d'enseignement et amener les élèves à se construire des fiches :
 - * figures fondamentales (exemple : médianes d'un triangle) ;
 - * fiches outils (triangle rectangle : connaissance à maîtriser dans le triangle rectangle et utilisations possibles de ces connaissances pour résoudre des problèmes) ;
 - * fiches «aide-méthode» (comment calculer une distance, comment démontrer que des points sont alignés).
- Pratiquer une pédagogie différenciée par un travail en petits groupes, sur différences compétences que les élèves ne maîtrisent pas, en réponse aux

besoins qu'ils auront formulés à partir du schéma «Points de repère» : durant une même séance d'enseignement modulaire, on peut constituer des petits groupes travaillant sur des tâches différentes, telles que :

- * l'apprentissage d'une connaissance ou d'un savoir-faire non maîtrisé, par exemple la résolution d'une équation du type

$$a = \frac{b}{x} ;$$

- * la compréhension d'un énoncé et la reconnaissance d'un type de problème ;
- * la représentation du but, par exemple, l'appropriation des critères de réussite d'une démonstration ;
- * l'analyse en fonction du contexte, des méthodes et outils qui permettent de résoudre un problème, comme celui de démontrer que $BH = CK$ dans l'exercice présenté ci-dessus ;
- * la vraisemblance d'un résultat : on peut proposer différentes solutions à un problème et demander aux élèves d'éliminer celles qui ne peuvent convenir.

Notes personnelles

Rubrique : Recenser différentes méthodes pour résoudre un problème

Module : **Gestion des savoirs et savoir-faire en mathématiques.** IREM de Grenoble.

Thème :

Aide à la recherche méthodologique d'un problème en liaison avec une fiche méthode.

Objectifs :

- 1- Aider les élèves à prendre conscience que les solutions d'un problème mathématique ne sont pas réservées à une «élite», que la recherche de la solution passe par l'organisation des savoirs et des savoir-faire, ainsi que par la recherche et le choix de méthodes.
- 2- Aider les élèves à prendre conscience de leurs difficultés à mobiliser leurs connaissances et de la nécessité de les organiser.
- 3- Présenter une manière d'organiser les savoirs et savoir-faire de façon à les rendre plus fonctionnels et plus efficaces.
- 4- Faire réfléchir les élèves sur la façon de choisir une méthode.

Articulation avec le cours et les TD.

Constitution des groupes :

Cette séance de module s'adresse aux seuls élèves ayant des connaissances mais des difficultés à les mobiliser. Bien qu'elle soit indépendante des T.D. et du cours, elle doit être faite tôt dans l'année scolaire parce qu'elle induit une certaine organisation, pour le reste de l'année scolaire, des savoirs et savoir-faire en mathématiques.

Pour constituer les groupes de module, auxquels cette activité est destinée, le professeur peut :

- utiliser l'évaluation de début d'année (par exemple, pour ce qui concernait cette activité durant l'année scolaire 92-93, le professeur pouvait sélectionner les élèves ayant obtenu aux items 15, 16, 38, 39, 47 du cahier d'évaluation respectivement 1, 0, 1, 0, 0, ou 2 ; et/ou ayant obtenu «insuffisant» à la capacité : «capacité de mobiliser des connaissances»);
- utiliser une évaluation faite en classe.

Remarque : il serait regrettable que ce travail amène les élèves à penser que l'activité mathématique se réduit à «ouvrir des tiroirs», puis à les refermer si l'on ne trouve pas ce que l'on cherche, et cela jusqu'à ce qu'on trouve !

Cette aide méthodologique a ses limites, particulièrement lorsqu'on aborde des tâches complexes où l'aptitude à se poser de bonnes questions est plus que jamais nécessaire.

Présentation de la séance

Chez certains élèves, les nouvelles connaissances mathématiques s'organisent presque naturellement par rapport aux anciennes et ils ont peu de problèmes pour les mobiliser.

Chez d'autres élèves, les connaissances s'empilent sans qu'ils les situent par rapport aux anciennes. Ils ne voient ni l'unité des différentes parties, ni leur spécificité. Aussi, que se passe-t-il lorsqu'ils cherchent la solution à un problème ?

- Certains disent ne pas arriver à démarrer, et cela malgré les connaissances qu'ils ont.
- D'autres essayent de mettre en œuvre la méthode qui leur vient en premier à l'esprit et, si ce n'est pas la bonne, ils se découragent et arrêtent de chercher.
- Rares sont ceux qui font une recherche systématique des méthodes qu'ils connaissent pourtant.

En effet, comment procéder ? Ces méthodes sont-elles décrites dans le cahier de cours ? Lequel ? De l'année précédente ? Des années antérieures ? Chercher quoi ? Et où le chercher ?

- Proposer aux élèves la recherche d'un problème pas trop simple, de façon à ce qu'un maximum d'élèves se sentent concernés, qu'il est possible de résoudre à partir de plusieurs méthodes.
- Discuter avec eux de leur façon de mobiliser les connaissances.
- Réfléchir à une organisation possible de leurs savoirs et savoir-faire.

Exemple d'énoncé proposé à des élèves de seconde n'ayant pas travaillé en analytique :

$ABCD$ est un rectangle tel que :

$AB = 5$ et $AD = 3$. Les points E et F sont définis par les égalités :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AF} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AD}$$

La parallèle à (AB) , qui passe par F , coupe (BC) en G .

La parallèle à (AD) , qui passe par E , coupe (CD) en H .

Les droites (FH) , (AC) et (EG) sont-elles concourantes ?

Déroulement de la séance

Les élèves cherchent d'abord individuellement, puis avec leur voisin, pendant une demi-heure environ.

Ensuite, je leur demande d'écrire comment ils se sont organisés pour chercher.

Ces différentes façons sont exposées à la classe après avoir précisé les deux questions :

1- Que dois-je faire pour résoudre le problème (démontrer que trois droites sont concourantes) ;

2- de quels outils je dispose pour le faire ;

nous dressons les stratégies possibles. Mais la mobilisation des connaissances «droites dans un triangle (médianes, hauteurs, médiatrices)» ne nous permettant pas d'avancer, je propose de reformuler la première question. Nous arrivons à : «démontrer que trois points sont alignés (le point d'intersection de deux des droites et deux points de la troisième droite)».

Nous recommençons l'inventaire des outils disponibles (angles-transformations-vecteurs colinéaires-analytique).

Au passage, nous constatons qu'une reformulation peut ouvrir de nouveaux horizons.

Le choix de l'analytique est fait ; la recherche de la solution sera poursuivie à la maison.

Le reste du temps de cette séance de deux heures est consacré à dégager quelques idées sur une possibilité d'organiser les connaissances en mathématiques.

- Les savoirs et savoir-faire peuvent être organisés en fonction de leur utilisation ultérieure, c'est-à-dire par rapport à des situations qui seront fréquemment rencontrées.
- Il peut être utile que les élèves élaborent eux-mêmes des documents regroupant les outils disponibles en rapport avec une problématique. On peut se demander s'il ne serait pas préférable de leur donner ces documents. Ils seraient mieux présentés, plus complets. Le danger est que les élèves ne se les approprient pas. Posséder une «boîte de méthodes» ne suffit pas. Encore faut-il savoir choisir intelligemment. Je pense que, lorsque l'élève construit son document, sa propre réflexion lui permettra par la suite de

l'utiliser plus efficacement. Il aura choisi le vocabulaire qui lui convient. Il notera certaines remarques en fonction du savoir-faire.

- Ces documents doivent être classés tout au long de la scolarité. Leur rédaction n'est pas définitive. Elle peut évoluer d'année en année. Ils doivent être actualisés en fonction du vécu mathématique (par exemple, la résolution d'une équation du second degré en première par rapport à la classe de seconde).

La séance suivante est consacrée à l'écriture du premier document intitulé «Trois points alignés dans le plan».

Je fais remarquer aux élèves qu'on peut :

- d'une part utiliser ce document non seulement pour démontrer l'alignement de trois points, mais aussi pour reformuler l'hypothèse «trois points sont alignés» ;
- d'autre part ajouter quelques remarques facilitant le choix d'une méthode parmi toutes celles figurant dans le document ; par exemple, on peut préciser le contexte d'utilisation de chaque méthode, des mots ou des figures particulières, des numéros d'exercices ...

Après la rédaction de plusieurs documents (voir en annexe un exemple élaboré en classe : «pour démontrer que des droites sont parallèles»), nous passons un court instant à parler de leur classement dans le classeur (format 21 x 14,8) : index - table des matières - numérotation des documents.

Chaque élève est invité à utiliser ce classeur dès que le besoin s'en fait sentir et à le compléter par des remarques personnelles. Et dans le cas où les contrôles des connaissances sont séparés de ceux portant sur le raisonnement, pourquoi ne pas autoriser les élèves à utiliser leur classeur pendant les devoirs surveillés ?

Rubrique : Réinvestir des connaissances et consolider des savoirs.
Aide à un bilan de connaissances.

Module : Une famille de carrés. IREM de Grenoble.

Objectifs :

Objectifs d'ordre méthodologique :

On peut proposer l'activité suivante pendant les heures d'enseignement modulaire avec les objectifs suivants :

- observer les comportements des élèves dans leur recherche ;
- leur faire prendre conscience des démarches et des connaissances qu'ils utilisent ;
- leur montrer la nécessité de maîtriser certains savoir-faire pour chercher un problème ;
- les amener à mobiliser leurs connaissances, ou à les retrouver ;
- leur apprendre à faire un bilan d'une question, d'un exercice.

Objectifs de contenu :

Utilisée dès le début de l'année scolaire, cette activité permet aux élèves de faire le point sur leur degré de maîtrise de certains savoir-faire, notamment à propos des sujets suivants :

- calculer sur les fractions ;
- déterminer des coordonnées de points ;
- résoudre des équations du premier degré ;
- déterminer des équations de droites ;
- démontrer des alignements de points ;
- résoudre un système linéaire de deux équations à deux inconnues.

Articulation avec le cours et les TD.

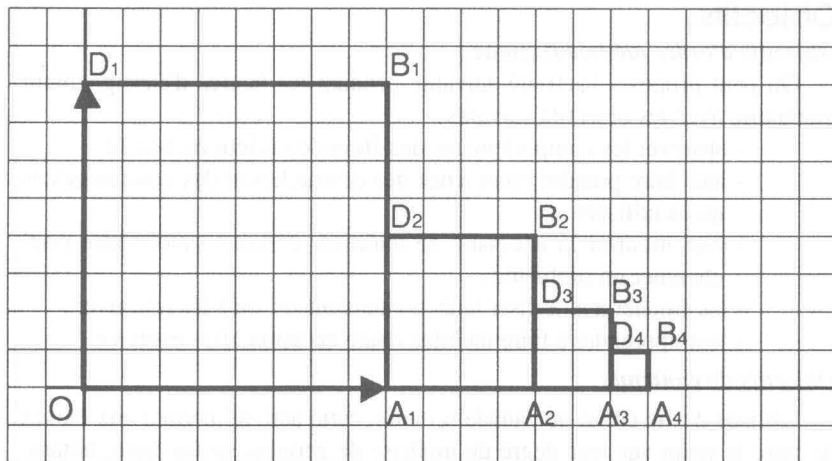
Constitution des groupes :

En ce qui concerne la constitution des groupes, le professeur peut utiliser les résultats de l'évaluation de rentrée sur les exercices comportant les fractions, les équations de droites. Cette activité permet de revoir les connaissances du collège sans donner l'impression du « déjà vu ». Elle permet dans l'ordre de faire en cours un bilan des différentes connaissances, puis de donner en T.D. des exercices pour aider les élèves à maîtriser les différents savoir-faire utilisés et d'élaborer ainsi d'autres séquences de module du type « remédiation ».

Énoncé proposé aux élèves :

On considère la figure ci-dessous dans laquelle C_1 désigne un carré de côté 1, C_2 un carré de côté $1/2$, C_3 le carré dont le côté est la moitié de celui de C_2 , C_4 le carré dont le côté est la moitié de C_3 .

Le repère choisi est $(O; \vec{i}, \vec{j})$ avec $\vec{i} = \overrightarrow{OA_1}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OD_1}$



1) Dessine la figure précédente à l'échelle 2.

2) Tu donneras les résultats sous forme de fractions irréductibles. Détermine les abscisses des points A_1 , A_2 , A_3 et A_4 .

On désigne par I_1 , I_2 , I_3 et I_4 les centres respectifs des carrés C_1 , C_2 , C_3 et C_4 .

Détermine les coordonnées des centres des carrés précédents.

3) a) Détermine une équation de la droite passant par I_1 et I_2 .

b) Démontre que les points I_3 et I_4 sont situés sur cette droite.

4) Détermine les coordonnées des points B_1 , B_2 , B_3 et B_4 .

Démontre que ces quatre points sont situés sur une même droite (δ) dont tu détermineras une équation.

5) Détermine les coordonnées du point d'intersection des droites (I_1I_2) et (δ).

6) Fais un bilan des connaissances et des méthodes que tu as employées ou que tu aurais pu employer.

Rubrique : Outil informatique et calculatrices.

Module : Plus fort que ma calculatrice.
IREM de Strasbourg.

Objectifs :

Apprendre à l'élève à utiliser sa calculatrice.

Développer chez l'élève un usage critique de la calculatrice en mettant en évidence les limites de cette dernière.

Méthode :

Réinvestissement par des exercices progressifs de connaissances du collège sur les fractions, les identités remarquables et sur les puissances.

Articulation avec le cours et les TD.

Constitution des groupes :

Les critères pour la constitution des groupes peuvent être les suivants :

- regroupement des élèves par type de calculatrices ;
- regroupement des élèves à l'aide des résultats de l'évaluation de début d'année, en prenant en compte les items concernant les connaissances mises en jeu.

Cette activité, traitée en module peut être tout à fait indépendante de ce qui est traité en T.D. ou en cours. L'avantage majeur de proposer ce travail en module est de pouvoir regrouper les élèves suivant des besoins ciblés.

De telles séquences préparent à une utilisation plus raisonnée de la calculatrice et peuvent aider les élèves dans d'autres disciplines, en particulier en physique.

Présentation de la séance.

La principale motivation des auteurs de cette activité a été de concilier sa conformité avec l'esprit des programmes de la classe de Seconde, tout en permettant une utilisation diversifiée suivant les acquis des élèves en présence.

Ainsi, après un premier état des lieux, que devraient constituer les tests d'évaluation, face à une classe le plus souvent hétérogène, cette activité devrait permettre d'apporter aux uns une aide personnalisée sur des apprentissages mal assimilés alors que d'autres y trouveront un élargissement du savoir ainsi qu'un approfondissement de leurs connaissances.

Extraits des programmes de Seconde/ En Seconde, les activités de résolution d'exercices et de problèmes fourniront un champ de fonctionnement pour les capacités acquises au Collège et permettront, en cas de besoin, de consolider ces acquis ; on évitera en revanche les révisions systématiques.

... L'emploi des calculatrices a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi de contrôler des résultats, d'alimenter le travail de recherche, ...

Testée face à différentes classes de seconde de notre Académie, cette activité a connu un vif succès auprès des élèves qui n'ont pas ressenti le côté fastidieux de toute révision de début d'année ou de « déjà vu », mais qui y ont trouvé, au contraire, la motivation ou la nécessité d'apprentissage du cours et de méthodes jusque là jugées peu attrayantes.

C'est ainsi que, pour chaque exercice, nous signalons **la partie du programme concernée**, le professeur pouvant alors, suivant les acquis de ses élèves, se contenter d'un rappel ou au contraire profiter de l'occasion pour définir ou développer une partie de cours ou de méthode.

Un exemple de ce qui est proposé dans la partie « thèmes sur les puissances ».

1- a) Calculer la valeur exacte de 7^{12} .

En utilisant la touche puissance (x^y ou $\wedge$), on trouve :

$$1.384\,128\,72 \times 10^{10}.$$

On utilise le fait que $7^{12} = 7 \times 7^{11}$.

$$\text{Or } 7^{11} = 1\,977\,326\,743 \text{ et } 43 \times 7 = 301$$

$$\text{d'où } 7^{12} = 13\,841\,287\,201.$$

On aurait pu chercher les chiffres de garde, mais pour le calcul des puissances, il faut s'en méfier.

C'est le cas notamment avec la fx - 180P où l'on trouve en effet 13 841 287 199.

b) En déduire un ordre de grandeur de 7^{120} .

$$\begin{aligned} 7^{120} &= (7^{12})^{10} \approx (1,384\,128\,72 \times 10^{10})^{10} \\ &\approx (1,384\,128\,72)^{10} \times 10^{100} \end{aligned}$$

Pour obtenir $(1,384\,128\,72)^{10}$ rapidement à l'affichage, on peut, après avoir tapé 7^{12} , utiliser la séquence suivante :

$$\boxed{+} \boxed{1} \boxed{EE} \boxed{10} \boxed{=} \boxed{x^y} \boxed{10} \boxed{=}.$$

$$\text{On trouve } \approx 25.808621 \dots \text{ d'où } 7^{120} \approx 25,8 \times 10^{100}.$$

c) Quelle est la plus grande puissance de 7 que peut afficher votre calculatrice ?

$7 < 25,8 < 7^2$ donc la plus grande puissance de 7 qu'il est possible d'obtenir sur une calculatrice de ce type est 7^{118} (on trouve $5.267... \times 10^{99}$).

2- D'après Rallye de la Réunion 1991 :

On sait que $3^3 = 27$; donc que 3^3 s'écrit avec 2 chiffres.

A la calculatrice, on trouve $30 \boxed{x^y} 30 \boxed{=}$ $2.0589 ... \times 10^{44}$. Donc 30^{30} s'écrit avec 45 chiffres.

Combien de chiffres faut-il pour écrire 300^{300} ?

$$300^{300} = (3 \times 100)^{300} = 3^{300} \times 100^{300} = 3^{300} \times 10^{600}.$$

Comme 3^{300} dépasse la capacité de nos calculatrices, on peut procéder ainsi :

$$3^{300} = (3^{150})^2. \text{ Or, } 3^{150} \approx 3,699\,884\,8... \times 10^{71}$$

d'où $3^{300} \approx 13,689\,147 ... \times 10^{142}$ et donc 3^{300} s'écrit avec 144 chiffres.

Donc 300^{300} s'écrit avec $(144 + 600)$ chiffres,
c'est-à-dire **744 chiffres**.

Trois exercices sont ensuite proposés dans la partie «Exercices complémentaires».

I - Ranger dans l'ordre croissant les trois nombres qui suivent :

$$A = 999\,999\,999\,999 \times 999\,999\,999\,999$$

$$B = 999\,999 \times 999\,999 \times 999\,999 \times 999\,999$$

$$C = 999\,999\,999\,999\,999\,999 \times 999\,999.$$

II - Calculer la valeur exacte du produit suivant :

$$P = (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}) \times (1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}) \times (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5}) \\ \times (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}) \times (1 - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5}) \times (1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}) \\ \times (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{5}) \times (1 - \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{5})$$

III- Fractions «révolutionnaires» :

1°- Rendre irréductible la fraction suivante :

$$A = \frac{7036789^2 - 7035000^2 - 1789^2}{7036789^2 - 7035000^2 - 1989^2}$$

2°- Exercice du même type avec :

$$B = \frac{1\,000\,894 \times 1\,000\,896 - 999\,105 \times 999\,107}{1\,000\,994 \times 1\,000\,996 - 999\,005 \times 999\,007}$$

Notes personnelles

Rubrique : Recenser différentes méthodes pour résoudre un problème.
Aide à un bilan de connaissances.

Module : Géométrie.

IREM de Strasbourg.

Objectifs :

Mettre en évidence la pluralité des méthodes de résolution d'exercices de géométrie.

Maîtrise des outils : vecteurs, configurations, transformations.

Articulation avec le cours et les TD.

Constitution des groupes :

On peut envisager différents types de fonctionnement de cette activité :

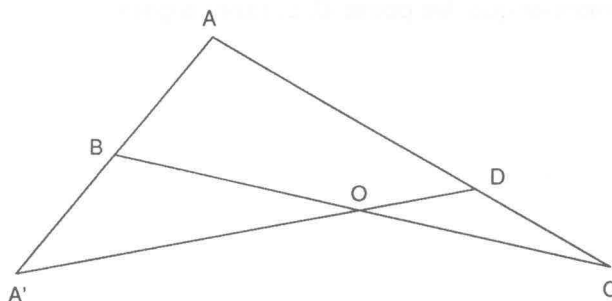
- on répartit les élèves par groupes de 2 ou 3 qui cherchent ensemble ; ces groupes sont déterminés à l'avance de façon à ce qu'ils soient à peu près «équilibrés» ;
- on donne des exercices à chercher à la maison puis on construit les groupes pour la résolution des autres exercices :
 - 1- soit par rapport à la méthode de résolution utilisée dans le devoir à la maison, auquel cas on donnera aux élèves en module de nouvelles pistes ;
 - 2- soit par rapport à des difficultés communes (mise en œuvre d'une méthode de résolution, rédaction, maîtrise des outils utilisés,...) ;
 - 3- soit par rapport à d'éventuels blocages.

Présentation de la séance.

Cette activité propose 6 exercices de géométrie. A titre d'exemple, nous vous présentons ci-dessous les exercices 1 et 4.

(TP.IREM.)

Exercice 1



Soient A, B, C trois points non alignés,

D le point défini par $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$

A' le symétrique de A par rapport à B ,

O le point d'intersection des droites (BC) et $(A'D)$.

Démontrer que O est le milieu de $[BC]$.

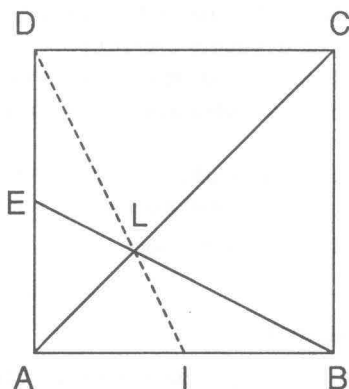
Exercice 4

(Ed.Belin, Collection Spirale, 2^{de}, p.310).

Soient $ABCD$ un carré,

E et I les milieux des segments $[AD]$ et $[BE]$.

L le point d'intersection des droites (AC) et (BE) .



Démontrer que les points D, L, I sont alignés.

Rubrique : Les mathématiques en relation avec d'autres disciplines.

Module : Scrutin proportionnel.

IREM de Strasbourg.

Objectifs :

Lecture d'énoncés.

Simulation de situations numériques ; expériences en mathématiques.

Organisation des calculs.

Réflexion pluridisciplinaire sur le lien entre mathématiques et situations concrètes (surtout avec la géographie et les sciences économiques).

Articulation avec le cours et les TD.

Constitution des groupes :

- Calcul numérique.

- Programmation de calculs, écriture d'algorithmes.

Présentation de la séance.

A partir de situations concrètes, étudier les différents modes de répartition des sièges dans un scrutin à la proportionnelle.

On étudiera d'abord quelques situations de manière empirique, en demandant aux élèves de répartir les sièges de façon équitable, sans modèle théorique préalable. L'observation des situations litigieuses permettra ensuite de justifier la mise en place d'algorithmes méthodiques. La dernière phase du travail consiste à tester les différents procédés dans des situations sensibles, pour essayer de donner des moyens «politiques» de choisir entre les différents procédés.

Description de l'activité :

I- Exemples introductifs :

La première situation est triviale : deux listes ont recueilli respectivement 40% et 60% des voix lors d'une élection et doivent se répartir 5 sièges. Quelle est la répartition la plus équitable ?

La seconde situation est beaucoup plus délicate : que se passe-t-il s'il y a 4 sièges à répartir, ou 6 ?

La troisième situation est encore plus délicate, et très liée au vécu des élèves : pour l'élection des délégués de classe, les textes officiels prévoient que chaque fois que c'est raisonnable, il y aura un garçon et une fille. A par-

tir de quelle répartition garçons/filles peut-on admettre que les deux délégués soient du même sexe, ou quelle est la taille à partir de laquelle une minorité peut être négligée ?

II- Description des systèmes classiques :

Les modes de répartition commencent tous par la même opération : on divise le nombre de suffrages exprimés par le nombre de sièges à pourvoir ; le nombre obtenu est appelé *quotient électoral*. Ensuite on divise le nombre de voix obtenu par chaque liste par ce quotient électoral ; la partie entière du résultat correspond au nombre de sièges minimal que chaque liste recevra. Mais, sauf exception, cette première répartition ne permet pas d'attribuer tous les sièges. C'est pour l'attribution des sièges restants que les procédés sont nombreux. Nous étudierons d'abord les deux plus classiques :

- Répartition au plus fort reste :

Après la division précédente, on classe les listes en présence dans l'ordre décroissant des parties fractionnaires des quotients obtenus (ou des restes, pour garder le vocabulaire de l'arithmétique), puis on attribue un des sièges restants à chacune des listes en tête du classement.

- Répartition à la plus forte moyenne :

Après la première attribution des sièges, on rajoute fictivement un siège à chaque liste, on divise le nombre de voix obtenues par chaque liste par ce nouveau nombre de voix (ce qui revient à calculer combien d'électeurs représenterait chaque élu, en moyenne) et on attribue un siège à la liste qui obtient ainsi la plus forte moyenne. On réitère ce procédé jusqu'à épuisement des sièges à pourvoir.

ACTIVITÉ N°1

Répartir les sièges suivant les deux procédés, reprenant les résultats des élections régionales de Mars 1992 (voir les données en annexe, ou au C.D.I.). On pourra ensuite étudier l'impact des deux règles annexes du scrutin régional : les listes qui ont obtenu moins de 5% des voix n'ont aucun siège, et la répartition se fait département par département. On constatera que, dans l'ensemble, les différentes variantes ne modifient pas le résultat de façon significative.

ACTIVITÉ N°2

Voici maintenant quelques situations plus particulières, pour prendre conscience des faiblesses de chaque mode de répartition :

Tout d'abord, on peut gagner des voix et perdre une place dans un classe-

ment, ce qui peut faire perdre un siège : trois listes se disputent cinq sièges. Un premier décompte des voix donne le résultat suivant :

liste A : 1 622 voix

liste B : 1 757 voix

liste C : 1 621 voix.

En recomptant, on trouve :

liste A : 1 624 voix

liste B : 1 751 voix

liste C : 1 625 voix.

Calculer la répartition des sièges dans les deux cas.

Ensuite, le nombre de sièges à pourvoir peut réserver des surprises : trois listes obtiennent respectivement 12%, 34% et 54% des voix. Calculer la répartition avec 4, puis avec 5 sièges.

III- Problèmes à l'envers, questions de stratégie.

On étudie maintenant le problème à l'envers : étant donné un mode de scrutin, et quelques informations générales, on cherche à prévoir le résultat des élections.

Situation n°1 : 7 sièges sont à pourvoir ; 2 listes sont en présence. Quel est le pourcentage de voix nécessaire pour obtenir un siège ? Pour obtenir la majorité ? Reprendre la question avec 3 listes, n listes en présence. Pour que le travail soit intéressant, il faut bien sûr le faire avec les deux modes de répartition.

Situation n°2 : 7 sièges sont à pourvoir, au plus fort reste. Répartir les sièges entre trois listes ayant obtenu les résultats suivants :

Liste A	liste B	Liste C
40%	30%	30%
50%	25%	25%
52%	24%	24%
52%	38%	10%

et vous verrez comment on peut avoir une coalition minoritaire en voix et majoritaire en sièges.

Situation n°3 : Reprendre les résultats des élections régionales, et étudier l'effet qu'aurait eu une fusion de deux listes, en supposant un report de voix parfait (par exemple, Verts + Génération Ecologie, ou P.S. + P.C., ou toute autre alliance qu'on voudrait tester).

Situation n°4 : 7 sièges sont à pourvoir. Une liste A dispose à coup sûr, de 40% des voix. Combien faut-il de listes adverses, qui se partagent équitablement les voix qui restent, pour que la liste A soit majoritaire en sièges ?

On verra ici comment, avec le scrutin à la plus forte moyenne, la majorité relative des voix permet d'avoir une majorité absolue des sièges, pourvu que les adversaires soient suffisamment divisés.

L'ensemble de ces observations permet de comprendre comment un mode de scrutin peut modifier le fonctionnement politique d'un pays, en favorisant les coalitions larges, ou en poussant à la dispersion. On peut attirer l'attention des élèves sur le fait que les mathématiques ne permettent pas de trancher de façon absolue, et que le choix d'un mode de scrutin est nécessairement un choix politique, pour lequel les modèles mathématiques ne sont que des aides à la décision.



Rubrique : Redonner du sens à un concept

Module : Autour du signe « = ».

IREM de Nice.

Objectifs :

Justifier l'utilisation du signe «=».

Eclaircir les mots «équation» et «identité».

Revenir sur le sens de quelques symboles utilisés en algèbre.

Thème :

Cette activité s'inscrit dans une réflexion d'ordre général sur le langage mathématique.

Constitution des groupes :

Il ne s'agit pas d'une fiche à distribuer aux élèves, mais plutôt d'exercices à proposer un à un au tableau ou, mieux encore, au rétro-projecteur, comme pour une séance de calcul mental.

Particulièrement conçus pour des heures modules, ils vont permettre l'expression des élèves. Après chaque exercice, un rapide sondage des réponses permet d'engager la discussion autour des erreurs.

Ils sont à adapter à la constitution des groupes, à distiller tout au long de l'année.

Présentation de la séance.

1- A-t-on égalité entre ces nombres ?

$\frac{12}{5} \dots 2,4$	$-3^2 \dots -9$	$\sqrt{3^2 + 4^2} \dots 7$	$(\sqrt{49})^2 \dots 49$
$(2+3)^2 \dots 25$	$\frac{-3}{-4} \dots \frac{-3}{4}$	$\frac{\tan 27}{\tan 18} \dots \frac{3}{2}$	$5^{-2} \dots 0,05$

2- Les phrases suivantes sont-elles toujours, parfois, jamais vraies ?

$(x+3)^2 = (-x-3)^2$	$\frac{x+1}{x+2} = \frac{-x-1}{x+2}$	$0x = 0$	$0x = 3$
$a+b = b+a$	$2x+3 = 5$	$x^2 + x = x(x+1)$	
$-x-3 = x-3$	$(a-b)^2 = a^2 - b^2$	$(x+3)(x-1) = x^2 + 2x - 3$	

3- 3 est-il une solution des équations suivantes ?

$3x = 9$	$0x = 0$	$x(x-3) = 0$	$x/3 = 0$	$2x^2 + 4x = 30$
$2x + y = y - 6$	$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$	$x^3 = (-x)^2 + 3$		

4- Y a-t-il équivalence entre les équations suivantes ?

$x(x+2) = x(2x-5)$	et	$x+2 = 2x-5$
$(a^2+1)(a+3) = (5-a)(a^2+1)$	et	$a+3 = 5-a$
$\frac{3x-1}{4} = \frac{x+5}{4}$	et	$3x-1 = x+5$
$x^2 = 23$	et	$x = \sqrt{23}$
$5x = 0$	et	$x = 0$
$\frac{4x+1}{x-1} = \frac{6x-1}{x-1}$	et	$4x+1 = 6x-1$
$(x+3)^2 = (2x-5)^2$	et	$x+3 = 2x-5$
$(3x+1)(x-2) = 0$	et	$3x+1 = 0$ et $x = -2$

5- Quelles sont les expressions égales ?

à: $(x-5)^2$	$(x+5)^2$; $(5-x)^2$; $(-x-5)^2$; $-(5-x)^2$
à: $-(x+2)(x+3)$	$(-x-2)(-x-3)$; $(-x-2)(x+3)$; $(x+2)(-x-3)$
à: $(x-7)(x-3)^2$	$(x-7)(3-x)^2$; $(x-7)^2(x-3)^2$; $(7-x)(x-3)^2$

Rubrique : Recenser différentes méthodes pour résoudre un problème.
L'outil informatique

Module : La droite d'Euler . IREM de Nice

Objectifs : Révisions au sujet des droites remarquables dans un triangle et conjecture d'un alignement.
Démonstration de l'alignement à l'aide de différents outils..

Présentation de la séance.

Cette activité comporte deux parties :

La partie conjecture avec CABRI-Géomètre, qui permet à l'élève de revoir ce qu'il a appris au Collège concernant les hauteurs, les médiatrices, les médianes.

LES HAUTEURS

Tracer deux hauteurs de ce triangle (*MENU CONSTRUCTION*).

Définir et nommer H le point d'intersection

(*MENU CONSTRUCTION Intersection de deux objets puis*

MENU EDITION Nommer)

Effacer les hauteurs

(*MENU EDITION Aspect des objets, Gomme*).

Questions :

Que pouvez-vous affirmer concernant la 3ème hauteur ?

Quel nom porte le point H ?

Donner des conditions sur le triangle pour que :

H soit confondu avec un sommet du triangle,

H soit sur l'un des côtés du triangle,

H soit à l'intérieur du triangle,

H soit à l'extérieur du triangle.

Pour ces dernières questions, conjecturez, puis vérifiez en déplaçant un sommet du triangle.

LES MÉDIATRICES

Mêmes procédés que pour les hauteurs. On nommera O le point d'intersection.

Questions :

Que pouvez-vous affirmer concernant la 3^{ème} médiatrice ?

Quel nom porte le point O ?

Donner des conditions sur le triangle pour que :

O soit confondu avec un sommet du triangle,

O soit sur l'un des côtés du triangle,

O soit à l'intérieur du triangle,

O soit à l'extérieur du triangle,

O et H soient alignés avec un sommet du triangle,

O et H soient tous deux à l'intérieur du triangle,

O et H soient tous deux à l'extérieur du triangle,

O et H soient l'un à l'intérieur et l'autre à l'extérieur du triangle,

O soit sur l'un des côtés et H sur un sommet du triangle.

Pour ces dernières questions, conjecturez, puis vérifiez en déplaçant un sommet du triangle.

LES MÉDIANES

Mêmes procédés que pour les hauteurs. On nommera G le point d'intersection.

Questions :

Que pouvez-vous affirmer concernant la 3^{ème} médiane ?

Quel nom porte le point G ?

Donner des conditions sur le triangle pour que :

G soit confondu avec un sommet du triangle,

G soit sur l'un des côtés du triangle,

G soit à l'intérieur du triangle,

G soit à l'extérieur du triangle.

TRACEZ LA DROITE PASSANT PAR O ET H .

Que constatez-vous ?

Est-ce toujours vrai ? (Déplacez un sommet, puis un autre).

La partie démonstration avec différents outils présente cinq problèmes : le but de chacun d'entre eux étant de démontrer que le centre du cercle circonscrit, l'orthocentre et le centre de gravité sont alignés.

GÉOMÉTRIE DES CONFIGURATIONS :

Soit A' le point symétrique de A par rapport à O .

- 1- Montrer que les droites (CH) et (BA') sont parallèles.
- 2- Montrer que les segments $[BC]$ et $[HA']$ ont le même milieu I .
- 3- Montrer que G est le centre de gravité du triangle AHA' .
- 4- En déduire que les points O , G , H sont alignés et déterminer la position du point G par rapport aux points O et H .

OUTIL VECTORIEL :

Soient I milieu de $[BC]$ et H' le point tel que : $\overrightarrow{OH'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

- 1- Montrer que $\overrightarrow{AH'} = 2\overrightarrow{OI}$, puis en déduire que (AH') est une hauteur du triangle ABC .
- 2- Montrer que (BH') est une autre hauteur du triangle ABC . Que représente le point H' pour le triangle ABC ?
- 3- G étant le centre de gravité du triangle ABC , on a $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$, déduire de cette égalité que les points O , G , H sont alignés et donner la position de G par rapport à O et H .

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O', \vec{i}, \vec{j})$, soient les points $A(3 ; 9)$; $B(-3 ; 1)$; $C(9 ; -3)$.

- 1- Déterminer les coordonnées du point H orthocentre du triangle ABC .
- 2- Déterminer les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC .
- 3- Déterminer les coordonnées du point O , centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
- 4- Montrer que les points O , G , H sont alignés et déterminer la position du point G par rapport à O et H .

TRANSFORMATIONS (HOMOTHÉTIES) :

Soient I, J, K , les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$.

- 1- Déterminer le rapport de l'homothétie h de centre G qui transforme A en I . Justifier.
- 2- Déterminer l'image par h du triangle ABC .
- 3- Que représente le point O pour le triangle IJK ? Justifier. En déduire une égalité entre $\overrightarrow{OG}$ et $\overrightarrow{HG}$.
- 4- Montrer que les points O, G, H sont alignés et déterminer la position du point G par rapport à O et H .

TRANSFORMATIONS (HOMOTHÉTIES) : (Plus difficile)

Soient I, J, K , les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$, P un point quelconque du plan et Δ_A, Δ_B et Δ_C les droites parallèles respectivement aux droites (PI) , (PJ) , (PK) . passant respectivement par A, B, C .

- 1- Montrer que les droites Δ_A, Δ_B et Δ_C sont concourantes en un point Q aligné avec P et G .
- 2- Si P est en O , que deviennent les droites Δ_A, Δ_B et Δ_C et leur point d'intersection ? Conclusion.

(HACHETTE Collection Terracher. Ed.1986)

Rubrique : Réinvestir des connaissances et consolider des savoirs.

Module : L'irrationnel $\sqrt{2}$

IREM de Clermont-Ferrand.

Thème :

Ce travail porte sur trois points précis :

- Ecriture décimale illimitée périodique d'un rationnel et réciproque.
- Preuve de l'irrationalité de $\sqrt{2}$.
- Exemples de recherche des premières décimales de $\sqrt{2}$.

Objectif général :

Le but principal de cette activité est de donner une dimension épistémologique au traitement d'une partie bien ciblée du programme.

Objectif par rapport à la construction des connaissances :

Cette activité a pour but de faire manipuler des inégalités comportant des irrationnels, et de permettre aux élèves de faire le lien entre la relation d'ordre sur l'ensemble des nombres et la détermination de valeurs approchées d'un nombre. Elle permet, dans la deuxième partie, d'introduire les écritures sous la forme $2p$ pour un nombre pair et $2p + 1$ pour un nombre impair.

Articulation avec le cours et les T.D.

Constitution des groupes :

L'enchaînement proposé pour cette activité est le suivant :

- 1 heure de cours,
- 1 heure et demie de module,
- 1 heure de travaux dirigés.

La constitution des groupes (décrite ci-après, dans la présentation de l'activité) est faite à partir d'un exercice proposé aux élèves en recherche individuelle ; le professeur peut aussi s'aider de l'évaluation réalisée en début d'année.

Présentation de la séance.

En préliminaire, le professeur donne aux élèves un travail à la maison comportant :

- un texte à étudier sur l'histoire des nombres (un extrait de leur manuel : le NATHAN de 2^e),
- un exercice à chercher au brouillon.

EXERCICE :

1- A l'aide de votre calculatrice, donnez une valeur approchée à 10^{-6}

près des nombres suivants : $\frac{67}{33}$; $\frac{45}{37}$; $\frac{20}{3}$.

Que constatez-vous ? Pouvez-vous le confirmer en posant la division pour un des nombres ?

2- Donnons-nous à présent le nombre $0,\overline{71} = 0,7171\dots$

Est-il rationnel ?

Cherchons une équation qui a pour unique solution $0,\overline{71}$.

Posons $X = 0,\overline{71}$. Calculer $100X$. Comparer $100X$ et X . Que constatez-vous concernant leur différence ?

Résoudre l'équation ainsi trouvée. Conclure.

Première partie : 1 heure (une heure de cours).

Le professeur interroge les élèves sur le texte qui était à étudier, et à ce moment, capitalise sur un cahier les notations des différents ensembles de nombres. L'exercice qui avait été proposé est ensuite corrigé et la correction est, elle aussi, entièrement écrite sur le cahier.

Toujours dans cette première partie, le professeur distribue aux élèves l'exercice proposé ci-dessous, et leur demande de produire une réponse sur feuille avant la fin de l'heure. A la fin du cours, le professeur ramasse les différents travaux. Ces copies vont lui permettre de répartir la classe en deux groupes ; il peut aussi s'aider de l'évaluation de début d'année (par exemple pour ce qui concernait une utilisation de cette activité durant l'année scolaire 92-93, le professeur pouvait utiliser les réponses aux items 8 et 13 de l'évaluation).

Enoncé distribué aux élèves lors de la première partie :

Supposons que $\sqrt{2}$ soit un rationnel, c'est-à-dire que $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ avec

a et b entiers ($b \neq 0$) et $\frac{a}{b}$ irréductible.

- 1- Expliquez pourquoi on a $a^2 = 2b^2$.
- 2- Supposons que a soit impair, c'est-à-dire que a peut s'écrire sous la forme $a = 2p + 1$, avec $p \in \mathbb{N}$.
Montrez qu'alors $4p^2 + 4p + 1 = 2q^2$.
 $4p^2 + 4p + 1$ est-il pair ou impair ? $2q^2$? Montrez que l'on aboutit à une contradiction.
- 3- Supposons que a soit pair ($a = 2p$). On doit alors avoir b impair. Ecrivons $b = 2q + 1$. Montrez qu'alors $2p^2 = 4q^2 + 4q + 1$.
En vous aidant du (2), concluez.

Deuxième partie : 1h30 (Module).

Le professeur corrige l'exercice et cette correction est capitalisée sur le cahier. A la fin de ce travail, les élèves sont placés en situation de recherche individuelle sur les thèmes suivants :

Groupe 1

Théorème : $a \geq 0$; $b \geq 0$, on a : $a < b$ ssi $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

NB : si $a > 0$ et $b > 0$, alors $a < (a + b)/2 < b$.

1- Montrez que $\sqrt{2}$ est compris entre 1 et 2.

2- Considérez $C = \frac{1+2}{2}$.

Calculez C^2 , en le comparant à 2 et établir que $\sqrt{2} < C$.

En déduire que $1 < \sqrt{2}$.

3- Considérez $C = \frac{1 + \frac{3}{2}}{2}$ Calculez C^2 Comparez C et $\sqrt{2}$.

4- Continuez.

Groupe 2

Montrez que, pour tout $a \in \mathbb{R}_+^*$:

- a) Si $a < \sqrt{2}$ alors $\sqrt{2} < \frac{2}{a}$.
- b) Si $a > \sqrt{2}$ alors $\sqrt{2} > \frac{2}{a}$.
- c) En déduire que pour tout $a \in \mathbf{R}_+^*$, $\sqrt{2}$ est compris entre a et $2/a$.
- d) $\forall a \in \mathbf{R}_+^*; \sqrt{2} \leq \frac{1}{2} \left(a + \frac{2}{a} \right)$.
- e) Prendre $a = 1$, montrez que $1 < \sqrt{2} < 2$.

Prendre $a = 1,5$, montrez que $\frac{4}{3} < \sqrt{2} < \frac{3}{2}$.

Prendre $a = \frac{17}{12}$, montrer que $\frac{24}{17} < \sqrt{2} < \frac{17}{12}$.

Continuez.

Troisième partie : 1 heure (travaux dirigés).

Le professeur corrige les feuilles 4 et 5, ainsi les groupes auront capitalisé exactement la même chose, ce qui évite toute «différence».

Rubrique : Réinvestir des connaissances et consolider des savoirs.

Module : Section d'un cube par un plan.

IREM de Poitiers

Objectifs :

Découvrir quelques énoncés de géométrie dans l'espace (trois points non alignés déterminent un plan ; deux plans sécants se coupent selon une droite ; deux plans parallèles coupent un troisième plan selon deux droites parallèles).

Calculer le volume d'un cube, d'un tétraèdre.

Décomposer un problème compliqué en sous-problèmes plus simples (trouver l'intersection d'un plan avec le cube revient à chercher les intersections avec chacune des faces).

Réinvestir dans l'espace des méthodes de géométrie plane.

Etablir que deux droites de l'espace sont parallèles.

Construire un patron pour réaliser un cube.

Utiliser les propriétés de la perspective cavalière (conservation des proportions et du parallélisme, non-conservation des distances et des angles) et les conventions de dessin (arêtes visibles ou non) pour faire une figure.

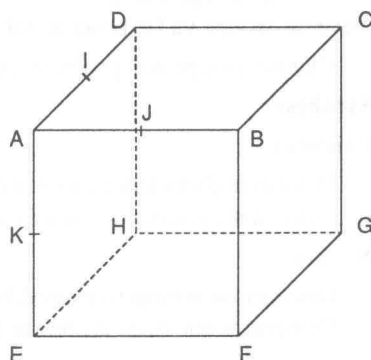
Pré-requis : Théorème de Thalès, Théorème de Pythagore.

Présentation de la séance.

ÉNONCÉ

Un cube a des arêtes de 7 cm. On porte sur les trois arêtes issues d'un sommet A les points I , J , K tels que $AI = 3$, $AJ = 4$, $AK = 4$.

- 1- Étudier l'intersection du cube avec le plan (IJK) .
- 2- Dessiner les deux solides séparés par la section plane, et calculer leurs volumes.



- 3- Sur l'arête $[AD]$, on porte l' tel que $Al' = 4,5$. Etudier l'intersection du cube avec le plan passant par l' et parallèle au plan (IJK) .

CONSIGNE :

Faire une maquette du cube en carton mince, et une figure en perspective cavalière la plus précise possible.

Raisons du choix :

La longueur 7 cm a été choisie d'une part parce que le patron tient dans une feuille A4, d'autre part parce que les rapports $3/7$ et $4/7$ ne sont pas décimaux (ce qui doit pousser, pour placer les points I, J, K à effectuer une construction plutôt qu'une mesure).

La formulation «*Etudier l'intersection du cube avec le plan (IJK)* » est volontairement vague pour que les élèves la précisent eux-mêmes. On espère, par exemple, qu'un élève proposera de dessiner le triangle IJK en vraie grandeur (sinon le professeur le proposera lui-même), ce qui suppose de nouveaux savoir-faire (calculer les longueurs des côtés, construire un triangle, connaissant les longueurs des côtés,...).

Gestion de l'activité :

La séance dure 1h30, davantage si cela s'avère nécessaire.

La maquette a été pré-découpée à la maison, le collage se faisant en début de séance. On peut envisager un cube en plastique transparent qui peut être rempli d'eau ou de sable.

Le logiciel «Dessiner l'espace» peut être mis à la disposition des élèves en libre-service.

Les élèves sont en groupes de 3 ou 4.

Quand émerge d'un groupe une idée qui peut intéresser tout le monde, un élève du groupe va l'exposer au tableau.

Chaque groupe doit produire un compte-rendu en fin de séance.

Synthèse :

Contenus :

Propriétés d'incidence (droites et plans).

Deux plans parallèles coupent un troisième selon deux droites parallèles.

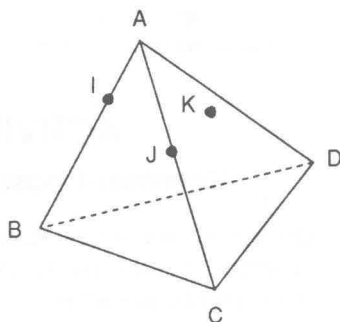
Méthodes :

Dessiner en perspective cavalière.

Démontrer que deux droites de l'espace sont parallèles.

Exercices d'appropriation des méthodes :

- 1- Faire la question 3 en remplaçant le point I par le point D (Attention, l'intersection n'est plus un triangle).
- 2- Dans le tétraèdre ci-contre, I est sur $[AB]$, J sur $[AC]$ et K appartient au plan (ABD) .



- Construire l'intersection du plan (IJK) avec le tétraèdre.
- 3- $SABCD$ est une pyramide régulière à base carrée $ABCD$. I étant le milieu de $[SA]$, on considère le plan (P) passant par I et parallèle au plan (SBC) . Déterminer son intersection avec la pyramide.

Prolongements possibles :

Dans la situation de l'énoncé :

- 1- Construire les intersections du plan (IJK) avec les trois autres faces du cube.
(But : sortir du cube)
- 2- On appelle L l'orthocentre du triangle IJK . Est-ce que la droite (AL) est orthogonale au plan (IJK) ?
(But : introduire les problèmes d'orthogonalité).

Utilisation pour les modules :

- 1- Observer comment les élèves placent les points I, J, K sur la figure en perspective cavalière :
Utilisent-ils le double-décimètre ? Font-ils des calculs ?
Utilisent-ils le quadrillage de la feuille ? Refont-ils éventuellement le dessin du cube pour pouvoir exploiter le quadrillage ?
- 2- Observer s'ils prennent l'initiative de décomposer la question « *Etudier l'intersection du plan (IJK) avec le cube* » en sous-questions « *Etudier l'intersection avec chacune des faces* ».
- 3- Observer s'ils ont des difficultés à dessiner les deux parties alors qu'il suffit de recopier, en modifiant certains pointillés. Voir fiche module « Comment passer de l'espace au plan ».
- 4- Observer comment ils calculent le volume du petit tétraèdre.

(la formule volume = $\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{3}$ pouvant être utilisée de 4 façons).

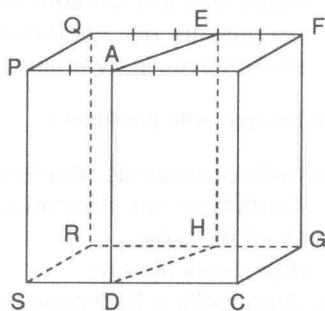
- 5- Observer s'ils tracent des parallèles à (IJ) , (JK) et (KL) ,
 a) sur la maquette,
 b) sur le dessin.

Voir fiche module «Comment construire une intersection».

ACTIVITÉ MODULAIRE

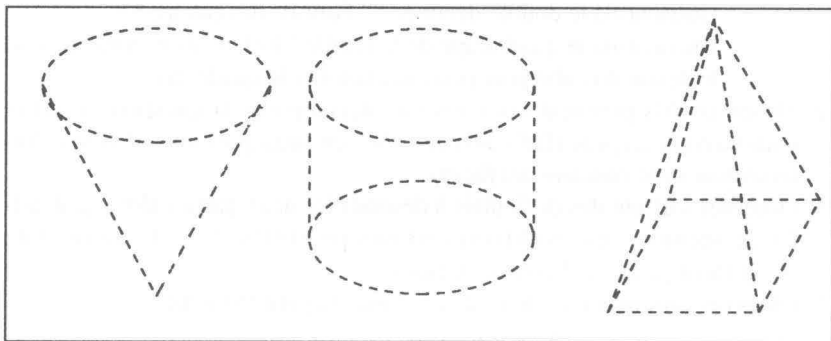
Comment passer de l'espace au plan.

- 1- On donne différentes maquettes d'objets (cube, prisme, pyramide, cylindre, cône), éventuellement tronquées de façon simple. Dessiner chaque objet.
- 2- Le cube ci-contre a été découpé selon le plan indiqué.
 - a) Dessiner en vraie grandeur le rectangle $AEHD$.
 - b) Dessiner séparément les deux parties, en perspective cavalière.
 - c) Dessiner un patron de chaque partie.

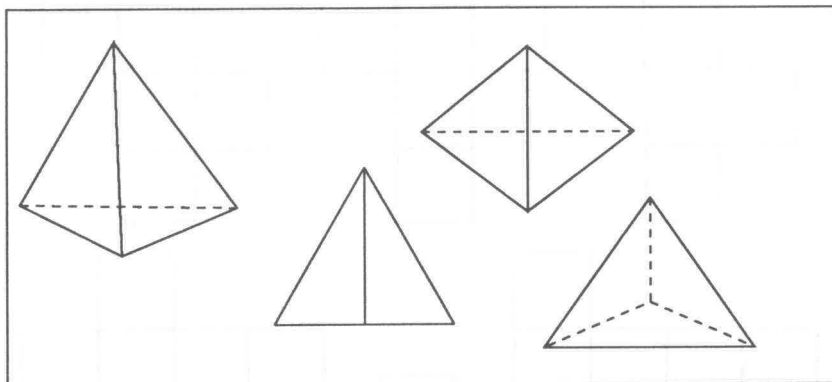


3- D'après EVA2-92

Trois solides sont représentés ci-dessous en perspective : pour chacun d'eux, repassez en couleur les lignes que vous considérez comme visibles, et laissez les autres en pointillés.

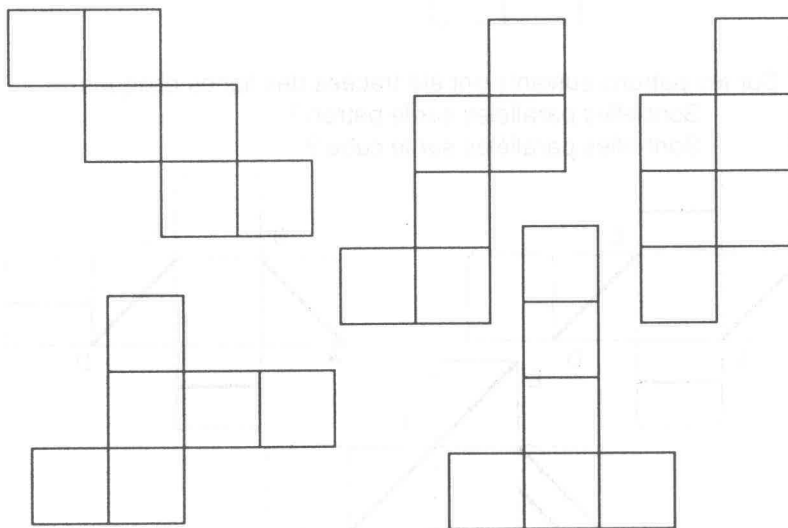


- 4- Les figures suivantes représentent le même tétraèdre régulier. Laquelle vous paraît la plus commode pour trouver la hauteur de ce tétraèdre ?

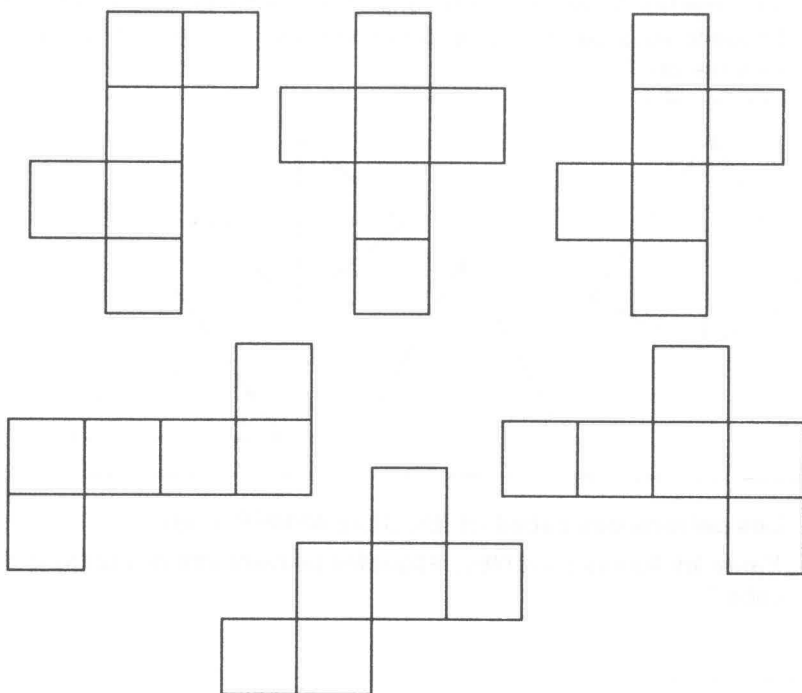


5- **Les patrons des cubes** (cf. Brochure APMEP n°58).

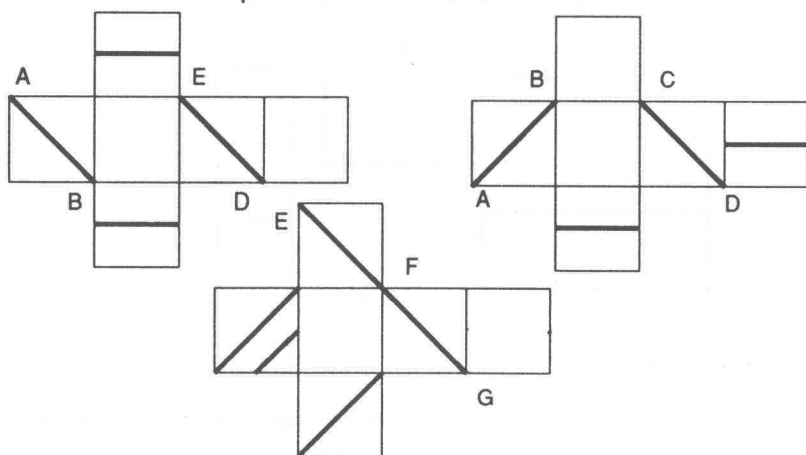
- a) Parmi les figures suivantes, lesquelles peuvent être des patrons de cube ?



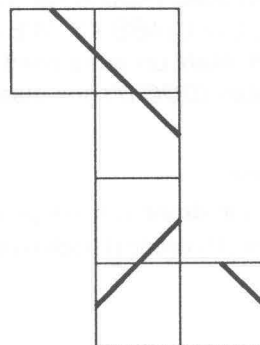
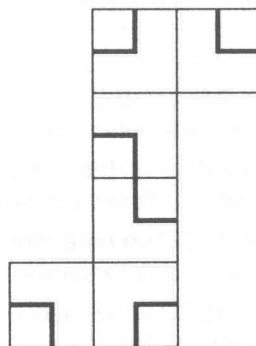
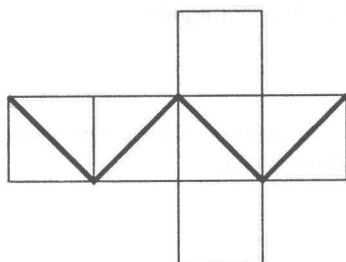
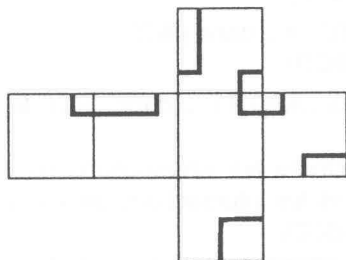
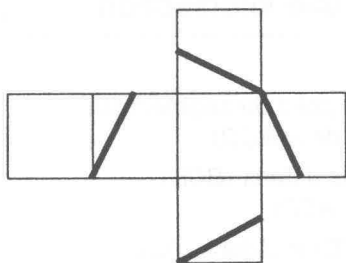
voir les autres patrons page suivante



- b) Sur les patrons suivants ont été tracées des lignes obliques.
Sont-elles parallèles sur le patron ?
Sont-elles parallèles sur le cube ?



- c) Sur les patrons suivants ont été tracées des lignes.
Sont-elles fermées sur le cube ?



Synthèse

Quelles sont les différentes façons d'associer à un objet de l'espace une figure plane ?

Quels en sont les avantages et les inconvénients ?

ACTIVITÉ MODULAIRE

Comment construire une intersection.

ÉNONCÉS.

- 1- Soit $ABCD A'B'C'D'$ un cube et K un point du segment $[BC']$.
Construire l'intersection de $(D'K)$ et de $(ABCD)$.
- 2- Soit $ABCD$ un tétraèdre, I sur $[AB]$ et J dans (BCD) .
Construire l'intersection de (IJK) et (ACD) .
- 3- Soit $ABCD$ un tétraèdre, I dans (ABC) et J dans (BCD) .
Construire l'intersection de (IJ) et (ACD) .
- 4- Soit $ABCD$ un tétraèdre, I dans (ABC) et J dans (BCD) .
Construire l'intersection de (IJ) et (BCD) .
- 5- Soit $ABCD A'B'C'D'$ un cube, I dans $(ADD'A')$, J dans $(BCC'B')$, K sur $(A'B')$.
 - a) K étant un point de $(A'B')$, construire les intersections du plan (IJK) avec $(ADD'A')$ et $(BCC'B')$, puis les intersections de (IJ) avec $(DCC'D')$, $(ABB'A')$, $(A'B'C'D')$ et $(ABCD)$.
 - b) K' étant un autre point de $(A'B')$, comparer les intersections avec le plan $(DCC'D')$ des plans (IJK) et (IJK') . Expliquer.

Synthèse :

Si une droite (D) coupe un plan (P) au point A , alors, tout plan qui contient (D) coupe (P) selon une droite passant par A .

Rubrique : Construire un raisonnement, une argumentation.

Module : Correction d'un devoir à la maison.

IREM de Lyon. (*Activités pour les modules en 2de.Sept.93*).

Thème :

Confrontation de résultats construits par les élèves au sujet d'une question sur une configuration simple.

Objectifs :

Montrer et faire prendre conscience aux élèves :

- que l'on ne peut se contenter, comme seule preuve, d'un dessin ou d'une valeur approchée.
- qu'il existe en général différentes méthodes pour résoudre un problème, et qu'elles conduisent au même résultat.

Constitution des groupes :

Cette séquence est centrée autour de la correction d'un devoir à la maison.

Lors de la séance de correction de ce devoir, les élèves sont répartis en petits groupes ; traiter cette activité en module permet donc, par exemple, de regrouper des élèves qui sont arrivés à des résultats différents avec des méthodes semblables - au sein de chaque groupe on peut ainsi faire naître une certaine confrontation, qui permettra aux élèves d'atteindre, en particulier, le premier objectif mentionné ci-dessus -.

En fin de séance, une mise en commun des travaux de chacun des groupes mettra en évidence la pluralité des méthodes de résolution du problème posé.

Présentation de la séance.

ÉNONCÉ

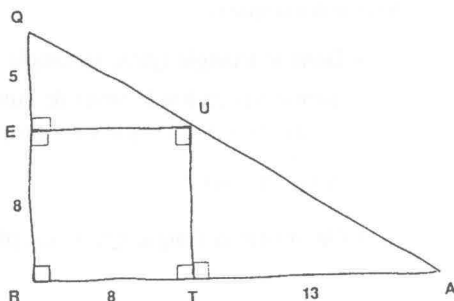
Le dessin ci-contre est un dessin à main-levée.

Les dimensions sont données en centimètres.

Que pouvez-vous dire des points Q , U et A ?

J'ai trouvé trois méthodes.

Qui dit mieux ?



Consignes

A propos du devoir dont l'énoncé est reproduit ci-dessus, et à l'aide de vos copies, mettez-vous d'accord sur :

- la position de Q , U , A ;
- les démonstrations qui vous paraissent correctes.

Chaque groupe devra présenter ce travail, au bout d'une heure, au reste de la classe.

Descriptif - Quelques éléments d'analyse.

Le document élève a été donné dans le cadre d'un devoir à la maison. La correction a eu lieu en module.

Notons d'abord que la quantité de démarches possibles permet de poser ce problème en tout début d'année. L'énoncé est extrait d'un manuel de 4ème (Pythagore, p.134, édition 1988).

Les copies n'ont pas été annotées, mais elles ont permis de constituer des groupes de 3 ou 4 élèves dont les résultats, quant à la réponse pour Q , U et A , ne sont pas identiques, et, si possible, avec un même type de démarche.

Ce choix permet de favoriser les confrontations à l'intérieur d'un même groupe.

Une mise en commun à la fin a permis de lister les différentes méthodes, après discussion sur leur validité dans certains cas.

Démarches possibles des élèves pour la résolution de ce problème :

En supposant que tous les élèves donnent la bonne réponse, à savoir que les points ne sont pas alignés, ils peuvent utiliser plusieurs méthodes :

- a) Calcul des aires QUE , $UTRE$, AUT et QRA . Confrontation et conclusion ; ici, les calculs utilisent des nombres décimaux, et c'est ce qui était proposé dans le livre de mathématiques de quatrième.
- b) Utilisation du théorème de Pythagore pour calculer les hypoténuses (QU , UA et QA) des triangles et vérifier que $QU + UA > QA$ (inégalité triangulaire avec des racines carrées) ;
- c) Utilisation des mesures d'angles (ce qui reviendra à calculer des lignes trigonométriques).

- Dans le triangle QRA , rectangle en R , les angles $\widehat{Q}$ et $\widehat{A}$ sont complémentaires (ou le sinus de l'un est le cosinus de l'autre). On utilise alors les triangles rectangles QEU et UTA pour calculer $\sin \widehat{Q}$ et $\cos \widehat{A}$.

- On vérifie si l'angle $\widehat{QUA}$ est plat. D'où, avec les mêmes petits tri-

angles, on évalue les angles $\widehat{EUQ}$ et $\widehat{TUA}$.

- Si les droites sont parallèles, les angles correspondants sont égaux.

On compare les angles $\widehat{EQU}$ et $\widehat{TUA}$.

d) Dans un repère (orthonormé en général) défini par $\left(R; \frac{1}{21}\overrightarrow{RA}; \frac{1}{13}\overrightarrow{RQ}\right)$,

on utilise deux des trois droites (QU) , (UA) et (QA) .

- On compare les coefficients directeurs des droites avec la formule :

$$a = (y_B - y_A) / (x_B - x_A).$$

- On détermine une des équations de droites, (QA) par exemple, et on vérifie l'appartenance du troisième point (les équations sont données sous forme réduite ou sous forme cartésienne) à la droite (QA) .

- Plus tard dans l'année, on peut étudier la colinéarité des vecteurs

$\overrightarrow{QU}$ et $\overrightarrow{QA}$ par exemple.

e) *Utilisation du théorème de Thalès :*

On suppose que U' est sur la droite (QA) et sur la droite (EU) . On applique le théorème de Thalès avec les droites parallèles (EU) et (RA) par exemple. On calcule EU' avec les rapports $EU'/RA = QE/QR$.

D'où $EU' = \frac{QE \times RA}{QR} = 5 \times \frac{21}{13}$ donc EU' et EU sont différents, car

$$\frac{5 \times 21 - 8 \times 13}{13} = \frac{1}{13}$$

f) Calcul vectoriel, en vérifiant la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{QU}$ et $\overrightarrow{QA}$, en utilisant la définition de points alignés et la propriété du carré. Ainsi

$$\overrightarrow{QU} = \overrightarrow{QE} + \overrightarrow{EU}.$$

$$\overrightarrow{QA} = \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RA} \text{ avec } \overrightarrow{QR} = \frac{13}{5}\overrightarrow{QE} \text{ et } \overrightarrow{RA} = \frac{21}{8}\overrightarrow{EU}$$

$$\text{d'où } \overrightarrow{QA} = \frac{13}{5}\overrightarrow{QE} + \frac{21}{8}\overrightarrow{EU}.$$

Or, dire que des points sont alignés, signifie que $\overrightarrow{QA} = k\overrightarrow{QU}$, ce qui

conduit à écrire $\frac{13}{5} = \frac{21}{8}$!

g) *Utilisation de l'homothétie et de ses propriétés* (à condition de l'avoir vue dès le début de l'année). On peut rapprocher de l'agrandissement et de la réduction du programme de troisième.

Production des élèves dans les copies :

- Certains élèves ont basé leur conviction sur le dessin : faute de précision, (un seul élève a fait le dessin sur papier millimétré), ils concluent à l'alignement des points. Les justifications s'appuient sur des calculs approchés.
- D'autres, ce qui paraît très étonnant, ont obtenu à l'aide d'une méthode, des points alignés et le contraire avec une autre méthode. Ils ne se sont pas aperçus de la contradiction et de l'incohérence des résultats proposés.
- La méthode basée sur le calcul de l'aire n'est apparue qu'une fois (c'était la méthode de quatrième).
- L'utilisation du théorème de Pythagore et de la trigonométrie sous toutes ses formes est fréquente.
- Le cas des vecteurs colinéaires est apparu, mais plus pour des raisons de contrat que de conviction personnelle des élèves-auteurs, car, peu de temps auparavant, nous l'avions étudié (à vrai dire, je m'attendais un peu à cette démarche).
- Certains ont utilisé Thalès, avec un essai de mise en œuvre d'un raisonnement par l'absurde de façon maladroite, mais il est à noter que la démarche est quand même naissante.
- En ce qui concerne la comparaison des rapports et racines carrées (les nombres décimaux sont bien traités), le travail ne fut pas traité de manière correcte pour tous : le syndrome de la calculatrice a frappé chez la plupart ! D'où certaines conclusions erronées, car les deux premières décimales des résultats concordent. Par contre, un travail, parfois remarquable, a été fait par certains quant à la comparaison des racines carrées.

Travail des groupes, mise en commun :

Sur certaines démonstrations, les groupes se sont mis d'accord facilement : celles qui utilisent les mesures d'angles, celle avec les aires (qui a fait l'unanimité, les élèves étant heureux de retrouver une méthode de 4ème). Sur les problèmes liés aux valeurs approchées (rapports ou radicaux), il est plus difficile de se mettre d'accord : ce problème sera traité en grand groupe, avec l'aide du professeur.

En conclusion de cette séance, j'ai énoncé comme règles de fonctionnement dans la classe les objectifs écrits dans la présentation de ce travail.

Rubrique : Consolider des savoirs

Module : Somme et produit
(Modules en 2de.Fascicule 2).

IREM de Montpellier.

Objectifs :

L'analyse des erreurs de calcul commises dans les test d'évaluation (et ailleurs) fait apparaître que, dans presque tous les cas, les causes d'erreurs sont les mêmes : l'écriture d'un nombre sous forme de somme S ou de produit P n'est pas repérée.

Les exercices qui suivent ont pour but de mettre cela en évidence et d'en apprécier les conséquences sur quelques simplifications de fractions.

Présentation de la séance.

Déroulement :

Ce travail a été abordé dans une première séance d'une demi-heure heure, les élèves travaillant individuellement. La deuxième séance de 1h30 a permis de réaliser les exercices 1, 2, 3 pour les plus rapides (qui ont bloqué - mais c'est normal - sur le calcul (4) de l'exercice 3). On peut remarquer que, dans l'exercice 1, le (8) n'est abordable que par la somme, contrairement aux précédents. Les exercices 4 et 5, qui devaient permettre un contrôle des acquisitions n'ont pu être traités. Ils le seront plus tard dans une séquence «normale» de classe en T.D.

Dans l'exercice 1, les élèves ont eu beaucoup de difficultés à adopter la méthode proposée : calcul de P , calcul de S , vérification. Leur démarche naturelle était plutôt : calcul de P , développement, forme S .

Remarques :

Cette séance, effectuée relativement tôt dans l'année scolaire, a servi par la suite de référent pour toute activité faisant intervenir développement ou factorisation. L'évaluation de l'écriture d'un nombre sous forme de somme ou produit facilitant les divers passages.

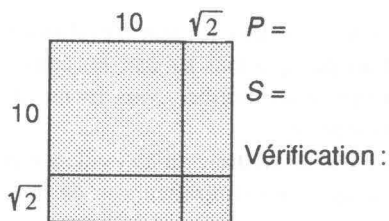
Les nombres proposés dans les exercices sont la conséquence d'un choix. Si les racines carrées sont de nature à bloquer les élèves, on peut les remplacer par des fractions, des lettres, etc...

Texte élève :

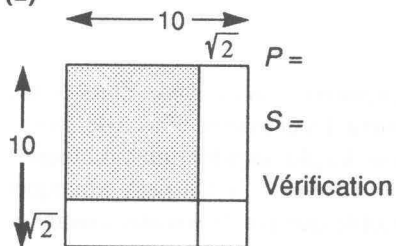
Exercice 1 :

Calculer la surface grisées en l'exprimant sous forme de somme S et sous forme de produit P . Vérifier que $S = P$.

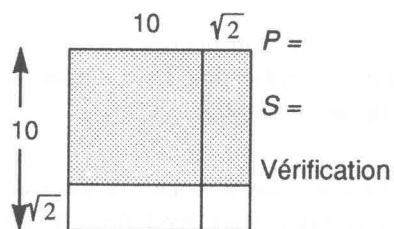
(1)



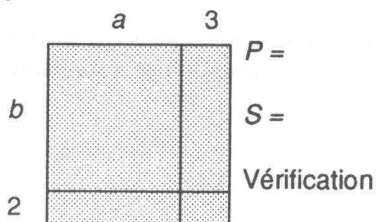
(2)



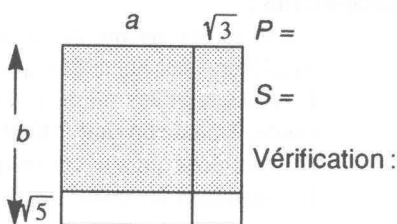
(3)



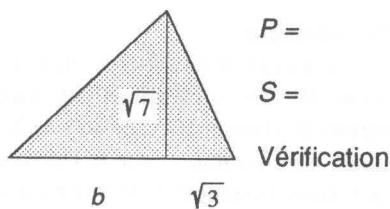
(4)



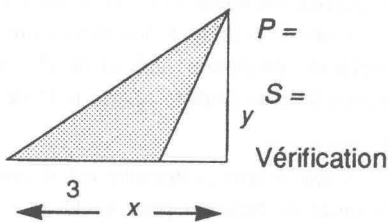
(5)



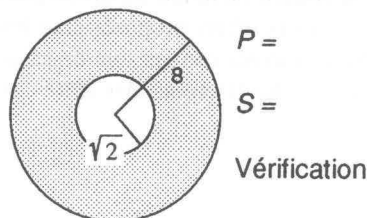
(6)



(7)



(8)



Exercice 2

Donner les dimensions d'un rectangle dont la surface s'exprime par :

1- $\sqrt{3}(a+2) + \sqrt{5}(a+2)$ $l = \dots\dots\dots$ $L = \dots\dots\dots$

2- $(3 + \sqrt{2})(a - \frac{1}{2}) + (3 + \sqrt{2})(a + 4)$ $l = \dots\dots\dots$ $L = \dots\dots\dots$

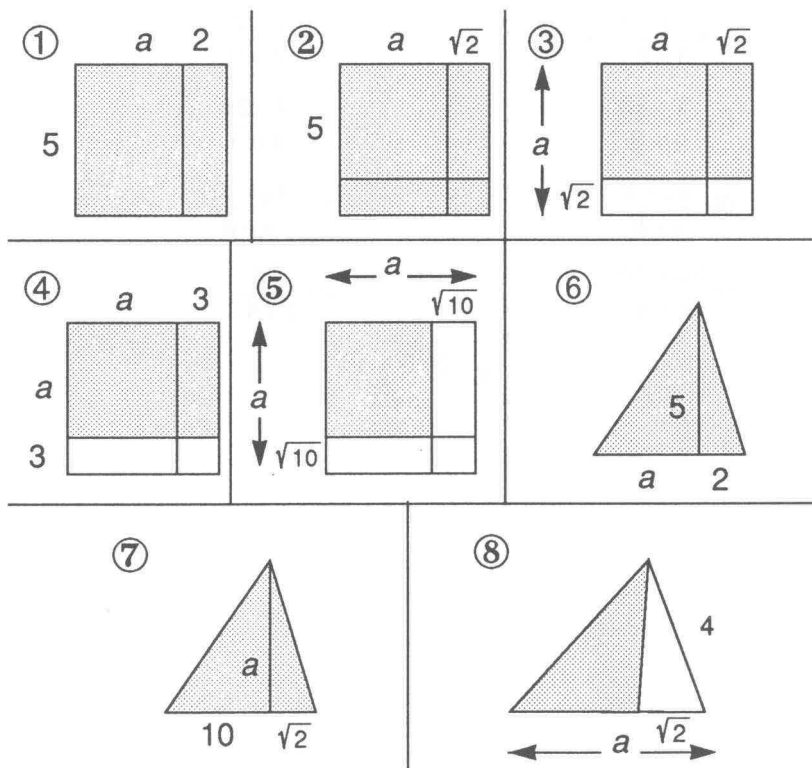
3- $a^2 + 2a$ $l = \dots\dots\dots$ $L = \dots\dots\dots$

4- $(3 - \sqrt{2})(\frac{3}{4} + x) + (\frac{1}{3} - x)(3 - \sqrt{2})$ $l = \dots\dots\dots$ $L = \dots\dots\dots$

5- $a^2 + 3b + 3a + ab$ $l = \dots\dots\dots$ $L = \dots\dots\dots$

Exercice 3

La surface grisée vaut 100 dans chaque cas. Que vaut le nombre a ?



Exercice 4

1- Le nombre $A = 2 + 3 \times 5 - 4$ est-il une somme ou un produit ?
Effectuer le calcul.

2- A l'aide de parenthèses placées convenablement dans
 $2 + 3 \times 5 - 4$

Faites-en un produit que vous calculerez : $B = \dots\dots\dots$

puis deux sommes différentes que vous calculerez :

$C = \dots\dots\dots$ $D = \dots\dots\dots$

Exercice 5

Simplifier si possible les fractions suivantes :

$$A = \frac{3 \times 17}{3 \times 5 - 3 \times 2}$$

$$B = \frac{3 \times 17}{3 \times 5 - 3}$$

$$C = \frac{3 \times 17}{3 \times 5 - 2}$$

$$D = \frac{3 \times 28}{4 + 3}$$

$$E = \frac{3 + 28}{4 \times 3}$$

$$F = \frac{4 + 28}{4 \times 3}$$

$$G = \frac{2a + b}{a + b}$$

$$H = \frac{4a + 4b}{a + b}$$

$$I = \frac{2a + 4b}{2 + 4}$$

$$J = \frac{25}{2\sqrt{5}}$$

$$K = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{5\sqrt{3}}$$

Quelques éléments de bibliographie

- * *Quelques supports pour les activités dans le cadre des enseignements modulaires en seconde.*
Publication ADIREM, diffusée par PARIS VII.
- * *Des pistes pour l'enseignement modulaire en seconde.*
Publication d'Orléans-Tours, commune à la MAFPEN et aux IPR.
Diffusée par la MAFPEN d'Orléans.
- * *Enseigner en modules.*
Françoise Clerc - Ed.Hachette.
- * *Les méthodiques.*
Ed. Hatier
- * *Les maths en 2de.*
Ed.Nathan
- * *Enseignement modulaire (Fascicules 1 et 2)*
IREM de Montpellier.
- * *Actes de l'Université d'Eté «Modules et maths».*
IREM de Lyon
- * *L'enseignement modulaire en classe de seconde.*
Académie de Bordeaux
- * *Des activités pour un enseignement modulaire en Seconde.*
IREM de Strasbourg - Juillet 1992.
- * *Modules en Seconde (tome 1).*
IREM de Grenoble - Septembre 1992.
- * *Enseignement modulaire en Mathématiques - classe de Seconde.*
MAFPEN - Académie de Lyon - Juin 1993.
- * *Mathématiques - Modules en Seconde, quelques pistes.*
IREM de Nice.
- * *Modules en Seconde, expérimentation en 1992-1993*
IREM de Clermont-Ferrand.
- * *Activités pour les modules en Seconde.*
IREM de Lyon - Septembre 1993.

ADRESSES DES IREM

BESANÇON	Faculté des Sciences La Bouloie 25030 Besançon Cedex <i>Télécopie : 81 66 61 99</i>	81 66 61 92 81 66 61 91
BORDEAUX	Université Bordeaux I - I.F.E. 40 rue Lamartine-33400 Talence <i>Télécopie 56 84 89 78</i>	56 84 89 75
BREST	Faculté des Sciences 6, avenue Victor Le Gorgeu 29287 Brest Cedex <i>Télécopie : 98 31 64 41</i>	98 31 65 44
CAEN	IUT, Boulevard Maréchal Juin 14000 Caen <i>Télécopie : 31 94 32 59</i>	31 44 27 91
CLERMONT Fd	Université Clermont-Ferrand II Complexe scientifique des Cézeaux 63177 Aubières Cedex <i>Télécopie : 73 40 70 78</i>	73 40 70 98
DIJON	Université de Bourgogne IREM BP 138 21004 Dijon Cedex <i>Télécopie : 80 39 52 30</i>	80 39 52 30
GRENOBLE	BP 41 38401 St Martin d'Hères Cedex <i>Télécopie : 76 51 44 25</i>	76 51 46 62
LILLE	Université des Sciences et Techniques 59655 Villeneuve d'Asq Cedex <i>Télécopie : 20 43 49 95</i>	20 43 41 81 20 43 41 82
LIMOGES	123, avenue Albert Thomas 87060 Limoges Cedex <i>Télécopie : 55 45 73 20</i>	55 45 72 49 55 45 72 31

LORRAINE	Université Nancy I Faculté des Sciences, BP 239 54506 Vandœuvre lès Nancy Cedex <i>Télécopie : 83 91 25 73</i>	83 27 55 51
LYON	Université Lyon I 43, Bd du 11 Novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex <i>Télécopie : 72 44 80 67</i>	72 44 81 24 72 44 80 00 p. 37-24
MARSEILLE	Faculté des Sciences de Luminy 70, rue Léon Lachamp 13288 Marseille Cedex <i>Télécopie : 91 26 93 43</i>	91 41 39 40 91 26 90 00
MONTPELLIER	Université Montpellier II Sciences et Techniques du Languedoc Place Eugène Bataillon 34095 Montpellier Cedex 5 <i>Télécopie : 67 14 39 09</i>	67 14 33 83 67 14 33 84
NANTES	2, rue de La Houssinière	40 37 30 15
Pays de Loire	44072 Nantes Cedex <i>Télécopie : 40 93 38 78</i>	40 37 30 16
Antenne LE MANS	Université du Maine Route de Laval 72017 Le Mans Cedex <i>Télécopie : 43 83 33 66</i>	43 83 32 15
NICE	IREM de Nice Faculté des Sciences - BP 71 06108 Nice Cedex 2 <i>Télécopie : 93 51 91 91</i>	93 52 98 73
ORLÉANS	Université d'Orléans, BP 6759 45067 Orléans Cedex 2 <i>Télécopie : 38 41 71 93</i>	38 41 71 90
PARIS-NORD	Université de Paris Nord Avenue Jean Baptiste Clément 93430 Villetaneuse <i>Télécopie : 49 40 36 36</i>	(1)49 40 36 40

PARIS VII	Université Paris VII 2, Place Jussieu 75005 Paris <i>Télécopie : 44 27 56 08</i>	(1)44 27 53 83
PICARDIE	4, rue Raspail, BC 619 02322 Saint-Quentin <i>Télécopie : 23 64 82 62</i>	23 62 62 98 23 64 82 62
POITIERS	40, avenue du Recteur Pineau 86022 Poitiers Cedex <i>Télécopie : 49 45 40 50</i>	49 45 38 77
REIMS	Moulin de la Housse, BP 347 51062 Reims Cedex <i>Télécopie : 26 85 35 04</i>	26 05 32 08
RENNES	Campus Beaulieu 35042 Rennes Cedex <i>Télécopie : 99 28 16 38</i>	99 28 63 42
ROUEN	IREM de Rouen Université de Rouen BP 153 76135 Mont Saint-Aignan Cedex <i>Télécopie : 35 14 61 41</i>	35 14 61 41
STRASBOURG	10, rue Général Zimmer 67084 Strasbourg Cedex <i>Télécopie : 88 61 90 69</i>	88 41 63 07
TOULOUSE	Université Paul Sabatier 118, route de Narbonne 31062 Toulouse Cedex <i>Télécopie : 61 55 82 58</i>	61 55 68 83
ANTILLES GUYANE	Cité Scolaire Baimbridge Bâtiment P 3 ^e étage - BP 17 97110 Pointe-à-Pitre GUADELOUPE <i>Télécopie : 19 590 91 37 59</i>	19 590 26 36 48

ACHEVÉ D'IMPRIMER
SUR LES PRESSES DE
L'IMPRIMERIE CHIRAT
42540 ST-JUST-LA-PENDUE
EN OCTOBRE 1993
DÉPÔT LÉgal 1993 N° 8290

