

Avant, pendant et après les années lycées : les challenges mathématiques

Martine Janvier** et Marie-José Pestel*

**IREM de Nantes – *IREM de Limoges

Thème : *mathématiques vivantes, mathématiques dynamiques, mathématiques pour tous : comment des activités issues des rallyes et tournois peuvent provoquer chez l'élève une volonté d'apprentissage et développer son goût pour la recherche.*

Rappel des objectifs

Trois activités et exercices qui ont été testés dans des compétitions récentes seront proposés aux participants (qui devront les résoudre) afin de mettre en évidence :

- les niveaux de recherche (ils peuvent être donnés au collège et au lycée)
- les qualités et les connaissances requises pour les résoudre
- leurs prolongements en classe en cohérence avec les programmes
- leur pertinence (ou leur absence de pertinence...)

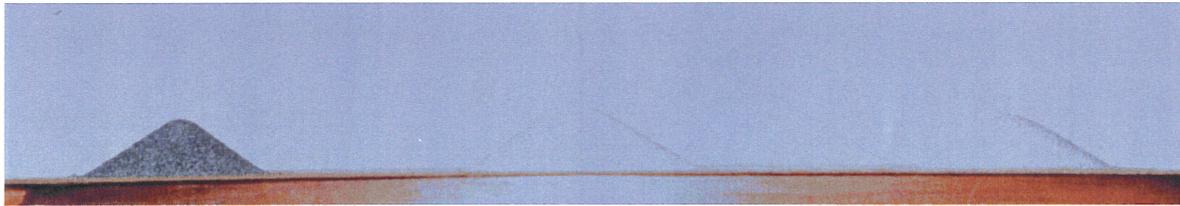
Ces activités couvrent des domaines mathématiques différents : Mathématiser une expérience physique, activités de recherche géométriques et activités numériques.

Activité 1 : géométrie du tas de sable.

Les participants sont mis en situation de réaliser l'exercice suivant tel qu'il a été proposé aux élèves de troisième au cours d'une finale du Rallye mathématique de la Sarthe.

Ils doivent :

- 1- Observer un tas de sable
- 2- Observer l'écoulement par un orifice situé au centre de la base
- 3- Observer l'« objet » obtenu quand l'écoulement s'est arrêté.
- 4- Répondre au questionnaire ci-joint :



- Observez attentivement les tas de sable qui sont devant vous. Vous allez constater que, quel que soit le type de sable et quelle que soit la taille du tas, l'angle que fait le sable avec l'horizontale est un angle –presque- constant : on l'appelle « angle de talus » et on le notera α dans tout le travail qui va suivre.

En utilisant les photos de la page suivante vous allez pouvoir mesurer cet angle de talus. Sur les 9 tas qui sont photographiés vous constaterez sans doute des petites variations d'angle ; il vous faudra donc faire la moyenne de ces mesures.

Vous pouvez en déduire le volume du tas de sable avant son écoulement

- Quand le sable s'écoule, il s'arrête dès qu'il fait avec l'horizontale un angle égal à α .

On a fait s'écouler le sable par un trou situé exactement au centre du tas de départ. Le sable s'est écoulé. Observez : vous devez décrire la forme obtenue en employant les mots de la géométrie.

Il vous faut ensuite dessiner la coupe de ce qui reste du tas selon un plan qui passe par le centre du tas (le trou par lequel le sable a coulé).

Cette activité a été suivie d'une correction rapide et d'une discussion sur l'intérêt de cet exercice :

- dans le contexte pour lequel il était initialement prévu (un rallye)
- dans son éventuelle utilisation en classe de 3^{ème} pour travailler des notions au programme telles que cône, agrandissement/réduction, trigonométrie
- dans son éventuelle utilisation en classe de 2^{de} pour reprendre ces mêmes notions et les compléter en lien avec le lycée
- d'une manière plus générale avons-nous le temps de faire de telles activités ? est-ce au bénéfice des élèves ? est-ce un bouleversement dans nos pratiques habituelles ?

Notons que la recherche d'extensions possibles à cet exercice (par exemple, si l'orifice n'était pas au centre quel serait le résultat de l'écoulement ? Et s'il y avait deux orifices ?...) n'a pu être faite faute de temps.

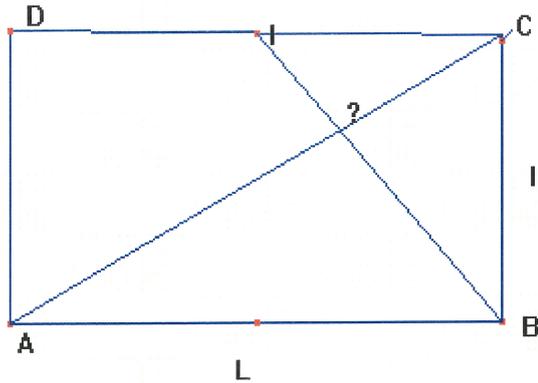
Activité 2 : A propos du format A4

Le sujet dont nous allons étudier l'intérêt à été proposé au premier tournoi mathématique du Limousin en 1987 aux classes de premières et terminales.

Sous sa forme originale le sujet était présenté sur une feuille de papier de format classique 21-29,7, feuille sur laquelle étaient tracés une diagonale et deux segments parallèles joignant deux sommets opposés au milieu des côtés opposés avec deux jolis dessins, l'ôtés opposés avec deux jolis dessins, l'un étant la réduction de l'autre et suggérant qu'il y avait un problème de format ...

Ce sujet et ses différents prolongements sont étudiés dans la brochure éditée par l'IREM de Limoges « 1987-1995 : neuf années d'existence »

En voici une présentation plus scolaire :

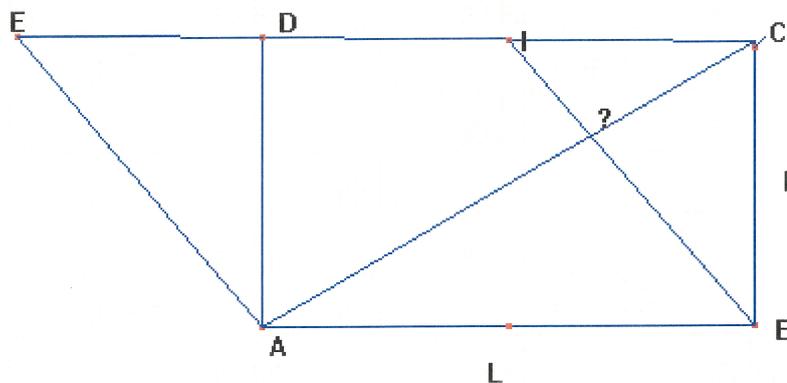


ABCD est un rectangle
 I est le milieu de DC
 $AB = L$; $CB = 1$

A quelle condition sur L et 1 , AC et IB sont-ils orthogonaux ?

Ce sujet présenté à des élèves en thème de recherche et ce dès la classe de troisième, peut être abordé par différentes méthodes :

- Par Pythagore et Thalès
 En signalant une jolie solution :



D est le milieu de EI
 A quelle condition
 l'angle EAC est-il
 droit ?

- Par le trigonométrie : Tangente des angles
 - Dans un repère orthonormé par les équations de droites ou même par le produit scalaire
 - En Terminale S , par les similitudes...
- On peut même imaginer de parler du format A4 , de sa découverte...
 Cet exercice peut être réinvesti en géométrie de l'espace, dans la décomposition du cube

Le temps a manqué pour explorer toute les richesses de ce texte mais nous espérons que nos collègues laisseront à leurs élèves la joie de la recherche et de la découverte

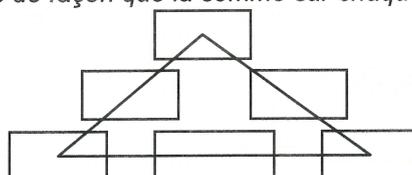
Activité 3 : Triangles numériques

Nous proposons aux participants de jouer sur un plateau avec des pions de fortune

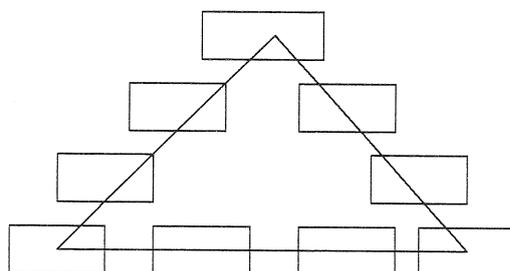
Deux activités sont proposées. L'une autour des

Triangles magiques

Placer les 6 nombres de 1 à 6 de façon que la somme sur chaque côté du triangle soit la même



Placer les neuf nombres de 1 à 9 de façon que la somme sur chaque côté du triangle soit la même

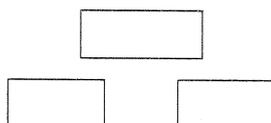


Vous pouvez proposer une solution pour que cette somme soit la plus petite possible
 Vous pouvez proposer une solution pour que cette somme soit la plus grande possible
 Vous pouvez chercher toutes les solutions

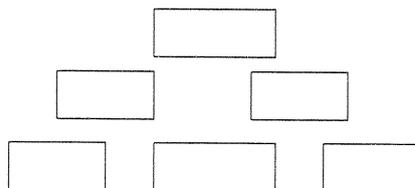
L'autre autour des triangles des différences ou

Triangles diaboliques

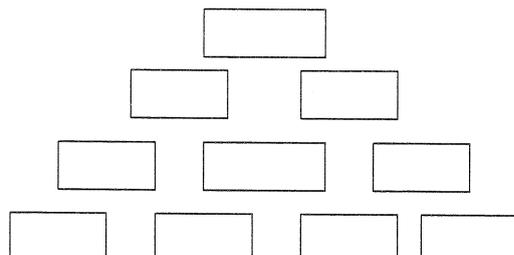
Remplir le triangle avec les jetons numérotés de 1 à 3 de façon que chacun des jetons soit égal à la différence (sans le signe) des deux jetons immédiatement supérieurs



Remplir le triangle avec les jetons numérotés de 1 à 6 de façon que chacun des jetons soit égal à la différence (sans le signe) des deux jetons immédiatement supérieurs



Remplir le triangle avec les jetons numérotés de 1 à 10 de façon que chacun des jetons soit égal à la différence (sans le signe) des deux jetons immédiatement supérieurs



Ces différentes activités ont été suivies d'une discussion sur les différentes méthodes de recherche en mathématiques

En effet, pour les triangles magiques on peut mettre en place des méthodes de recherche rigoureuse et trouver toutes les solutions en calculant à l'avance les sommes possibles.

Par contre pour les triangles diaboliques mis à part quelques considérations sur la place du plus grand nombre les positions possibles du 6 et du 3 (ou du 4 et du 8) on ne peut guère proposer que le tâtonnement .

Il existe bien des méthodes de recherche plus systématique faisant intervenir des problèmes de parité mais elles ne semblent pas être du niveau des classes de collège Cependant au lycée il y a là de beaux sujets de recherche pour un club de maths On pourra consulter à ce sujet l'article de Jean Brette « vers les mathématiques en s'amusant », Revue du Palais de la Découverte n°45 et n° 46 ou l'article de Paulette Lieby « triangles parfaits de différence » de Quadrature n°25 Septembre 96

Ces activités de recherche nous ont aussi permis de réfléchir à la différence entre une recherche proposée sous la forme papier crayon (un exercice de maths !) ou sur une forme plus ludique . Ces jeux, proposés avec plateau et pions dans des animations grand public, fête de la science ou salon de la culture et des jeux mathématiques, remportent toujours un vrai succès ! Alors en classe