

Question de cours, interrogations sur le sujet

Brigitte Bajou

École Nationale de chimie, physique, biologie à Paris

Dans un premier temps, présentation de quelques réflexions personnelles autour de la notion de « restitution organisée de connaissance », en quoi peut-elle consister et quels peuvent en être les avantages.

Dans un deuxième temps, proposition d'un exemple de sujet construit autour de cette idée de « restitution organisée de connaissance ».

La fin de l'atelier consiste en une discussion avec les participants.
Quelques questions soulevées

- Faut-il poser des questions de cours et sous quelle forme ?
- Qu'attend-on comme réponse à certaines questions de l'exemple ?
- Comment formuler des questions qui amènent l'élève à réfléchir, en prenant du recul par rapport à sa calculatrice.
- **La question de cours**
Interrogations sur le sujet

Avant 1965, il y avait une question de cours au bac, de forme « traditionnelle » c'est-à-dire :

Énoncer et démontrer un résultat du cours

En voici quelques exemples :

∞ Démontrer la propriété ...

Ce type de question a été abandonné.

On a pu lui reprocher :

- ◆ d'être trop directement liée au « par cœur »
- ◆ de ne favoriser que l'approche analytique d'une question en négligeant l'intuition.

Aujourd'hui la « **restitution organisée de connaissances** » est préconisée.

Sous quelles formes peut-on l'envisager ?

L'enseignement des maths a évolué et s'est diversifié.

Autrefois l'approche était assez systématique et rigide :

1. on énonce un théorème
2. on le démontre
3. on le met en œuvre

Aujourd'hui, l'approche est plus souple, plus conviviale car multiple :

1. les résultats ne sont pas tous démontrés.
2. certains sont simplement intuités graphiquement ou au moyen de tableurs, puis admis.
3. l'approche tente de favoriser l'appropriation de certaines notions un peu délicates par leur côté concret, en les manipulant avant éventuellement d'en donner une justification précise.

On comprend donc que la restitution de connaissances doit prendre une forme nouvelle.

On peut imaginer de tester les connaissances de cours sous des formes diverses :

- ◆ Énoncé de définitions et théorèmes
- ◆ Énoncé ou mise en œuvre de « règles opératoires » ou de résultats connus (exemple : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$)
- ◆ Présenter une démonstration
- ◆ Interprétation graphique
- ◆ Vrai-Faux
- ◆ Choix de la méthode la mieux adaptée parmi plusieurs méthodes pour résoudre un même problème (exemple : déterminer une limite, résolution géométrique)

Exemple de Vrai-Faux relatif au cours

- Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites de réels telles que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq v_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$
alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
- Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de réels positifs décroissante.
Alors $u_n \xrightarrow{n \rightarrow 0} 0$.
- Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de réels telle que $|u_n| \xrightarrow{n \rightarrow 0} 0$.
Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$
- Soit D une droite et P un plan de l'espace.
Si D est parallèle à une droite de P alors D est parallèle à P .
Si D est orthogonale à une droite de P alors D est orthogonale à P .

Quels avantages peut présenter la « restitution organisée de connaissances » ?

- ◆ Améliorer l'évaluation des acquis des jeunes en diversifiant l'angle de vue.
- ◆ Favoriser un enseignement qui donne aux jeunes des outils pour la suite de leurs études et dans leur vie professionnelle en apprenant à :
 1. Convaincre l'autre qu'on a résolu le problème posé
 2. Construire un raisonnement, développer une argumentation logique
 3. Mobiliser ses connaissances et penser à les connecter entre elles

Ce sont, légèrement reformulés, les grands objectifs de formation mathématique visés par le programme de la série S.

Programme ambitieux, mais destiné à être appréhendé modestement avec pour idée première de sensibiliser les jeunes à ces questions, de faire passer un message.

En guise de transition, je dirais qu'il faut sans doute éviter toute forme de question de cours trop typée qui risquerait d'aboutir à du bachotage.

Proposition d'un exemple

A propos de limites de fonctions

Soit $g : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$,

$$\begin{cases} g(x) = (1 - e^{-x}) \ln x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

Répondre aux questions posées dans les cadres grisés.

1. Que faut-il montrer pour prouver que g est continue en 0 ?
Quelle difficulté se présente ?

2. Soit $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Donner la définition de la dérivabilité de f en 0 ?

On en déduit :

$$\frac{1 - e^{-x}}{x} = - \frac{e^{-x} - e^0}{x} \xrightarrow{x \rightarrow 0} -f'(0) \text{ avec } f(x) = e^{-x} \text{ et } f'(x) = -e^{-x}$$

donc $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{x} = -(-e^0) = 1.$

3. Supposons qu'on puisse écrire $g(x)$ sous la forme $\frac{1 - e^{-x}}{x} \times u(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow 0} u(x) = \lambda$, qu'en déduit-on pour $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$?

Quelle règle opératoire sur les limites a-t-on appliquée pour déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$?

Pourquoi a-t-on transformé l'écriture initiale de g pour obtenir le résultat ?

$$g(x) = \frac{1 - e^{-x}}{x} \times x \ln x.$$

En posant $x = \frac{1}{X}$, on a : $x \ln x = \frac{1}{X} \ln \frac{1}{X} = -\frac{1}{X} \ln X \xrightarrow{x \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$

4. Que vaut $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln X}{X}$? Donner une interprétation graphique de ce résultat ?

On en déduit $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - e^{-x}}{x} \times x \ln x \right) = 0$ donc g continue en 0.

5. Pour déterminer des limites, on peut :

- ◆ utiliser la définition de $f'(0)$
- ◆ utiliser des règles opératoires
- ◆ mettre en œuvre le théorème des gendarmes

5.1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$.

5.2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \sin x) \times (\ln(1+x))$

5.3 Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \cos x}{3x + 1}$

6. Soient u, v, f trois fonctions définies de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telles que :

∞ pour tout x réel, $u(x) \leq f(x) \leq v(x)$

$\infty \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} v(x) = 1.$

Le théorème des gendarmes dit que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1.$

Démontrer ce résultat.