La modélisation doit-elle être la partie vive de l'enseignement des mathématiques ? Les leçons d'une histoire du professeur de mathématiques en tant que metteur en scène

Jean Dhombres

EHESS/CNRS

Quelles mathématiques au lycée ? Le titre donné aux rencontres de Limoges est en phase avec la démarche deux fois séculaire des enseignants de mathématiques en France. Ils questionnent encore et toujours leur rôle dans une formation des élèves dont le contenu et les objectifs évoluent sans cesse. Ce questionnement fut particulièrement fort lors de l'instauration des *mathématiques modernes* dans l'enseignement vers la fin des années soixante du dernier siècle, et c'est bien l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public qui joua un rôle, dépassant les questions techniques d'une discipline en vue d'une modernité intellectuelle ainsi mise en scène. Pour certains, le professeur de mathématiques avait même vocation à devenir un acteur social, dans la mesure où il rendait public le caractère nécessairement abstrait de raisonnements véritablement mathématiques, et plaçait ainsi tous les élèves sur un pied d'égalité devant cette culture qui n'était pas celle des « héritiers ». Cette autre raison d'une nouvelle mise en scène choqua, alors qu'elle n'était qu'une trop grande prise au sérieux du changement voulu dans les mathématiques représentées dans l'enseignement.

On a communément du mal à penser un changement en mathématiques, car cette science est trop vite étiquetée science de l'exact, donc jugée immuable dans sa vérité. L'intitulé que j'ai choisi pour ma direction d'études à l'EHESS - histoire des sciences exactes -, contraint de tenir à la fois la prétention pérenne d'exactitude et la volonté d'histoire qu'elle comporte et qui n'est pas du relativisme. On connaît la révolution qu'ont apportée les géométries non euclidiennes, et comment elles ont donné une nouvelle allure à l'exactitude, redéfinissant l'activité géométrique sans pour autant dénigrer l'acquis de la géométrie euclidienne, qui sortit comme renforcée par ces autres géométries, mais avec un nouveau sens, et ce avant même que la physique donne une valeur interprétative réaliste à ces autres géométries plus d'un siècle après leur découverte mathématique. Une autre révolution, celle des *mathématiques modernes*, a été accomplie dans le même sens d'une compréhension approfondie, cette fois de l'exactitude logique que comporte un énoncé mathématique, indépendamment de ce que cet énoncé entraîne comme réalisation physique, qui n'en n'est pas moins aussi une forme de l'exactitude. Si quelques-uns disent assagies les *mathématiques modernes*, d'autres les disent affadies, d'autres encore les disent annulées, et de fait tous prennent parti sur le type d'exactitude en cause qui n'aurait pas de légitimité épistémologique, ou didactique, etc. Jean Piaget, il y a une quarantaine d'année, estimait qu'une autre exactitude devait venir en lice, celle de l'épistémologie génétique avec le nécessaire rappel des niveaux de conscientisation des mathématiques[1]. L'exactitude que requiert ce que l'on appelle *modélisation* en science aujourd'hui est celle du calcul, donc de l'effectivité à aussi bien décrire que prédire le phénomène particulier que l'on a en vue, qu'il s'agisse du climat tel jour et à telle heure en tel endroit pour la météorologie, que du comportement des échangeurs en une séance de cotation boursière, ou du mouvement brownien de grosses particules dans un tas de sable agité[2]. La *modélisation* en ce sens est donc particularisée, richement mathématique, mais non phénoménologique. Car c'est le *modèle* qui porte l'interprétation de la réalité. Mais en des temps de doute sur la valeur de la science,

---

[1] Jean Piaget, (dir.), *Logique et connaissance scientifique*, La Pléiade, Paris, 1967.

[2] Par souci de clarification, je mets *modélisation* en italique quand je l'entends au sens des opérations et des procédures de type mathématique sur un *modèle*. J'appelle *modèle* la mise en commun d'un certain nombre de concepts, mathématiques ou non, en lesquels on va réduire un phénomène, qu'il s'agisse d'un phénomène physique, biologique, économique, ou même mathématique. En ce sens, l'axiomatique euclidienne (axiomes, postulats, et définitions) est un modèle, et la méthode d'exhaustion (livre XII des *Eléments*) basée sur la théorie des proportions (livre V des *Eléments*) est une modélisation.

voire en des temps où l'on préfère l'exactitude du local tout en prétendant atteindre le global, la modélisation est un mot à la mode dont ne veut pas toujours préciser la valeur épistémologique et les parts respectives de l'acte de science qui fait le modèle, et de l'acte de calcul qui fait la modélisation. On confond la *modélisation* au sens défini précédemment et ce qui, dans un *modèle* relève d'une hypothèse de type heuristique par cohabitation de concepts, et d'une théorie éventuellement soumise à vérification par l'intermédiaire de ce modèle et de ses conséquences, aussi bien mathématiques (cohérence logique, mise en équations, etc.) qu'expérimentales. Un exemple ancien résume simplement ce que je veux distinguer. Faire de la force en mécanique un vecteur, c'est-à-dire une longueur dans l'espace euclidien, dotée d'une direction et d'un sens (flèche) est un *modèle* qui peut interpréter le levier d'Archimède, la gravitation, etc. Travailler sur les vecteurs comme éléments d'un espace vectoriel, donc installer l'algèbre linéaire avec ses opérations en mécanique jusqu'à la notion de vecteur propre, est pour moi une *modélisation*. Une autre *modélisation* serait celle de l'analyse vectorielle de la géométrie différentielle, mais il faudrait alors faire entrer la notion de couple vectoriel avec le jeu de la vis dans le modèle décrit plus haut avec la force. Je n'ai fourni ces précisions de définition que pour fixer un sens repérable pour la suite, et ma question reste bien la modélisation sans autre précision. Car la modélisation motive des enjeux divers : lutte contre la conception structuraliste ou bourbakiste des mathématiques, faveur pour un sens naturel ou interne des phénomènes, tendance du calcul à dominer les phénomènes dont la réalité est ainsi dénigrée, etc.

Le titre provocant de cet exposé porte donc à la fois sur l'épistémologie et sur la mise en scène. Il y a d'une part la modélisation qui change la pensée des mathématiques sans que l'on voie très bien comment cadrer avec la forme d'exactitude globale voulue par les mathématiques modernes (alors que la *modélisation* au sens précisé peut faire sens). D'autre part, il y a la place de l'enseignant de mathématiques comme publiciste de la démarche scientifique contemporaine, ou plutôt comme metteur en scène d'un pouvoir des mathématiques à faire le réel, qu'il soit physique, économique, social, psychologique, etc. Ce pouvoir est largement indu, et la modélisation risque d'entraîner l'enseignant dans le processus de médiatisation qui fait la dynamique irrépressible de nos sociétés. Sans qu'il se rende compte que l'exactitude qu'il met en scène n'est plus l'exactitude mathématique, mais une autre exactitude, physique par exemple, dont il n'a pas la maîtrise. Le danger est l'imposture, contre laquelle la tradition est unanime chez les mathématiciens. En quel sens doit-on dire que l'enseignant doit s'adapter à la modélisation ?

Une provocation sert à attirer, mais n'est pas a priori une pensée. On ne précise rien en affirmant que c'est l'exactitude que doit enseigner encore et toujours un professeur de mathématiques, du moins si l'on ne spécifie pas sur quoi s'exerce cette exactitude, quels en sont les référents, et en quoi l'exactitude d'hier est jugée insuffisante. On ne dit pas plus en assurant que la modélisation est la panacée du professeur pour intéresser ses élèves, et reste la difficulté de la *modélisation*, difficulté fondamentalement didactique liée à la façon mathématique de conduire les opérations, à l'interprétation du professeur sur le sens à donner à ces opérations, et à la compréhension de ces opérations par l'élève contraint par la classe et sa discipline. Je voudrais ici penser le rôle du professeur de mathématiques par le biais de l'histoire, et donc compte tenu de la question posée en titre, de l'histoire des *modèles* mathématiques qu'il prit ou non en charge, comme des *modélisations* qu'il préféra. Car il y eut des choix, comme les exemples autour du vecteur les repèrent. Doit-on tenir pour négligeable le fait que l'enseignant de mathématiques n'ait pas enseigné l'astrologie des pronostics à l'apogée des horoscopes et autres divinations qui faisaient la mode dans les cours royales ? C'est à mon sens un des modèles humains les plus dogmatiques et les plus ambitieux, presque une *modélisation* par les calculs des maisons du Soleil (Copernic ou Newton n'ont pas entravé la pratique calculatoire astrologique), puisqu'il y a mélange du local et du global en ce que le modèle ose relier l'état de mon foie à Saturne et ses révolutions mathématiquement décrites. La différence majeure est qu'il n'y pas de lien autre que rhétorique entre le *modèle* astrologique et la *modélisation* des calculs de position de planètes. Ce qui nous oblige à préciser que la *modélisation* est travail sur un *modèle*. Ce lien peut faire une tradition didactique, ainsi de la fixation du professeur de mathématiques français sur la géométrie descriptive au XIX^{e} siècle et dans la première moitié du siècle suivant, cette géométrie étant un *modèle* de l'espace et une *modélisation* par le découpage en tranches des solides de l'espace, ce qu'on appelle le « saucissonnage ».

Si je risque volontairement de manquer la médiatisation des *modélisations* contemporaines, ce n'est pas pour les mépriser, bien au contraire puisqu'elles suscitent mon interrogation. Mais je veux offrir un regard critique à partir de *modèles* antérieurs et de *modélisations* passées, bien mieux connues parce qu'il y eut discussion en leur temps sur leur pertinence d'exactitude dans l'enseignement. Et bien sûr je dois tout autant discuter le bien fondé de déclarer certaines activités mathématiques passées comme des *modélisations*, mais sans omettre de poser la question de l'exactitude qui était à chaque fois en vue.

1. Une histoire et une épistémologie

1. 1. Quelle est l'origine du professeur de mathématiques ?

Le questionnement était dès 1802 à l'ordre du jour. Précisément au moment où furent créés les lycées, qui sont heureusement maintenus jusqu'à aujourd'hui. Cette date donne l'origine historique du titre de *professeur de mathématiques*. Et je mets encore des italiques, car ce ne peut être le début même d'un enseignement des mathématiques que l'on fait généralement remonter au temps d'Euclide, trois siècles avant notre ère, avec l'écriture du manuel le plus réussi si l'on juge par sa durée, finalement terminée. Ce fut toutefois à partir de 1802, et pour la première fois au monde, un enseignement de mathématiques non directement utilitaires, ni même professionnelles, qui fut rendu obligatoire pour tous ceux qui fréquentaient une école leur permettant d'acquérir un niveau dit secondaire. Mais l'enseignement ne concerna d'abord qu'un gros quart des 50 000 élèves des collèges de l'ancien régime[3]. Dans un pays où la bourgeoisie avait pris violemment les rênes du pouvoir parce que l'aristocratie avait adopté l'embourgeoisement sans en accepter les conséquences, et entendait bien le garder pour ses héritiers, elle s'inquiétait néanmoins des risques d'un enseignement de type nouveau. Les mathématiques entre autres, étaient hors modèle aristocratique, hors du giron ecclésiastique, et hors encore du déjà hors monde de la philosophie qui avait accompagné la religion. Cet enseignement spécifique et obligatoire impliquait cependant plus de deux cents enseignants, et nous oublions de nos jours qu'il s'agissait d'un chiffre considérable pour l'Europe du début du XIX^e^ siècle. Etre professeur de mathématiques devenait une fonction civile à plein temps. Alors que sous l'ancien régime, des clercs exerçaient le plus souvent à titre temporaire un enseignement mathématique qui était toujours optionnel. Dans la mesure où il devint chargé de représenter les connaissances moins indubitables que totalement indépendantes de la subjectivité et du goût de celui qui enseignait, le professeur de mathématiques occupait une fonction militante dans l'ordre de la Révolution issue des Lumières. Telle devint la forme esthétique de l'exactitude qui fut mise en scène par la pratique scolaire des mathématiques. La réaction « humaniste » contre les mathématiques, qui dispose pour elle en France de la très longue durée depuis la Renaissance, fut dès l'Empire affectée, et donc modifiée par cet avènement des mathématiques scolaires dans les lycées, et par les formes d'autonomie qu'elles permirent[4].

Ce n'était pas la « méthode révolutionnaire » voulue en 1794 par le mathématicien et jacobin Gaspard Monge qui pouvait faire réagir. Car on ne l'adopta pas ! Monge requérait en effet une utilité directe dans tous les métiers, la géométrie descriptive lui paraissant alors gouverner la meilleure représentation des techniques. Elle lui semblait procurer une représentation imagée et raisonnée des mathématiques pour son exactitude à bien conduire les projets. Elle devait servir de lien entre l'ouvrier (ou l'artisan) et l'ingénieur (ou le concepteur d'un projet manufacturier, ou industriel). La formation à vocation bourgeoise n'avait pour lors que faire d'un tel lien, et l'exemple anglais montrait aux quelques esprits qui s'en préoccupaient que les mathématiques ne semblaient rien avoir à faire avec la révolution industrielle, d'autant que cette révolution industrielle ne visait pas l'exact, mais une production massive de produits de qualité peut-être inférieure. Les choses ne changèrent qu'un demi-siècle plus tard, lorsque la seconde révolution industrielle fit valoir l'intérêt du calcul intégral dans l'estimation des rendements, et sous l'influence de la thermodynamique. L'imposition scolaire des mathématiques dans les lycées vers 1800 créait un espace d'autonomie ; il se trouvait d'autant plus rival des « humanités » qu'il s'agissait de la même façon de permettre la réflexion libre, et particulièrement libre des servitudes de la préparation à un travail professionnel. Les mathématiques n'ont

---

[3] Voir Dominique Julia *et alii*, *l'Atlas de la révolution française, 2. L'enseignement 1780-1815*, EHESS, Paris, 1989, où l'on ne donne pas la population des lycées, mais seulement celle des écoles centrales supprimées par les lycées. Voir aussi Dominique Julia, Jacques Revel (dir.), *Histoire sociale des populations étudiantes*, t. 2 : *France*, Editions de l'EHESS, Paris, 1988.

[4] Jean et Nicole Dhombres, *Naissance d'un pouvoir : sciences et savants en France (1793-1824)*, Payot, Paris, 1989.

donc pas servi de passage de la *vita contemplativa* à la *vita activa* au lycée, du moins pas avant l'invention du cycle dit moderne au début du XX^e siècle lorsque la division du travail parut un choix.

Le choix fondateur des lycées en faveur des mathématiques relevait aussi d'une conception de l'organisation sociale. Elle avait présidé à la création de l'Ecole polytechnique en 1794 et on peut reconnaître, avec Victor Hugo dans *Quatre-Vingt Treize*, que cette création a largement modelé une mentalité française : le jugement des seules compétences mathématiques a fondé en effet la méritocratie dans son principe comme dans son fonctionnement. L'exactitude mathématique portait sur des objets abstraits, mais que l'habitude scolaire pouvait prétendre réels. La méritocratie ne fonctionne plus deux siècles plus tard, comme Pierre Bourdieu a tenu à le montrer par une analyse sociologique serrée du phénomène scolaire et des stratégies des élites. Il faut cependant y associer une analyse conceptuelle et historique sur la capacité même du référent mathématique à former à la contemplation (comme il était traditionnel), et à l'action. Il faut penser les prouesses nouvelles des mathématiques et de la *modélisation* soutenue aujourd'hui par la machine, et les opérations de calcul qu'elle permet d'expérimenter.

L'action est désormais l'objectif politiquement déclaré de l'enseignement secondaire. Je crains même que l'on ne dise en français hexagonal actuel « concurrence » plutôt qu'action, et « management » plutôt que « délibération ». Le professeur de mathématiques perd à ce changement d'objectifs. Car il est encore plus coincé entre sa neutralité liée à l'objectivité qu'il représente au nom de l'efficacité de la pensée mathématique, et son rôle propre dans la structure institutionnelle enseignante, avec la représentation de progrès liée à l'informatique. Or cette discipline informatique est associée dans les mentalités scolaires aux mathématiques. Il n'y a pas contradiction fondamentale entre ces rôles, mais des questions à résoudre, et un équilibre à respecter qui doit tenir compte des évolutions de la mathématique elle-même, et de ses capacités, en liaison avec l'informatique qui apparaît inéluctablement maîtresse de la *modélisation*, au point de faire oublier la liaison plus ancienne avec la physique et la connaissance du monde naturel, et plus fondamental encore le rôle de la *modélisation* statistique.

Au nom d'une exactitude par métaphore, ce professeur peut aussi apparaître comme trop actif dans le processus de sélection des élèves, mais sans plus pouvoir jouer aujourd'hui des mobiles de la concurrence, de l'émulation et surtout de la découverte et de l'innovation[5]. Le professeur apparaît encore sujet des programmes ou des directives, qui trouvent difficilement (mais c'est provisoire) leur place sur le Net. Serait-il encore un acteur, mais seulement au sens où il jouerait un rôle dans une pièce qu'il n'a pas composée, et dont la mise en scène semble aussi lui échapper si l'on confond *modèle* et *modélisation* ? En comprend-il encore les enjeux, alors qu'il n'y a pas suffisamment de lieux pour les discuter ?

A propos de la création de 1802, une conséquence rarement soulignée fut en effet la fabrication d'un programme de mathématiques pour les lycées qui, au profit d'un socle « pur », éliminait toutes les « mathématiques appliquées », ou plutôt les « mathématiques mixtes ». C'était l'expression que l'on utilisait depuis la Renaissance lorsque se multiplièrent des géométries pratiques dont font partie les traités de perspective. Ce socle pur était pourtant divisé en trois blocs - Arithmétique, Algèbre et Géométrie - , blocs ne communiquant guère et là résidait une incohérence épistémologique grave, car trois exactitudes différentes pouvaient surgir. En outre, ni la mécanique, ni l'astronomie, ni l'optique, ni les probabilités ou les statistiques, ni la géodésie ou la science des calendriers, ne devaient venir « polluer » au lycée l'objectivité mathématique retrouvée selon les canons axiomatiques des *Eléments* d'Euclide en géométrie. Je me contente de parler de retrouvailles, afin de bien indiquer qu'une histoire antérieure possédait le professeur de mathématiques, et qu'il s'en dégageait à partir de 1802, avec le sentiment de vivre une modernité renaissante. C'est celle que manifestait un mathématicien comme Legendre écrivant une *Géométrie*, vite dite de l'an II. A ces canons euclidiens devait, mais au prix de bien des contorsions théoriques, s'ajouter l'algèbre polynomiale que certains présentaient comme une application. Ils l'entendaient au sens où l'algèbre n'était pas une vraie mathématique ! Cette discipline manquait d'exactitude en se cachant derrière des calculs. Ce jugement n'a pas été maintenu par l'histoire, non parce qu'il était faux, mais parce que l'algèbre fut amendée par des Lagrange, Abel ou Galois. On voit que je n'aurais pas trop de gêne à dire la nouvelle algèbre des

---

[5] Le processus de sélection n'a pas toujours été tenu par les mathématiques. Il y avait jusque dans les années 1960 une fatidique dictée à l'entrée en classe de sixième, bien plus éliminatoire, et socialement éliminatoire, que ne le fut l'orientation par les mathématiques en première S.

structures comme une modélisation, tout en précisant que ce n'est pas cette *modélisation* qui est à l'origine du professeur de mathématiques au début du XIXe siècle.

Les mathématiques pouvaient néanmoins être appliquées, mais les applications devaient venir en dehors du cours de mathématique à proprement parler. Des considérations d'épistémologie s'avérèrent impensables dans le cursus scolaire, puisque la neutralité du programme empêchait l'expression des doutes et des explications sur la possibilité même en mathématiques de faire autre chose que des mathématiques. Comme, au nom de l'objectivité, était impensable l'évocation d'une tradition mathématique française récente. Dans un poème de jeunesse, Victor Hugo dit en souriant que l'algèbre paraissait compromise par les Jacobins de la Révolution, ceux qui avaient imposé le système décimal : il pensait à Fourier, le mathématicien qui avait été « terroriste » à Auxerre. Il avait été, dans l'Yonne, un des rouages politiques du Comité de Salut public, ne voyait pas Dieu au bout de ses calculs, et jugeait qu'à partir d'un certain âge de l'élève, la mathématique fournissait l'indispensable contre-poids à la formation humaniste. Il regrettait en effet que celle-ci ne fasse plus de place aux auteurs anciens lus dans leurs textes originaux, et qu'elle versât dans la glose bien-pensante à laquelle l'école les avait réduits, tronquant par exemple toute la pensée scientifique, et ignorant superbement Euclide, Archimède, Galilée bien sûr, mais aussi Voltaire et ses *Elémens de la philosophie de M. Neuton*.[6] J'évoquerai plus loin la modélisation que comporte ce texte de Voltaire, à propos de l'enseignement de la cosmographie.

Le système métrique décimal, parce qu'il fut imposé à l'école et au lycée, est à bien des égards le bon paradigme de cette mathématique dans l'enseignement du début du XIXe siècle. En ce sens que ce système était vu comme un universel en arithmétique, et qu'il allait symboliquement devenir le système de méritocratie (avec les notes sur 10). Mais il était ignoré en algèbre où une généralisation aurait pourtant pu être fournie, selon la méthode des séries entières, et à la suggestion faite bien longtemps auparavant par Newton vers 1670 dans sa *Méthode des fluxions*. Dans cette matière algébrique, vers 1800, l'on préférait symboliquement les « logarithmes naturels » (c'est-à-dire ceux de base e), et l'adjectif « naturel » indiquait par contraste que le système décimal était artificiel et imposé. Le système décimal était donc ignoré en géométrie, où les « proportions » restaient reines, pas même indiquées sous la forme de fractions. Ce système paraissait pourtant ne pas offrir de biais nationaliste, était déclaré « naturel » parce que lié à la mesure de la Terre, alors même que ses auteurs savants reconnaissaient qu'il éliminait un savoir antérieur sur les proportions, savoir qui avait fait ses preuves dans les métiers, et jusque dans le monde des arts avec par exemple la « proportion dorée ». Les proportions, on ne l'oublie que trop, étaient ce qui représentait le mieux la pensée mathématique dans les savoirs communs d'ancien régime. On calculait « naturellement » avec des livres, ou des onces, des pieds ou des toises, et l'Angleterre en a longtemps gardé des traces. L'important est que le système métrique décimal ait fait néanmoins l'unanimité des *professeurs de mathématiques*, à la hauteur d'une cause militante qui se poursuivra fort longtemps chez les « hussards noirs » de la République. Il y avait un effet de standardisation égalitaire du système décimal. On pourrait aussi dire qu'il y avait une prise au sérieux du pouvoir intellectuel des mathématiques. Bref, le décimal fournit un modèle-type pour cette mathématique enseignée à partir de 1802. Ai-je besoin de dire que le mot modèle qui vient d'être utilisé n'a pas le même sens que celui que j'utilise pour *modélisation*.

Ma question devient celle de savoir s'il est besoin, pour expliquer ce qui est banal dans notre aujourd'hui, de présenter le système métrique décimal comme une *modélisation* ? Il reste une théorie de la mesure, qui implique des techniques de calcul que la théorie peut justifier, encore qu'on doive les apprendre aussi mécaniquement. Il y avait un engagement intellectuel du professeur à faire apprendre le fonctionnement de cette théorie mathématique au lycée, et ainsi donner à comprendre la part d'approximation de toute mesure : 0, 67 exprime à 1/100 près ce qu'indique absolument 2/3, et en général le dit faussement avec cette exactitude du rapport, comme la pratique de l'informatique nous a appris à le voir avec les erreurs d'arrondi. Le mathématicien Lagrange parlait ainsi d'un apprentissage de l'exactitude par le décimal, qu'il opposait au savoir ancien sur les fractions, alors même qu'avec ces fractions, et en les itérant (fractions continues), Lagrange avait réalisé des prouesses en théorie des nombres. Je ne suis pas sûr que tout le monde reconnaisse ce que pouvait avoir de révolutionnaire, donc de violent, l'attitude de Lagrange, alors

[6] Jean Dhombres, Jean-Bernard Robert, *Fourier, créateur de la physique mathématique*, Belin, Paris, 1998.

que la qualifier vaguement de modélisation, voire de numération parmi d'autres, efface la théorie et l'épistémologie qui la sous-tend[7].

1.2. Des difficultés propres au professeur de mathématiques

La rigidité d'une mathématique pure ne pouvait donc être, en 1802, qu'une étape. Mais elle fut constitutive de la création d'un corps de *professeurs de mathématiques*. Bien vite des modifications allaient être apportées, et des compromis établis. Il y eut par exemple l'utilisation du nom des anciennes mesures, onces, livres, etc., mais avec une valeur décimale, ce qui embrouillait tout et fut heureusement abandonné[8]. Mais il n'y eut aucune modification du nom donné aux *professeurs de mathématiques*. Alors même que, dans les années 1835, une nouvelle discipline fut inventée pour le lycée. Ce fut la cosmographie, et elle dut précisément être enseignée par les *professeurs de mathématiques*.

C'était un compromis : en se voulant descriptif, et non explicatif du système du monde comme on disait pour désigner les planètes et le système solaire, le programme de cosmographie évitait de préciser les mathématiques qui étaient mises en service, les mathématiques de Newton, et j'aurais à mieux l'expliquer plus loin. La *modélisation* que comportait la cosmographie était celle de la trigonométrie sphérique, qui sert pour le système de Ptolémée. Or la cosmographie ne pouvait que questionner le lien au réel de l'enseignement des mathématiques, avec la question de la rotation de la Terre et celle des mouvements planétaires. C'est bien pour ce lien que je vais examiner les contours de ce qui n'a jamais réussi à être une science dans l'enseignement. Le système planétaire - un *modèle* établi par Newton et une *modélisation* par le calcul différentiel et intégral - pouvait passer autrement pour une modélisation en ce qu'il ne s'agissait que d'une hypothèse commode de calcul. Ce qui n'accorde pas grand chose au pouvoir de vérité des mathématiques et à l'exactitude qu'elle permet dans la conception même du système solaire comme une vaste mécanique géométrique dépassant la conception ancienne de l'horlogerie. On se souvient du jeu de la préface au livre posthume de Copernic en 1543 sur les révolutions des orbes célestes, thème habituel des histoires des sciences. Selon le précepte du cardinal Bellarmin, il aurait fallu présenter le mouvement terrestre comme une hypothèse de pensée, et une fiction seulement commode par le calcul plus simple et plus exact. Avec la cosmographie de l'enseignement, il fallait éviter de dire que les lois de Newton expliquaient les constatations de Kepler, et mettaient ainsi en scène le calcul intégral. C'est donc au soulagement des professeurs de mathématiques que la cosmographie a disparu dans les années 1950, et jusqu'à son nom comme discipline.

En fait, dès la création de son titre, le *professeur de mathématiques* fut un acteur en position difficile dans l'enseignement, notamment par rapport à ses collègues : il lui fallait à la fois faire vivre l'objectivité irréelle de la discipline (sanctionnée par le « retour » déjà mentionné aux *Eléments* d'Euclide, mais aussi la prise au sérieux de l'hypothèse mathématique comme une nécessité), et progressivement la réaliser à titre de compromis et d'application dans quelques enseignements ajoutés qui paraissaient absolument nécessaires, ainsi des intérêts composés, de la mécanique des forces, de la géographie des cartes, ou plus subtilement encore du système planétaire. L'action du professeur consista à ménager une théorie pure et une pratique théorique de ce que nous appelons aujourd'hui, sans suffisamment y réfléchir, la modélisation. Pourquoi ai-je alors employé un imparfait ? En quoi la question serait-elle différente aujourd'hui ?

La situation est différente en de nombreux aspects. Et le plus notable, pour l'idée même de modélisation, est la présence désormais très forte des mathématiques dans la vie courante, c'est-à-dire en dehors de l'école, donc d'une façon qui n'est pas repensée par une méthode. Les mathématiques sont en effet devenues une part de la réalité quotidienne. Qui ne reconnaît, pour prendre un exemple parmi tant d'autres, cette présence dans les schémas météo de la télévision, animés ou non, avec les courbes isobares comme autant de lignes de niveau d'une surface imaginaire qui s'appellerait pression ? Je mets au défi de retrouver

---

[7] Je précise un peu lourdement que c'est la décimalisation que je considère comme une *modélisation* parce qu'elle est entièrement de l'ordre des mathématiques.

[8] Un exemple est celui du « litre », un substantif inventé par le système décimal pour désigner le kilogramme s'il s'agit de l'eau, et il fut pris, un temps, pour une livre (500 grammes) !

des schémas mathématiques analogues présentés dans des journaux, français ou non, du début du XIXe siècle. La culture générale française n'aurait pas pu les assimiler. La différence est telle qu'il y a deux siècles, au moment où naissait la corporation professorale en mathématiques, et en dépit de la tradition de physique mathématique acquise au cours des Lumières, la distinction s'imposa entre mathématiques enseignées et mathématiques utilisées dans d'autres disciplines, en physique par exemple, mais aussi en géographie, en démographie statistique, etc.

L'exclusion dans les programmes de ces mathématiques utilisées par ailleurs, tenait à leur difficulté supposée pour les élèves, donc à un jugement didactique. On estima beaucoup trop fortes, ou irréalistes, les ambitions d'un Monge, d'un Lagrange ou d'un Laplace en 1795. Dans leurs cours à l'Ecole normale de l'an III, et pour ceux qui allaient devenir les professeurs des lycées, ces enseignants, par ailleurs savants célèbres, envisageaient d'enseigner l'algèbre la plus avancée de leur temps, la géométrie différentielle en vue de la compréhension des cartes (aplatissement de la Terre au pôle, ou rayon de courbure d'une ellipse), la mécanique, et les probabilités, etc. Les mentalités françaises n'étaient pas préparées à l'intrusion de façons de penser qui ne pouvaient paraître utiles qu'à quelques rares esprits, bien plus rares encore que les élèves des lycées. Au lycée, aucun savoir professionnel n'était en vue.

C'est dans la mesure où les conditions de familiarité, ou au moins de réceptivité, ont changé qu'un parcours de l'histoire du *professeur de mathématiques* aux collège et lycée, parce qu'elle est une histoire de compromis et de heurts, et d'adaptation au réel des connaissances mais aussi aux modes des représentations d'un temps, doit nous aider à mieux adapter les moyens de professer au présent. Il faut en particulier saisir les enjeux des différents modèles du réel, et le rôle ajouté des mathématiques. Car la mathématique ne peut avoir un rôle exclusif dans la *modélisation*, sans devenir un dogmatisme et rompre avec sa nature. Je rappelle le système décimal, et l'avantage quelquefois à enseigner dogmatiquement.

Il convient aussi de saisir en quoi il y a dans la mathématisation, qui ne se réduit pas à la mise en équation, autre chose qu'un acte de *modélisation*, quoique souvent la constitution d'un modèle. Ce que les premiers professeurs de mathématiques n'avaient pas oublié. Ils trouvaient trop difficile de l'expliquer à leurs élèves. Ainsi aujourd'hui, la météorologie, même mathématique, exige-t-elle que l'on indique ce qui se passe physiquement entre les hautes et les basses pressions. Le gradient qu'on lit sur les cartes est doué d'une expression physique du vecteur comme direction orientée. Or, dans les classes, un vecteur est enseigné comme un élément d'un espace vectoriel. Il n'y a pas contradiction, mais la modélisation du vecteur requiert pour son emploi en météorologie une interprétation de la théorie du vecteur de l'algèbre linéaire. Alors que la notion de grandeur dirigée, qui est celle des cartes schématiques de la météo, semble banale, et l'on dit à tort qu'elle est une représentation géométrique. Cette banalisation est le fruit d'une familiarisation non scolaire aux mathématiques. Voilà ce qu'il ne faut pas oublier. Pas plus qu'il ne faut mépriser les raisons posées par les scientifiques positivistes à la fin du siècle de Comte, de refuser le vecteur comme objet mathématique en mécanique, une science que l'on voulait d'origine phénoménale et non axiomatique. Le refus était la *modélisation* de la mécanique par l'effet du vecteur, car ainsi les démonstrations indispensables étaient passées sous silence (composition des forces par exemple), et la mécanique manquait à l'exactitude. Une fois les démonstrations mises sous forme mathématique par l'algèbre linéaire, au début du XX^{e} siècle, la restriction sur le vecteur devenait une erreur.

Si on n'adapte pas, si l'on ne tient pas compte d'un certain type de savoirs ou de pratiques, on transforme les mathématiques en un savoir de type métaphysique, ici en invoquant la structure vectorielle pour l'exemple de la météorologie de la télévision, ou l'intégrale lorsqu'il faut jouer avec la loi des grands nombres. Il s'agit alors d'une connaissance dont les questions sont imposées *a priori*, et qui n'est pas même préparée par une histoire de la pensée humaine[9]. Ce qui a souvent été la tentation dans la longue histoire de l'enseignement des mathématiques. Mais il y a une circonstance heureuse, et c'est la présence sur le long

---

[9] J'ai donné l'exemple du calcul vectoriel parce qu'il est épistémologiquement simple. L'exemple des probabilités et des statistiques est bien plus profond, alors même que la familiarisation des élèves est encore plus grande dans la mesure où la société vit quotidiennement de statistiques (celles du chômage, celles des morts des suites de la canicule, etc.). En statistiques, le professionnel doit choisir ses modèles de calcul en fonction des données qu'il a, et s'il n'y a pas de *modèle* qui s'impose impérativement, c'est bien que la *modélisation* y est cette fois une part majeure de l'acte mathématique, jointe à une habitude expérimentale à acquérir. Les données numériques apportent un monde expérimental, et c'est aussi cela peut-être la grande nouveauté pour l'enseignant de mathématiques.

terme de justifications de cet enseignement, quand bien même elles seraient changeantes. Ces justifications réalisent un compromis entre l'exactitude telle qu'elle est véhiculée en un temps donné par les mathématiques, ou selon des écoles d'un temps, et l'exactitude telle qu'elle est attendue des représentations communes à une époque de la réalité. C'est par ces justifications, et en particulier chez les professeurs de mathématiques, que se posent en fait les questions épistémologiques sur les mathématiques. Ne faudrait-il pas que ces questions interviennent dans les classes aujourd'hui ? Si oui, la *modélisation* peut être un bon véhicule. Elle n'en devient pas pour autant la question vive des mathématiques, et la nouveauté intéressante, qui représente un fort problème didactique, est celle de la liaison avec un modèle. Nouveauté intéressante, car le *modèle* requiert bien plus de savoir que le savoir mathématique usuel à l'école ou au lycée, et seule sa compréhension peut justifier l'apprentissage de la sophistication de la *modélisation.*

1.3. Mon objectif

C'est une histoire des justifications des mathématiques dans l'enseignement que je voudrais évoquer ici. Mais il y faudrait un livre que je ferai peut-être un jour. Ici donc, je n'évoquerai que deux thèmes, ou deux fils en parcourant une histoire de la façon dont l'appellation de professeur de mathématiques s'imposa et se maintint. Cela devrait permettre de comprendre comment l'appellation en est venue à le spécialiser dans une discipline théorique autonome et à le mettre largement hors jeu du monde physique, le plaçant aussi hors du monde psychologique, des préoccupations de la vie, et de bien des compromissions. On ne peut certes négocier en mathématiques, en ce sens que des compromis ne sont pas possibles avec des résultats déjà acquis, ni d'ailleurs avec les attentes d'une mathématisation. L'appellation de *professeur de mathématiques* reste dans le langage usuel des lycéens dans tous les pays du monde je crois, synonyme de rigueur intellectuelle, mais mise au service d'un savoir autonome. Elle ne peut apparaître exacte que si l'autonomie est conçue par rapport au réel lui-même qui se voit alors interprété par les mathématiques. D'où des difficultés de fond, autres que celles déjà mentionnées, pour que la *modélisation*, en ce qu'elle peut être réalisation d'un *modèle*, devienne une part non négligeable de l'enseignement des mathématiques.

L'appellation, et jusqu'au sens d'une défense, donne son titre à des associations (Association of Math. Teachers, Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, etc.). L'appellation n'a pas toujours été, et les fortes variantes sont riches de scansions historiques qui poursuivent, plus ou moins, leurs influences jusqu'à nous. C'est ce que j'essaierai de montrer. Les autres appellations, nous le verrons aussi, font référence à un savoir autre ou plus large, comme le savoir philosophique, ou la compréhension physique, à un rattachement institutionnel universitaire, également plus large puisqu'il inclut volontiers la mécanique, mais a surtout une vocation autre. Il ne faut pas non plus oublier le long terme de la réaction « humaniste » contre les mathématiques.

Je ne commenterai pas ici le changement officiel français qui transforme les professeurs de mathématiques en « maîtres ». En tout cas, je n'ai pas vu que ce changement, qui se manifeste par l'appellation d'Instituts de formation des maîtres, ait été répercuté par les associations elles-mêmes, ni par les élèves, ni par les professeurs. Tous ont bien raison de se donner du temps pour passer au maître indifférencié, position qui ne correspond d'ailleurs pas à la vie effective des établissements alors que les différentes matières ne sont pas enseignées par les mêmes. C'est en tout cas mon rôle de redonner son rythme au titre de *professeur de mathématiques*, sans négliger les contradictions historiques qu'il a comportées. Comme un défi au travail sur la transmission en général, on avait vu juste en lançant il y a un peu moins d'un demi siècle l'expression « didactique des mathématiques ». Car l'expression, voulue par le changement apporté par les mathématiques modernes, reprenait en la théorisant ce qui avait fait l'autonomie même du métier de professeur de mathématiques, et son intériorité.

Dans l'histoire que je suis, un des fils sera épistémologique : je voudrais esquisser une histoire du mouvement planétaire en tant que *modélisation*. Ce qui est soulever la question déjà annoncée de la cosmographie et de sa disparition, et le rôle des mathématiques pour dire les conceptions de l'origine du monde physique et le déterminisme. On admettra que ce rôle n'est pas utilitaire au sens commercial du terme. Le deuxième fil sera, lui utilitaire. Car je voudrais rendre compte de la parole mathématique sur la représentation spatiale et sur la perspective. Où l'enseignement de mathématiques a-t-il traité de perspective ? Il y a un plus, un choix de jugement, avec l'adoption de la perspective géométrique comme sens exact de la vision ? A moins que l'on ne dise que c'est le *professeur de mathématiques* qui a tué la proportion en la théorisant et lui faisant perdre son réalisme ? Gagne-t-on intellectuellement et didactiquement quelque chose à dire que la perspective est la *modélisation* mathématique d'une pratique irréfléchie du dessin ? Le risque est de faire endosser au mathématicien l'accusation que les peintres ne comprennent rien à ce qu'ils font, et c'est insupportable parce que ce sont les peintres qui ont inventé la perspective, et peu importe de les savoir en outre mathématiciens. Il est, je l'espère, maintenant claire : la perspective est une *modélisation* à partir d'un *modèle* et il mis bien longtemps avant de se faire reconnaître.

Je sais en tout cas que je suis déjà trop long. Je termine pourtant cet introït en regrettant d'avoir été trop court. Je n'ai pas fourni jusqu'ici suffisamment de notes venant corriger le caractère abrupt de ce que j'ai énoncé. Mais il s'agissait pour moi de faire comprendre que les enseignants de mathématiques disposent d'une longue histoire, faite de relations difficiles avec d'autres disciplines. Les inévitables conflits actuels, sur les programmes, les lycées, l'utilité même des mathématiques, leur *aggiornamento* permanent, ne sont donc pas le seul fait d'une mode. Est en jeu une question de formation intellectuelle, donc une question de société, et les professeurs de mathématiques en sont une des parties prenantes. Il s'agit peut-être du rapport entre la pensée organisée libre, c'est-à-dire non tenue à des résultats concrets ou positifs, selon la manière de l'école qui est une activité sociale en marge de la société[10], et l'action qui requiert un objectif plus qu'une objectivité. En tout cas, la mise en scène de l'exactitude est bien plus complexe et riche qu'on ne veut généralement le dire, mais elle n'est pas impossible pour autant, et la *modélisation* peut apporter.

2. La chaotique histoire d'une appellation : le titre de « professeur de mathématiques » avant les lycées

2.1. Le mathématicien comme responsable d'un savoir signifiant en soi

Le mot « mathématicien » retrouve une valeur au XVI^e^ siècle, après avoir été dénigré, car associé depuis l'Antiquité romaine à une qualification d'astrologue et à la pratique de divination. Or il n'y a jamais eu d'enseignement scolaire de la divination. Par contre, dans un texte de 1549 écrit en français et dirigé contre l'astrologie judiciaire, Jean Calvin s'indigne que des charlatans « se nomment Mathématiciens, lequel mot vaut autant dire que professeurs des ars libéraux »[11]. C'est pour le Réformateur une forte reconnaissance de la position enseignante des mathématiciens. C'est donc l'usurpation indue de ce titre par les devins très en vogue qui le choque. Les arts libéraux correspondaient en effet au *quadrivium* des études universitaires (arithmétique, musique, géométrie et astronomie), auquel on accédait jeune, vers quinze ans[12]. C'est encore l'âge du lycée d'aujourd'hui. Mais sans doute la présence de la musique ou de l'astronomie fait qu'il n'y eut pas usage du titre de professeur de mathématiques, et on saisit peut-être mieux ce qu'apporte l'explication nouvelle de Calvin. Elle correspond à la perception qu'avait à la même époque Ignace de Loyola, fondateur de l'ordre des jésuites. Il voulait imposer une formation mathématique à tous les futurs membres de l'ordre, sans toutefois chercher à en faire des mathématiciens ou des ingénieurs avant la lettre. La volonté était d'enseigner par les mathématiques une logique *in concreto*, volonté que l'ordre jésuite eut bien du mal à mettre en œuvre. Elle trouva sa traduction au XVII^e^ siècle dans les collèges, donc bien au-delà de la formation particulière des jésuites. Pour ceux-ci, elle ne fut jamais imposée, mais transformée en une destination scolaire, selon un processus baroque[13]. Car dans cet enseignement, les mathématiques n'avaient pas pour but d'innover en inventant de nouveaux objets, par exemple des objets algébriques, ou des objets de calcul comme les logarithmes, pourtant disponibles dans des tables dans les années 1620. Les objets de la géométrie euclidienne suffisaient bien pour comprendre le raisonnement logique et ses formes (implication,

---

[10] C'est l'un des points forts de la position de Pierre Bourdieu.

[11] Jean Calvin, *Advertissement contre l'Astrologie judiciaire*, éd. critique du texte de 1549, par Olivier Millet, Droz, Genève, 1985, p. 53.

[12] Voir Marie Madeleine Compère, *Revue d'histoire des mathématiques*,

[13] Voir Antonella Romano, *La Contre-réforme mathématique. Consolidation et diffusion d'une culture mathématique jésuite à la Renaissance*, Ecole française de Rome, Rome, 1999.

hypothèses, et surtout raisonnement par l'absurde). Mais les collèges furent en rivalité avec les universités auxquelles ils pouvaient préparer, et il fallait marquer une différence ; les jésuites disposèrent en outre de lieux d'éducation non universitaires, comme les écoles de navigation, et ils furent alors contraints à de nouveaux objets mathématiques. Cela permet de reconnaître en ce même siècle une science mathématique proprement jésuite dont le développement s'explique parce l'université ne parvint pas à inventer des formes où inscrire une place nouvelle pour la mathématique et ses interventions de *modélisation* en de nombreuses disciplines traditionnelles comme l'optique, mais aussi nouvelles comme l'algèbre, les fortifications, la comptabilité, etc.[14].

Il faut alors revenir un peu en arrière dans le temps, pour comprendre que le titre de professeur de mathématiques vaut dans le cadre spécifique d'un Collège, que l'on dit royal car créé par François 1er vers 1530, mais non établi par bulle pontificale et qui est devenu bien plus tard le Collège de France. Oronce Finé y est aussitôt nommé « professeur royal de mathématiques », et il organise l'enseignement « moderne » des mathématiques, car il a la volonté de couvrir un large champ. Il est nommé comme tel, non accrédité par ses pairs universitaires, et ses successeurs maintiennent le titre[15]. Ce titre n'est pas porté à l'Université, mais les cours de ce Collège ne sont pas diplômants. Ainsi, Oronce Finé n'hésite pas à faire intervenir des *modélisations* comme la perspective et la cartographie (avec la théorie des représentations planes de la sphère) dans ses textes de cours publiés qui suivent pourtant formellement le *quadrivium*, mais en l'élargissant (ill. 1). Si ce Collège à Paris correspond à ce que Calvin appelle, dans un bel esprit de Renaissance, la remise des « arts et sciences en leur entier »[16], ce qui inclut aussi une certaine pratique astrologique, du moins le « professeur royal de mathématiques » ne peut-il enseigner cette pratique. Il ne peut pas plus professer la philosophie ou la théologie. Et il ne peut pas évoquer la philosophie naturelle, en gros le commentaire de la Physique d'Aristote, domaine qui allait néanmoins devenir la physique[17]. Les mathématiques sont dans une position inférieure dans l'ordre du savoir, parce qu'elles sont contraintes à une spécialisation technique sans vraiment de lien avec le réel, un peu comme une théologie de l'ange. Ces sortes d'interdits correspondent à des enjeux divers, et le monopole universitaire n'est pas le moindre, jusqu'à la distinction si ancienne entre l'astronomie explicative (celle des épicycles) et l'astronomie d'observation (trigonométrie sphérique). Or, en général, ces professeurs jésuites n'accèderont pas plus que les « professeurs royaux de mathématiques » à l'exercice d'une chaire universitaire avec tous ses droits qui sont de proposer une philosophie. Il restera donc, en France nettement jusqu'à aujourd'hui, comme une réticence mentale contre l'engagement du professeur de mathématiques sur des terrains qui ne paraissent pas résolument mathématiques.

---

14 Voir Maurice Caullery, *La science française*, Paris, dont les analyses n'ont guère été controuvées par l'érudition historique. Voir aussi Maryvonne Spiesser, *Une arithmétique commerciale au XVe siècle. Le Compendy de la practique des nombres de Barthélémy de Romans*, Brepols, Turnhout, 2003.

15 Voir Jean Claude Margolin, « *L'enseignement de mathématiques en France* (1540-70). Charles de Bovelles, Fine, Peletier, Ramus », *French Renaissance Studies*, Peter Scharratt (ed.), 1976, pp. 109-155 ; Jean Dhombres, La mise à jour des mathématiques par les professeurs royaux, in Histoire du Collège de France, Fayard, à paraître.

16 Jean Calvin, *Advertissement contre l'Astrologie judiciaire*, éd. critique du texte de 1549, par Olivier Millet, Droz, Genève, 1985, p. 53.

17 Voir Laurence W. Brockliss, *French Higher Education in the Seventeenth and Eighteenth Centuries. A Cultural History*, Oxford, Clarendon Press, 1987.

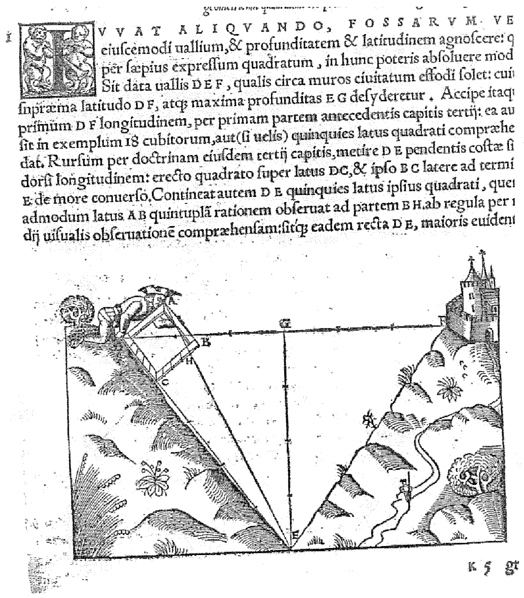

1 IVVAT ALIQVANDO, FOSSARVM VE
eiuſcemodi uallium,& profunditatem & latitudinem agnoſcere: q
per ſæpius expreſſum quadratum , in hunc poteris abſoluere mod
Sit data uallis D E F , qualis circa muros ciuitatum effodi ſolet: cui
ſupræma latitudo D F, atq; maxima profunditas E G deſyderetur . Accipe itaq
primum D F longitudinem, per primam partem antecedentis capitis tertij: ea au
ſit in exemplum 18 cubitorum,aut(ſi uelis) quinquies latus quadrati compræhe
dat. Rurſum per doctrinam eiuſdem tertij capitis,metire D E pendentis coſtæ ſi
dorſi longitudinem: erecto quadrato ſuper latus DC,& ipſo B C latere ad termi
E de more conuerſo.Contineat autem D E quinquies latus ipſius quadrati , quei
admodum latus A B quintuplã rationem obſeruat ad partem B H.ab regula per
dij uiſualis obſeruationẽ compræhenſam:ſitq; eadem recta D E, maioris euiden
K 5 gr

Illustration 1 : Un dessin et une explications, tous deux dus à Fine, professeur royal de mathématiques dans *Protomathesis* en 1531

Il y a quelque chose de nouveau, avec la conscience que l'enseignement des mathématiques a tendance à se situer au-dessus des autres disciplines. Car la manière dont les vérités, quoique peu utiles, de cette discipline sont à établir, fait que la mathématique surplombe les autres matières à étudier. La mathématique devient physiquement vraie, ou réaliste, et l'effet Galilée est considérable. Le clash majeur que représenta la mise en résidence surveillée de Galilée en 1632 présente un caractère presque inéluctable dans une université tellement hiérarchisée dans l'usus attribuée à chaque disciplines[18].

Sans doute par l'effet de la mentalité calviniste, un Simon Stevin, aux Pays-Bas, ne connaîtra pas ces difficultés vers 1585, lorsqu'il publiera son système décimal, entre autres ressources mathématiques. J'ai déjà présenté la décimalisation comme une *modélisation*, ce qui est plus qu'une technique de calcul[19]. Le système décimal ne reçut aucun accueil favorable dans l'enseignement des collèges jésuites français ! Plus généralement, l'algèbre cartésienne, bien lisible dès 1637, n'entrera pas dans ces collèges jésuites avant le XVIII^{e} siècle, et ne fera pas plus les fastes de l'université. De même, les logarithmes ne seront pas enseignés pendant des décennies. Or, aurait-on tendance à dire aujourd'hui, les logarithmes présentaient l'avantage de faire saisir le sens de la théorie largement mathématique des proportions, sinon de calculer. Mais dans les collèges on ne faisait pas d'astronomie, domaine où les calculs étaient facilités par les logarithmes. Une bonne *modélisation* aurait trouvé les logarithmes utiles pour le calcul des taux d'intérêt, et donc les nouvelles mathématiques marchandes. Mais c'est ne pas prendre en compte la visée des mathématiciens jésuites : ils estimaient que le profit logique à tirer des proportions avait été entièrement couvert par l'édition en 1574 des *Eléments* d'Euclide de Clavius, professeur au Collège Romain. En un sens, ils n'avaient pas tort, et Clavius faisait même voir des hypothèses importantes, comme la quatrième proportionnelle, oubliée par Euclide dans son exposé axiomatique. On ne peut donc que reprocher aux Jésuites d'avoir pris trop au sérieux le type de mathématiques limitées qu'ils enseignaient, bref de n'avoir pas mis assez d'épistémologie dans leur enseignement et d'avoir ainsi durci un dogmatisme axiomatique à une époque où l'inventivité était d'aller de l'avant sans trop de formalisme. Les jésuites se mettaient ainsi dans l'incapacité de recevoir le modèle de la physique mathématisée à la Galilée. Mais il y avait à cela d'autres raisons, et leur comportement en mathématique peut être dit baroque.

[18] On n'a pas en France d'histoire descriptive de la présence mathématique dans la culture. On n'a pas plus de livre équivalent à celui de Geoffrey Howson : *A History of Mathematics Education in England*, Cambridge University Press, 1982.

[19] Simon Stevin, Bibliothèque royale de Belgique, 2004.

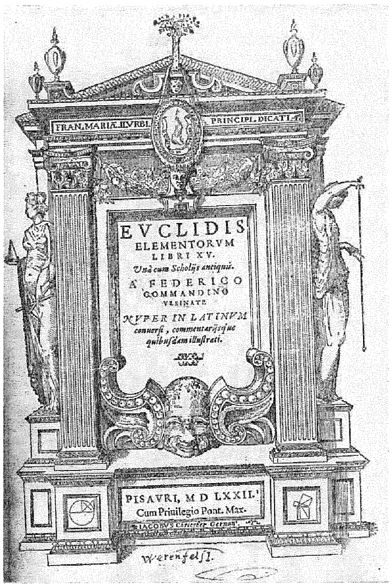


Illustration 2 : Frontispice d'une édition d'Euclide du Commandino à Pisaure, elle vient avant la pratique jésuite d'Euclide, et n'est pas à destination universitaire

2.2. Savoir universitaire/savoir académique

À l'Université même, la titulature était à la fois moins engagée vers les mathématiques et fort dépendante de l'enseignant. Sans doute parce que les mathématiques du quadrivium furent souvent enseignées sur le mode mutualiste, les étudiants les plus âgés formant les plus jeunes. Ceci est manifesté par les titres officiels dans les livres des enseignants les plus novateurs: ainsi lors de la publication de ses *Opera Omnia* à Oxford en 1695, John Wallis était *Geometriae Professoris Saviliani, in celeberima Academia Oxoniensi.* C'est lui qui fixe ce qu'il entend par géométrie en tant que professeur savilien. Une soixantaine d'années plus tôt, à Bologne, et pour les *Exercitationes Geometricae Sex*, l'auteur de la si discutée théorie des indivisibles, Bonaventura Cavalieri, était présenté d'abord selon son ordre religieux (les Jésuates), puis son affectation, et, enfin, son lieu universitaire : *Mediolanensi Ordinis Jesuatorum S. Hieronymi Priore, & in Almo Bononiensi Archigymnasio primario Mathematicorum professore.* Au final, on lit bien : professeur des mathématiques. Soit que l'arithmétique et la géométrie fassent bande à part, soit plutôt que furent associées d'autres sciences encore, au-delà du quadrivium, cette appellation plurielle en latin revient en français dans la titulature de Jean Bernoulli en 1714. Il présente un travail sur la navigation, *Essai d'une nouvelle théorie de la mesure des vaisseaux* qui, à nos yeux, annonce le théorème des puissances virtuelles en mécanique dont on sait combien il allait transformer l'exercice vers la mécanique abstraite, dite analytique à la fin du XVIII^e^ siècle. Bernoulli écrit sous le titre de ce qu'il intitule un essai : « Professeur des mathématiques, & Membre des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre, de Berlin ».

Au XVIII^e^ siècle, avec cette dernière mention, s'exhibe l'inscription académique des mathématiques. C'est un fait nouveau qui explique bien la dénomination d'essai pour le livre de Bernoulli, un « professeur » n'écrivant que de choses définitives et non des méditations. Comme les Académies elles-mêmes, qui sont des groupements de savants détachés de tout enseignement et voués à la recherche, notamment la recherche d'informations sur les innovations scientifiques et techniques. Des journaux savants se mettent lentement en place. En 1742, lors de la publication de ses *Opera Omnia*, Jean Bernoulli maintient la titulature en kyrielle d'académies mais la mention universitaire se lit dans le professorat que permet le titre de docteur : *M.D. Matheseos professoriis, Regiarum Societatum Parisiensis, Londonensis, Petropolitanae, Berolinensis.* Peut-être seul Bourbaki, grâce au canular de son nom, parviendra t-il à briser l'habitude prise de la titulature académique qui en Angleterre a la sobriété d'un acronyme, *FRS, de Fellow of the Royal Society.* Entre temps, c'est-à-dire à la fin du XIX^e^ siècle, l'Université avait repris un peu ses droits, les manuels de mathématiques pour le secondaire étant signés d'un nom d'auteur avec un titre comme «agrégé de l'Université», mais plus souvent la seule mention « agrégé de mathématiques ». Elle est un peu étrange en ce que l'on hésite sur ce à quoi l'on est agrégé, mais l'appellation fait le grade supérieur du *professeur de mathématiques*. Mais on lit quelquefois sur les manuels, et plus professionnellement, « professeur au lycée de… ».

Il y a sans doute là la trace du long terme. Car c'est à la fois par le Collège de France localisé à Paris, que je place hors université, et par les collèges jésuites localisés quoique dans un réseau européen, que le titre de « professeur de mathématiques » s'installa au XVII^e siècle. Mais comme pour le Collège où il faut intercaler « royal » dans l'expression du titre, dans les collèges jésuites le titre doit être prolongé : *mathematicae professore eiusdem Societatis religiosus*. Les jésuites n'ont, en général en Europe, pas le droit d'être professeur d'une Université, sauf dans des cas particuliers comme l'Assistance allemande ; ils usurpent ainsi un titre dont nous avons vu l'importance croissante (relative) depuis Calvin. Conséquence bizarre, ils sont en général contraints d'enseigner des mathématiques appliquées pour ne pas ouvertement concurrencer l'Université qui, dans les pays catholiques, s'acharne à ne pas toucher aux domaines techniques et professionnels, en dehors bien sûr du droit et de la médecine. En France, au XVII^e siècle comme au XVIII^e siècle, l'implication des jésuites est considérable dans les écoles d'hydrographie et, en conséquence, les mathématiques prennent une part de plus en plus grande dans ce domaine. Ce qui allait devenir l'architecture navale était alors indépendant d'un savoir universitaire, même si le savoir technique comportait au XVIe siècle l'utilisation de mathématiques, ainsi l'usage de la parabole, à un niveau bien supérieur au savoir universitaire général. L'insistance sur des mathématiques utiles, une des questions majeures de l'enseignement entre théorie et pratique, semble pourtant propre à la France dans le monde jésuite. Les cas italien, espagnol, allemand ou portugais sont différents, comme on le voit dans ces encyclopédies baroques, en latin, d'Athanase Kircher ou de son disciple Caspar Schott, offrant des traités de perspective ou de mécanique perdus au sein de compilations infinies. On n'y trouve pas un enseignement, et ces encyclopédies sont un miroir (déformant) du savoir, plutôt la mise en page d'un cabinet de curiosités dénué de didactique. Ces encyclopédies n'en façonnent pas moins la mentalité baroque, avec un monde où les mathématiques collectionnent des vues diverses et volontiers contradictoires. C'est à l'occasion d'un énorme commentaire sur Ezechiel que Villalpand traite de mathématiques : celles-ci, une modélisation certainement, dont je ne veux pas préciser le modèle, ne peuvent en rien soutenir une vision du monde.

Illustration 3 : Frontispice d'un livre de mathématiques de Caspar Schott

2.3. Le refus du compromis, la contrainte d'un savoir localisé, et l'absence dans les manuels de travail théorique sur la représentation de l'espace

Savoir qu'il y a disposition par mesure, nombre et poids dans la Création, selon la célèbre phrase de la Sagesse, conduit pourtant à se demander comment on peut le vérifier. On conçoit la tentation pour le professeur, comme pour l'artiste, de répondre d'avance que la beauté vient de l'équilibre sans compromis et donc de la seule solution juste et exacte. C'est ce qui arrive à Maurice Merleau-Ponty dans un cours au Collège de France en 1954-1955, lorsqu'il s'intéresse à la création artistique, et prend à témoin l'invention de la perspective des peintres et adopte un point de vue phénoménologique à la Husserl. Comment sait-on ce que l'on fait en peinture ? Il prend cette question par le collectif institutionnel, et ce pouvait être la mise en place de la perspective planimétrique qui est une connaissance parce qu'il y a mesure de ce que l'on fait en peinture. Lecteur de *Die Perspektive als symbolische Form*[20] de 1927, un article de Erwin Panofsky qui a eu le mérite de réinstaller les mathématiques dans l'interprétation iconologique, Merleau-Ponty tente de comprendre le déséquilibre des formes de la perspective dans l'Antiquité par le succès ultérieur d'une loi, et

[20] Sous la direction de G. Balangé, une traduction française du livre de Erwin Panofsky, *La perspective comme forme symbolique*, Editions de Minuit, 1981.

d'une loi d'exactitude qui serait intervenue par la perspective à la Renaissance. Il fait du surgissement de la perspective une *modélisation.* Ce qui impose un point de vue historique général.

L'Antiquité avait fait compromis : plusieurs axes de fuite, impression « d'arête de poisson », d'où « non-stabilité » et « inconséquence ». Au contraire, le point de fuite unique permet d'établir une relation constante entre valeurs de hauteur, largeur et profondeur : les dimensions et la distance à l'œil de l'objet étant données, sa grandeur est *eindeutig festgelegt*[21]. La loi, géométrique d'expression, n'est pas loi de la nature, mais elle est loi de la perception visuelle, une fois du moins que le regard est défini à partir d'un œil et donc d'une position qui devient celle contrainte du spectateur. Une figure géométrique, fournie par Panofsky à la suite de Pomponius Gauricus et d'Alberti, résume les choses (ill. 4). Elle fait comprendre la façon dont la loi opère itérativement sur le dessin de pavages successifs, en même temps qu'elle indique le fonctionnement du tracé pour la diminution avec la profondeur. Les pavages font le cadre par lequel il faut voir et qu'on appelle espace.

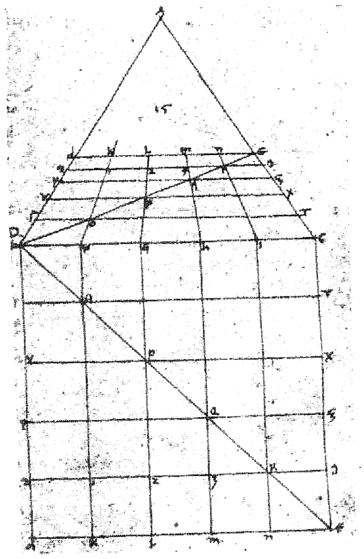


Illustration 4 : La règle la plus simple pour la perspective

La « non stabilité » de la peinture, avant la perspective, signifie l'absence d'un espace qui aurait un rapport d'homogénéité à l'espace physique. Le « compromis » antique sous-entend que la solution de la perspective était un possible disponible, mais non adopté dans l'Antiquité. Comme si les Anciens hésitaient entre la décroissance d'apparence d'un objet en fonction de son éloignement et l'identité même de représentation de l'objet. Au fond, comme si les Anciens adoptaient une décroissance géométrique, ou dépréciation semblable de la hauteur en pourcentage selon le même éloignement (voir illustration 9) et la figure de gauche de l'illustration 4, qui donne une loi de décroissance que l'on appelle une homographie. Vient alors s'insérer l'exclamation du peintre et historien Vasari : *O, che dolce cosa è questa prospettiva.* La « douce chose » est la connaissance exacte de la loi, car elle donne le plaisir de pouvoir faire juste. L'epistémé fait le plaisir de savoir, car l'on sait en quelle mesure le savoir peut être dit vrai. Tel est le rôle des mathématiques dans cette *modélisation.* A suivre Merleau-Ponty, on devrait s'étonner de l'absence de la perspective dans les manuels de mathématiques, et particulièrement de l'absence de la figure géométrique de l'illustration 4.

On conçoit qu'un genre du dessin puisse ainsi se créer, le dessin linéaire, et ainsi se séparer du dessin d'art pour être réinvesti au service de l'art, en architecture par exemple. Ce dessin lui-même aurait aussi pu être inséré dans des cours de mathématiques. Cela n'eut pas lieu, et l'histoire de l'enseignement général des mathématiques porte comme une question l'absence de lien entre la géométrie euclidienne élémentaire reprise et la figure de perspective. On ne trouve pratiquement jamais la figure de l'illustration 4 dans un texte

[21] Maurice Merleau-Ponty, *l'Institution. La Passivité. Notes de cours au Collège de France* (1954-1955), textes établis par Dominique Darmaillacq, Claude Lefort, Stéphanie Ménassé, Belin, Paris, 2003.

pour le *quadrivium*, ni l'explication homographique qui pourrait servir comme exemple d'une modélisation. Curieusement, ce n'est pas que la perspective soit absente comme représentation de ces textes d'enseignement. Il suffit de prendre une mécanique expliquant le levier d'Archimède en 1615 pour faire « voir » la perspective. Elle sert à désigner des poids, et donc à les distinguer des longueurs qui interviennent dans la proportion qui fait le levier, et que la démonstration d'Archimède prend le soin de ne pas numériser, donc de n'en pas confondre les natures différentes comme grandeurs. Mais à propos de ce qui est bien une perspective représentée, aucune explication mathématique ne vient dans le livre de Guidobaldo, auteur pourtant d'un traité de perspective !

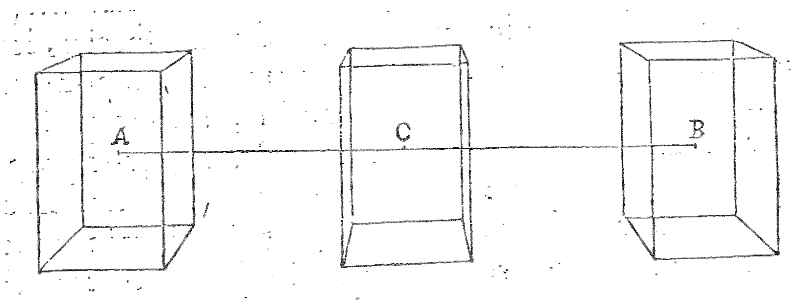


Illustration 5 : On vérifiera que les alignements en profondeur respectent jusqu'à l'irréalisme un seul point de fuite, point dont le texte mathématique ne parle absolument pas et qui est, à vrai dire, inutile pour la démonstration du levier. Sauf si le but est de montrer que la grandeur poids n'est pas de même nature que la grandeur longueur

Pas plus que ne viendront des commentaires sur la forme même des dessins rigoureusement projectifs dans les Eléments d'Euclide, lieu emblématique des mathématiques pour les collèges jésuites aussi bien que pour les Universités. Je fournis juste à ce propos une figure d'une édition d'Euclide particulièrement soignée due à Commandino, avant même les collèges jésuites, et dont la destination n'est pas franchement universitaire mais plutôt « humaniste ». Aucune explication n'accompagne la fabrication de la figure, et le rôle de cercles vus comme des ellipses qui n'ont pas de droit de cité dans le texte officiel d'Euclide.

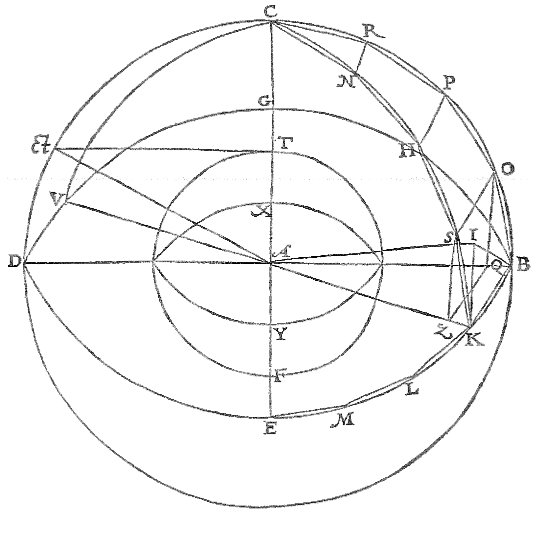
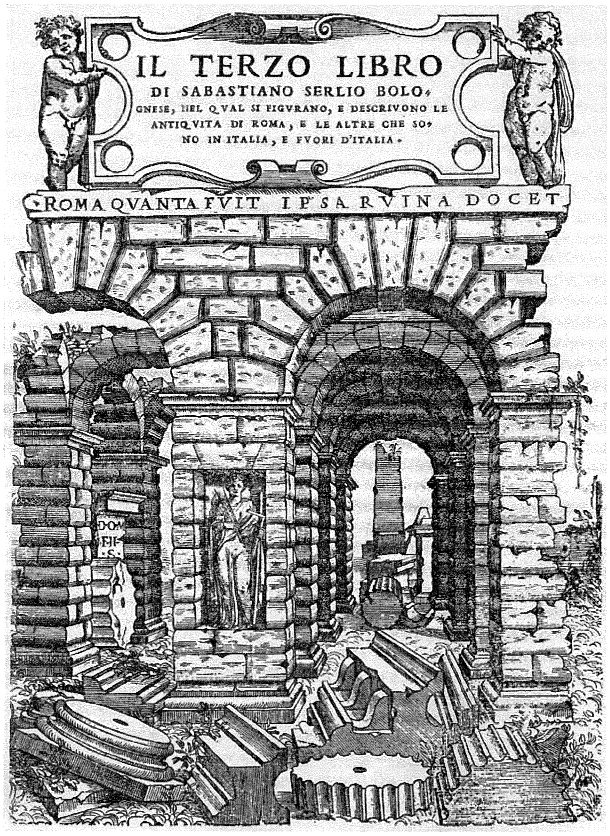


Illustration 6 : la représentation perspective pour le livre XIII (géométrie dans l'espace) des *Eléments* d'Euclide, sans aucune explication dans le texte

En cette absence, il y a une faute contre le raisonnement mathématique. On pourrait même parler d'un refus de *modélisation* de l'espace par la perspective au nom d'un dogmatisme du manuel. Après ce long silence, un extrait d'un manuel de mathématiques de la toute fin du XVIII^{e} siècle, enfin consacré à la représentation géométrique par des projections, fait saisir l'exaspération que l'on peut alors avoir à propos de la théorisation mathématique d'une pratique artistique lorsqu'un enseignant par ailleurs intelligent de cette discipline déclare :

> Les Artistes n'ayant jamais en vue que le besoin du moment, ont presque toujours recommencé les mêmes préliminaires à chaque question dont ils se sont occupés ; ils ne paraissent pas avoir senti que la solution d'un problème quelconque renferme toujours deux parties bien distinctes ; l'une, qui lui est propre, ne consiste que dans l'application ou le rapprochement de quelques propositions antérieures d'où dépend la solution cherchée ; l'autre est d'exécution des opérations nécessaires pour arriver au résultat, et ces opérations ne sont elles-mêmes que les résultats des opérations déjà traitées[22].

Par opposition, les architectes, les peintres, et les archéologues aussi bien, montrent le rôle de la perspective et des mathématiques dans leurs œuvres. Une gravure d'un ouvrage de Serlio exhibe la mathématique, munie d'un compas et d'une équerre, pour rendre compte des ruines romaines d'une manière scientifique.



Essayons de comprendre ce refus de la modélisation, alors même que les mathématiques des Lumières s'investissaient dans des applications. C'est un peu long, mais il faut payer ce prix si l'on veut tirer quelques leçons de l'histoire et ne pas se contenter de jugements hâtifs qui reviennent à mépriser les enseignants du passé.

2.4. La place de l'enseignant des mathématiques au XVIIIe siècle

Le refus n'est en effet pas général. En 1757, pour la publication des *Eléments des sections coniques, démontrées par synthèse*, texte dans lequel le *Traité des Sections coniques* de La Hire est repris avec un point de vue projectif et perspectiviste, l'auteur est indiqué comme, « M. M***, Professeur de Mathématiques ». La qualification reprend une tradition. Il s'agit de Mauduit qui sera bientôt au Collège de France, où il pourra officiellement exhiber son titre de « professeur royal », en plus d'être titulaire de la chaire de Ramus, consacrée aux mathématiques. Elle tient son nom du professeur royal du Collège qui avait été tué lors de la

[22] Sylvestre-François Lacroix, *Traité de géométrie descriptive*, préface, Paris, 1795, p. iij.

Saint Barthélemy en 1572. L'ouvrage de Mauduit était introduit par un « Discours sur la meilleure manière d'étudier les Mathématiques relativement aux Places que l'on doit occuper ». C'est un type de discours que l'on ne trouve pas dans les textes de l'Université d'alors, comme si ce qu'on y enseignait n'avait plus à se justifier autrement que par la tradition qui maintenait plus ou moins bien le *quadrivium.*

Le discours justificatif de Mauduit, et il y eut bien d'autres auteurs à le tenir, contient des éléments de ce qui va plus tard faire l'essence du *professeur de mathématiques.* Mais pour l'instituer, il fallait une tout autre commotion. En effet, l'enquête sur les collèges français des XVI^e^ et XVIII^e^ siècles, révèle la rareté de ce titre. Tout simplement parce que cette discipline n'était nulle part obligatoire dans le cursus normal. Le cas du Collège de Coutances, collège de plein exercice qui existe certainement depuis 1569, tenu par des prêtres séculiers, est typique. S'il compte plus de cinq cents élèves en 1789, dont peut-être deux cents pour l'année de « philosophie », aucun professeur de mathématiques n'est mentionné. Et on trouve pourtant un principal, deux professeurs de philosophie, un professeur de rhétorique et cinq régents de la seconde à la sixième[23]. On argumentera qu'au siècle des Lumières les professeurs de philosophie pouvaient validement faire des mathématiques. Ce qui est vraisemblable, mais mériterait une justification documentée, à partir de thèmes effectivement traités en classe, avec l'indication d'un programme spécifique qui ne soit pas de logique ou de philosophie naturelle, c'est-à-dire une juxtaposition des différents systèmes, Aristote, Ptolémée, Descartes, Gassendi et quelquefois Newton, juxtaposition dont les mathématiques sont largement absentes.

On ne trouve pas trace de professeur de mathématiques au collège de plein exercice tenu par les Bénédictins de Saint-Maur, lorsque Pierre-Simon de Laplace fait ses études à Beaumont dans les années 1760. Dix ans plus tard, Laplace étant déjà à Paris comme enseignant à l'Ecole militaire et avec un programme scientifique bien en tête, en plus du cursus classique une classe de mathématique intervient à Beaumont, et également une classe de géographie. L'année suivante, parmi douze autres établissements sélectionnés en France, le collège de Beaumont devient une école militaire préparatoire, qui requiert la présence de deux professeurs de mathématiques, pour les quelque soixante boursiers gentilshommes[24]. C'est avant la lettre le système des grandes écoles à la française, avec en clef de voûte les mathématiques, y compris leurs applications à la mécanique, à l'hydraulique, à la topographie. Leurs cours sont imposés par les programmes des écoles militaires, par exemple celle du génie à Mézières, et chaque programme se lit par un manuel écrit par un Académicien des sciences. La titulature des auteurs de ces manuels est donc en deux faces, l'indispensable référence académique d'une part, et la référence d'examinateur d'autre part. Ce n'est jamais une référence de professeur de mathématiques. Ainsi pour un Etienne Bézout, dont les manuels débutés en 1765 serviront pour l'Artillerie, ou pour les Gardes de la Marine, sans que l'on puisse noter une sérieuse différence. Ces manuels par bien des aspects contiennent bien plus que des mathématiques. Le changement déjà signalé, avec la disparition des mathématiques appliquées dans les ouvrages pour les lycées, sera d'autant plus notable au début du XIX^e^ siècle. Pour autant les mathématiques appliquées de ces manuels d'ancien régime ne sont pas une *modélisation.*

Aussi bien n'y a-t-il qu'un seul professeur de mathématiques à Juilly en 1789 ; tenue par les Oratoriens depuis 1640 environ, c'est une académie royale, donc un lieu d'éducation destiné à de jeunes nobles. Or ce lieu est connu pour son taux d'encadrement important, et pour la qualité de son corps enseignant. L'organisation traditionnelle est par classes, chacune étant dotée d'un régent particulier. Il peut y avoir en plus des leçons de mathématiques, mais à titre d'annexe, et aussi d'histoire, de géographie ou ...de blason[25]. Ce dernier enseignement est sans doute donné pour permettre les moqueries de Beaumarchais ! Il y a quand même un témoignage d'utilisation pour les volontaires à Juilly des *Institutions de géométrie* de l'abbé de la Chapelle. Quelles mathématiques ? Si le livre date d'avant la parution des manuels d'examen des écoles militaires, l'auteur n'apparaît pas sur la page de titre comme professeur de mathématiques. L'ouvrage est dit enrichi de « notes critiques ou philosophiques sur la nature & les développemens de

[23] Marie-Madeleine Compère, Dominique Julia, Les collèges français 16-18^e^ siècles, Répertoire 2, France du Nord et de l'Ouest, INRP/CNRS, 1988, pp. 236-239.

[24] Marie-Madeleine Compère, Dominique Julia, *Les collèges français 16-18^e^ op. cit.*, p. 97.

[25] Marie-Madeleine Compère, Dominique Julia, *Les collèges français 16-18^e^ siècles, o p. cit.*, p. 358.

l'Esprit humain »[26]. C'est une option que les manuels « militaires » ne reprennent jamais, insistant au contraire sur un déroulement mathématique précis qu'il nous reste à définir par le mot « élémentaire ». Dans les *Institutions* de géométrie, on ne trouvera donc pas de leçons de perspective ni de mécanique géométrique. Le professeur ne les ignore pas, mais a choisi ce qu'il enseigne, le spéculatif, puisqu'il précise

> La Géométrie est ou spéculative ou pratique...La Géométrie spéculative fait connaître les vérités que l'on a découvertes sur les dimensions de la matière ; elle montre leur ordre ou leur mutuelle dépendance...La géométrie pratique ramène à notre utilité toutes ces spéculations[27].

Il y a pourtant dans cet ouvrage une lettre dédicacée à « Messieurs les élèves du Collège de Louis le Grand », que l'auteur termine par un peu protocolaire, mais joli : « Votre très-humble & très obéissant serviteur de la Chapelle ». Il se justifie d'aplanir les difficultés de l'étude des Mathématiques. Difficultés qui viennent beaucoup moins « de la matière qui y est traitée que du peu de justice que l'on rend à votre intelligence ». Il réfute l'idée, qui semble généralement admise dans les collèges, « qu'à peine peut-on parler à votre raison avant l'âge de quinze ou seize ans ». Ce qui renseigne sur l'âge auquel commençait pour quelques-uns l'initiation mathématique. Pour faire approuver ses « routes nouvelles » dans les collèges, donc une intervention de l'enseignement optionnel des mathématiques pour de plus jeunes esprits, de la Chapelle tente une opération qui en dit long sur les réticences proprement universitaires. Il demande en effet l'examen de son ouvrage par « Messieurs de l'Académie royale des Sciences » ; c'était prendre au sérieux la titulature que nous avons vue chez Jean Bernoulli. Il est alors notable que l'Académie accepte de nommer des Commissaires, à savoir Le Monnier et d'Alembert, quoique pour un ouvrage écrit par un non académicien. L'Académie des sciences post-révolutionnaire, en fait la première classe de l 'Institut après 1795, s'estimera comptable de tous les manuels et de leurs contenus. Mais les premiers censeurs académiciens du XVIII^e^ siècle ne prennent pas partie sur « ce qui n'a pas un rapport direct aux Mathématiques »[28], donc en particulier sur l'utilité intellectuelle des mathématiques. Ils n'en approuvent pas moins « la méthode nouvelle à plusieurs égards avec laquelle l'Auteur a traité un sujet tant de fois manié ». Cette dernière qualification indique le niveau assez faible des *Institutions de géométrie*. L'expression « assez faible » ne vient que par comparaison avec le niveau, dit « élémentaire », des manuels militaires à venir.

2. 5 Le genre du manuel et la représentation de l'espace

Il y a bien des chances que la lecture de l'ouvrage de la Chapelle ait poussé d'Alembert à concevoir un rôle pour l'Académie des sciences dans la promotion d'un enseignement des mathématiques à la hauteur des Lumières. C'est à son investigation que Louis de Bougainville publie en 1754 son *Traité du Calcul Différentiel et Intégral*. Mais l'auteur ne signe pas plus comme professeur de mathématiques, et on n'a pas d'attestation de l'utilisation de cet ouvrage dans les collèges français, la lecture des « thèses « soutenues dans certains collèges indiquant un niveau bien inférieur. On ne trouve pas d'ailleurs trace de son usage universitaire, et les ouvrages de cours usuels paraissent dérisoires à ce sujet. Jean d'Alembert prend alors la plume, et pour l'*Encyclopédie*, produit un remarquable et bien peu encyclopédique article intitulé « Elémens des Sciences ». Il tente de montrer que les manuels « élémentaires » ne peuvent être logiquement sans « trous » ; il convient en effet de laisser réfléchir l'élève. Aucun ouvrage disponible, en France ou ailleurs,

---

[26] De la Chapelle, *Institutions de Géométrie ..., avec un discours sur l'étude des Mathématiques*, Paris, Debure l'aîné/Pierre Guillaume de Simon, 1746. Le discours préliminaire des *Institutions de géométrie* est une intéressante discussion sur le reproche fait aux Mathématiques « d'éteindre l'imagination », un thème récurrent qui reviendra lors de la réaction humaniste à la création d'un enseignement obligatoire des mathématiques dans les lycées.

[27] De la Chapelle, *Institutions de Géométrie, op. cit*, tome 1, p. 259.

[28] De la Chapelle, *Institutions de Géométrie, op. cit*, tome 1, *Avertissement*, p. vij. L'intervention personnelle de l'abbé de la Chapelle est considérable. Dès le début de la géométrie euclidienne par exemple, il rencontre le raisonnement par l'absurde. Il le définit, et rappelle que « ces sortes de démonstrations ne sont pas du goût » des logiciens de Port-Royal qui préfèrent l'évidence directe car elle « éclaire », l'absurde se contentant de « convaincre ». De la Chapelle énonce : « de ces deux manières de démontrer, on doit toujours préférer celle des deux qui est la plus courte ». Puis il élève le débat à une morale de l'éducation : « Comme il est plus facile de dompter les hommes que de les rendre justes, il est aussi plus aisé de les convaincre que de les éclairer » (*Institutions de géométrie*, *op. cit.*, t. 1, p. 355).

ne trouve grâce à ses yeux. Les manuels militaires, le Bossut ou le Bézout, du nom de leurs auteurs, tiendront en partie compte des idées pédagogiques de d'Alembert pour cet enseignement moins élémentaire qu'intermédiaire, ou pour les « grands commençants » comme l'écrira volontiers Euler. Fidèle à bien des égards à d'Alembert, mais requérant une couverture encyclopédique, Laplace demandera en 1792 à Lacroix de composer les manuels devant remplacer les textes de Bézout, décédé quelques années plus tôt, ou de Bossut pourtant encore vivant. Ils étaient le fond de la préparation mathématique aux écoles militaires. Pas un mot sous la plume de Laplace sur les textes universitaires de mathématiques pourtant disponibles, ceux de Mazéas par exemple. Et on disait à la jeune Ecole polytechnique qu'il fallait même sourire du Bézout : c'est aussi de cette façon que se constitue une nouvelle pensée et une nouvelle exigence.

Il y avait pourtant dans les collèges des dernières années de l'ancien régime des activités parallèles aux mathématiques. Lorsque l'abbé Para du Phanias publie en 1773 ses *Principes du calcul et de la géométrie*, qui est un « cours complet de mathématiques élémentaires, mises à la portée de tout le monde »[29], l'auteur se garde aussi bien de se présenter comme professeur de mathématiques. Alors même qu'il parle en préface de son expérience d'enseignant à sélectionner les auteurs dont il dit faire des extraits : « Ouvrage en grande partie composé, & en plus petite partie extrait des Auteurs les plus intelligibles ». A vrai dire, il se défausse d'avoir à préciser ses soi-disant innovations mathématiques. Il annonce fièrement une conception utilitaire pour la compréhension du monde physique et aussi du monde des métiers :

> Le vrai moyen de rendre intéressantes les Mathématiques, c'est de faire connoître & sentir leur rapport avec l'étude de la Physique & avec les plus utiles connoissances qui découlent des différentes branches de la Physique[30].

C'est une rhétorique dont n'usent pas les manuels militaires. D'ailleurs, avec du Phanias, sont plutôt reprises les indications intellectuelles à la manière de Platon sur « l'utilité » des mathématiques pour la validité du raisonnement. Et ce n'est pas la mixité, exigeante pour l'enseignant, des mathématiques et de la physique qui dérange Para du Phanias pour discuter de la valeur d'un professorat. En fait, son ambition est de faire disparaître le maître.

> Un cours de Mathématiques, assez intelligible pour être à la portée des Commençans qui veulent s'instruire par eux-mêmes & sans le secours d'un Maître, assez étendu pour leur donner toutes les lumières dont on a communément besoin & dans l'étude de la Physique & dans l'usage de la vie Civile ...[31].

On retrouve assez souvent ce mouvement au XVIII^e siècle, qui rejoint la forte critique de d'Alembert sur l'état même de l'enseignement des sciences qui ne forme pas assez les esprits. Oserait-on écrire ainsi du peu d'importance du maître dans un manuel français d'aujourd'hui ? C'est aussi à de tels signes que l'on peut mesurer par comparaison le poids actuel des professeurs de mathématiques.

L'ambition de l'ouvrage de Para du Phanias est donc contraire au mouvement des collèges d'Ancien régime qui les emporte vers une plus grande socialisation, vers des exercices de classe, vers une différenciation en deux niveaux et vers un programme comme les manuels militaires en donnent déjà l'exemple. Le mélange de mathématiques et de physique est toutefois trop fort dans l'ouvrage de Para du Phanias pour qu'il puisse être adopté. Il est difficile d'y distinguer un raisonnement de type proprement mathématique, contrairement au cas des manuels militaires. Pourtant, dans le second traité de géométrie de de La Chapelle, celui qui traite des surfaces, à l'article sur les sections, l'auteur allait jusqu'à envisager

---

[29] Abbé Para du Phanias, *Principe du calcul et de la géométrie, ...*, Paris, Charles-Antoine Jombert, 1773, préface, p. V. L'éditeur fera toutefois afficher une note expliquant que le seul volume de mathématiques est « un ouvrage complet en son genre, & qu'il peut être détaché des quatre volumes qui forment le Cours de physique » (p. xx). Et l'éditeur montre combien l'ouvrage est distinct du livre intitulé Les *Elémens de Métaphysique, ou la Théorie des êtres Insensibles*. Il a cependant accepté de faire figurer un faux titre sur le livre de mathématiques : *Théorie des êtres sensibles*, qui aurait pu s'attirer les sarcasmes de Diderot.

[30] Para du Phanias, *Principe du calcul et de la géométrie*, op. cit, tome 1.

[31]Para du Phanias, *Principes du calcul et de la géométrie* préface, p. vij. « Assez d'autres ont montré combien on pouvoit savoir en fait de Mathématiques ; nous voulons montrer combien peu il est nécessaire de savoir en ce genre, pour en savoir assez »(p. vij).

comme thème le niveau d'eau[32]. C'était la manière de Kepler, de Stevin, de Galilée, mais aussi celle d'Oronce Finé que l'on a rencontré bien plus tôt. Ce n'était sans doute pas jugé « digne » de l'Université qui peinait à définir un cursus mathématique dans les facultés des Arts, et l'usus même des mathématiques, une fois la révolution scientifique faite. Les manuels militaires évitaient de dire autre chose de l'*usus* des mathématiques que leur rôle scolaire[33]. Mais ils aidaient à concevoir une nouvelle scolarité, celle où les mathématiques deviendraient obligatoires.

Remarquons qu'à un stade mathématique égal ou supérieur à celui du collège, le titre de professeur de mathématiques est aussi rare en Europe au XVIII^{e} siècle qu'il l'est en France. Le livre d'algèbre qu'Euler produit, alors qu'il est déjà aveugle, s'intitule *Vollständige Anleitung zum Algebra von Hrn Leonhard Euler.* « Monsieur Euler » donc, pour le « prince des mathématiciens » qui pourtant fit un effort notable de pédagogie dans une discipline mathématique, l'algèbre, qui a le plus fait pour déstabiliser le *quadrivium* universitaire C'est l'imprimerie de l'Académie des Sciences de Saint Pétersbourg qui le publie en 1770. Quinze ans plus tôt, lors de la sortie des *Institutiones Calculi Differentialis*, un ouvrage qui comporte en plus une théorie de type algébrique des séries (*doctrina serierum*) dont j'ai déjà dit que le système décimal pouvait la prendre comme cadre théorique, Euler fait d'abord placer son titre de directeur de l'Académie des sciences et belles-lettres de Saint Pétersbourg. Vient ensuite une mention professorale tout à fait honoraire, *Prof. Honor. Acad. Imp. Scientiarum Petrop.* Il la fait enfin suivre de son titre de membre (*socio*) des Académies royales, selon la kyrielle usuelle. Un an plus tôt, en 1754, le manuel de calcul intégral déjà cité et inspiré par Jean d'Alembert, portait le nom de son auteur, mais celui-ci n'apparaissait sans autre titre que sa double filiation, l'une intellectuelle et l'autre familiale : *Traité de calcul intégral, pour servir de suite à l'Analyse des infiniment petits de M. le Marquis de l'Hôpital, par M. de Bougainville, le jeune* [34].

Ai-je besoin de dire que les éditions diverses des Œuvres de Newton ne portent comme titulature que Newton, suivi éventuellement de son titre de chevalier (*equitis aurati* lit-on dans une édition en 1744 par *Castillon de Opuscula Mathematica, philosophica et philologica*). Le « maître » de Newton, en tout cas celui qui lui céda sa chaire professorale à Cambridge, intitulait en 1683 ses *Lectiones Mathematicae XXIII*, selon *habitae Cambrigiae* A.D. 1664, 1665, 1666 ; il faisait référence à un enseignement institutionnel que l'on ne reconnaissait peut-être pas pour un professorat de mathématiques, mais bien pour un enseignement de philosophie naturelle de nature universitaire. En 1674, pour ses *Lectiones opticae et geometricae*, on le désignait comme *Auctore Isaaco Barrow, Collegii S.S. Trinitatis in Academia Cantab. Praefedo, Societatis Regiae Sodale.* Après le passage de Newton, la philosophie naturelle, à Cambridge, vint à être considérée comme un support magnifique pour l'apologétique chrétienne de l'anglicanisme. Faut-il penser que tous les universitaires acceptaient ce point de vue ? Est-ce alors pour des raisons de pur processus d'évaluation des élèves, et donc de rang, que *the Senate House examination*, ce qui va devenir les *mathematical Tripos*, prirent une tournure uniquement mathématique, mais ne faisant pas jouer des mathématiques peu innovantes ? La mathématique pure en ce sens là aurait au moins l'avantage de ne pas se mêler de déductions philosophiques ! Un historien de Cambridge conclut :

> Ainsi l'œuvre de Newton fut moins étudiée comme un système de philosophie naturelle que comme une source de problèmes accompagnant les duels mathématiques pour les examens.[35]

La thèse usuelle des historiens britanniques est de parler d'un déclin dans la seconde moitié du XVIIIe siècle par suite d'un isolement des courants mathématiques du Continent. Les manuels « militaires » français, nous l'avons vu, ne brillaient pourtant pas par leur sens de l'innovation mathématique, Mais il avaient l'avantage d'une conception très organisée de la progression des mathématiques à partir d'une conception du rôle de l'élémentaire et ces manuels ne visaient pas l'exercice de la prouesse. Alors même que le concours était le but avoué de cet enseignement « militaire ». Il me paraît intéressant de constater qu'à

---

[32] De la Chapelle, *Institutions de géométrie*, op. cit., p. 452.

[33] Le décomptage des boulets de canons entassés en pyramide semble le maximum consenti d'applications offertes.

[34] Bougainville est ce navigateur si connu pour son voyage de circumnavigation sur *la Boudeuse* et le récit philosophique heureux qu'il en donna.

[35] Voir John Gascoigne, *Cambridge in the Age of Enlightenment. Science, Religion and Politics from the Restoration to the French Revolution*, Cambridge University Press, 1989, chapter 9.

Cambridge, où les professeurs pouvaient s'intituler professeurs de mathématiques, la tendance fut de couper les mathématiques de toute la physique mathématique qui était alors la vogue innovante. Le professeur Edward Waring (1736-1798) s'établit comme novateur en théorie algébrique des nombres, mais au contraire de Lagrange né à Turin en 1736, de Legendre né à Paris en 1752, ou de Gauss né à Brunswick en 1777, il ne fait pas de mécanique céleste, pas d'acoustique, etc. Même un abbé de la Chapelle, dont nous avons un peu décrit les manuels, affirme l'importance de la conjonction de la physique et de la mathématique...pour décrire l'avantage anglais du début du siècle, et affirmer que le témoin français a bien été passé, mais pas par des professeurs.

> C'est par la physique & par les Mathématiques que MM. de Fontenelle & de Voltaire ont rendu la nature & tous les Arts tributaires de leur esprit, & que l'Angleterre s'est élevée à la dignité suprême d'occuper la première place dans l'empire des sciences profondes[36].

Résumons cette enquête au moins pour la France en l'arrêtant à la fin du XVIII^e siècle. Il n'existe qu'accessoirement une fonction d'enseignant de mathématiques dans les collèges usuels ; un rôle particulier de sélection par les mathématiques est établi dans les écoles militaires et d'ingénieurs. L'examinateur de mathématiques agit dans une tâche qui le représente comme académicien des sciences ; des maîtres de pension organisent des enseignements de mathématiques, et uniquement de mathématiques, en vue de la préparation aux concours, et donc suivant les conditions d'autorisation à se présenter à ces écoles (origine familiale noble, ou « vivant » noblement). La connaissance des mathématiques est celle d'un corpus élémentaire, bien organisé formant un tout. Il est coupé des mathématiques réellement développées à l'Académie des sciences. Ce n'est pas une propédeutique, alors que les rédacteurs de manuels sont membres de cette Académie. La mécanique qui y est développée est à l'unisson de cet élémentaire mathématique, et c'est la seule matière qui ne soit pas de mathématique pure. La perspective et le dessin linéaire ne figurent pas au programme de la préparation et des manuels. Ceci constaté, la mécanique est mise en forme avec comme horizon conceptuel le calcul différentiel et intégral. On pourrait dire que ce calcul est perçu dans les manuels militaires comme une *modélisation* de ce que comporte le phénomène mécanique. Mais cette modélisation est trop difficile pour les élèves dans sa rigueur mathématique. Car elle ne s'accompagne pas d'une rigueur épistémologique. A regarder l'évolution de ces manuels à la fin du siècle, la réticence diminue, et la partie mécanique du traité de Bézout aborde le calcul différentiel et intégral. La mécanique sert donc pour faire « passer » le Calcul, de sorte que c'est elle qui modélise le Calcul. Puisque les élèves n'ont aucune perception pratique de la mécanique, de par leur origine sociale, la situation est didactiquement invraisemblable. Quoiqu'elle soit historiquement très convenable au sens d'une origine. Ceci dit, les manuels militaires évitent d'entrer dans quelque considération philosophique que ce soit, de sorte que ce qu'ils proposent est un dogmatisme, et on peut parler d'une modélisation ratée.

Il est utile de donner un exemple « académique » par lequel se cherchait une autre rigueur purement mathématique, et sans doute une *modélisation*. On ne s'étonnera pas qu'elle soit le fait d'un élève de Lagrange, lui-même auteur de la *Mechanique analitique* en 1788. On ne me reprochera pas de dire que la mécanique analytique est une *modélisation* par les mathématiques mises en jeu, mais le *modèle* n'est pas vraiment un système axiomatique dont parle Lagrange au début de son ouvrage, et bien plus l'idée variationnelle du principe des vitesses virtuelles, qu'il ne pouvait pas être question de faire passer dans l'enseignement.

[36] Abbé de la Chapelle, *Institutions de Géométrie*, *op. cit.*, Paris, 1746, tome 1, p. 45n.

2. 6. La loi *a priori*, ou la prévision fonctionnelle

Il s'agit d'établir la loi de l'équilibre dans un levier lorsqu'un poids est placé à une certaine distance du pivot du levier. Autrement dit il s'agit de trouver « l'effet » du poids et de la longueur, l'équilibre s'entendant alors par une égalité de l'effet de part et d'autre du pivot ou point d'appui. Archimède avait établi un peu autre chose, une modélisation avec la célèbre proportion inverse en longueur et poids, et cette modélisation reposait sur la théorie des proportions et ses calculs. Elle ne permet en effet que de comparer des grandeurs homogènes entre elles, des longueurs avec des longueurs et des poids avec de poids, et ne saurait multiplier un poids par une longueur, ou diviser une longueur par un poids. Daviet de Foncenex, l'élève de Lagrange à Turin vers 1770, accepte une numérisation des grandeurs qui les fait passer pour des nombres réels, et il adopte sans difficulté le point de vue fonctionnel. C'est une fonction qu'il cherche, celle exprimant l'effet d'un poids P à une distance x du pivot d'un levier. P et x sont des nombres réels, l'inconnue est la fonction. De fait, Foncenex fait directement sortir P de la fonction, car il estime déjà prouvé, par homogénéité, que l'effet s'écrit $Pf(x)$. Je n'ai aucune peine à dire que sa *modélisation* du levier est une application de la théorie des fonctions telle que connue par l'ouvrage de Leonhard Euler, *Introductio in analysin infinitorum* de 1748. C'est-à-dire que pour déterminer f il faut à de Foncenex une propriété caractéristique, issue d'un sens physique du levier. L'emploi du mot « caractéristique » sous-entend une unicité du genre de la fonction f. Si le sens « caractéristique » est que l'effet d'un poids P à une distance x est considéré comme identique à celui de deux poids $P/2$, situés de part et d'autre du point repéré par x, chacun à $\pm y$ de x, c'est que cette propriété est celle qui définit un centre de gravité, et chacun voyait là le fond de la démonstration d'Archimède, et sa valeur physique[37]. L'égalité des effets se lit comme une équation dont l'inconnue, ne l'oublions pas, est la fonction f. Soit la relation

$$Pf(x)=P/2((f(x+y)+f(x-y)).$$

Il n'est fait aucune restriction de nature physique sur les variables x et y, du genre $x \geq y \geq 0$. Ce qui compte est l'équation fonctionnelle qui se déduit par disparition du poids.

$$2f(x)=f(x+y)+f(x-y).$$

La dérivation en y, supposée aller de soi, donne

$$0=f'(x+y)-f'(x-y).$$

Donc f' est une fonction constante, fixée égale à a. Et par intégration, on dispose de la forme affine de la fonction f.

$$F(x) = ax + b.$$

De sorte qu'avec la condition évidente $f(0)= 0$, puisque l'effet est nul à l'origine, $b = 0$. L'effet $Pf(x)$, égalé à aPx, est donc à la fois proportionnel à la longueur x, comme il l'était au poids P. On dispose de la proportion de l'équilibre d'Archimède, sans avoir besoin de préciser la constante a. La linéarité de f donne le genre de la fonction qui donne son sens mathématique au levier, dans le cadre de la théorie des fonctions.

Cette démonstration est très satisfaisante. Encore qu'elle mérite d'être amendée par une propriété à mettre sur la fonction f, moins exigeante que la dérivabilité. Celle de continuité, définie bientôt par Cauchy, suffit à obtenir le résultat, et Cauchy lui-même le montrera dans son cours d'*Analyse algébrique* de 1821. Mais il ne redonne pas l'origine mécanique du problème : il laisse la question comme une question d'analyse mathématique. Toutefois, cette démonstration ne parviendra pas dans la besace de manières du *professeur de mathématiques*. Pourquoi ?

Il me semble qu'une raison est épistémologique. La démonstration précédente est une recherche de *modélisation*. Mais *modélisation* de quoi ? A répondre qu'il s'agit de modéliser le levier, on n'aurait pas une réponse satisfaisante car cette *modélisation* avait déjà été faite par Archimède selon la théorie des proportions. On ne peut pas dire qu'il s'agit chez Foncenex de la *modélisation* de ce que l'on appelle aujourd'hui le moment vectoriel, puisque précisément il n'y a que des grandeurs scalaires. C'est bien là le problème : cette démonstration vise à atteindre un objet qui n'est pas celui que l'on voudrait avoir, celui qui reste en adéquation avec la vision du levier comme un instrument de transmission de forces pensées

[37] Daviet de Foncenex, trop analytique et comme Lagrange, ne dessine aucune figure, et il me semble utile de n'en pas mettre pour restituer un climat intellectuel.

vectoriellement, autrement dit dans un *modèle* vectoriel. Vers 1820, pour des vecteurs, on a obtenu mathématiquement en mécanique la notion de couple ; la démonstration de Foncenex, aussi jolie soit-elle, ne porte pas vers une telle notion. Le vecteur n'a pas encore été transformé en élément d'un espace vectoriel, mais la force est conçue comme vectorielle, en ce sens qu'il y a une longueur, une direction et un sens sur cette direction. et on voudrait dans l'enseignement voir apparaître cette notion. La démonstration de Daviet de Foncenex est trop mathématique, peu apte à donner mieux que ce qu'on sait déjà par Archimède.

3. Le professeur de mathématiques des lycées

3.1. Une création

La loi du 1^{er} mai 1802 crée les lycées et un arrêté du 10 décembre de la même année (19 frimaire an XI) au nom des « consuls de la République », et signé Bonaparte, fixe le cursus. C'est un changement radical.

> Art. 1. On enseigne essentiellement dans les lycées le latin et les mathématiques [...].
>
> Art. 8. Il y aura, comme pour le latin, six classes pour les mathématiques, faites par trois professeurs, chargés chacun de deux classes par jour, de sorte que le cours de mathématiques ne durera que trois ans[38].

L'article 9 indique comment le professeur de mathématiques devra, selon les classes, parler de l'histoire naturelle, des « éléments de la sphère », évoquer de la physique, de l'astronomie, de la chimie ou de la minéralogie. C'est donc situer ces enseignements, reconnus nécessaires, en dehors du cours de mathématiques. Y a-t-il volonté délibérée d'établir une domination des mathématiques, puisque c'est quand même le professeur de cette discipline qui en a la charge ? La raison la plus vraisemblable est celle d'une économie pour le système éducatif, et progressivement s'installeront les professeurs de physique et de chimie, ou d'histoire naturelle. La raison est aussi qu'existe déjà une pratique bien particulière de l'enseignement des mathématiques, disposant d'une forte organisation intellectuelle, celle de l'élémentaire des écoles militaires.

Le 10 avril 1803 le programme des sciences est publié, issu du travail d'une commission composée seulement de mathématiciens, Laplace, Monge et Lacroix. C'est une première, et le rôle de commissions spécialisées va durer jusqu'à nos jours, la question de la représentation dans ces commissions du professeur de mathématiques ayant été réglée par le mode de la responsabilité surplombante des universitaires. Au départ, les choses sont un peu autres : les trois mathématiciens de 1803 sont membres de l'Institut, Monge et Lacroix enseignent à l'École polytechnique et Laplace est examinateur de sortie. Aucun « universitaire » au sens strict n'est représenté, et le programme des lycées ignore d'autant plus l'Université que celle-ci n'est pas reconstituée. Elle le sera en 1808, sur le papier du moins.

La tradition cinquantenaire de l'Académie et de l'examinateur triomphe donc. La qualification que j'ai donnée de « « mathématicien » pour les trois responsables du programme est pourtant imprécise : Lacroix par exemple n'a à son actif qu'un travail sur les assurances maritimes. Mais il a sa pratique d'auteur de manuels publiés depuis 1797 et à son actif une gigantesque encyclopédie, un *Traité sur le calcul différentiel et intégral* suivi d'une *Théorie des séries*. Nous avons déjà remarqué qu'il n'y avait pas d'évocation dans ces textes post révolutionnaires d'autres disciplines comme la mécanique, l'astronomie, les probabilités, l'optique, mais aussi souligné l'apparition enfin dans un manuel étiqueté comme cours de mathématique de la perspective chez Lacroix, avec le manuel de géométrie descriptive, déjà cité pour son dédain envers la pratique des artistes. Les deux autres mathématiciens de la commission du programme, Laplace et Monge, étaient par contre connus pour avoir participé à des activités de pointe en chimie avec Lavoisier, et Monge était alors supposé travailler à la partie Physique de *l'Encyclopédie méthodique*, et sa réputation comme

[38] *Les sciences dans l'enseignement secondaire français*, textes officiels réunis et présentés par Bruno Belhoste, avec la collaboration de Claudette Balpe et de Thierry Laporte, tome 1, 1789-1914, INRP/Ed. Economica, Paris, 1955, p. 77.

auteur de la géométrie descriptive publiée en 1799 sous forme de livre après avoir été l'objet de leçons à l'Ecole normale de l'an III n'était plus à faire.

L'affaire du programme est vite réglée pour les mathématiques : sont adoptés les manuels que Sylvestre-François Lacroix avait récemment écrits, en arithmétique (pour deux années successives), en géométrie (pour deux autres années), en algèbre, et pour l'application de l'algèbre à la géométrie. C'est la seule mention d'une application : elle va des mathématiques aux mathématiques. La géométrie descriptive n'est pas considérée comme une science d'application, mais comme une partie intégrante des mathématiques. Elle ne peut donc pas être présentée à cette époque comme une *modélisation*, alors qu'elle pourrait l'être compte tenu du corpus de règles de construction qu'elle déploie, et parce que Monge a montré qu'elle est une systématisation de pratiques de tailleurs de pierre et d'architectes, donc une abstraction au sens aristotélicien. Pour l'*ethos* du professeur de mathématiques, il faut désormais tout au contraire que la pratique des artisans soit modelée par la géométrie descriptive en tant que pure théorie mathématique.

D'autres textes sont indiqués par la commission pour la physique, l'astronomie, la chimie, etc. Cette séparation tranche sur ce que faisait un Para du Phanias, comme sur la place donnée à la mécanique et à l'hydraulique chez Bézout ou Bossut, même en tant que préparation intellectuelle au calcul différentiel et intégral. Les manuels propres des professeurs de mathématiques sont donc vraiment nés avec les lycées.

D'autres ouvrages s'avèrent nécessaires, car on ne méconnaît pas que les manuels de Lacroix sont dépourvus d'application ou d'exemples, et ne traitent que de mathématiques. C'était une décision de Lacroix, et en algèbre par exemple, il fait une infime exception car « les principales questions de la théorie de l'intérêt formant une des applications les plus usuelles de l'Algèbre, j'ai cru ne pouvoir me dispenser de les traiter succinctement »[39]. Ce qui donnerait des arguments à ceux parlant de prise de pouvoir bourgeois ! Les manuels de Lacroix furent écrits avant la décision de 1802 sur les lycées. Cette création ne le fera pas changer au cours des nombreuses rééditions et corrections de ses ouvrages. Car il considère que le corpus ainsi réuni dans ses différents Eléments « renferme tout ce qu'il est nécessaire de savoir pour la pratique des arts mécaniques, de l'architecture, de l'arpentage »[40].

C'est avec cette contradiction, qui est celle des « mathématiques pures », que le corps des *professeurs de mathématiques* doit vivre, alors même que l'époque favorise la recherche en physique mathématique. C'est la période où Laplace traite de la capillarité selon une équation aux dérivées partielles qui deviendra celle des surfaces minimales, celle où Fourier établit la théorie analytique de la chaleur avec une équation aux dérivées partielles pour la résolution de laquelle il invente les séries ou intégrales qui portent son nom. C'est aussi celle où Gauss organise la méthode des moindres carrés pour des calculs en mécanique céleste. Ces domaines, même de loin, n'entrent pas dans les nouveaux manuels scolaires, qui prétendent pourtant permettre de les aborder ensuite.

C'est aussi la période de développement des probabilités et des statistiques, et de ce qui avait nom d'arithmétique sociale avec Condorcet. Lacroix publie effectivement un manuel sur le sujet, mais en 1816 seulement[41]. Son usage scolaire semble très rare. Le *professeur de mathématiques* des lycées a certainement raté l'occasion des probabilités dans l'enseignement, et ainsi la modélisation par la statistique. Il n'est pas facile de comprendre pourquoi d'autant que le passage aux mathématiques était réalisé par la démonstration de la loi des grands nombres et la tendance vers la loi normale. Un Fourier, pourtant académicien des sciences, dut apprendre les probabilités après 1817 !

La destination scolaire des ouvrages de Lacroix est évidente, mentionnée dans le titre même que Lacroix maintiendra avec force alors même que les Ecoles centrales auront disparu : « à l'usage de l'Ecole centrale des Quatre-Nations ». L'auteur ne s'intitule pas « professeur de mathématiques » ; il n'est pas examinateur non plus, et ne fait pas plus jouer son titre de l'Institut, dont il est pourtant membre[42]. Son

---

[39] Sylvestre-François Lacroix, *Elemens d'Algèbre, à l'usage de l'Ecole centrale des Quatre-Nations*, seconde éd., revue et corrigée, Paris, Duprat, an IX,-1800, préface, p. IX. Effectivement les « questions relatives à l'intérêt de l'agent » occupent 7 pages, sur un livre qui en contient 303.

[40] Sylvestre-François Lacroix, *Elemens d'Algèbre, op. cit.*, préface, p. X.

[41] Sylvestre-François Lacroix, *Probabilités,* Vve Courcier, Paris, 1816,

[42] Un auteur comme Louis Bertrand joue habilement par un même mot, mais tard, en 1812 de l'appartenance universitaire (sous le nom d'académie de Genève) et de l'appartenance académique (l'académie de Berlin). C'est dans ses *Elémens de géométrie* : professeur émérite dans l'Académie de Genève, et membre de celle de Berlin.

élection en 1799 est en quelque sorte une première. Lacroix n'a en effet aucune production mathématique originale : il est d'abord l'auteur d'une somme sur le calcul différentiel et intégral et comme nous l'avons vu, termine sa série de sept manuels élémentaires. Ceux-ci doivent officiellement servir de norme à l'enseignement. Aussi, dans ses préfaces, Lacroix rappelle-t-il la nouveauté apportée par l'Ecole normale de l'an III, une école dont on espérait (avec un tel nom) qu'elle réglementerait intellectuellement la pratique de l'enseignement. A propos du « Cours d'Analyse » fait à cette Ecole par Laplace et Lagrange, Lacroix exprime une continuité, mais c'est pour mieux marquer la rupture.

> Laplace reproduit le plan qu'avait suivi Clairaut, comme le seul qui convînt à l'enseignement raisonné de la science : il rappela l'attention des professeurs sur les richesses que présentaient les Collections académiques. Les travaux que son collègue et lui firent à cette occasion, augmentèrent encore cette masse de richesses, et il ne fut plus permis de se livrer à l'ancienne routine[43].

Ce témoignage d'un acteur, accablant pour les collèges d'avant, est d'autant plus intéressant qu'il fonde la réforme sur la recherche académique et sur la « méthode révolutionnaire »[44]. La référence à l'Institut serait donc plus justifiée que celle d'un professorat dans des lycées. Car Lacroix réprouve ces derniers. Il reste un partisan des Ecoles centrales de la Révolution. Il le dit nettement dans un livre de 1805, son *Essai sur l'enseignement en général, et celui des mathématiques en particulier*[45], un titre dont la scansion est originale. Ce que Lacroix omet dans le soutien qu'il trouve à l'Ecole normale, c'est qu'il y avait aussi des cours de physique, de chimie, d'histoire naturelle, etc. Les trois « instituteurs pour les mathématiques » pouvaient donc ne faire que des mathématiques ! A ce titre, Laplace prévoyait de faire de la mécanique céleste, mais l'Ecole normale ne dura que quelques mois. Et c'est Biot qui, en 1800, publiera de nombreuses pages sur la mécanique céleste de Laplace en continuation des leçons de ce dernier en l'an III aux écoles normales. Mais il n'y a aucune trace d'utilisation des cours de Biot dans les lycées. Laplace avait fait une célèbre leçon de probabilités en l'an III, mais elle ne fut pas retranscrite dans les ouvrages d'enseignement. Elle devint pourtant un livre majeur en 1814, *l'Essai philosophique sur les probabilités*, dont on connaît la déclaration célèbre sur le déterminisme comme étant indispensable au travail scientifique, moins une hypothèse qu'un axiome. Le titre même de l'ouvrage indique une vision du monde et c'est la nouvelle façon de découvrir les lois de la nature qui justifie le calcul des probabilités pour Laplace. Ce calcul proprement dit est technique, et Laplace en 1812 lui avait consacré un livre entier, la *Théorie analytique des probabilités*, qui seule permettait la compréhension véritable de *l'Essai philosophique*. Une telle démarche intellectuelle n'a pas été appréciée, ni par les tenants à la Restauration des Bourbons d'un « retour » aux « humanités chrétiennes », ni par ceux comme Lacroix, tenants d'un enseignement révolutionné, mais modeste quant à la technique mathématique.

Le rédacteur des manuels, Lacroix, ne voulait pourtant pas encombrer par la technique proprement mathématique du calcul. Car il assurait que ce qui compte est la faculté de remplacer les choses que l'on a apprises à l'école par « celles qui sont nécessaires au genre de travail que nous avons embrassé ». Cette déclaration peut paraître étrange de la part de celui qui élimine les applications de ses ouvrages. Mais Lacroix précise sa pensée :

> Ces vérités incontestables prouvent que dans les écoles publiques destinées à l'instruction de la masse des jeunes citoyens, c'est moins les détails des sciences qu'il faut enseigner, que le développement de leur partie philosophique, qu'il faut faire avec soin[46].

---

[43] Sylvestre-François Lacroix, *Elemens d'Algèbre, op. cit.*, préface, pp. VIII-IX.

[44] Quant à la nouveauté que Lacroix apporte en algèbre, autant lui laisser la parole : « Si les considérations pour lesquelles j'ai généralisé la démonstration du binome de Newton, la méthode d'élimination que j'ai présentée d'après Euler et Lagrange, la théorie que j'ai donnée des racines égales, et les remarques dont j'ai accompagné la résolution numérique des équations, paroissent abstraites dans ce moment, c'est plutôt parce qu'on les compare à des théories fort incomplètes, que par leur difficulté propre, qui diminuera à mesure qu'on s'éloignera des anciennes idées pour se prêter aux nouvelles » (Préface, *Eléments d'Algèbre*, p. XIIj).

[45] Sylvestre-François Lacroix, *Essai sur l'enseignement en général, et celui des mathématiques en particulier*, Paris, Courcier, 1805 (éditions ultérieures, jusqu'en 1926). Je compte publier une édition critique de ce texte.

[46] Sylvestre-François Lacroix, *Eléments d'Algèbre, op. cit.*, p. xj.

Il ne faut pas se tromper sur le sens de ce mot « philosophie ». en mathématiques. Elle doit naître des problèmes mêmes que l'on expose et résout, et ainsi c'est une généralité que vise Lacroix. Le positivisme développera ce point de vue, en rappelant que la nature même du problème posé délimite un type de solution, donc une certaine voie d'attaque et un certain style. Une culture mathématique s'établit ainsi, et l'on sort de la culture de l'élémentaire bien maîtrisé des manuels des écoles militaires du XVIIIe siècle. S'exprime forcément la rivalité intellectuelle avec l'exercice de la philosophie des anciennes classes.

> Lorsqu'on traite ainsi les Mathématiques , on en fait une logique appliquée qui remplace souvent avec avantage celle des anciennes écoles.[47]

Cette logique appliquée n'était pas l'ambition des manuels militaires qui préféraient l'organisation rigide d'un certain type d'élémentaire. Lacroix réarrange donc toutes les connaissances mathématiques que l'on peut dire élémentaires, et le fait sous l'influence des travaux récents qui donnent une nouvelle constitution à l'antique science des Eléments d'Euclide. Aussi l'algèbre, largement l'algèbre polynomiale du XVIIIe siècle, dans son rôle de méthode d'élimination, et moins l'algèbre cartésienne de la géométrie analytique, est-elle couronnée dans le manuel de Lacroix par son « théorème fondamental ». Laplace en avait donné une démonstration en 1795 à l'Ecole normale. Le manuel Bézout ignorait cette question, qui n'apparaît pas plus à Cambridge à l'époque même des manuels de Lacroix. C'était plutôt l'esprit de la logique des mathématiques qui semblait régner dans l'université anglaise, jusqu'à une sorte de logique technique qui évite le raisonnement métaphysique et l'appui que l'on trouvait chez Newton en faveur de l'anglicanisme.

On le voit, les enseignants de mathématiques ne sont pas ignorants des dominantes culturelles d'une époque, mais ils réagissent le plus souvent en se protégeant. L'ambition de Lacroix exige un certain niveau. Le nouveau plan d'études des lycées du 19 septembre 1809 ne fait commencer l'enseignement de mathématiques qu'en classe de quatrième, première des deux classes d'humanités « pendant lesquelles on enseignera de plus aux élèves l'arithmétique, la géométrie, et l'algèbre jusqu'aux équations du second degré »[48]. Du coup l'article stipule qu'il n'y aura plus qu'un seul *professeur de mathématiques* pour ces deux classes, avec quand même cinq leçons par semaine d'une heure chacune. Pour la classe de philosophie, maintenue dans les seuls lycées chefs-lieux d'académie, c'est le professeur de mathématiques transcendantes[49] qui sera chargé de deux leçons par semaine, de deux heures chacune, « sur l'optique et l'astronomie ». Les manuels recommandés ne sont plus seulement ceux de Lacroix, et on autorise le recours aux anciens manuels, de Bézout, de Bossut et de Marie. Ce dernier auteur est le seul à avoir été professeur dans une université d'ancien régime, et parce qu'il avait accommodé le Bézout, il pouvait représenter une tentative d'adopter l'esprit de écoles militaires aux collèges de l'Université.

Paradoxalement, l'autre nouveauté de 1809 est la recommandation de la *Géométrie de l'an II.* C'est sous ce nom que l'on désigne les *Eléments de géométrie* que Legendre publia en première édition en 1794. Ce texte va fortement concurrencer les ouvrages géométriques de Lacroix. Legendre qui avait eu une des rares bonnes formations mathématiques au collège vers 1760, comme en témoignent ses « thèses » publiées, reconstruisait les *Eléments* d'Euclide à la façon, axiomatique et comme un tout élémentaire remarquablement structuré. Mais contrairement à Lacroix, il évitait les notations algébriques pour sauvegarder la logique historique de la construction euclidienne. C'est aux prix de cet archaïsme que Legendre redonnait une vie philosophique autonome à la géométrie, et il ne faut pas s'étonner alors qu'il ait tenté à plusieurs reprises dans les différentes éditions de sa *Géométrie*, de proposer une démonstration de l'axiome sur les parallèles d'Euclide. En fait, les manuels de Legendre et de Lacroix vont au fil des générations s'influencer et fournir la *géométrie élémentaire*, une expression que je mets en italique pour dire que c'est une spécificité de l'enseignement à la française. Elle ne sera abandonnée que dans la seconde moitié du XXe siècle. Elle ne

---

[47] *Idem.*

[48] Sylvestre-François Lacroix, *Eléments d'Algèbre, op. cit*, , p. 83.

[49] Pour la préparation à l'Ecole polytechnique, les Ecoles centrales avaient généralement créé des classes de mathématiques transcendantes. Ces classes sont maintenues sur deux années dans les lycées, les professeurs étaient dits « professeurs de mathématiques transcendantes ». Ces classes sont intégrées à l'Université impériale lors de sa création.

comporte pas de géométrie analytique, et pas de philosophie. Sa véritable cohérence est une excellente formation intellectuelle à la manière du thème latin. Elle a ses règles. On peut surtout se reconnaître et on arrive à en savoir autant que le professeur. Toutefois, il n'y a pas d'algèbre, que le professeur connaît par ailleurs mais qu'il interdit aux élèves. Il n'a donc pas envie de rajouter des difficultés avec l'enseignement des probabilités. La géométrie descriptive ne trouve pas sa place dans le système de la géométrie élémentaire, et elle vient à côté. Sur le plan épistémologique, le *professeur de mathématiques* à l'origine de ce métier n'est guère aidé, alors même qu'il peut avoir la juste impression de faire avancer la modernité. Les *mathématiques modernes* ont disposé d'un bien plus riche appareil épistémologique et il a permis de penser ensuite une didactique.

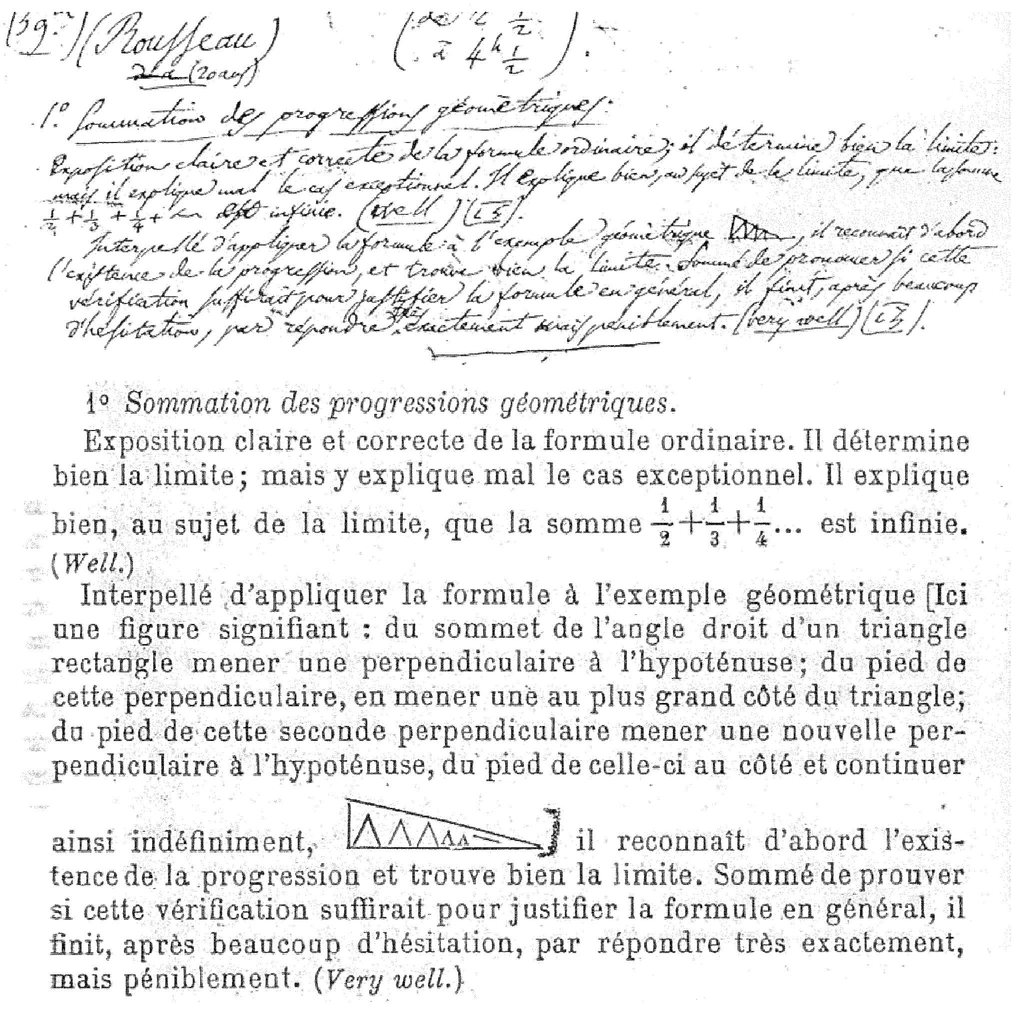
Les applications contribuent directement au programme de la classe dite de rhétorique en 1809, avec le manuel pourtant très technique de Louis Puissant, le *Traité de topographie*, d'arpentage et de nivellement édité deux ans plus tôt. Puissant ne s'intitule pas *professeur de mathématiques* : c'est le titre de polytechnicien qu'il arbore, et celui de son corps d'ingénieur. On comprend donc que Sylvestre-François Lacroix maintienne à titre de revendication d'un idéal à afficher, non pas un titre de *professeur de mathématiques*, ayant écrit des manuels de mathématiques « à l'usage de l'Ecole centrale des Quatre-Nations ». Cette mention figure encore en 1836 dans l'édition à Bruxelles de cet ouvrage à succès, « à la librairie classique et mathématique ». Lacroix ne fut pas à l'origine de l'appellation de « professeur de mathématiques », mais est l'ideal-type du professeur de mathématique actif pour l'enseignement. Il modifie pourtant le titre de Jean-Baptiste Labey adoptant en 1796, pour la deuxième traduction en français de *l'Introduction à l'analyse infinitésimale* de Léonard Euler, le titre de « Professeur de Mathématiques aux Ecoles centrales du Département de la Seine ». Cette titulature avait déjà disparu dans la traduction allemande par Metternich en 1814 de la septième édition des *Eléments d'algèbre* : le nom de Lacroix suffisait en effet : *Anfangsgründe der Algebra von S.F. Lacroix*. Quant au traducteur, sa titulature était triple et aurait fait désordre en France, *Doktor der Philosophie, Professor der Mathematik und Physik* . Metternich se glorifie scientifiquement, et non professoralement, d'avoir fait une nouvelle traduction (*dass ich aus Liebe zur Wissenschaft diese sauere Arbeit übernahn*), présentant la mathématique comme la première des sciences (*zur Verbreitung der ersten aller Wissenschaften, der Mathematik nämlich, etwas beitragen wird*). Ce qu'un Lacroix et ses contemporains français se gardaient de faire ; ils savaient trop bien que l'équilibre des lycées tenait à l'égalité des lettres et des sciences, symbolisée par celle du latin et des mathématiques depuis 1802. Le nombre des notes ajoutées par Metternich, qui modifient les conceptions purement mathématiques de Lacroix, empêche cet ouvrage de pouvoir être un manuel. Mais elles permettent de mieux comprendre l'apport de Lacroix, et sa différence avec Legendre.

4.2. Le changement du positivisme

Que l'illustration par des pavages de la perspective n'ait duré qu'un temps comme rendu artistique de la théorie mathématique des proportions n'est pas anodin. L'explication par les mathématiques a anciennement été donnée par l'illustration 4, mais cette explication n'a pas été jugée digne de figurer dans les cours de mathématiques, alors que le regard de tous a assez rapidement été dominé par la perspective. Elle s'est donc banalisée, au point que les pavages deviennent des références redondantes. L'art a réalisé ce qui n'était qu'une pensée potentielle de la représentation de l'espace, et ainsi donné une structure à la profondeur[50]. L'outil en a été la théorie des proportions, qui faisait l'essentiel de la présentation des mathématiques avancées jusqu'au XVIIe siècle. La perspective des peintres est ce qui permet de mesurer objectivement ce que l'on fait de l'espace en trois dimensions dans la peinture en deux dimensions. Elle rend possible pour le peintre de représenter ce qu'il voit, et non ce qui est. Le dessin apparaît comme une théorie, ou une structure, de la représentation picturale. Est alors essentiel que le dessin n'ait pas besoin pour se faire d'une formule, pas même d'une proportion écrite : c'est un autre dessin qui le gère, et tel est bien le rôle dévolu à l'illustration 4. Elle n'est pas une approximation ou un compromis : elle donne la loi de perspective par une construction de lignes qui fait le dessin. Cette loi n'est pas comme on l'avait pensé la loi de réduction

[50] L'illustration 30 n'a donc pas le même sens de rendu artistique de la théorie des proportions. Car, nous l'avons vu, elle porte vers une forme, et une construction.

de la progression géométrique, c'est-à-dire une diminution systématique du même pourcentage pour des éloignements égaux. Mais rares sont ceux qui savent dire quel est le type de décroissance qui est ainsi gérée par la perspective, la référence à la décroissance homographique ne venant qu'à ceux qui interprètent analytiquement la géométrie projective, et ce savoir n'a pas fait l'objet d'explication dans les cours de mathématiques, même rénovés par la Révolution. Pourtant une figure analogue à celle emblématique de la perspective trouve son lieu à l'école, et dans les interrogations à l'entrée de l'Ecole polytechnique dans les années 1840.


159°) (Rousseau)

1° *Sommation des progressions géométriques.*

Exposition claire et correcte de la formule ordinaire. Il détermine bien la limite; mais y explique mal le cas exceptionnel. Il explique bien, au sujet de la limite, que la somme $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\ldots$ est infinie. (*Well.*)

Interpellé d'appliquer la formule à l'exemple géométrique [Ici une figure signifiant : du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle mener une perpendiculaire à l'hypoténuse; du pied de cette perpendiculaire, en mener une au plus grand côté du triangle; du pied de cette seconde perpendiculaire mener une nouvelle perpendiculaire à l'hypoténuse, du pied de celle-ci au côté et continuer ainsi indéfiniment,] il reconnaît d'abord l'existence de la progression et trouve bien la limite. Sommé de prouver si cette vérification suffirait pour justifier la formule en général, il finit, après beaucoup d'hésitation, par répondre très exactement, mais péniblement. (*Very well.*)

Illustration 8 : notes d'interrogation d'Auguste Comte

Pour Auguste Comte il s'agit avec cette figure de comprendre ce qu'est la somme d'une progression géométrique infinie. Toute la théorie d'une progression géométrique tient en fait dans la moyenne géométrique, et c'est ce qu'exprimait déjà François Viète en 1593[51]. En ce sens qu'il suffit de définir une telle progression comme celle selon laquelle tout terme, sauf le premier, est moyenne géométrique entre son prédécesseur et son successeur. Si *a* est le premier terme, *b* le second, *c* le troisième, etc., on dispose de l'écriture

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\ldots$$

[51] François Viète ne sera pas repris, alors même que la somme d'une progression géométrique devint le passage obligé des cours des écoles militaires.

Et si l'on pose $b = ax$, x étant par définition la raison de la progression, les termes successifs de la progression paraissent sous la forme

$$a, ax, ax^2, ax^3, \dots, ax^n, \dots$$

La formule est alors

$$a + ax + ax^2 + ax^3 + \cdots + ax^n + \cdots = \frac{a}{1-x}.$$

Une représentation géométrique est particulièrement adéquate pour calculer la somme des termes d'une progression géométrique, et c'est celle vue comme des zigs zags dans les notes d'interrogation de Comte. Elle consiste à fixer un triangle, et à prendre un point D sur la droite BC, puis à tracer une droite DE parallèle à AC et coupant AB en E, et une droite EF parallèle à BC coupant AD en F, etc. Viennent ainsi en va et vient selon le choix des parallèles les points G, H ; I, J ; etc. Les longueurs BD, EF, GH, IJ, ..., constituent une progression géométrique.

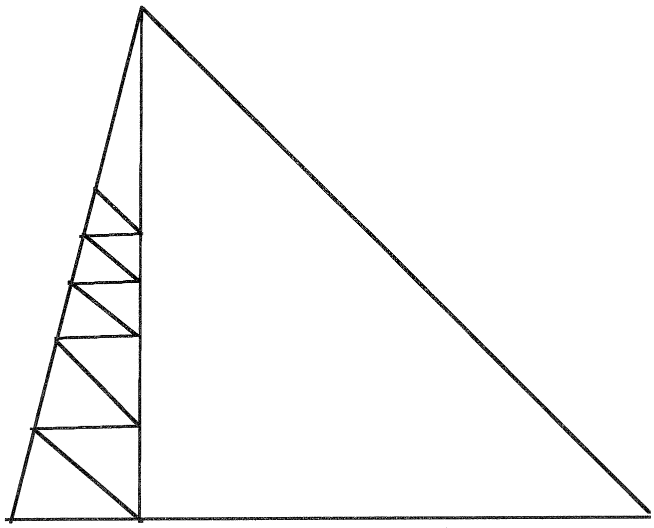


Illustration 9 : Dessin expliquant le calcul de la somme d'une progression géométrique

Pour le démontrer, et c'est ce qu'attend Comte de l'élève, il suffit de montrer que EF est moyenne géométrique entre BD et DH. En effet, comme la construction est itérative, c'est-à-dire répète la même situation, GH aussi sera moyenne géométrique entre EF et IJ, etc. Ce qui, par définition, suffit à établir la progression géométrique.

Pour montrer que EF est moyenne géométrique entre BD et GH, il suffit d'utiliser plusieurs fois le théorème dit de Thalès sous la forme usant de proportions. On peut avoir intérêt à fixer par un rapport la position de D sur la droite BC, en posant $x = \dfrac{DC}{BC}$.

Par le parallélisme de EF et BD, on lit dans les triangles semblables ABD et AEF une proportion

(1) $$\frac{EF}{BD} = \frac{FA}{DA}.$$

Par le parallélisme de DE et FG, on lit dans les triangles semblables AED et AGF une proportion qui fait suite à (1)

(2) $$\frac{FA}{DA} = \frac{GA}{EA}.$$

Par le parallélisme de EF et GH, on lit dans les triangles semblables AEF et AGH une proportion qui fait suite à (2)

(3) $$\frac{GA}{EA}=\frac{GH}{EF}.$$

De telle sorte que de (1), (2) et (3) on déduit la moyenne géométrique attendue, et la progression géométrique

(4) $$\frac{EF}{BD}=\frac{GH}{EF}.$$

Reste à calculer la valeur du rapport commun, et à exprimer la longueur BC, valeur rendue évidente par la figure de la somme de tous les termes de la progression géométrique. Ce dernier résultat se voit en prolongeant les parallèles GF, IH, KJ, etc., jusqu'à leur intersection G', I', K' avec la droite BC. La longueur ZF se reporte en DG', GH en $G'I'$, IJ en $I'K'$, etc. Les triangles semblables déjà utilisés donnent facilement l'enchaînement des proportions suivantes, $\frac{EF}{BD}=\frac{EA}{BA}$ et $\frac{EA}{BA}=\frac{DC}{BC}$. De sorte qu'ayant posé $\frac{DC}{BC}=x$, on dispose de la raison de la progression géométrique qui est x. Notant BD = a, on déduit

$$a+ax+ax^2+ax^3+...+ax^n+...=BC$$

Enfin, on peut aisément exprimer BC à partir de a et de x, puisque $\frac{BC-BD}{BC}=\frac{DC}{BC}=x$. Soit $BC=\frac{a}{1-x}$, de sorte que l'on a la formule

$$a+ax+ax^2+ax^3+...+ax^n+...=BC$$

La beauté de cette formule n'est pas dans son existence, mais dans la simplicité de son expression pour désigner ce qui peut tout de suite s'interpréter. Ainsi, la division par *(1-x)* devient une opération concevable comme une série, usant de l'addition et de la multiplication. La division est même débarrassée de la retenue qui est son caractère usuel dans le système décimal. On y lit : 0,999999...= 1. De sorte qu'avec la formule finale, il n'y a pas seulement un rendu de la théorie des proportions, mais une étonnante plus value. C'est ce qu'a vu Newton inventant la méthode des fluxions à partir de cette constatation. Passe ainsi au second rang la figure qui a prévalu pour cette démonstration, parce qu'elle ne rendait pas prévisible le résultat. Aussi, c'est l'ordre algébrique des séries qui apparaît le plus intéressant, donc le plus élégant. On pourrait dire que cet ordre des séries, parce qu'il est algébrique, tue la théorie des proportions[52].

Il me paraît bien plus juste, historiquement et du point de vue de l'épistémologie, de voir comment la théorie des séries a englobé la théorie des proportions, en permettant entre autres la notion même de nombre réel[53]. Y avait-il une autre voie possible que la théorie des proportions pour les nombres réels ? Je ne le crois pas, mais ce n'est pas lieu d'en discuter. Le fait est que Comte estime indispensable de revenir à l'expérience imagée pour introduire la modernité des séries entières, et donc l'analyse algébrique fondée par une analogie du décimal. Il s'insurge donc contre un dévoiement de la pratique du *professeur de mathématiques* de son époque.

L'image de l'illustration 9 avait disparu depuis longtemps des manuels qui pourtant avaient longtemps misé sur les proportions, puis étaient hardiment passé à l'algèbre symbolique. C'est en philosophant sur ce qui est relatif, et en historicisant le relatif pour permettre l'expression du progrès, c'est aussi en refusant au symbole un sens gratuitement octroyé, qu'Auguste Comte a rendu intellectuellement possible une histoire des mathématiques qui ne perde pas la beauté des mathématiques, alors même que des pans des mathématiques disparaissent[54]. Je crains que l'on n'ait que trop oublié cet apport majeur du positivisme pour

---

[52] Ceci n'empêche pas de trouver une certaine élégance à la figure, l'élégance de la généralité, puisque la position du point D peut être quelconque sur la droite BC : lorsque D est situé en dehors du segment BC la série géométrique diverge.

[53] Jean Dhombres, *Nombre, mesure et continu. Epistémologie et histoire*, Paris, Cedic/Nathan, 1978.

[54] Auguste Comte, *Traité élémentaire de géométrie analytique à deux ou trois dimensions, contenant toutes les théories générales de géométrie accessible à l'analyse ordinaire*, Paris, Cariliain-Goeury, V. Dalmont, 1843.

l'enseignement des mathématiques et de ses changements, et oublié que Comte fut un *professeur de mathématiques*, parce qu'il était examinateur d'entrée à l'Ecole polytechnique et entendait u normer un savoir élémentaire. Est-il pour autant utile de dire que Comte modélise la théorie des séries ? Si oui, il faudrait bien remarquer l'essentiel, avec une réflexion critique sur la formule de la progression géométrique, et non une recette algébrique. Il me semble que cette critique a porté et fit partie du bagage du professeur de mathématiques de la Troisième république.

4. 3. L'implication philosophique du professeur de mathématique : l'exemple de la cosmographie

En Grande-Bretagne, le manuel universitaire par excellence, les six premiers livres des Éléments d'Euclide, auxquels s'ajoutent les 11^e et 12^e livres, accommodés à la façon de Robert Simson qui ne permet pas de craindre l'originalité (*The errors by which Theon or others have long ago vitiated these books, are corrected and some of Euclid's démonstrations are restored*), offre une titulature universitaire typique pour la 20^e édition en 1822. *Robert Simson M.D. Emeritus professor of mathematics in the University of Glasgow*. Simson était en effet décédé depuis plus de cinquante ans, mais l'éditeur avait choisi a very *eminent Mathematician* pour la révision et l'addition d'un traité de trigonométrie plane et sphérique et *the construction of the trigonometrical canon* (la construction de tables trigonométriques). La titulature du Rev. A. Robertson D.D. FRS, qui révisait est en outre *Savilian Professor of Astronomy in the University of Oxford* . La part utilitaire n'est donc pas faite par un professeur de mathématiques. Lorsque John Leslie publie à Edinburgh les *Mathematical Treatises* du Rev. John West, il donne comme titre à ce dernier : *Formerly assistant teacher of mathematics in the University of St Andrews, thereafter rector of St Thomas's in the East, Morand Bay*, Jamaïca. Et pour lui-même, Sir John Leslie indique : *Professor of Natural Philosophy, in the University of Edinburgh* . C'est à peu près le même titre qu'il adoptait en 1821 pour la publication de *Geometrical analysis, and geometry of curve lines*, deuxième volume d'un Cours de mathématiques désigné aussi comme *An Introduction to the study of Natural Philosophy* . Mais, un peu paradoxalement, Leslie ajoutait un titre à la française et faisait alors mention de sa carrière d'abord mathématique qui l'avait conduit au poste plus relevé de philosophie naturelle

> Corresponding member of the Royal Institute of France. Professor of Natural Philosophy and formerly of Mathematics in the University of Edinburgh.

Son but majeur est bien décrit dans la préface [to] promote a juster taste in the cultivation of Mathematical Science.

> The spirit of Geometrical Analysis may be carried with the happrest effect into the domain of Inductive Philosophy.

Il n'est pas indifférent qu'en 1817 Auguste Comte ait traduit en français, à l'instigation de Hachette, les Éléments de géométrie et de trigonométrie plane du même John Leslie. Il parut sous le titre surprenant de Second supplément de la Géométrie descriptive. A cette date, en France, plusieurs titulatures deviennent concurrentes pour ceux qui présentent des mathématiques. Nous avons dit celle maintenue de Lacroix, avec distinction scolaire pour un mode d'école révolutionnaire ; il y a celle de Michel Chasles en 1837 et publiant à Bruxelles son *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* qui signe comme ancien élève de l'Ecole polytechnique . Et il y a la titulature académique, comme en 1802 chez J.B. Biot, pour son *Traité analytique des courbes et des surfaces du second degré*, qui signe « associé de l'Institut national, professeur au Collège de France ». Il y a encore L.B. Francœur, qui en 1828, et pour la troisième édition de son *Cours complet de mathématiques pures* (dédié à S.M. Alexandre Ier), donne sept lignes de titres, dont « Professeur de la Faculté des Sciences de Paris, de l'Ecole normale et du Lycée Charlemagne », mais il signale aussi qu'il est « Examinateur des Candidats de l'Ecole royale Polytechnique », etc. Et il y a enfin Pierre Laffitte, qui, en 1853, signe des *Leçons de cosmographie*, avec comme seul titre indiqué celui de professeur de mathématiques, Son co-auteur signe : « licencié ès sciences». Pierre Laffitte n'a sans doute pas de diplôme universitaire hors le baccalauréat ès sciences. Il a préparé le concours d'entrée à l'Ecole polytechnique, et en août 1843 il est mal classé par l'examinateur Auguste Comte. C'est pourtant cet auteur philosophe qui l'entraîne vers une conception militante de l'enseignement des mathématiques. Elle renouait aussi avec la conception anglaise de la philosophie naturelle.

A ceci près qu'il était conçu que la philosophie issue des mathématiques ne débouchait pas sur une nouvelle métaphysique, et quelle en était même délivrée. Sans doute, à cette époque, fit-on une certaine publicité à une réponse qu'aurait faite Laplace à Napoléon Ier, au début du XIXe siècle, Lorsque le despote éclairé, qui avait signé le Concordat en 1802, faisait remarquer l'absence de Dieu dans le *Traité de Mécanique céleste* de Laplace, commencé en 1799, ce dernier aurait répondu : « Sire, je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse ». On a du mal à lire aujourd'hui cette phrase dans le contexte idéologique qui fut le sien. Laplace détruisait l'équilibre universitaire anglais qui faisait de Newton le pilier d'une théologie naturelle, mais il réduisait aussi les espoirs du clan athée promouvant une « démonstration » céleste de l'absence de Dieu. Athée lui-même, mais sans ostentation, Laplace dégageait sans remords, mais aussi sans violence la science de questions religieuses. C'est un mouvement que Comte trouvait insuffisant : un récit révolutionnaire convenait mieux au père du positivisme sur la façon dont l'esprit humain s'était débarrassé, après en avoir bénéficié, des formes théologique et métaphysique. Pierre Laffitte, en cosmographie, publiait pour les lycées au début du règne de Napoléon III, et adaptait aux nouveaux temps la façon intellectuelle d'être le professeur de mathématiques tel que créé en 1802. Il rencontrait la question de la cosmographie, et de son programme.

L'avertissement de l'ouvrage de cosmographie de Laffitte évince les aspects mathématiques de la description du ciel, car le parti pris est d'indiquer la voie qu'il fallut prendre pour parvenir au système du monde planétaire.

> Ces Leçons sont rédigées pour des élèves qui, avec des connaissances mathématiques peu étendues, voudront acquérir des notions réelles sur l'ensemble de l'Astronomie ; on y a évité avec soin ces démonstrations théoriques qui n'ont jamais été ni pu être employées dans la découverte des faits, pour s'attacher aux procédés qui y ont effectivement conduit l'esprit humain[55].

Laffitte propose en cosmographie une description des inductions faites plutôt que des déductions mathématiques. Comte dans le *Traité philosophique d'astronomie populaire* en 1844 s'intéressait au sens général de la découverte en astronomie, à sa valeur éducative pour l'esprit humain, par la magnifique concordance entre les tables observées des planètes et les tables calculées par la théorie de la mécanique céleste. Or, un livre officiel d'enseignement des sciences devait s'interdire de telles allusions dans le régime particulier des « humanités chrétiennes » de la Monarchie de Juillet, officiellement dites « humanités classiques ».« Notions réelles », « Découvertes des faits », éviter les « démonstrations théoriques », ces expressions qui viennent d'être citées du livre de Laffitte et Harant correspondent aux nouveaux programmes décidés le 30 août 1852 et officiellement expliqués en novembre de cette même année[56]. Une commission s'était chargée de façonner ces programmes ; elle était menée par le chimiste Jean-Baptiste Dumas, et en faisait aussi partie l'astronome Le Verrier, à qui revenait la gloire d'avoir « calculé » la planète Neptune en 1846 à partir de la méthode des perturbations de la mécanique céleste de Laplace, et ainsi permis la découverte de la planète par l'observation.

> En exposant les apparences du mouvement diurne de la sphère céleste, on ne devra pas laisser à l'esprit des élèves le temps de s'habituer à considérer ces apparences comme étant l'expression de la vérité. Dès la première leçon, on les prémunira contre les erreurs des sens, et on leur fera comprendre que les mouvements apparents

---

[55] Pierre Laffitte, Henri Harant, *Leçons de cosmographie*, Paris, 1853, ,*Avertissement*. Henri Harant, licencié en mathématiques, est co-auteur avec Laffitte; il est aussi directeur de l'institution privée qui prépare des élèves à l'entrée à l'école polytechnique, où Comte comme Laffitte ont travaillé.

[56] Voir Bruno Belhoste,*Les sciences de l'enseignement secondaire français*. Textes officiels, tome 1, 1789-1914, Paris, INRP/Economica, 1995, pp. 258 et suivantes.

> observés ne sont que des mouvements relatifs, dus à la rotation réelle de la Terre autour de son axe et en un jour sidéral[57].

Ainsi commentait le programme en 1854, quelques mois après la sortie du manuel de cosmographie. Ce ne devrait pas sembler banal, alors même que le nom donné à la discipline était limité à une description des phénomènes : la « cosmographie ». Il n'était toutefois pas question d'une étude scientifique que le mot « astronomie » aurait pu porter. Ce n'était pas non plus une étude philosophique, pour laquelle le nom de « système laplacien », sinon « système céleste » aurait pu être adopté, remplaçant le « système copernicien » ou le « système ptoléméen ». Enseignée par le professeur de mathématiques, la cosmographie de 1854 n'était pas plus la mécanique céleste rendue élémentaire. Comment en était-on arrivé là ? Il faut revenir à l'histoire des tâches dévolues au *professeur de mathématiques*. A propos de la cosmographie.

En 1847, et sous la Monarchie de Juillet, apparaissait un programme de cosmographie en classe de rhétorique, dont le point 7 indiquait.

> Faire voir que le mouvement diurne du ciel peut bien n'être qu'une apparence et s'expliquer par le seul mouvement de rotation de la terre sur son axe.[58]

Il était évident pour tous que pour ces questions de repère et de représentation, le *professeur de mathématiques* serait l'enseignant, et non le professeur de physique, ou de sciences naturelles. En 1849, le ton changeait. Etait brutalement indiqué dans le programme : « Rotation de la Terre. Ses preuves ». La cosmographie, en 1852, résulta ainsi d'un compromis, et le rapport du 23 juillet qui permit le nouveau programme, adoptait précisément un dogme dans l'enseignement pour éviter des controverses.

> La Commission propose d'exiger que cet enseignement demeure purement descriptif.[59]

Pourquoi alors laisser cet enseignement au *professeur de mathématiques* qui s'est rarement défini comme un homme de la description, mais bien plutôt de la démonstration? On peut penser peut-être à une certaine analogie avec le titre seulement de la *Géométrie descriptive* de Monge, à sa prétention d'être populaire, donc non faite d'équations, et à son utilité. Mais quel pouvait être l'usus de la cosmographie descriptive ? Le programme de cosmographie s'attachait à requérir une « géométrie simple », et « sans démonstrations », donc c'était limiter *a priori* le professeur de mathématiques, et le mettre en situation contradictoire avec sa propre représentation Ce programme, ou plutôt ses auteurs, faisaient alors semblant de croire qu'en (dé)montrant « plus », on risquait de « désenchanter » les élèves qu'il fallait au contraire passionner. Alors que ces auteurs savaient que « plus » risquait l'accusation d'un athéisme prohibé.

> Le cours de cosmographie ainsi raconté, n'en aura que mieux révélé aux élèves ces splendeurs des cieux, ces profondeurs, ces immensités de l'univers qui, donnant à la fois à l'homme le vrai sentiment de sa petitesse matérielle et celui de sa grandeur morale, reportent si naturellement sa pensée vers le Créateur. [60]

L'adjectif « élémentaire » qui apparaît dans les Leçons de mécanique élémentaire de Laffitte et Harant en 1858 n'avait pas besoin d'être accolé au mot « cosmographie » dans les Leçons de cosmographie de ces auteurs. Tant la destination scolaire limitative était évidente. Il n'y avait donc pas de cosmographie à l'Université ; et il n'y avait pas non plus de cosmographie dans les ouvrages de vulgarisation scientifique. En 1882, contre Buisson, Camille Flammarion donnait en supplément « descriptif » à son *Astronomie populaire*, titre déjà pris par Comte, le nom suivant : Les Etoiles et les curiosités du ciel. Description complète du ciel visible à l'œil nu et de tous les objets célestes faciles à observer. Même lorsqu'il entendait s'adresser aux enfants, Flammarion écrivait une *Petite astronomie descriptive* qu'un enseignant chevronné adaptait « aux besoins de l'enseignement » et il n'y avait toujours pas de place pour le mot « cosmographie ».

---

[57] Ce commentaire vaut pour le programme de cosmographie de la classe de rhétorique. Instruction pour la mise à exécution du plan d'études des lycée, circulaire aux recteurs, 15 novembre 1854, Bruno Belhoste, *Les sciences de l'enseignement secondaire français. op.cit.*,, p. 342.

[58] Bruno Belhoste, *Les sciences de l'enseignement secondaire français. op.cit.*, p. 226.

[59]Bruno Belhoste, *Les sciences de l'enseignement secondaire français. op.cit.*, p. 267, rapport du 23 juillet 1852.

[60] Bruno Belhoste, *Les sciences de l'enseignement secondaire français. op.cit.*,, p. 267.

Il est intéressant de voir sur quels points précis le militantisme de Lafitte faiblit. Gravée par Dulos à l'imprimerie de Pierron et Montfaucon, une figure de l'ouvrage de Laffitte explique comment déduire la loi d'attraction universelle de Newton de la trajectoire elliptique observée d'une planète (figure 10). La figure paraît toute simple, une ellipse, avec au foyer le Soleil, de sorte qu'un mathématicien aujourd'hui devine l'allusion démonstrative. La figure de Laffitte est, aux lettres près, très voisine de la figure 17 du militant *Traité philosophique d'astronomie populaire* de Comte, les pointillés remplaçant seulement des traits pleins sur le petit rectangle qui est un des éléments essentiels de la figure. Voilà bien une fidélité exemplaire. Elle est trompeuse. C'est ce qu'il nous faut comprendre. L'histoire de cette figure devient une micro-histoire instructive dans une tentative de redonner une certaine couleur idéologique au *professeur de mathématiques* à la française.

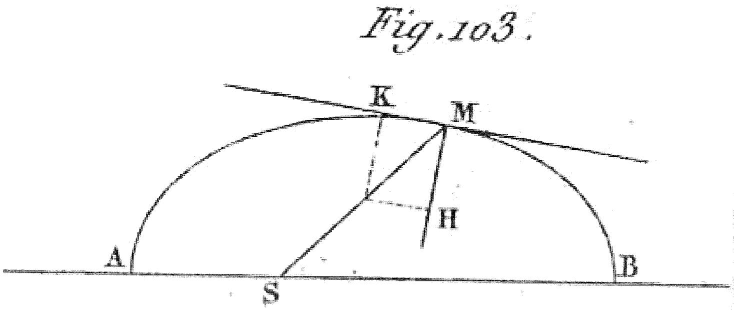


Figure 10 (figure 103 des *Leçons de Cosmographie* de Laffitte et Hérant en 1853)

Il est probable que Comte se souvenait de la figure encore plus simple (un cercle apparemment) que Voltaire utilisa en 1738 dans ses *Eléments de la philosophie de Newton* mis à la portée de tout le monde. Etait-ce pour le même effet de dire la valeur positive de la loi de Newton ? Le sublime pour Voltaire est à trouver dans la prévision d'une induction scientifique qui s'avère au final d'autant plus simple que Voltaire, qui n'est pas scientifique, parvient à la dire et à en dévoiler le sens : Newton fait « tomber » la Lune selon « la même cause » par laquelle tombent les corps terrestres. Voilà la *modélisation* annoncée. « La même cause qui fait tomber les corps sur la Terre, dirige la Lune autour de la Terre »[61], écrit d'abord Voltaire. C'est la courbe que décrit la Lune qui fait la démonstration, et on peut difficilement rêver de démonstration plus géométrique, ou plutôt mieux figurée. Car la courbe est prise comme un réel. La gravure publiée dans l'ouvrage de Voltaire donne d'ailleurs un certain réalisme spatial à la Terre, représentée par un globe avec des lignes pour en faire percevoir le relief[62]. En même temps, et c'est l'avantage du dessin de se donner à voir en totalité, une figure mathématique ou une abstraction est dessinée sur la trajectoire pensée naturelle ou réelle de la Terre. On ne peut que « voir » le rectangle *ACBD* installé dans les cieux, alors que ce ne peut qu'être un artifice de raisonnement sur la chute de la Lune. Le rectangle ne fait donc pas partie des images (eidôla), mais est un réel physique : « la Lune dans son moyen mouvement est tombée de *A* en *B* » précise le texte qui se poursuit par l'interprétation des lettres sur la figure.

> Elle a donc obéï à la force de projectile, qui la pousse dans la tangente A, C, & à la force, qui la feroit descendre suivant la ligne A, D. égale à B, C : ôtez la force qui la dirige de A, en C, restera une force qui pourra être évaluée par la ligne C, B : …[63].

[61] Voltaire, *Elemens de la Philosophie de M. Neuton, mis à la portée de tout le monde*, Amsterdam, E. Ledet et Cie, 1738, p. 233.

[62] L'image du livre de Voltaire est illustrée par L.F. Dubourg, avec quelques beaux culs-de-lampe gravés par I. Felkema.

[63] Voltaire, *op. cit.*, pp. 233-234. Les notations géométriques peu usuelles de Voltaire sont maintenues.

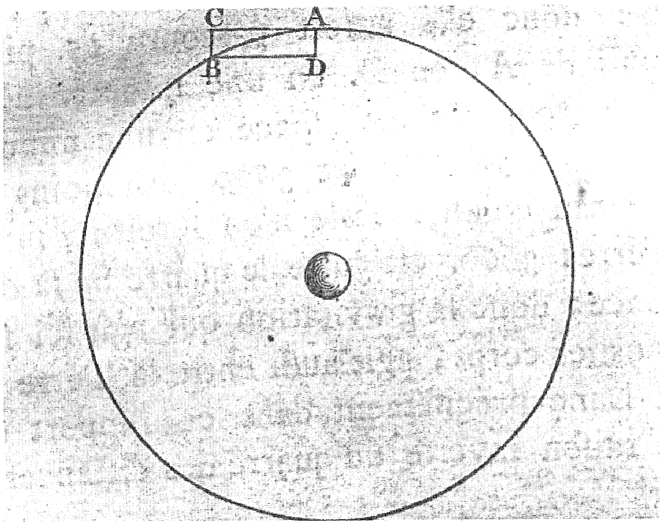


Figure 11. La Lune « tombe » : gravure non signée de la page 233 des *Elémens de philosophie de M. Neuton* dans l'édition originale de 1738.

Le rectangle joint le réel visuel de la courbure à l'expérience physique de la chute. La Lune devrait en effet suivre la tangente en *A* suivant *AC* (un côté du rectangle), mais de fait en une minute de temps elle suit une trajectoire courbe jusqu'en *B*, et voilà le deuxième côté du rectangle, qu'il faudrait dire parallélogramme selon le seul texte puisque Voltaire ne précise pas l'angle droit dans la construction de *AD*. Le lecteur attentif de l'image voit que la droite *AD* prolongée ne passe pas par la Terre, et perçoit alors l'orthogonalité de *AD* et *AC*, donc peut déduire que l'orbite de la Lune n'est pas circulaire. A chacun de lire selon ses connaissances, mais ce point importe peu pour le raisonnement qui suit. Car le rectangle inscrit le temps dans l'espace et permet la grande idée de Newton : la seule courbure de la trajectoire réduite à la forme du rectangle renseigne sur la force qui fait se mouvoir la Lune autour de la Terre. Il faut donc rendre par la pensée le mouvement selon la tangente indépendant du mouvement selon la normale, et le rectangle est bien adapté pour cela. Il faut aussi lire des données numériques. La distance *AB* parcourue par la Lune en une minute de temps vaut 187 961 pieds, et la chute *CB* ou *AD* vaut alors 15 pieds : telles sont alors les résultats acquis par les astronomes, et ces données numériques sont seulement schématisées sur la figure 4 qui prend sens par ces données. C'est ainsi qu'il faut faire intervenir la loi de Galilée sur la chute des corps, qui indique qu'une telle longueur de « chute » en une minute pour la Lune correspond à celle divisée par 3600 parcourue par corps en chute libre à la surface de la Terre. Dans la mesure où ce nombre 3600 est le carré de la distance de la Terre à la Lune mesurée avec le rayon terrestre comme unité, la conclusion s'avère possible sous la forme de la loi quantitative d'attraction. La loi est énoncée sous forme de loi de la nature, au sens de loi du cosmos.

> ...donc la gravitation qui agit ici sur tous les corps, agit aussi entre la Terre & la Lune précisément dans ce rapport de la raison inverse du quarré des distances.

> Mais si cette puissance qui anime les corps, dirige la Lune dans son Orbite, elle doit aussi diriger la Terre dans le sien & l'effet qu'elle opére sur la Planete de la Lune, elle doit l'opérer sur la Planète de la Terre. Car ce pouvoir est par-tout le même (...) il faut avouer alors que toute la Nature la démontre...[64]

La figure 4 est une invention de la vulgarisation : Voltaire est passé de Galilée à Newton, sans mentionner Kepler, et en se référant à la « chute » de la Lune. Newton réfère plutôt les calculs fournis indispensables à l'interprétation de la figure, contrairement à la pratique mathématique euclidienne ou autre, et cite les mesures de Tycho Brahé, Kepler, Copernic, Huygens. Ce dernier auteur, et son étude des forces, remplace ainsi Galilée, qui n'est pas nommé en l'occurrence par Newton. Voltaire ne manque pas de nommer Galilée, en référence à la loi de la chute des corps et elle fait ainsi la figure mathématique

[64] Voltaire, *op.cit.*, p. 234.

révolutionnaire du savant de Pise. La loi établit sa place épistémologique dans la création de la mécanique céleste, qui est copiée sur la mécanique terrestre, ce qui inverse la pensée métaphysique usuelle. La logique qui fait la rhétorique de la démonstration de Voltaire est dans cette preuve que la Lune tombe, et que la physique céleste est la même que la physique terrestre.

L'ellipse nettement visible dans l'ouvrage de Laffitte et Harant, contrairement à celle discrètement suggérée de Voltaire, n'intervient pas dans le texte proprement dit des *Leçons de cosmographie.* Elle apparaît dans une Note finale sur les trois lois de Kepler[65]. Nous le constatons, les auteurs vont au-delà ce la lettre du programme. D'emblée, Laffitte a les moyens d'être plus précis que Voltaire, plus fidèle aussi à Newton. Ces trois lois sont effectivement au programme du cours de cosmographie des lycées. Mais l'explication de la manière dont elles servent à établir l'attraction universelle, ou simplement l'attraction de la Lune et de la Terre, ne l'est pas. Dans cette note finale, Harant et Laffitte se proposent quand même de faire voir comment Newton « fit servir les lois expérimentales trouvées par Kepler à cette magnifique découverte »[66]. Voilà où se trouve le militantisme des *professeurs de mathématiques* servant une cause plus générale. Mais Galilée n'est pas nommé, le fauteur de trouble aux yeux du dogme théologique. Chez Voltaire, nous l'avons vu, la mention de ce nom avait valeur de révolution épistémologique.

Le raisonnement des *Leçons de Cosmographie* est en plusieurs étapes. L'on n'a toutefois pas des implications logiques à la manière mathématique, mais une sorte de faisceau probant. On doit être surpris que les valeurs numériques n'interviennent pas alors, qu'elles font tant pour les preuves de Voltaire (et de Newton). C'est qu'elles feraient appel au résultat de Galilée sur la chute des corps, ou encore aux calculs élaborés de Huygens à la manière de Newton.

Laffitte passe à une simplification pour la mesure de la force centrale sur une trajectoire planétaire supposée circulaire et uniformément parcourue. Le lecteur ne peut pas saisir que cette simplification est faite pour pouvoir utiliser le résultat de Huygens sur la force centrifuge, par le calcul de la force centrale (inversement proportionnelle au carré de la période, et proportionnelle au rayon du cercle). Par un calcul précisément de proportions, écrites comme des fractions, et supposant la troisième loi de Kepler (les carrés des temps des révolutions de deux planètes sont entre eux comme les cubes des grands axes des orbites elliptiques), Laffitte déduit que « la force centrale agit en raison inverse des carrés de distances »[67]. Sur les mêmes bases, la présentation de Comte est bien différente : elle consiste, sans formules écrites, mais par « une facile déduction mathématique », à indiquer comment le « génie de Newton fut réellement guidé vers sa grande découverte par une heureuse appréciation mécanique de la troisième loi géométrique de Képler, d'après la règle fondamentale d'Huyghens sur la mesure des forces centrifuges »[68]. Nous avons aussi lu ces références dans l'ouvrage de Newton. Comte parle, presque en physicien quantique, de la même énergie « pendant tout le cours de chaque planète », et du changement d'une orbite à l'autre. Il n'a pas ici besoin de se référer à Galilée.

Laffitte passe alors au calcul en deux points de l'orbite de même courbure (aphélie ou périhélie), la loi des aires de Kepler conduisant pour la force à la dépendance au carré de la distance pour ces deux positions ($\frac{F'}{F} = \frac{D'^{2}}{D^{2}}$, note Laffitte). Comte, qui dit aussi cela sans l'écrire, ajoute.

> Cette confirmation est encore fort loin d'une démonstration décisive, puisque la vraie figure des orbites planétaires n'y exerce aucune influence, pourvu que la normale aux points extrêmes soit dirigée vers le soleil, et que la trajectoire s'y trouve également courbée, ce qui peut convenir évidemment à une infinité de courbes différentes, où la loi cherchée ne saurait pourtant être la même.[69]

Quelle belle leçon d'épistémologie, ou critique des conditions d'établissement des lois de nature, qu'oublie Laffitte ! Comte fait une pause :

---

[65]Pierre Laffitte, Henri Harant, *Leçons de cosmographie*, *op cit.* pp. 180-164.
[66] Pierre Laffitte, Henri Harant, *Leçons de cosmographie*, *op cit,* pp. 180-181.
[67]Pierre Laffitte, Henri Harant, *Leçons de cosmographie*, *op cit*, p. 182.
[68]Auguste Comte, 1844/1985, p. 406.
[69]Auguste Comte, 1844/1985, pp. 407-408.

Là néanmoins s'arrête, de toute nécessité, la seule partie de cette grande démonstration qui puisse jamais devenir élémentaire[70].

Et il se borne « à caractériser la profonde élaboration mathématique qu'exige une telle recherche pour établir suffisamment le principe fondamental de la mécanique céleste »[71]. Il indique qu'il faut généraliser la règle d'Huygens sur la composante normale de la force, et calculer la courbure d'une ellipse, pour avoir une « vraie démonstration mathématique ». .

Telle est la combinaison très complexe qui devient indispensable à une vraie démonstration mathématique du principe fondamental de la mécanique céleste [72].

Dans son rôle contraint de *professeur de mathématiques* pour des lycées, Laffitte ne veut pas donner à penser sur le sens profond du relativisme. Et c'est bien là sa seconde faiblesse qui peut faire accoler à son nom la qualification de scientisme, au sens cette fois d'un refus de philosopher sur les sciences enseignées et de faire comprendre comment on est arrivé aux résultats présentés.

De Voltaire à Laffitte, ne parlons même pas de meilleure vulgarisation, et plutôt d'un passage au dogmatisme. Mais ne l'attribuons pas à une mathématisation plus élaborée. Il y a bien la postérité d'un même schéma figuré considéré comme explicatif de la loi de l'attraction universelle, mais la nature de l'induction physique n'est pas semblable alors que la culture mathématique supposée du lecteur a augmenté. C'est là le paradoxe et il fait le mouvement vers le scientisme, au sens d'une impossibilité de remettre la science en question. Un tel schéma (figures 3 et 4), s'il était fourni aujourd'hui dans un cours de philosophie, ferait vitupérer contre l'impérialisme des sciences mathématiques puisque les élèves n'ont plus les connaissances requises pour pouvoir l'interpréter. Je ne crois pas l'avoir revu dans des manuels actuels du Secondaire, aussi bien en philosophie qu'en sciences. On est donc allé bien plus loin que Laffitte : les mouvements planétaires sont devenus une évidence si banale qu'ils ne paraissent pas mériter que l'on évoque les difficultés historiques dans leur compréhension. On craint en effet d'être contraint de penser l'histoire des sciences, au lieu de la dérouler, et on craint surtout d'avoir à prendre l'explication même de Comte, celle du positivisme, que Laffitte ici dévoie. L'étonnant est que Laffitte puisse utiliser des figures géométriques sophistiquées dans le même cours, et on l voit lorsqu'il explique les positions de la queue d'une comète sur sa trajectoire (ill. 12)

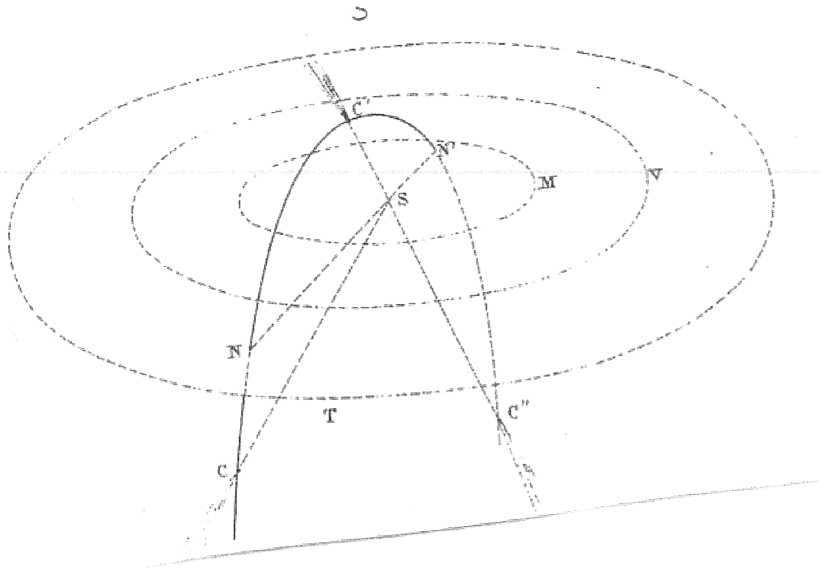


Illustration 12 : le dessin d'une trajectoire parabolique de comète dans les *Leçonsde cosmographie*

[70]Auguste Comte, 1844/1985, p. 408.
[71]*Idem.*
[72] *Idem.*

Conclusion

Il me paraît utile, en cette réunion organisée par l'Irem de Limoges, de rappeler que, depuis leur création et avec vigueur, les Irems ont permis de dépasser la question dénigrante de l'utilité qui court encore avec les idées sur la *modélisation*. Ils ont redonné une position d'acteur aux enseignants de mathématiques, en n'isolant pas les professeurs des lycées, et les liant aux enseignants du primaire et du supérieur, en questionnant les différentes disciplines enseignées, et particulièrement en organisant la réflexion scientifique sur l'enseignement lui-même sous la forme de la didactique. Je ne me suis pourtant occupé ici de didactique que sur des aspects très généraux ; ce sont ceux qui tiennent au passé du rapport entretenu par le professeur de mathématiques avec les mathématiques qu'il enseigne, l'exactitude qu'on leur attribue et le monde dans lequel il vit. Ce passé fut en quelque sorte mon terrain expérimental, et est ainsi en particulier désignée la discussion sur les programmes, discussion qui doit toujours avoir lieu parce que c'est par elle qu'intervient l'appropriation des objectifs par les professeurs de mathématiques et les justifications qu'ils s'en donnent.

Si le professeur d'anglais sait très bien qu'il ne fait pas apprendre que l'anglais, on ne lui demande pas de former à la pensée juste de la civilisation anglaise ou américaine. Il doit doser les compromis nécessaires permettant la traduction d'une manière d'être dans une autre. Le professeur de mathématiques, pensa-t-on dans les lycées après 1802, n'a pas le droit au compromis. Pas même celui de dire haut et clair que la science qu'il enseigne est utile ! C'est qu'il ne peut pas le prouver à la façon dont il prouve ses théorèmes. Les cyniques souriront, mais les professeurs de mathématiques se reconnaîtront, et cela peut faire le long terme de l'exactitude à laquelle ils se soumettent jusque dans les questions de modélisation. En tout cas, ces professeurs savent répondre très précisément à la prétendue obsolescence, par le fait de l'ordinateur, de l'enseignement des quatre opérations fondamentales. Ce qui ne les empêche pas de comprendre que l'ordinateur change leur pratique comme leur compréhension, notamment en ce qu'elle permet à la *modélisation* de s'exercer en classe, au sens même dans lequel le mot a été pris et que des interdits du passé peuvent être levés. Tous ?

Aujourd'hui, le professeur de mathématique s'exaspère d'avoir toujours et encore à répondre devant ses élèves de l'utilité de l'enseignement des mathématiques. La question vient aussi de ce que les parents intériorisent l'idée que, comme le latin autrefois, la mathématique sert seulement à l'école et qu'elle perd ensuite de son intérêt dans les professions elles-mêmes. Paradoxalement, la mathématique devient une matière représentée pour les seuls jeunes, alors même qu'elle s'impose dans nombre de métiers. Qui peut imaginer un pilote de ligne qui se justifierait d'ignorer les mathématiques, ou un conseiller financier qui aurait une horreur avouée des calculs ? On accepte toutefois à juste titre qu'un physicien dise qu'il comprend un phénomène comme la capillarité autrement que par l'équation de Laplace, mais bien plus mal qu'il dise éviter pour leur complication mathématique les surfaces minimales que les bulles de savon représentent dans le réel visuel commun. On saisit bien la mode de la *modélisation* : elle paraît être une réponse facile sur « l'utilité » des mathématiques. Les enseignants redécouvrent, à la façon de leurs aînés du début du XIXe siècle avec le modèle planétaire, que ce n'est pas si simple, et que la réduction à la *modélisation* cache des positions épistémologiques fortes. C'est ce que j'ai voulu montrer par quelques exemples, comme la perspective, la théorie des séries, ou la théorie du mouvement planétaire, des pratiques scientifiques dont deux sont sorties du giron mathématicien, et la troisième tend à passer dans le giron des machines.

La conception d'objectivité de la mathématique sur ce qu'elle peut vraiment, liée au souci de l'exactitude quelle que soit sa localisation épistémologique, crée toujours la difficulté, mais elle se heurte à la prétention scientiste de vouloir tout calculer et à l'apparente facilité de l'informatique de tout pouvoir stocker en des tableaux qui donnent l'impression d'un savoir dominé[73]. La question vive dans l'enseignement ne devient-elle pas plutôt celle de savoir si les professeurs de mathématiques peuvent agir pour maintenir la mathématique qu'ils enseignent comme une science entièrement maîtrisable à l'école, donc pourvoyeuse

[73] *Cum grano salis*, on peut ajouter que la tentation du tableau roi est aussi bien celle du professeur de mathématiques dans ses notations d'élèves.

d'autonomie, et simultanément faire vivre les mathématiques si présentes dans la société alors que la société offre bien plus de complexités que les mathématiques n'en peuvent résoudre, et préfère souvent les solutions indiscutables, indépendamment de leur exactitude ? La *modélisation* ne peut être une réponse que si, grâce à la didactique, à l'histoire, ou à l'épistémologie, les *professeurs de mathématiques* perçoivent la nature même de la question, et ce qu'elle permet de pérenne dans l'histoire de leur profession .

Le frontispice de l'ouvrage de Bacon au XVIIe siècle sur l'horizon ouvert par la science